ALEXANDRU CIŞMAN

FIZICA GENERALĂ

I

EDITURA TEHNICA

INTRODUCERE

§ 1. **Obiectul fizicii.** Denumirea de *physikos* vine de la *physis*, care înseamnă pe grecește *natură* și se crede că a fost introdusă, pentru prima dată, de *Aristotel*, cu 400 de ani înainte de era noastră, ca titlu pentru anumit domeniu de preocupare filozofică.

Desprinsă din trupul filozofiei antice, fizica e o știință a naturii, care cercetează anumite fenomene, legate de structura și de manifestările materiei în general, împreună cu interdependența lor cauzală.

Ea se ocupă, de obicei, cu procesele care privesc materia *moartă*, dar **legile** deduse și stabilite se aplică tot așa de bine la materia *vie*.

O definiție mai cuprinzătoare nu se poate da chiar de la început. Ea se va desprinde mai tîrziu și treptat, din însuși studiul disciplinei și al metodelor ei de cercetare.

Domeniul imediat vecin este *chimia*, care cercetează combinațiile atomilor și transformările moleculare, dar o delimitare de atribuții, care să precizeze unde se termină una și unde începe cealaltă, nu mai este posibilă, de cînd chimiștii au adoptat o mare parte din metodele fizicianului, ca să creeze așa-numita *chimie fizică*, sau de cînd problema structurii atomului preocupă, în egală măsură și pe fizician și pe chimist.

Spre deosebire de viața curentă, unde noțiunile îmbracă uneori o formă oarecum elastică, fizica, la fel cu celelalte științe, nu poate opera decît cu noțiuni și mărimi definite cît mai precis, adesea cu ajutorul unui vocabular special.

Odată fixate noțiunile și mărimile, se caută o formulare cantitativă a interdependenței fenomenelor și a desfășurării lor, în funcție de anumiți factori, prin relații matematice, pe care le numim *legi fizice*.

Aceste legi fizice nu trebuie să fie considerate ca o enunţare dogmatică şi definitivă a *legilor naturale* căutate, ci doar ca simple ***aproximaţii,*** care să cuprindă toate faptele cunoscute în prezent, în legătură cu fenomenele respective şi în limita erorilor experimentale inevitabile.

Dacă, ulterior, perfecţionarea metodelor de lucru duce la rezultate cantitative care impun introducerea unor termeni de corecţie, sau dacă noi fapte descoperite nu se mai încadrează în legea fizică formulată, o vom completa sau modifica în aşa fel ca să ne apropiem cît mai mult cu putinţă de legea naturală căutată.

Legile fizicii tind, prin apropieri succesive, către o formulare din ce în ce mai apropiată de legile naturale.

Edificiul fizicii se clădeşte încet şi tocmai în această apropiere, pas cu pas, de adevăr, prin adaptarea şi folosirea continuă a relaţiilor cantitative, constă superioritatea metodelor ei de cercetare.

§ 2. **Capitolele fizicii.** Lumea exterioară, adică *materia,* care constituie o realitate obiectivă, independentă de noi, se oglindeşte în conştiinţa noastră cu ajutorul simţurilor.

Din punctul de vedere al organelor de simţ afectate de fenomenele studiate, s-a păstrat *prin tradiţie* următoarea împărţire a fizicii, în capitole principale:

1. *Mecanica,* în care studiem echilibrul şi mişcarea corpurilor, de care ne dăm seama prin simţul tactil sau muscular.
2. *Căldura,* unde fenomenele se grupează în jurul noţiunii de temperatură, legată de simţul caloric.
3. *Acustica,* în care clasăm fenomenele ce interesează simţul auzului, sau altele înrudite cu ele.
4. *Optica,* în care ne referim la fenomene analoge cu lumina, care afectează simţul văzului.
5. *Electricitatea şi magnetismul,* în care fenomenele nu afectează simţurile decît indirect, prin consecinţele lor.

Vom vedea mai tîrziu că aceste capitole clasice se interpătrund acum în aşa măsură, încît o delimitare precisă nu mai este

cu putință și că, totodată, domeniile atribuite s-au extins cu mult peste limitele de percepție ale simțurilor corespunzătoare.

Dealtfel o atare clasificare, legată deadreptul de simțuri, nu este decît o rămășiță a trecutului.

În dezvoltările ulterioare, vom vedea în ce măsură ea poate fi legată de formele mișcării materiei.

La ele fizica modernă a mai adăugat un capitol special:

6. *Fizica atomului*, în care studiem structura intimă a particulelor elementare ce intră în compunerea corpurilor, și fenomenele conexe.

Gustul și mirosul corpurilor pot să aducă oarecare indicații chimistului, dar nu interesează pe fizician. El nu se ocupă nici de senzații, luate ca atare, fiindcă țin de domeniul fiziologiei, ci se servește de ele numai ca să-și facă o idee obiectivă cît mai clară, despre lumea exterioară.

§ 3. **Metodele fizicii.** La baza oricării cercetări fizice stă așa-numitul ***principiu al cauzalității***, după care ***nu poate să existe acțiune fără obiect, nici obiect fără acțiune.***

La baza cercetărilor fizice stă principiul cauzalității.

Aceasta înseamnă că orice fenomen (*obiectul*) implică o cauză (*acțiune*) și că nici un corp, sau sistem de corpuri, nu poate să dezvolte o acțiune, dacă nu are asupra cui să o exercite.

A găsi adevărata cauză a unui fenomen constituie adesea o problemă foarte greu de rezolvat, fiindcă impune izolarea treptată și sistematică a tuturor acțiunilor ce ar putea să intervie simultan.

De aceea, cercetarea fizică nu mai recurge acum decît foarte rar la observarea *directă* a fenomenelor complexe care se produc spontan în natură.

Ea se servește de *laborator*, în care, cu ajutorul unor aparate sau instalații speciale, de multe ori construite anume și sub o formă particulară convenabilă, se pot reproduce după voie aceste fenomene, la adăpost de factorii perturbatori, pentru ca să fie

apoi studiate în condiţii mult mai avantajoase de precizie şi sensibilitate [1]).

Aceasta este *metoda experimentală.*

Cercetătorul pune naturii o serie de întrebări, în condiţiile cele mai favorabile pentru dînsul, şi caută răspunsul cuvenit, ca să descopere legea fenomenului cercetat.

Metodele de cercetare în fizică sînt: experienţa de laborator, experienţa mintală şi calculul matematic, urmat de verificarea experimentală.

Alte ori, folosindu-se de date experimentale şi de legi deja cunoscute, el recurge la calculul matematic şi urmăreşte nu numai o interpretare mai adîncă a faptelor, dar şi descoperirea, pe cale *deductivă,* a altor fenomene, pe care încearcă apoi să le caute şi experimental.

Se înţelege însă de la sine că singură verificarea experimentală poate să decidă, în ultimă instanţă, dacă anumite *ipoteze* sau *reprezentări,* folosite în cursul raţionamentului, pot fi considerate ca valabile şi suficiente pentru a fundamenta o *teorie fizică.*

De multe ori, calculul matematic se sprijină şi pe aşa-numita *experienţă mintală,* care nu se execută în realitate, fiindcă se referă la condiţii ideale. O alegem însă în aşa fel încît rezultatele să poată fi prevăzute, din legile deja cunoscute.

Matematica este, pentru fizician, un instrument de lucru tot atît de preţios ca şi laboratorul, iar capitolele importante ale ei s-au creat nu independent, ci din nevoia de a reprezenta fenomenele fizice.

Matematica este, pentru fizician, un instrument de lucru şi nu un scop în sine.

E însă de la sine înţeles că fizicianul nu trebuie să vadă în formulele matematice numai simple simboluri abstracte, ci un rezumat în forma cea mai clară şi mai precisă, a desfăşurării fenomenelor.

§ 4. **Măsurile fizice.** Ca să putem formula o lege fizică printr-o relaţie cantitativă, trebuie să exprimăm întîi *mărimile* care intră în această relaţie şi apoi să le *măsurăm.*

[1]) În laboratoarele moderne de fizică, existenţa unui atelier de precizie, în stare să construiască pe loc aparatele şi dispozitivele noi, necesare cercetărilor, trebuie să intre pe primul plan al preocupărilor de organizare.

A măsura o mărime, înseamnă a determina de cîte ori este mai mare decît o unitate aleasă convențional.

A măsura o mărime, înseamnă a determina de cîte ori este mai mare decît altă mărime, de aceeași specie, aleasă convențional ca unitate.

Rezultatul măsurării se exprimă printr-un număr, urmat obligatoriu de numele sau de specificarea unității alese.

De pildă, dacă lungimea unui metru (m) intră de 7,25 ori în drumul parcurs de un mobil, vom spune că acel drum are 7,25 m.

Exprimat în această formă, rezultatul măsurării reprezintă o *mărime fizică:* lungimea drumului parcurs.

Dar dacă nu indicăm unitatea folosită, rezultatul 7,25 nu are sens fizic, ci reprezintă doar un *număr aritmetic abstract.*

Un număr, alături de care nu se indică unitatea de măsură, este abstract și nu are semnificație fizică.

Tot număr abstract este și raportul a două mărimi de aceeași specie, dacă nici una din ele n-a fost aleasă ca unitate de măsură.

De pildă, lungimea de 6 m, raportată la lungimea de 3 m, duce la numărul abstract 2, care nu este decît rezultatul unei împărțiri și deci nu reprezintă o mărime fizică.

Măsurări directe și indirecte. In unele cazuri, măsurarea unei mărimi se poate face *direct,* prin simpla comparație cu unitatea aleasă.

Măsurările fizice pot fi directe sau indirecte.

De cele mai multe ori însă, măsurările nu pot fi executate direct, ci apar ca rezultat al unui calcul, în care intră alte mărimi ce au fost măsurate.

De pildă, ca să cunoaștem volumul unei camere, trebuie mai întîi să-i măsurăm lungimea, lățimea și înălțimea.

Spunem atunci că am executat o *măsurare indirectă* sau o *determinare.*

§ 5. Erori de măsurare. Din cauza imperfecțiunii simțurilor, a aparatelor și a metodelor folosite, orice măsurare fizică implică *erori,* ce pot fi, eventual, micșorate, dar nu pot fi suprimate cu totul.

Aceste erori sînt de două feluri: *sistematice și accidentale.*

Orice măsurare fizică, directă sau indirectă, implică erori sistematice și accidentale.

Erorile sistematice se datoresc unei defectuoase etalonări a aparatelor de măsură, unor acțiuni exterioare permanente, de care nu s-a ținut seamă [1]), precum și anumitor cauze subiective, care constituie așa-numitul *factor personal* al cercetătorului.

Dacă le cunoaștem, sau le putem cunoaște, vom încerca să le reducem sau să le corectăm și *după aceea convenim să nu mai ținem seamă de ele.*

Erorile accidentale apar independent de erorile sistematice și pot fi micșorate prin perfecționarea metodelor sau aparatelor folosite.

Studiul lor amănunțit este o problemă de matematică, destul de complicată, care a fost rezolvată de *Gauss* [2]).

Ea iese din cadrul cărții de față și de aceea ne vom limita doar la cîteva noțiuni elementare, pe bază de exemple:

Cînd măsurăm, de pildă, lungimea unei camere, se poate să găsim, în patru operații consecutive, rezultatele:

6,44 m; 6,43 m; 6,46 m și, în sfîrșit, 6,45 m.

Aceasta nu înseamnă că, între timp, s-a schimbat lungimea camerei sau a instrumentului de măsură și, totuși, experiența ne arată că rezultatele sînt *apropiate,* dar nu și *concordante.* Eventualele concordanțe nu ar fi decît o *simplă întîmplare.*

In aceste condiții, fiindcă nu putem decide care din datele obținute reprezintă *adevărata* lungime l a camerei, *obișnuim să luăm, ca rezultat final, media aritmetică a rezultatelor* și vom spune că:

$$l = \frac{6{,}44 + 6{,}43 + 6{,}46 + 6{,}45}{4} = 6{,}44 \text{ m}.$$

---

[1]) Unele măsurări pot fi deranjate de schimbarea temperaturii sau a presiunii atmosferice, altele de influențe magnetice sau electrice și chiar de fenomene necunoscute. Cauzele de eroare sistematică sînt cu atît mai greu de găsit și de înlăturat, cu cît precizia dorită este mai mare.

[2]) *Carl Friedrich Gauss* (1777—1855) fizician german, fost profesor la Göttingen.

Acest număr nu reprezintă lungimea de măsurat mai exact decît oricare din datele obţinute experimental, dar ne permite să le considerăm laolaltă ca egal de valabile şi să nu favorizăm pe nici una din ele.

Media aritmetică a mai multor măsurări consecutive duce la un rezultat cu atît mai probabil exact, cu cît numărul determinărilor este mai mare.

Dacă facem cît mai multe determinări, avem din ce în ce mai multe şanse ca erorile comise *în plus ori în minus*, faţă de valoarea *reală* de măsurat, să se compenseze reciproc.

Neglijînd erorile sistematice, *media aritmetică reprezintă atunci un rezultat cu atît mai probabil exact, cu cît numărul determinărilor este mai mare.*

Să considerăm acum o mărime a, pe care vom presupune că o cunoaştem *exact* şi să luăm, la întîmplare, unul din rezultatele a', obţinute în cursul măsurărilor făcute.

Dacă a este mărimea exactă şi $a \pm \Delta a$ rezultatul unei singure măsurări, Δa reprezintă eroarea absolută individuală, iar $\Delta a/a$ eroarea relativă.

Prin definiţie, diferenţa între a şi a', pe care o vom nota cu Δa, reprezintă *eroarea absolută individuală* a măsurării efectuate, iar raportul $\Delta a/a$ *eroarea relativă corespunzătoare* [1]).

În realitate nu cunoaştem însă valoarea exactă a şi de aceea nu putem cunoaşte nici pe Δa.

Teoria erorilor ne permită însă ca, după un număr cît mai mare de determinări, să cunoaştem, dacă nu eroarea absolută Δa, cel puţin *eroarea probabilă* δa [2]), comisă după ce facem media aritmetică a rezultatelor, precum şi *eroarea relativă probabilă* $\delta a/a$, care defineşte, de fapt, *gradul de precizie* al măsurărilor.

In aceste condiţii, dacă media aritmetică a rezultatelor parţiale ar fi a_m, putem afirma că valoarea *exactă*, dar necunoscută, a, este cuprinsă între limitele $a_m - \delta a$ şi $a_m + \delta a$ şi vom scrie că

$$a = a_m \pm \delta a.$$

[1]) Δ = literă mare a alfabetului grecesc. Se citeşte *delta*.
[2]) δ = literă mică grecească, corespunzătoare lui Δ.

Noțiunile simple de mai sus duc la unele consecințe practice deosebit de folositoare, și anume:

1) *Este absurd ca, în expresia unui rezultat numeric experimental, să păstrăm mai multe zecimale decît implică precizia determinării făcute.*

Exemplu: In calcularea mediei aritmetice a rezultatelor parțiale, obținute din măsurarea lungimii camerei, am dat mai sus rezultatul final 6,44 m, fiindcă nu ar avea nici un sens ca, prin continuarea împărțirii, să dăm rezultatul 6,445, cîtă vreme și a doua zecimală este nesigură.

Precizia sau eroarea relativă a acestei măsurări este deci cuprinsă între 0,01/6,44 și 0,01/6,45, adică de ordinul a 1,5/1 000.

In măsurările fizice, precizia depășește 1/1 000 numai în cazuri excepționale. Cu această precizie, presupunînd că anumite măsurări și calcule au dus la rezultatul final 496,843 3, va trebui să scriem numai 496,8 fiindcă nesiguranța apare chiar de la cifra a patra.

2) *Felul de a scrie rezultatul unei măsurări trebuie să conțină implicit gradul ei de precizie.*

Exemplu: Dacă scriem că rezultatul final este 14,43 arătăm implicit că eroarea probabilă este de ordinul a 0,01 și eroarea relativă mai mică decît 1/1 000. Dacă am fi scris 14,430 0 însemna că eroarea probabilă este de ordinul a 0,000 1 și eroarea relativă mai mică decît 1/100 000.

3) La măsurile indirecte calculul riguros al erorii probabile depășește cadrul acestui manual.

Menționăm numai că *precizia rezultatului final nu poate fi mai mare decît a măsurărilor intermediare, din care-l deducem.*

4) In operațiile aritmetice pe care le facem, obținem însă de multe ori un număr prea mare de zecimale, ceea ce implică o muncă inutilă. La întrebarea — *cîte zecimale trebuie să păstrăm?*, se poate răspunde cu următoarea regulă simplă:

Ca să putem da rezultatul final cu n cifre semnificative, trebuie să păstrăm $n+2$, în calculele intermediare.

Exemplu: Dimensiunile unui paralelipiped fiind 4,35 cm, 6,43 cm și 6,11 cm, rezultatul final, în calculul volumului, nu poate să depășească gradul de precizie al datelor, adică trei cifre semnificative. In calculele intermediare va trebui deci să păstrăm cinci.

Prin urmare:

$$V=4{,}35 \cdot 6{,}43 \cdot 6{,}11=27{,}970 \cdot 6{,}11=171\ \text{cm}^3$$

și ar fi fost inutil să scriem că $V=170{,}896\,7\ \text{cm}^3$, numai ca să respectăm toate zecimalele din calcul.

§ 6. **Stabilirea legilor fizice.** Dacă valoarea unei mărimi a depinde de alte mărimi x, y, z etc., spunem că a este o *funcție* de aceste mărimi, pe care le numim *variabile independente* și scriem, simbolic,

$$a=f(x, y, z, \ldots).$$

De pildă, știind că presiunea p a unui gaz depinde de volumul V și de temperatura t, vom scrie că:

$$p=f(V, t).$$

A cerceta o lege fizică înseamnă a căuta relația de interdependență dintre a și variabilele respective specificate.

Pentru simplificare, separăm de obicei problema în *etape* și admitem, rînd pe rînd, că toate variabilele se mențin constante, afară de una. De pildă, în cazul gazului, păstrăm întîi *temperatura* constantă și studiem relația:

$$p=f(V),$$

apoi menținem *volumul* constant și cercetăm relația:

$$p=f(t).$$

Dacă lucrăm experimental, obținem, pentru fiecare serie de măsurări, cîte o *tabelă de date*, care cuprinde, într-o coloană, valorile funcției, iar în alta valorile date variabilei.

Trecem apoi la o *reprezentare grafică*, prin axe de coordonate, de obicei rectangulare și luînd pe abscisă segmente proporționale cu variabila independentă, iar pe ordonată segmente proporționale cu valorile respective ale funcției, avem o serie de puncte A, B, C, D etc., prin care trasăm *curba reprezentativă* a fenomenului (fig. 1).

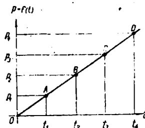


Fig. 1. Variația presiunii unui gaz în funcție de temperatură.

Odată curba trasată, dispunem de o primă indicație, ca bază de plecare, pentru interpretarea și înțelegerea mai aprofundată a desfășurării proceselor, pentru veri-

ficarea unei teorii existente sau pentru elaborarea unor interpretări teoretice care, la rîndul lor, implică alte verificări experimentale.

In practică, din pricina erorilor de măsurare, punctele figurative nu se înşiră niciodată cu regularitatea ideală din fig. 1, aşa că sîntem nevoiţi să trasăm curba nu *peste ele*, ci *printre ele*, aşa cum arată fig. 2.

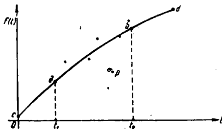


Fig. 2. Curba experimentală a relaţiei $y=f(t)$.

Probabilitatea ca o asemenea curbă, corectată, să reprezinte cît mai fidel aspectul fenomenului depinde de gradul de precizie atins şi de numărul sau desimea punctelor figurate.

Cu toată incertitudinea traseului, ea prezintă totuşi următoarele avantaje:

1. Ne permite să avem o vedere de ansamblu asupra fenomenului.

2. Scoate în evidenţă unele particularităţi sau ne atrage atenţia asupra măsurărilor defectuoase.

De pildă punctul *p*, care se abate de la traseu mai mult decît celelalte, ne spune că sau a intervenit o eroare, sau că este vorba de anumite fapte particulare, ce trebuiesc urmărite prin repetarea şi îndesirea măsurărilor.

3. Ne permite să aflăm, prin *interpolare* (punctele *a* şi *b*) sau prin *extrapolare* (punctul *c*) valori ale funcţiei care nu figurează în tabela datelor experimentale [1]).

[1]) Extrapolarea este mai puţin precisă decît interpolarea, fiindcă se sprijină pe ipoteza, încă necontrolată, că forma generală a curbei se menţine şi în afara limitelor între care a fost cercetată. De aceea nu recurgem la extrapolare decît în cazuri cu totul excepţionale.

MĂRIMI FUNDAMENTALE

§ 7. **Lungimea.** Progresele vieții economice au impus, de timpuriu, fixarea unor unități de lungime, sau *etaloane*, care se păstrau în temple, în palatele regilor sau în locuri anumite, cunoscute numai de inițiați.

Alegerea lor s-a făcut arbitrar, prin comparație cu dimensiunile corpului omenesc: *pas, picior, deget, cot* etc., fiindcă, în timpurile și mai vechi, aceste dimensiuni erau, probabil, efectiv întrebuințate în tranzacțiile comerciale [1]).

Aceste unități de măsură s-au păstrat încă și astăzi, prin tradiție, dar aceleași nume se referă adesea la lungimi care diferă de la o țară la alta și chiar în cuprinsul aceleiași țări.

Pentru a pune capăt acestei nepotriviri, o conferință internațională, întrunită la *Paris*, în 1889, a statornicit, ca unitate definitivă de lungime, *distanța*, la 0 °C, *între două linii fine, trase pe o riglă de platină iridiată* [2]).

Metrul-etalon internațional se păstrează la Sèvres și reprezintă distanța, măsurată la 0 °C, între două trăsături fine, pe o riglă metalică de platină iridiată.

Această riglă a rămas în păstrarea biroului internațional de măsuri și greutăți de la *Sèvres*, lîngă Paris, și reprezintă *metrul-etalon internațional.*

Forma ei, studiată așa ca să opună maximum posibil de rezistență la îndoire, cu minimum de material, se prezintă așa cum arată fig. 3.

---

[1]) Se pare că, totuși, babilonienii și alte popoare cu care aveau relații de comerț adoptaseră, printr-un fel de acord tacit, ca unitate comună de lungime, latura unui cub care putea să conțină un *talant* de apă, adică 26,2 kg.

[2]) Iridiul este cel mai dur dintre metale. Aliajul din care s-a făcut metrul-etalon conține 10% iridiu și 90% platină.

După această riglă s-au făcut copii, ce au fost distribuite tuturor țărilor care au aderat la convenție.

Problema alegerii cît mai raționale a etalonului de lungime a fost îndelung dezbătută, fiindcă, în principiu, trebuia legată de un fenomen natural, care să poată fi reprodus oricînd și măsurat cît mai precis.

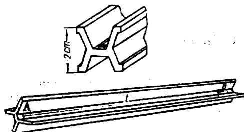


Fig. 3. Metrul etalon internațional.

Pe la 1790 s-a încercat să se introducă în Franța, ca etalon de măsură, lungimea unui pendul care bate secunda, la latitudinea de 45°, așa cum propusese *Huyghens* încă din 1644.

O comisie, instituită în 1791, de Adunarea Constituantă, din care făceau parte cei mai de seamă învățați ai Franței, a găsit însă că această definire indirectă a unității de lungime nu este avantajoasă și a propus ca ea să fie aleasă prin comparație cu meridianul care trece prin **Paris.**

Aceeași comisie a mai propus ca împărțirea cercului să nu se mai facă în 360°, ci în 400°, iar gradul să aibă 100 de minute și minutul 100 de secunde.

Cercul complet ar fi avut, prin urmare, 4 000 000 de secunde, iar unitatea de lungime, numită *metru*, trebuia să aibă lungimea unui arc de meridian de 0,1 secunde.

Noua împărțire a cercului, deși mult mai rațională, n-a intrat în uz, așa că a rămas mai departe vechea împărțire *sexagesimală*, moștenită tocmai de la sumerieni.

Totuși, pe baza ei, metrul a fost definit ca a zecea milioana parte din sfertul lungimii meridianului care trece prin Paris.

Legarea etalonului de lungime de dimensiunile globului pămîntesc a fost justificată și de marile progrese pe care le făcuse mecanica cerească în acea epocă.

A urmat o serie de determinări geodezice ale lungimii meridianului, de la Dunkerque la Barcelona, care au durat mai mulți ani și apoi s-a construit o riglă de platină, pe care Adunarea Națională a legiferat-o, în 1799, ca *metru adevărat și definitiv*. Pe dînsa era gravat: *„pentru toate timpurile și pentru toate popoarele"*.

Determinări mai precise, făcute ulterior de *Bessel*[1]), au arătat însă că, față de „metrul adevărat", care se păstra pe atunci la arhivele din Paris, lungimea sfertului de meridian este de 10 000 856 m[2]).

---

[1]) *Friedrich Wilhelm Bessel* (1784—1846), astronom și matematician de vază, fost profesor la universitatea din Königsberg (în prezent Kaliningrad).

[2]) 10 001 846 m, după cele mai recente determinări.

Dar cum nu avea nici un sens ca etalonul, o dată stabilit, să tot fie modificat la fiecare determinare, mai precisă decît cele anterioare, şi nici nu este probabil ca dimensiunile globului să rămînă strict invariabile cu timpul, el a fost menţinut mai departe şi, totuşi, considerat ca definitiv.

De la 1840, metrul-etalon şi sistemul metric au devenit obligatorii în Franţa. Apoi, diferite conferinţe internaţionale de metrologie au dus, treptat, la convenţia înfiinţării, în 1875, a unui *birou internaţional de măsuri şi greutăţi* cu sediul la *Sèvres* lîngă Paris şi cu misiunea de a construi prototipuri, de a pune cîte o copie la dispoziţia statelor aderente, de a controla periodic aceste copii şi de a perfecţiona metodele de comparaţie.

Rigla de platină, veche de aproape 100 de ani, a fost înlocuită cu alta, de aceeaşi lungime, dar făcută dintr-un material mai dur şi sub o formă mai rezistentă la îndoire.

Ratificarea definitivă a prototipurilor construite s-a făcut la amintita conferinţă internaţională, întrunită la Paris, în 1889.

Ţara noastră a aderat, încă din 1881, la convenţia metrului şi a primit copia respectivă.

La controlul făcut în 1921, s-a constatat că toate copiile făcute sînt exacte, cu o eroare de cel mult $\pm 0{,}5\,\mu$[1]).

Fiindcă nu ştim încă dacă nu cumva metalele, după o depozitare foarte îndelungată, nu-şi modifică dimensiunile geometrice, în urma fenomenelor lente de cristalizare internă, şi pentru a evita complicaţiile ce ar putea să intervină prin deteriorarea accidentală a etalonului de la Sèvres, s-a căutat un mijloc de a-l reconstitui, la nevoie.

Fizicienii *Fabry* şi *Pérot*[2]) au găsit o metodă deosebit de precisă pentru determinarea lungimii de undă a liniei roşii din spectrul cadmiului.

În aer uscat, la presiunea normală şi temperatura de 0 °C, ea este de $0{,}643\,850\,3\,\mu$.

În acelaşi scop mai folosim acum şi o anumită linie verde din spectrul mercurului de masă atomică 198. Lungimea de undă a acestei linii este de $0{,}546\,075\,3\,\mu$.

În situaţia de faţă, reconstituirea metrului-etalon este oricînd posibilă, cu o eroare de cel mult $\pm 0{,}01\,\mu$.

Aşa s-a îndeplinit, în sfîrşit, condiţia, pusă chiar de la început, ca etalonul de lungime să fie legat de o constantă naturală, pe care să o putem determina destul de precis.

---

[1]) μ = literă mică a alfabetului grecesc. Se citeşte *micron* şi reprezintă miimea de milimetru.

[2]) *Charles Fabry* (născut în 1867), fost profesor la universitatea din Paris.

Alfred Pérot (născut în 1863), fost profesor la şcoala politehnică din Paris.

Metrul are diferiţi multipli şi submultipli, dintre care următorii sînt cei mai obişnuiţi:

kilometrul (km) $= 10^3$ m $= 10^5$ cm
centimetrul (cm) $= 10^{-2}$ m
milimetrul (mm) $= 10^{-3}$ m $= 10^{-1}$ cm
micronul (μ) $= 10^{-6}$ m $= 10^{-4}$ cm
milimicronul (mμ) $= 10^{-9}$ m $= 10^{-7}$ cm
ångströmul (Å) [1] $= 10^{-10}$ m $= 10^{-8}$ cm (în spectroscopie)
micromicronul (μμ) $= 10^{-12}$ m $= 10^{-10}$ cm
unitatea X (U.X) $= 10^{-13}$ m $= 10^{-11}$ cm (în razele X).

Cu ajutorul unităţilor de lungime se definesc apoi unităţile

de *arie:* km^2, m^2, cm^2 etc.
şi de *volum:* m^3, dm^3, cm^3 etc.

Submultiplii mai mici decît milimetrul nu se întrebuinţează în cazul acesta [2].

Tot cu unităţile de lungime putem exprima şi *unghiurile la centru:*

Dacă r este raza cercului şi l lungimea arcului respectiv, avem unghiul la centru

$$\alpha^{3)} = \frac{l}{r} \cdot$$

El rezultă din raportul a două lungimi şi este deci un *număr abstract.*

Raportul dintre arc şi rază ne dă unghiul în radiani. Cercul complet are 2 π rad, iar 1 rad are 57°17'45".

Cînd arcul este egal cu raza cercului, $\alpha = 1$ şi vom spune că unghiul la centru are *un radian* (rad).

Pentru cercul complet, vom avea deci:

$$\alpha = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ rad.}$$

[1]) După numele fizicianului suedez *Anders I. Ångström* (1814—1874).

[2]) Nu putem spune un *micron cub* sau un *ångström pătrat.*

[3]) α = prima literă a alfabetului grec. Se citeşte *alfa.*

Este uşor de calculat că un radian reprezintă 57°17′45″.

Normele STAS, din 1949, admit împărţirea cercului în 400 de grade. Unghiul drept are, prin această împărţire, 100 de grade centesimale, care se divid în cîte 100 de minute, iar minutul în 100 de secunde. Notările respective pentru acestea sînt: 1^g, 1^c şi 1^{cc}, iar gradul centesimal are $\pi/200$ radiani.

§ 8. Măsurarea lungimilor şi a unghiurilor. Măsurarea unei lungimi se poate face prin comparaţie cu orice riglă gradată, fie cu ochiul liber, fie cu instrumente măritoare.

Cînd precizia urmărită nu depăşeşte milimetrul, ne vom servi de o riglă gradată în milimetri; dacă este nevoie de o precizie mai mare, ne servim de *vernier*, de *şuruburi micrometrice*, de *calibre*, de *comparatoare* sau de alte instrumente speciale.

Vernierul este o mică rigletă, care lunecă în lungul riglei principale. Pe această rigletă, lungimea a $n-1$ diviziuni de pe rigla principală este împărţită în n diviziuni egale.

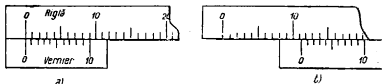


Fig. 4. Vernierul.

Rezultă că fiecare diviziune de pe vernier este cu $1/n$ mai mică decît diviziunile de pe riglă, socotite că au lungimea-unitate.

Pentru a înţelege mai lesne principiul funcţionării, să ne referim la fig. 4 *a*, în care lungimea a 9 diviziuni de pe riglă este împărţită în 10 părţi pe vernier.

Aici diviziunile vernierului sînt cu 1/10 mm mai mici decît ale riglei, aşa că numai începutul şi sfîrşitul lor coincid cu diviziunile de pe riglă. Dacă am vrea să coincidă altă diviziune, de pildă a patra, ar trebui să-l mutăm spre dreapta cu 4 zecimi de milimetru, iar pentru a noua, cu 9 zecimi.

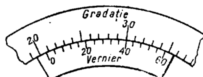


Fig. 5. Vernierul circular.

Se înțelege acum ușor de ce, în fig. 4 *b*, evaluăm deplasarea vernierului spre dreapta la 11,3 mm.

Acest vernier ne permite deci să apreciem zecimea de milimetru.

Există și alte combinații posibile, dintre care dăm numai cîteva exemple:

Lungimea vernierului	Numărul diviziunilor	Precizia
19 mm	20	1/20=0,05 mm
49 mm	50	1/50=0,02 mm
18 mm	20	1/10=0,1 mm.

Precizia nu poate depăși limita de la care ochiul nu mai poate distinge care este adevărata diviziune a vernierului, în coincidență cu alta de pe riglă.

Vernierul circular este construit pe același principiu și ne permite să apreciem fracțiunile de grad sau minut (fig. 5).

Iată cîteva din combinațiile posibile:

Gradația scalei în	Lungimea vernierului	Numărul diviziunilor	Precizia dată
grade	5 diviziuni	6	10 min
grade	29 diviziuni	30	2 min
1/2 grad=30′	29 diviziuni	30	1 min
1/6 grad=10′	29 diviziuni	30	20 sec.

Șurubul micrometric (fig. 6) este format dintr-un șurub cu pasul cunoscut, la care este adaptat un *tambur* gradat, ce se poate roti în fața unui reper *R*. Dacă pasul șurubului este de 1 mm, și tamburul este divizat în *n* părți egale, rotirea lui cu o diviziune face șurubul să înainteze cu 1/*n* mm.

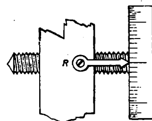


Fig. 6. Șurubul micrometric.

De obicei se dă șurubului fie pasul de 1 mm, fie acela de 0,5 mm, iar tamburul se gradează, după cît e diametrul de mare, în 50, 100 sau 500 de părți.

Calibrul conic sau triunghiular servește pentru măsurarea diametrelor interioare.

Un con de oțel, sau o piesă triunghiulară poartă o serie de diviziuni, care arată grosimea în punctul respectiv (fig. 7).

Principiul este prea simplu ca să mai aibă nevoie de o explicaţie amănunţită.

Precizia este cu atît mai mare, cu cît unghiul de la vîrf este mai mic, dar practic nu este chiar atît de mare, fiindcă, dacă



Fig. 7. Calibru triunghiular.

unghiul este prea mic, forţa laterală de apăsare devine atît de mare, încît poate să dea naştere la deformări ale conturului de măsurat.

Singurul avantaj real constă numai în simplitatea şi rapiditatea operaţiei de măsurare.

Calibrele fixe se întrebuinţează în industrie pentru controlul rapid al pieselor metalice fabricate şi asigură o precizie mai mare de 1/1 000 mm.

Fig. 8 reprezintă unul din modelele curente.

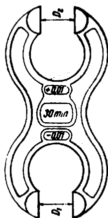


Fig. 8. Calibru industrial fix.

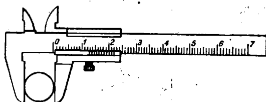


Fig. 9. Şublerul.

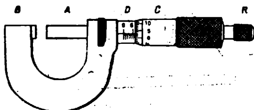


Fig. 10. Micrometrul.

Şublerul (sau compasul cu culisă) este construit aşa cum arată fig. 9 şi funcţionează pe principiul vernierului.

Pe o riglă gradată în milimetri, făcută din oţel dur şi terminată cu o talpă dreaptă, lunecă un cursor care poartă vernierul, şi o a doua talpă, ce se mişcă o dată cu dînsul.

Piesa de măsurat se introduce între cele două tălpi, apoi o strîngem uşor apropiindu-le şi citim diviziunile de pe riglă şi vernier.

Părţile superioare ale tălpilor, care lunecă una peste alta, servesc la măsurarea diametrelor interioare.

Micrometrul (sau palmerul) este construit aşa cum arată fig. 10 şi funcţionează pe principiul şurubului micrometric.

Obiectul de măsurat se introduce între vîrful tamburului *A* şi piesa de reazem *B*.

Piesa cilindrică *D* poartă diviziuni în milimetri, iar tamburul *C* este divizat în sutimi.

Rozeta *R*, care se roteşte o dată cu şurubul, dar nu este legată rigid de dînsul, ne permite să evităm erorile ce ar proveni din forţarea şurubului. La un efort prea mare, ea începe să lunece.

Sferometrul serveşte, după cum arată şi numele, la determinarea razei sferelor sau calotelor sferice, dar poate fi întrebuinţat şi la măsurarea directă a grosimilor.

El este construit aşa cum arată fig. 11, şi se bazează pe principiul şurubului micrometric.

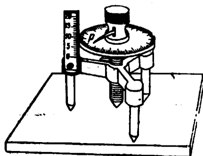


Fig. 11. Sferometrul.

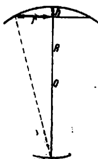


Fig. 12. Raza unei calote sferice.

Cînd picioarele sînt aşezate pe o suprafaţă plană, iar şurubul ajunge în contact cu dînsa, tamburul arată diviziunea zero.

Dacă se introduce sub șurub grosimea de măsurat, scala verticală ne dă milimetrii sau jumătățile de milimetru, după cum este pasul șurubului, iar tamburul gradat ne dă fracțiunile, în unele modele pînă la 1/1 000 mm.

Ca să putem evita erorile ce ar putea să provină dintr-o eventuală forțare a șurubului, o pîrghie P este așa fel articulată, încît începe să se ridice automat cînd vîrful ascuțit ajunge în contact cu obiectul de sub el.

Tot așa se procedează cînd vrem să măsurăm raza unei calote sferice, de pildă a unei lentile concave sau convexe.

Referindu-ne la fig. 12, dacă notăm cu r raza cercului care trece prin cele trei picioare, cu h înălțimea calotei astfel delimitată și cu R raza sferei din care a provenit, avem

$$r^2 = h(2R-h),$$

sau, dacă dezvoltăm și apoi neglijăm termenul h^2, în comparație cu $2Rh$, găsim că:

$$R \approx \frac{r^2}{2h},$$

iar aproximația făcută este cu atît mai bună, cu cît raza de măsurat a calotei este mai mare.

§ 9. **Forța.** Noțiunea de forță (F) o căpătăm din viața de toate zilele, prin simțul muscular.

Cînd ridicăm un obiect, exercităm o forță și simțim cum obiectul apasă în palmă cu altă forță, pe care o numim *greutate*.

Cînd sprijinim cotul de masă, de asemenea dezvoltăm o forță, la care masa opune altă forță, pe care o numim *rezistență* sau *reacțiune*.

La fel se întîmplă dacă apăsăm palma dreaptă pe palma mîinii stîngi: fiecare mînă dezvoltă atunci o forță și simte opunerea celeilalte.

Dacă încercăm să întindem un resort, sau dacă îndoim o riglă de lemn, simțim și aici o rezistență, cu atît mai mare cu cît împingem deformarea mai departe.

În sfîrșit, cînd vrem să oprim un vehicul, sau un corp care se mișcă, or dacă încercăm să-l deviem din drumul lui, sau să-l facem să se miște din ce în ce mai repede, după ce l-am scos din repaus, *adică să-i modificăm, într-un fel oarecare, starea lui de mișcare*, întîmpinăm totdeauna o rezistență și trebuie să dezvoltăm un efort muscular.

Din exemplele date, noţiunea de forţă apare deocamdată ca *subiectivă*, fiindcă se referă la efortul muscular şi la senzaţia de rezistenţă întîmpinată.

Ea devine însă *obiectivă*, imediat ce observăm că acţiuni analoge cu efortul muscular există şi în lumea exterioară, ca însuşiri ale materiei.

Sub acţiunea greutăţii proprii, care e tot o forţă, vehiculul se opreşte de la sine, cînd urcă o pantă, sau porneşte din ce în ce mai repede la vale; iar ca să întindem resortul sau să îndoim rigla nu e neapărată nevoie de un efort muscular. Putem atîrna de ele o greutate şi aplicăm astfel o forţă, la care corpul deformat răspunde, ca şi mai înainte, cu altă forţă. Acţiunile noastre proprii sînt astfel înlocuite cu acţiunile altor corpuri, la care devenim simpli *observatori*.

Principiul cauzalităţii ne obligă atunci să admitem că orice deformare şi orice schimbare a stărilor de mişcare se datoresc unor forţe şi dau naştere altor forţe opuse.

Forţele sînt acţiuni analoge cu efortul muscular şi tind să producă deformări sau să modifice mişcarea corpurilor. Ele apar pe perechi, în acţiunea reciprocă dintre două corpuri.

Vom numi deci forţă orice acţiune capabilă să deformeze corpurile sau să le modifice mişcarea, cît şi orice rezistenţă la aceste schimbări.

Mai trebuie să adăugăm că *nici o forţă nu poate să existe singură.*

Forţele apar totdeauna *pe perechi*, între două corpuri diferite, sau între două părţi diferite ale aceluiaşi corp.

Tot principiul cauzalităţii ne obligă să admitem că, pe lîngă schimbarea dimensiunilor geometrice ale corpurilor, deformarea implică şi o schimbare a structurii lor interne, capabilă să le comunice însuşirea de a dezvolta forţe de opunere.

Vom spune că un corp deformat se găseşte într-o *stare de tensiune* şi că înaintea deformării se găsea în *stare de relaxare*.

Starea de tensiune dispare o dată cu deformarea, dar poate să dispară şi printr-un fenomen de *relaxare internă*, care se face într-un timp mai lung sau mai scurt. Corpul păstrează atunci parţial sau total, deformarea suferită şi nu mai tinde să revie la forma iniţială (v. § 83).

Aceasta se întîmplă mai ales la corpurile aşa-zise *moi* sau *plastice*: smoala, ceara, parafina, plumbul etc., dar proprietatea este generală şi toate corpurile cunoscute sînt mai mult sau mai puţin *plastice*, dacă le deformăm peste măsură, sau timp îndelungat.

Deocamdată, în cele ce urmează, nu vom ține seamă de aceste fenomene.

§ 10. **Măsurarea forțelor.** Fenomenele de deformare ne dau mijlocul cel mai simplu de a măsura forțele, adică de a le compara cu o unitate aleasă arbitrar.

Kilogramul-forță reprezintă aproximativ greutatea unui decimetru cub de apă luat la +4 °C, la nivelul mării și la latitudinea de 45°.

Vom conveni ca această unitate să fie, deocamdată, *kilogramul-forță*, adică greutatea aproximativă a unui decimetru cub de apă distilată, la temperatura de +4 °C, la nivelul mării și latitudinea de 45°.

Kilogramul-forța se notează cu *kgf*.

Mai tîrziu vom reveni asupra definiției de față și vom vedea că în fizică mai folosim și alte unități de forță.

Aparatele cu care măsurăm forțele se numesc *dinamometre* și tipul cel mai simplu constă dintr-un resort elicoidal de oțel *r*, prevăzut cu un cîrlig și cu o gradație în lungime (fig. 13 *a*).

De acest resort se atîrnă mai întîi greutăți cunoscute și se notează alungirile corespunzătoare cu Δl.

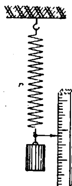


Fig. 13 a. Principiul dinamometrului.

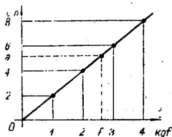


Fig. 13 b. Curba de etalonare a unui dinamometru.

Cu ajutorul datelor experimentale obținute, se trasează apoi o *curbă de etalonare,* așa cum arată fig. 13 *b*.

Această curbă este, de obicei, o dreaptă, care trece prin originea coordonatelor şi alungirile Δl sînt direct proporţionale cu greutăţile atîrnate, dacă evităm supraîncărcarea resortului.

Dacă acum, sub acţiunea unei forţe necunoscute, resortul capătă alungirea a interpolarea pe curbă ne permite să aflăm intensitatea p a acelei forţe.

De obicei, gradarea dinamometrelor se face direct în kilograme-forţă şi li se dă, între altele, aspectele din fig. 14.

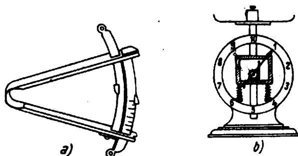


Fig. 14. Dinamometre.

Sub această formă ele sînt adesea întrebuinţate în gospodării, la cîntărit[1]).

Greutatea unui corp dat, adică forţa cu care-l atrage Pămîntul, depinde, între altele, de latitudinea geografică a locului în care ne găsim. Ea scade de la poli spre ecuator, din cauza turtirii globului sau a mişcării lui diurne de rotaţie şi este mai mare la nivelul mării decît pe munte, din pricina diferenţei de depărtare, faţă de centrul Pămîntului.

Peste aceste cauze de variaţie, se mai suprapun şi altele, despre care vom discuta mai tîrziu.

Dacă am defini kilogramul-forţă numai prin greutatea unui anume volum de apă, fără specificarea locului de observaţie, am avea o unitate variabilă cu locul, care n-ar mai putea fi admisă ca etalon. Acesta e motivul pentru care a trebuit să se aleagă, pentru referinţă, latitudinea de 45° şi nivelul mării.

De aici apare însă o nouă complicaţie: un dinamometru gradat la această latitudine va indica, pentru unul şi acelaşi obiect, greutăţi diferite, la latitudini sau înălţimi diferite, aşa că va trebui să facem cuvenita corecţie a erorilor sistematice.

---

[1]) Folosirea lor în comerţ nu este permisă, din cauza eventualelor deformaţii permanente ale resortului şi fiindcă greutatea variază cu locul de observaţie.

In măsurările obişnuite, asemenea erori nu au prea multă importanţă pentru ţara noastră, fiindcă diferenţa de latitudine, faţă de 45°, e destul de mică. La Bucureşti ele ating abia 1/10 000, în valoare relativă.

Afară de kilogramul-forţă, putem folosi multiplii şi submultiplii lui, în special *tona-forţă* (tf), *gramul-forţă* (gf) şi *miligramul-forţă* (mgf).

§ 11. **Masa.** Dacă transportăm un corp oarecare, dintr-un loc in altul, greutatea lui poate să varieze o dată cu atracţia Pămîntului, *dar corpul însuşi nu suferă nici o schimbare cantitativă, cîtă vreme nu adăugăm nici nu scoatem nimic material din el.*

Va trebui deci ca la orice corp să deosebim *două mărimi*

Masa rămîne invariabilă şi depinde de cantitatea de materie, pe cînd greutatea variază cu locul.

1. *Una care rămîne cantitativ constantă şi se numeşte masă* (*m*).

2. *Alta, care variază cu locul şi se numeşte greutate* (*G*).

Masa depinde de cantitatea de materie pe care o conţine corpul, iar greutatea este forţa cu care Pămîntul atrage această masă.

În general, două corpuri date au mase diferite, cînd, în acelaşi loc de observaţie, unul din ele este mai greu decît celălalt.

Masele sînt direct proporţionale cu greutăţile şi pot fi comparate prin cîntărire.

Masele sînt, în acest caz, direct proporţionale cu greutăţile relative.

Cînd corpurile sînt deopotrivă de grele, masele sînt egale, chiar dacă volumele ar fi diferite.

Odată cu greutăţile, *masele pot fi comparate prin simplă cîntărire.*

Spre deosebire de noţiunile de forţă şi greutate, de care oamenii s-au servit încă din timpuri foarte îndepărtate, noţiunea de masă îşi face apariţia în fizică abia în a doua jumătate a veacului al XVII-lea, prin lucrările lui *Newton* [1]) care, pentru prima dată, a înţeles că *orice corp trebuie caracterizat printr-o anumită mărime fizică, proporţională cu greutatea, dar diferită de greutate.*

---

[1]) *Isaac Newton* (1642—1727). Vestit matematician, astronom şi fizician englez, considerat ca fundatorul mecanicii clasice, numită şi *newtoniană*. A descoperit legile atracţiei universale, care stau la baza astronomiei moderne, a inventat calculul diferenţial şi s-a ilustrat, între altele, prin cercetări fundamentale asupra luminii.

Totuşi, el nu izbuteşte să dea o definiţie corectă acestei mărimi, cînd scrie că masa este *cantitatea de materie* a unui corp, ***exprimată prin produsul dintre volum și densitate.***

Prima greşeală este că masa nu e chiar cantitatea de materie, pe care nu o putem evalua, ci depinde numai, într-un fel oarecare, de cantitatea de materie aglomerată.

A doua greşeală este o *tautologie*[1]) fiindcă, deşi masa e, în adevăr, dată de produsul dintre volum şi densitate, acest produs nu o poate defini, ştiind că densitatea, la rîndul ei, se exprimă doar prin masa unităţii de volum.

In cap. III *Dinamica*, vom da o definiţie mai corectă. Menţionăm însă, de la început, că atît noţiunea de masă, cît şi aceea de forţă, sînt în realitate mult mai complexe.

§ 12. **Conservarea masei.** *Masa unui corp, sau a unui sistem de corpuri este constantă, cîtă vreme nu intervin nici un fel de schimburi materiale cu exteriorul.*

Masa oricărui sistem închis este constantă.

Această lege, a *conservării masei,* a fost întrevăzută de *M. V. Lomonosov*[2]) în 1748 şi completată mai tîrziu de *Lavoisier*[3]), prin cunoscutele lui cercetări asupra fenomenelor de oxidare.

In fizică, orice sistem care satisface condiţia de a nu suferi schimburi materiale cu exteriorul se numeşte *sistem izolat* sau *sistem închis.*

Legea conservării masei a fost verificată prin cercetări meticuloase, în cele mai variate cazuri posibile, şi cu metode de cîntărire ce merg pînă la precizia de $1/10^9$ din masa totală.

Nici schimbările de stare, nici reacţiile chimice oricît de violente, nu au permis încă să constatăm o variaţie de masă mai mare decît acelea care se încadrează în erorile experimentale.

Anumite procese, ce se petrec în lumea atomilor, principiul relativităţii şi legătura dintre masă şi energie, despre care vom discuta mai tîrziu, ne vor arăta în ce măsură această lege trebuie completată.

---

[1]) In logică, se numeşte *tautologie* sau *cerc vicios* orice raţionament în care se dă ca dovadă tocmai ceea ce trebuie demonstrat.

[2]) *Mihail Vasilievici Lomonosov* (1712—1765) este părintele şcoalei ruse de fizică şi chimie. In fizică s-a ilustrat mai ales prin concepţiile lui înaintate asupra structurii materiei şi prin cercetări fundamentale în căldură, optică şi electricitate.

[3]) *Antoine Laurent Lavoisier* (1743—1794). Fizician şi chimist francez, considerat ca unul din principalii fundatori ai chimiei moderne. A fost ghilotinat în timpul revoluţiei.

De remarcat că, aproape cu 1 000 de ani înaintea lui Lavoisier, fenomenele de ardere au fost interpretate corect de alchimistul chinez *Mao-Hoa*

Deocamdată o vom considera ca perfect valabilă, sub forma enunţată, în toate fenomenele ce decurg la scara şi în condiţiile obişnuite, adică în tot domeniul aşa-numitei *mecanici clasice* sau *newtoniene*.

§ 13. **Etalonul de masă,** ratificat prin convenţia de la Paris, odată cu etalonul de lungime, adică în 1889, *este un cilindru de platină iridiată, cu marginile rotunjite şi se numeşte kilogram internaţional* (kg).

Etalonul internaţional de masă se numeşte kilogram şi se păstrează la Sèvres. El reprezintă aproximativ masa unui decimetru cub de apă distilată, la +4 °C şi este un cilindru de platină iridiată.

El se păstrează la *Sèvres* şi reprezintă aproximativ masa unui decimetru cub de apă distilată, luat la temperatura de +4 °C.

Copii după acest etalon au fost repartizate tuturor ţărilor care au aderat la sistemul metric.

Kilogramul are diferiţi multipli şi submultipli, dintre care cei mai curenţi în practică sînt:

tona (t)	$= 1\,000$ kg $= 10^6$ g	
decagramul (dag)	$= 10^{-2}$ kg $= 10$ g	
gramul (g)	$= 10^{-3}$ kg	
decigramul (dg)	$= 10^{-4}$ kg $= 10^{-1}$g	
centigramul (cg)	$= 10^{-5}$ kg $= 10^{-2}$g	
miligramul (mg)	$= 10^{-6}$ kg $= 10^{-3}$g	
microgramul (γ)[1]	$= 10^{-9}$ kg $= 10^{-6}$g	(în analize chimice).

Odată lămurită problema etalonului de masă, mai rămîn de făcut unele precizări şi anume:

1. Unitatea de masă (kilogramul) şi unitatea de forţă (kilogramul-forţă) poartă nume asemănătoare.

Kilogramul-masă şi kilogramul-forţă se referă la mărimi fizice diferite.

Ca să nu rezulte confuzii, nu trebuie să uităm că, în timp ce *kilogramul reprezintă masa* etalonului de la Sèvres, *kilogramul-forţă reprezintă greutatea* acelui etalon, dacă l-am duce la nivelul mării şi la latitudinea de 45°.

2. În lungul acestor paralele geografice, masa şi greutatea unui corp se exprimă prin acelaşi număr, dar, la alte latitudini

[1]) γ=literă mică grecească. Se citeşte *gama*.

sau înălţimi, valorile lor numerice vor fi diferite. Faptul se datoreşte numai modului special în care am ales unitatea de forţă, iar egalitatea numerică nu implică nicicum o egalitate fizică, ci doar o simplă proporţionalitate, în care raportul este 1.

3. Pentru a nu mai folosi aceeaşi denumire, s-a propus, pentru kilogramul-forţă (kgf) numele de *kilopond* (kp), iar în U.R.S.S. acela de *kilograv* (kv). Nici una din aceste propuneri n-a fost încă adoptată legal, cu toate că sînt perfect justificate.

4. Cu ajutorul etalonului de masă, putem defini corect *unitatea de capacitate* volumetrică, numită *litru*.

Un litru de apă distilată are, la +4 °C, exact masa de un kilogram.

Un litru este volumul de apă distilată care, la temperatura de +4 °C, are exact masa de un kilogram. El nu reprezintă deci decît *aproximativ* capacitatea unui decimetru-cub.

5. Alegerea etalonului de masă a mers în paralel cu a unităţii de lungime, de care trebuia să fie direct legată, dacă se putea realiza condiţia ca el să aibă exact masa unui decimetru-cub de apă distilată, la +4 °C.

În faptă, etalonul de la Sèvres are cu 27 mg mai puţin, după ultimele determinări făcute, aşa că definirea lui prin masa unui anumit volum de apă nu mai este decît aproximativă. Altfel ar fi fost mereu legată de perfecţionarea metodelor de măsură.

§ 14. **Noţiunea de timp.** *Timpul (t) este o mărime fizică ce caracterizează succesiunea fenomenelor materiale.*

Timpul caracterizează succesiunea fenomenelor materiale.

El se exprimă în diferite unităţi: mileniu, secol, an, zi etc., dar unitatea ştiinţifică este *secunda* (s).

O secundă reprezintă 1/86 400 din durata unei zile solare mijlocii.

Anul tropic are 365,242 zile solare mijlocii şi fiecare din ele cuprinde cîte 86 400 s.

Cum în cursul unui *an tropic*, adică în timpul unei revoluţii complete în jurul Soarelui, Pămîntul se roteşte de 365,242 ori în jurul axei lui, înţelegem prin *zi solară mijlocie* 1/365,242 din durata anului tropic.

Nu trebuie să confundăm ziua solară mijlocie, astfel definită, pe care o mai numim şi *zi civilă*, cu *ziua solară adevărată*, definită prin intervalul de timp dintre două treceri consecutive ale Soarelui, la meridianul locului.

Din cauza rotaţiei neuniforme a Pămîntului pe orbită, care se suprapune peste rotaţia diurnă, aceste treceri nu se mai produc la intervale riguros egale, aşa că *ziua solară adevărată variază cu anotimpul, pe cînd ziua civilă e constantă.*

Pentru măsurarea timpului, ne putem servi de pendul, ale cărui oscilaţii se repetă după intervale egale, de cronometre, de diapazoane, care dau un număr cunoscut de vibraţii pe secundă şi, în genere, de orice fenomene cu durată ştiută.

Succesiunea şi repetarea periodică a zilelor şi nopţilor, precum şi a fenomenelor climatologice, au dat omului, încă din timpuri străvechi, o primă noţiune despre scurgerea timpului.

O indicaţie mai precisă a venit apoi din observarea mişcării aparente a Soarelui şi a stelelor, pe bolta cerească, de unde, treptat, s-a născut *astrologia* şi apoi *astronomia*.

Herodot ne spune că împărţirea zilei în 24 de ore vine de la sumerieni şi că tot ei au inventat primele ceasuri, cu care timpul se putea evalua prin cantitatea de apă ce curgea dintr-un vas găurit. Grecii le-au numit *clepsidre*.

In timpul babilonienilor apare apoi *ceasul solar*, pe care-l numim *gnomom*.

Aici ora poate fi cunoscută fie prin direcţia, fie prin lungimea umbrei unui baston vertical (fig. 15 *a*).

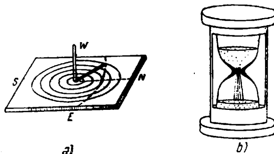


Fig. 15. Gnomom şi clepsidră.

Se pare că obeliscurile din Egipt nu erau simple monumente fără utilitate practică. Ele serveau ca imense ceasuri de soare şi, cînd unele din ele au fost aduse în Europa, li s-a dat aceeaşi întrebuinţare.

Gnomomul şi clepsidra, uneori sub forme deosebit de ingenioase, au rămas, pînă prin veacul al XVII-lea, singurele ceasuri cunoscute. Nici astăzi

n-au fost părăsite cu totul, fiindcă mai găsim încă ceasuri de soare iar clepsidrele sînt adesea folosite în gospodării, numai că apa este înlocuită cu nisip (fig. 15 *b*).

Prima metodă comodă şi precisă de măsurare a timpului apare odată cu lucrările lui *Galileu*[1]) asupra oscilaţiilor pendulului şi datează de la sfîrşitul veacului al XVI-lea.

In fine, pe la 1657, *Huyghens*[2]) construieşte părintele ceasurilor de astăzi, făcînd ca oscilaţiile pendulului să fie întreţinute prin căderea lentă a unei greutăţi.

Tehnica orologeriei s-a dezvoltat apoi rapid, odată cu perfecţionarea mijloacelor de prelucrare mecanică fină şi, în prezent, graţie aliajelor speciale cu dilatare foarte mică la încălzire, pendulele astronomice obişnuite asigură o precizie de cîteva zecimi de secundă pe lună.

Cronometrele obişnuite, de buzunar, ne permit să măsurăm zecimea de secundă, dar există şi cronometre electrice, cu care putem aprecia miimea de secundă şi chiar milionimea.

In sfîrşit, folosind vibraţiile unei lame de cuarţ, menţinută la temperatură constantă, putem construi ceasuri speciale, care asigură precizia de $\pm$ 0,003 s pe lună, iar în ultimul timp chiar această precizie a fost depăşită de ceasurile cu substanţe radioactive.

De unde, altă dată, mişcarea stelelor ne permitea să reglăm ceasornicele, sîntem astăzi în măsură să controlăm această mişcare, cu ajutorul ceasornicelor.

UNITĂŢI FUNDAMENTALE DE MĂSURĂ

§ 15. **Sisteme de unităţi.** Exprimarea cantitativă a mărimilor fizice implică, de la început, alegerea unui *sistem de unităţi*.

Ar fi cu totul incomod să avem cîte o unitate particulară, pentru fiecare mărime în parte, definită independent de celelalte şi este mult mai simplu ca, folosind anumite ***relaţii cantitative***, să le exprimăm pe toate cu ajutorul unui număr cît mai restrîns de *unităţi fundamentale*.

De pildă, ca să măsurăm volumele şi suprafeţele, am putea să alegem arbitrar, ca unităţi independente, volumul unui pahar şi suprafaţa unei farfurii anumite, dar este mult mai comod să

---

[1]) *Galileo Galilei* (1564—1642). Fizician şi astronom, fost profesor la Pisa şi la Padova. A descoperit legile căderii corpurilor, legile pendulului şi o seamă de fenomene fundamentale în mecanică; a demonstrat existenţa greutăţii aerului, a construit prima lunetă astronomică şi a dat principiul termometrului.

A fost persecutat de inchiziţie şi obligat să abjure teoria heliocentrică, enunţată de *Copernic*, după care Pămîntul se roteşte în jurul Soarelui.

[2]) *Christian Huyghens* (1629—1695). Fizician şi matematician olandez, unul dintre fundatorii teoriei ondulatorii a luminii. A studiat şi formulat, pentru prima dată legile pendulului compus.

luăm un cub și un pătrat, cu latura egală cu unitatea de lungime, considerată ca fundamentală.

Metrul-cub și metrul-pătrat, astfel definite, nu mai sînt unități *independente*, ci unități *derivate*.

Unitățile fizice pot să derive din unitățile fundamentale de lungime, timp și masă sau forță. Cu ajutorul lor definim sistemele CGS, MKS și MKfS.

Folosind această metodă, se constată că toate unitățile fizice pot să derive din trei unități fundamentale, dintre care primele două sînt lungimea și timpul, iar a treia masa sau forța.

Rezultă astfel trei sisteme de unități fundamentale.

1. *Sistemul fizic* CGS, în care unitățile de bază sînt *centimetrul*, ***gramul*** și *secunda*.
2. *Sistemul practic* MKS, cu unitățile de bază ***metrul***, ***kilogramul-masă*** și *secunda*.
   Acestea trei sînt suficiente în mecanică, dar în alte capitole de fizică, din motive pe care le vom arăta la timpul lor, se mai adaogă și cîte o a patra unitate specială, pentru temperatura absolută, intensitatea de curent electric, sau intensitatea luminoasă.
3. *Sistemul tehnic* MKfS, în care unitățile fundamentale sînt *metrul*, ***kilogramul***-*forță* și *secunda*.
   Folosirea acestui sistem este limitată numai în domeniul ingineresc al mecanicii și construcțiilor.

Denumirile celor trei sisteme vin de la inițialele unităților fundamentale respective.

Sistemul CGS a fost propus încă din 1861 și adoptat prin rezoluția congresului electricienilor, din 1881.

El este bine închegat și s-a impus, mai ales în cercetările științifice.

La același congres au fost alese și așa-numitele *unități practice*, care au primit numele de *volt, amper, ohm* etc. Ele nu formau, propriu-zis, un sistem complet, ci se defineau numai ca multipli sau submultipli ai unităților fundamentale CGS.

Ulterior, electricienii s-au îndreptat mai ales către unitățile practice, pe care le-au mai completat, iar mecanicienii au creat, pentru uzul lor, sistemul tehnic MKfS.

În dorința de a se găsi o soluție convenabilă pentru toți, s-a propus mai tîrziu adoptarea generală a sistemului MKS.

Cei ce se opuneau erau mai ales fizicienii, pentru cari sistemul CGS avea numeroase avantaje. Ei au cedat însă, în principiu, la o conferință internațională din 1948 și, în prezent, se studiază posibilitățile de generalizare a sistemului MKS, pe baza unor propuneri făcute de *Giorgi*, încă din 1901.

Această alegere lasă nemodificate vechile unități practice din electricitate și le schimbă numai definiția.

In proiectul de standard, alcătuit în 1949, s-a propus:

1. Introducerea în R.P.R. a sistemului MKS, ca sistem practic general.
2. Aplicarea obligatorie a acestui sistem, în redactarea manualelor și textelor *tehnice*, de la ianuarie 1950.
3. Utilizarea în paralel a sistemelor CGS și MKS în cărțile și lucrările *științifice*.
4. Folosirea temporară a sistemului MKfS, ca sistem tolerat, cu aplicații restrînse numai în mecanică.

§ 16. **Dimensiuni și ecuații de dimensiuni.** Intr-un sistem dat de unități, unele mărimi pot fi măsurate prin simpla comparație cu unitățile fundamentale, iar altele implică folosirea unităților derivate.

De pildă, în sistemele CGS și MKS, masa, lungimea și timpul se măsoară cu unitățile fundamentale, iar *forța* implică o unitate derivată, pe cînd în sistemul MKfS ne servim de unitățile de lungime, timp și forță, ca să definim o unitate derivată pentru *masă*.

Unitățile derivate se definesc prin mărimile fundamentale, cu ajutorul ecuațiilor de dimensiuni.

Definirea unităților derivate depinde numai de felul în care am ales unitățile fundamentale și se poate face cu ajutorul așa-numitelor *ecuații de dimensiuni fizice.*

Vom lua ca exemplu sistemele în care mărimile fundamentale sînt *lungimea, masa* și *timpul,* iar unitățile respective le vom nota cu L, M și T.

Dacă, într-un asemenea sistem, o unitate derivată D depinde de puterea x a lungimii, de puterea y a masei și de puterea z a timpului, vom scrie *simbolic* și vom numi *ecuație de dimensiuni,* relația:

$$[D] = L^x M^y T^z.$$

Vom spune atunci că unitatea derivată are dimensiunile x, y și z, în raport cu unitățile fundamentale din sistemul ales.

Dimensiunile unei unități ne arată modul în care derivă din unitățile de bază ale sistemului.

Dimensiunile unei unități oarecare ne arată deci în ce mod această unitate derivă din unitățile de bază ale sistemului ales.

In vorbirea curentă se poate spune, subînțelegînd același

lucru, că însăşi mărimea exprimată prin unitatea D are dimensiunile $L^x M^y T^z$ faţă de mărimile fundamentale din sistem.

Numerele abstracte nu au dimensiuni fizice.

Numerele abstracte, ce apar în diferitele relaţii cantitative, nu au semnificaţie fizică, nici unităţi de măsură şi de aceea *nu li se atribuie dimensiuni.*

Ecuaţiile de dimensiuni au deosebită importanţă în fizică, deoarece:

1) *Ne arată în ce mod o unitate derivată depinde de unităţile fundamentale alese.*

Exemplu. Să presupunem că, din studiul unui fenomen fizic, aplicînd sistemul CGS, constatăm că o mărime dată X, variază direct proporţional cu suma a două mase m şi m', tot direct proporţional cu produsul a două lungimi l şi l' şi invers proporţional cu pătratul timpului t.

Legea cantitativă a fenomenului va fi, în cazul acesta,

$$X=K\frac{m+m'}{t^2}l\cdot l',$$

unde K este un *factor numeric* de proporţionalitate, fără dimensiuni fizice.

Suma celor două mase va fi tot o masă şi o vom scrie simbolic $[m+m']=M$.

Produsul celor două lungimi va avea dimensiunile:

$$[l\cdot l']=L\cdot L=L^2.$$

Dimensiunile mărimii X vor fi deci:

$$[X]=\frac{L^2M}{T^2}=L^2MT^{-2}$$

şi unitatea derivată, în care o măsurăm, se va numi *centimetru-pătrat gram pe secundă-pătrat,* sau mai simplu, $cm^2\cdot g\cdot s^{-2}$.

2) *Ne permit să trecem cu uşurinţă de la un sistem de unităţi la altul.*

Exemple numeroase vom găsi mai tîrziu, în cursul dezvoltării diferitelor capitole viitoare.

3) *Pot să ne dea o primă indicaţie, cu privire la eventuale greşeli pe care le-am făcut în stabilirea unei legi fizice.*

O relaţie fizică neomogenă în dimensiuni este cu siguranţă greşită.

Dacă mărimile care intervin în cei doi membri ai unei relaţii, nu au aceleaşi dimensiuni, înseamnă că nu pot fi exprimate în aceleaşi unităţi şi prin urmare nu sînt comparabile. Relaţia este atunci *neomogenă* în dimensiuni şi *cu siguranţă greşită.*

Exemplu. Studiind căderea corpurilor, Galileu a plecat întîi de la ipoteza că viteza este direct proporţională cu spaţiul parcurs.

Relaţia cantitativă ar fi trebuit să fie atunci

$$v = Ks,$$

unde K este un factor numeric de proporţionalitate.

Experienţa nu a verificat această ipoteză; dar dacă Galileu ar fi cunoscut ecuaţiile de dimensiuni, ar fi trebuit să observe de la început că viteza fiind, prin definiţie, un spaţiu (adică o lungime), raportat la un timp, ecuaţia de dimensiuni capătă forma:

$$\frac{L}{T} = L \quad \text{sau} \quad L = LT$$

şi, nefiind omogenă, duce la o absurditate, fiindcă nu putem compara unitatea de lungime, cu unitatea de lungime înmulţită cu timpul.

4) *În sfîrşit, tot cu ajutorul ecuaţiilor de dimensiuni, putem stabili* „a priori" *forma probabilă a unei legi fizice, în cazul cînd anumite ipoteze, făcute iniţial, ar fi justificate.*

Exemplu. Să presupunem că nu cunoaştem încă legile căderii corpurilor şi că plecăm de la ipoteza că spaţiul ar fi direct proporţional cu acceleraţia g şi cu timpul t.

Am avea atunci, prin ipoteză, legea cantitativă:

$$s = Kgt.$$

Dar dimensiunile lui g în sistemul CGS sînt LT^{-2} şi ecuaţia de dimensiuni capătă forma:

$$L = LT^{-2}T.$$

Ea nu este omogenă şi, ca să devină, trebuie să punem T^2, în locul lui T. Spaţiul nu poate fi deci direct proporţional cu timpul, ci cu *pătratul timpului* şi forma probabilă a relaţiei căutate impune ca

$$s = Kgt^2.$$

Experienţa o verifică, arătîndu-ne totodată că valoarea numerică a lui K este $1/2$.

Exemplul dat pare foarte simplu, dar se cunosc numeroase cazuri, în care ecuaţiile de dimensiuni au dat indicaţii preţioase, în formularea unor legi mult mai complicate.

NOŢIUNI ELEMENTARE ASUPRA VECTORILOR

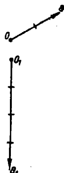


Fig. 16. Vectori

§ 17. Mărimi vectoriale şi mărimi scalare. Există în natură unele mărimi, de pildă forţa şi viteza, la care, pe lîngă valoarea numerică, deosebim un *sens* şi o *direcţie* de acţiune.

Asemenea mărimi, numite *dirijate* sau *vectoriale,* pot fi reprezentate convenţional printr-un segment de dreaptă *Oa* (fig. 16), orientat în spaţiu după direcţia respectivă şi terminat cu o săgeată, ce arată sensul în care acţionează.

Lungimea acestui segment, numit *vector,* este proporţională, la o scară aleasă arbitrar, cu mărimea considerată, iar punctul *O* este *originea* lui sau *punctul de aplicaţie* [1]).

Mărimile dirijate pot fi reprezentate prin vectori, iar cele nedirijate sînt mărimi scalare.

Există însă şi *mărimi nedirijate,* cum ar fi masa, timpul sau temperatura. Ele nu pot fi reprezentate prin vectori, se exprimă printr-o simplă indicaţie numerică, în raport cu unitatea corespunzătoare şi se numesc *mărimi scalare.*

§ 18. Definiţie. Valoarea numerică a unui vector se scrie sau între linii verticale (de exemplu $|\vec{V}|$), sau fără nici o altă indicaţie (de exemplu *V*) şi se numeşte *modulul* vectorului.

In funcţie de alegerea punctului de aplicaţie, vectorii se împart în trei categorii:

Vectorii legaţi au originea într-un punct anumit.

1. *Vectorii legaţi,* la care originea este precizată de la sine. In această situaţie s-ar găsi, de pildă, vectorul ce reprezintă o forţă, care acţionează asupra unui corp de dimensiuni foarte mici [2]).

Vectorii glisanţi pot fi mutaţi după voie, în prelungirea lor.

2. *Vectorii alunecători sau glisanţi* [3]). Ca exemplu am putea să considerăm cazul unei forţe, care întinde un fir *xy* (fig. 17 *A*).

[1]) Simbolic, o mărime vectorială se notează prin valoarea ei numerică, barată cu o săgeată sau cu o linioară, de exemplu, $\vec{V}$ sau $\overline{V}$.

[2]) Un astfel de corp reprezintă un *punct material.*

[3]) *Glisser* (franc.) = a aluneca.

Vectorul va fi atunci orientat în lungul firului, dar punctul de aplicaţie nu este dinainte hotărît şi-l putem face să alunece după voie pe direcţia dată.

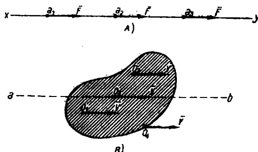


Fig. 17. Vectori alunecători şi vectori liberi.

3. *Vectorii liberi* au hotărîtă numai orientarea, iar punctul de aplicaţie poate fi ales oriunde, în cuprinsul unui sistem dat.

Vectorii liberi pot să aibă originea oriunde, în cuprinsul unui sistem dat. Vectorii egali, paraleli şi de acelaşi sens îi numim echipolenţi.

De pildă, în cazul unui corp ce se mişcă după o direcţie *ab* (fig. 17, *B*), oricare dintre vectorii aplicaţi în O_1, O_2 etc. poate să reprezinte viteza. Asemenea vectori, de aceeaşi lungime, paraleli şi de acelaşi sens îi numim *echipolenţi*.

§ 19. Operaţii cu vectori. Noţiunea de vector, introdusă pentru prima dată de *Stevin*[1], cu privire la forţă, şi extinsă apoi la celelalte mărimi vectoriale, a impus dezvoltarea unui capitol special de matematică, numit *calcul vectorial.*

Nu putem intra în amănunte, în cadrul manualului de faţă, dar trebuie să menţionăm de la început *că toate noţiunile şi toate principiile de bază ale acestei discipline matematice sînt legate de fapte experimentale,* derivă în mod natural din însuşirile mărimilor vectoriale şi nu trebuie să fie privite ca simple consideraţii abstracte.

[1]) *Simon Stevin* (1548—1620) matematician şi fizician olandez. A descoperit legile compunerii forţelor (regula paralelogramului) şi le-a aplicat la studiul planului înclinat.

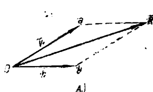
In cele ce urmează, ne vom limita doar la cîteva reguli elementare, legate de cele patru operații clasice.

Suma geometrică (sau rezultanta) a doi vectori reprezintă ca direcție, sens și mărime, diagonala paralelogramului construit pe ei, ca laturi.

1. *Suma geometrică* a doi vectori $\overline{V}_1$ și $\overline{V}_2$, cu punctul de aplicație comun, este un vector $\overline{R}$, la care sensul, direcția și mărimea sînt date de diagonala paralelogramului, construit pe ei ca laturi [1]) (fig. 18, *A*).

Operația sumării geometrice se mai numește și *compunere*. Ea ne dă mijlocul de a înlocui două mărimi vectoriale, de aceeași specie, numite *componente*, printr-o a treia, echivalentă cu ele, numită *rezultantă*.

In locul metodei paralelogramului, putem folosi procedeul arătat în fig. 18 *B*, care, în fond, este analog: la extremitatea vectorului $\overline{V}_2$ trasăm un vector echipolent cu $\overline{V}_1$ și suma geometrică este vectorul $\overline{R}$.



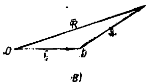


Fig. 18. Suma geometrică.

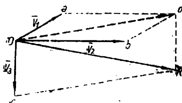


Fig. 19. Suma geometrică a mai multor vectori.

Tot regula paralelogramului ne permite să *descompunem* un vector $\overline{R}$, în alți doi vectori, $\overline{V}_1$ și $\overline{V}_2$, după direcții date.

1) Vectorii liberi și cei glisanți pot fi aduși totdeauna într-un punct comun de aplicație, dacă se găsesc în același plan, dintr-un sistem dat.

Cînd avem de sumat mai mulţi vectori, putem compune întîi doi luaţi oricum, apoi rezultanta lor cu al treilea şi aşa mai departe, unul după altul.

E însă mult mai comod să aplicăm procedeul din fig. 19 şi să trasăm, cap la cap, în orice ordine am dori, o serie de vectori echipolenţi cu termenii de sumat.

Rezultanta va fi vectorul $\overline{R}$, figurat punctat, care închide poligonul, şi vom scrie că

$$\overline{R}=\overline{V}_1+\overline{V}_2+\overline{V}_3+\ldots$$

Diferenţa geometrică a doi vectori concurenţi este un vector de sens convenabil, care uneşte extremităţile lor.

2. *Diferenţa geometrică.* A scădea geometric un vector $\overline{V}_2$ din altul $\overline{V}_1$ înseamnă a găsi un al treilea vector $\overline{V}_3$, care adunat cu $\overline{V}_2$ să ne dea pe $\overline{V}_1$.

Din fig. 18 *B* se vede imediat că diferenţa dintre $\overline{R}$ şi $\overline{V}_2$ este vectorul $\overline{V}_1$, care uneşte extremităţile lor.

Produsul unui vector cu un scalar este tot un vector, la care sensul este dictat de semnul scalarului.

3. *Produsul* unei vector $\overline{V}$ cu un scalar *a* este tot un vector. El are modulul *Va* şi direcţia lui $\overline{V}$.

Dacă $a<0$, sensul iniţial se inversează, iar dacă $a>0$ sensul rămîne neschimbat.

4. *Împărţirea* unui vector cu un scalar ne dă tot un vector. Păstrînd notaţiile de la produs, cîtul are modulul V/a, iar sensul vectorului este dictat de aceeaşi regulă.

Produsul scalar a doi vectori este un scalar şi se scrie sub forma $\overline{V}_1\cdot\overline{V}_2=V_1V_2\cos\alpha$.

5. *Produsul scalar* a doi vectori este un scalar şi reprezintă, prin definiţie, produsul dintre mărimea unuia şi proiecţia celuilalt, pe direcţia lui.

Vom avea deci (fig. 20),

$$\overline{V}_1\cdot\overline{V}_2=V_1V_2\cos\alpha.$$

Punctul, intercalat între cei doi factori din membrul întîi, ne arată, prin convenţie, că este vorba de o înmulţire scalară.

Produsul scalar este *comutativ*, adică ordinea factorilor nu are importanţă. Va fi, prin urmare, indiferent dacă proiectăm pe $\overline{V}_1$ pe direcţia lui $\overline{V}_2$ sau invers.

Produsul vectorial a doi vectori are modulul $V_1 V_2 \sin \alpha$. **şi reprezintă un vector orientat după regula şurubului.**

6. *Produsul vectorial* a doi vectori este, prin definiţie, tot un vector, de modul

$$V = V_1 V_2 \sin \alpha,$$

orientat perpendicular pe planul lor (fig. 21 *a*).

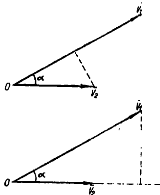


Fig. 20. Produsul scalar a doi vectori.

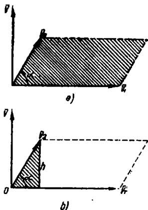


Fig. 21. Produsul vectorial.

Prin convenţie, acest vector are sensul în care ar înainta un şurub ce s-ar înfige în plan, dacă l-am răsuci de la $\overline{V}_1$ spre $\overline{V}_2$, cînd ordinea factorilor este $\overline{V}_1 V_2$.

Rezultă că acest produs *nu este comutativ* şi că, prin schimbarea ordinii factorilor, se schimbă implicit şi sensul lui $\overline{V}$, aşa că

Produsul vectorial nu este comutativ.

$$\overline{V}_1 \times \overline{V}_2 = -\overline{V}_2 \times \overline{V}_1.$$

Semnul $\times$ arată, tot prin convenţie, că ne referim la un produs vectorial şi nu la unul scalar.

Din triunghiul dreptunghic, haşurat în fig. 21 *b*, se vede imediat că înălţimea *h* a paralelogramului, construit pe $\overline{V}_1$ şi $\overline{V}_2$ este:

$$h = V_2 \sin \alpha.$$

Rezultă astfel că modulul produsului vectorial, $V_1 V_2 \sin \alpha$, *este egal cu aria acestui paralelogram.*

În desfăşurarea capitolelor viitoare, vom avea necontenit ocazia să constatăm în ce măsură aceste noţiuni asupra vectorilor şi operaţiilor vectoriale apar ca o consecinţă directă a fenomenelor fizice.

PARTEA INTIIA

BAZELE FIZICE ALE MECANICII

Generalități

§ 20. **Repausul și mișcarea.** *In mecanică, vom spune că un corp este mobil, sau în mișcare, cînd își schimbă necontenit poziția relativă, față de alte corpuri, considerate ca fixe și că este în repaus, cînd nu o mai schimbă.*

Un călător, care merge cu trenul, poate să fie în repaus, față de vagon, dar este în mișcare, față de obiectele din afară.

Dacă trenul se oprește, el continuă să se miște în spațiu, odată cu Pămîntul.

§ 21. **Sisteme de referință.** Nu putem concepe un corp care să fie în *repaus absolut* și de aceea nu sîntem în stare să observăm decît *mișcările relative,* față de un *sistem de referință,* pe care-l alegem arbitrar și-l considerăm ca fix, chiar dacă, de fapt, se află și el în mișcare[1]).

Mișcarea și repausul sînt relative și nu pot fi definite decît în raport cu un sistem de referință, ales arbitrar.

In practica zilnică luăm, de obicei, ca sistem de referință, Pămîntul sau anumite obiecte de pe suprafața lui: case, copaci, pereți, mobilier etc.

Mișcarea planetelor se studiază în raport cu Soarele, iar mișcarea sistemului solar în spațiu are ca sistem de referință anumite stele depărtate, pe care le considerăm, prin convenție, ca fixe.

In mecanică, sistemele de referință sînt axele de coordonate, de obicei rectangulare, dar adesea, pentru comoditatea raționamentului, folosim și sisteme de coordonate oblice, sau coordonatele polare.

§ 22. **Echilibrul.** Experiența ne arată că o forță, ce acționează asupra unui obiect oarecare, poate fie să-l deformeze, fie să-i mo-

---

[1]) Față de alte sisteme de referință pe care, de asemenea, le considerăm convențional ca fixe.

difice starea de repaus ori de mişcare relativă, faţă de un sistem de referinţă dat.

Forţele care-şi anulează reciproc efectele sînt în echilibru.

Dacă acţionează mai multe forţe simultan, orientate în diferite direcţii, se poate întîmpla ca efectele lor să se anuleze reciproc.

Vom spune atunci că acele forţe sînt în echilibru.

§ 23. **Capitolele mecanicii.** Din punct de vedere sistematic, mecanica se împarte în trei capitole principale:

I. S t a t i c a, în care studiem sistemele în repaus relativ, sub acţiunea forţelor ce-şi anulează reciproc efectele.

II. C i n e m a t i c a, sau studiul diferitelor feluri de mişcări, fără consideraţii asupra cauzelor ce pot să le producă sau să le modifice.

III. D i n a m i c a, în care ne ocupăm de efectele forţelor asupra mişcării corpurilor.

În succesiunea de tratare a acestor capitole vom urmări, pe cît posibil, ordinea istorică de dezvoltare a cunoştinţelor de mecanică, în cursul vremurilor.

CAPITOLUL I

STATICA

A. Noţiuni generale

§ 24. **Condiţii generale de echilibru.** Cel mai simplu caz de echilibru este acela în care, asupra unui corp, acţionează simultan două forţe egale şi direct opuse (fig. 22).

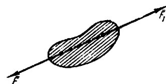


Fig. 22. Două forţe în echilibru.

Analog, va exista echilibru cînd mai multe forţe, unele de un sens, altele de sensul contrar, acţionează pe aceeaşi dreaptă, în aşa fel, ca suma lor algebrică să fie nulă, dacă socotim unul din sensuri ca pozitiv, iar celălalt ca negativ (fig. 23).

Numeroasele verificări, pe care le facem în viaţa de toate zilele, confirmă în totul aceste concluzii.

Situația devine însă ceva mai complicată cînd forțele nu acționează pe aceeași direcție.

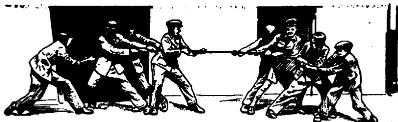


Fig. 23. Forțe coliniare în echilibru.

Pe direcții diferite, un sistem de forțe nu poate fi în echilibru decît dacă efectul fiecăreia în parte este anulat de al celorlalte.

E totuși ușor de înțeles de ce *mai multe forțe, ce acționează pe direcții diferite, nu pot fi în echilibru decît dacă efectul fiecăreia este anulat de celelalte.*

In adevăr, dacă vreuna din forțe ar rămîne necompensată de celelalte luate împreună, ea și-ar putea exercita liber acțiunea și sistemul nu ar mai fi în echilibru.

§ 25. **Principiul acțiunii și reacțiunii.** Să considerăm un corp oarecare, atîrnat de un resort *r* și să presupunem că greutatea lui este $\bar{F}$ (fig. 24).

Acțiunea gravitației, aplicată corpului, caută să întindă resortul care, la rîndul lui, se opune deformării și trage în sens contrar, cu o forță de *reacțiune* $\bar{R}$, ce crește odată cu deformarea.



Fig. 24. Acțiunea și reacțiunea.

Echilibrul se va stabili, evident, la poziția pentru care aceste două forțe opuse devin egale.

Tot așa, greutatea unui obiect, așezat pe masă, apasă asupra suportului, îl deformează și-l face să dezvolte o forță egală, dar opusă.

Cînd o bucată de fier este atrasă de un magnet, măsurările directe, pe care le putem face cu două dinamometre, ne arată că și fierul atrage magnetul, cu o forță egală.

Aceste fapte, cît și numeroase altele analoge, ne obligă să admitem că:

Oriunde există o acțiune, apare o reacțiune, egală și de sens contrar.

Dacă un corp exercită o acțiune asupra altuia, acesta răspunde cu o forță de reacțiune, egală și de sens contrar.

Acest principiu al *acțiunii* și *reacțiunii* a fost enunțat de *Newton.*

Deocamdată ne vom servi de dînsul în studiul problemelor de statică, dar vom vedea mai tîrziu că el se extinde la orice fel de acțiuni ale forțelor.

B. Compunerea forțelor

Rezultanta unor forțe date le poate înlocui cu efect echivalent.

A *compune* mai multe forțe, înseamnă a găsi o altă forță, numită *rezultantă,* în stare să le înlocuiască, cu același efect.

Diferite reguli, deduse din experiență, ne dau mijlocul să compunem două sau mai multe forțe, în diferitele cazuri posibile.

§ 26. **Compunerea forțelor coliniare.** Dacă forțele acționează în lungul unei drepte date, vom alege prin convenție un sens pozitiv și unul negativ.

Rezultanta forțelor coliniare are sensul și mărimea dictate de suma algebrică a componentelor și este coliniară cu ele.

Rezultanta va avea atunci sensul și mărimea dictate de suma algebrică a componentelor și va fi de asemenea orientată în lungul dreptei date.

§ 27. **Compunerea forțelor concurente.** Este evident că două forțe care acționează simultan, într-un punct dat, sau care pot fi aduse în această situație, prin alunecare, nu pot fi în echilibru dacă au direcții diferite.

Două forțe concurente nu pot fi în echilibru iar ca să fie, trebuie să existe o a treia, egală și opusă rezultantei lor.

Ca să existe echilibru, trebuie neapărat să intervină și o a treia forță, egală și direct opusă rezultantei lor.

Cu această observație, cel mai simplu mijloc de a găsi rezultanta este să căutăm forța care să o echilibreze

Dispozitivul experimental din fig. 25, în care două greutăți cunoscute, legate cu sfori care trec peste niște scripeți, sînt echilibrate de o a treia, ne permite să găsim regula de compunere.

Constatăm astfel că, dacă reprezentăm cele două forțe prin vectori orientați în lungul sforilor, vectorul ce reprezintă rezultanta este orientat după diagonala paralelogramului construit pe acești vectori, ca laturi, și are modulul numeric egal cu lungimea ei.

Rezultanta a două forțe concurente are sensul, direcția și mărimea relativă a diagonalei paralelogramului construit pe vectorii cari le reprezintă.

Prin urmare: *rezultanta a două forțe concurente are sensul, direcția și mărimea relativă a diagonalei paralelogramului construit pe vectorii care le reprezintă, ca laturi.*

La compunerea forțelor se aplică deci regula cunoscută de sumare geometrică a vectorilor.

Dacă avem mai multe forțe concurente, le vom compune succesiv, sau vom aplica regula poligonului, arătată în § 19.

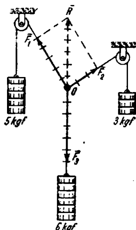


Fig. 25. Verificarea legii de compunere a forțelor concurente.

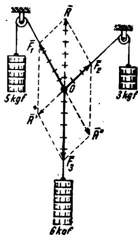


Fig. 26. Trei forțe în echilibru.

Aceeași experiență ne permite să verificăm concluzia, deja formulată, că fiecare componentă este egală și direct opusă rezultantei celorlalte, cînd sistemul mai multor forțe concurente se află în echilibru.

Fig. 26 reprezintă rezultantele $\overline{R}$, $\overline{R}'$ și $\overline{R}''$, în opoziție cu forțele $\overline{F}_3$, $\overline{F}_2$ și F_1.

O altă concluzie, care se impune de la sine, este că *la orice sistem în echilibru, rezultanta forțelor care acționează simultan este nulă.*

La un sistem în echilibru, rezultanta forțelor este nulă. Reciproca nu e totdeauna valabilă.

Reciproca nu e însă totdeauna valabilă, fiindcă, după cum vom vedea mai tîrziu, există și cazuri în care o rezultantă nulă izbutește totuși să miște un sistem, în anumite condiții speciale.

În sfîrșit, mai trebuie să remarcăm că forțele coplanare, aplicate unui sistem dat, pot fi aduse în concurență, fixîndu-le punctul de aplicație oriunde, în prelungirea direcției de acțiune, fiindcă vectorii sînt, în cazul acesta, supuși alunecării.

Pe această cale, găsim că rezultanta forțelor $\overline{f}_1$ și $\overline{f}_2$, din fig. 27, este $\overline{R}$.

După cum putem *compune* mai multe forțe, ca să le găsim rezultanta, tot așa putem *descompune* o forță dată, în două sau mai multe componente, după direcții date sau alese după voie, aplicînd aceeași regulă a paralelogramului.

Ca exemplu, fig. 28 ne arată cum se poate descompune forța $\overline{R}$, fie în componentele $\overline{F}_1$ și $\overline{F}_2$, fie în componentele $\overline{F}'_1$ și $\overline{F}'_2$ după direcții date.

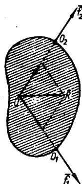


Fig. 27. Compunerea a două forțe coplanare.

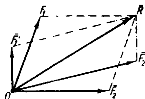


Fig. 28. Descompunerea unei forțe.

La rîndul lor, acestea pot fi descompuse mai departe, după alte direcții.

§ 28. **Compunerea forțelor paralele.** Această operație poate fi redusă la o simplă variantă a compunerii forțelor concurente.

Vom deosebi două cazuri particulare:

1. *Forțele sînt de același sens.* Presupunem că, la capetele unei bare rigide *ab,* acționează două forțe paralele și de același sens, $\overline{F}_1$ și $\overline{F}_2$ (fig. 29).

Fiindcă forțele egale și opuse nu modifică situația unui sistem, vom mai presupune că aplicăm, în prelungirea barei, forțele suplimentare $\overline{f}_1$ și $\overline{f}_2$, care se echilibrează reciproc.

Forțele $\overline{f}_1$ și $\overline{F}_1$ au atunci rezultanta $\overline{r}_1$, iar forțele $\overline{f}_2$ și $\overline{F}_2$ au, ca rezultantă, $\overline{r}_2$.

Mutăm apoi aceste rezultante în prelungirea lor, ca să le dăm un punct de aplicație comun C și pe urmă le descompunem la loc în componentele inițiale.

In punctul de concurență acționează atunci forțele $\overline{f}_1$ și $\overline{f}_2$, care se echilibrează și nu modifică nimic în situația sistemului, împreună cu *rezultanta căutată,* a cărei intensitate se vede imediat că este F_1+F_2 și al cărei punct de aplicație poate fi readus pe bară, în punctul O.

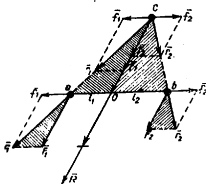


Fig. 29. Compunerea forțelor paralele.

Rămîne să găsim distanțele l_1 și l_2 cuprinse între O și extremitățile barei.

Figura ne arată că triunghiurile hașurate la fel sînt asemenea și din ele rezultă că

$$\frac{CO}{F_2}=\frac{l_2}{f_2}$$

și că

$$\frac{CO}{F_1}=\frac{l_1}{f_1};$$

iar dacă împărțim aceste relații și ținem seamă că $f_1=f_2$, obținem:

$$\boxed{\frac{F_1}{F_2}=\frac{l_2}{l_1}} \qquad (28.1)$$

In concluzie:

La forțele paralele și de același sens, rezultanta este paralelă cu componentele, are sensul lor și intensitatea egală cu suma intensităților.

Ea împarte distanța dintre punctele de aplicație ale componentelor în segmente invers proporționale cu intensitățile respective ale forțelor.

Rezultanta a două forțe paralele și de același sens are sensul componentelor și sumează numeric intensitățile lor. Ea împarte distanța dintre originile componentelor în segmente invers proporționale cu intensitățile respective.

Verificarea experimentală se poate face cu dispozitivul reprezentat în fig. 30.

O riglă de lemn, cu secțiunea constantă, este atîrnată de un fir, legat la mijlocul ei, așa ca să poată sta orizontal și în echilibru, cînd nu atîrnăm de dînsa nici o greutate suplimentară.

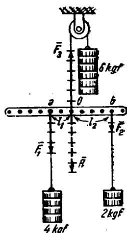


Fig. 30. Verificarea legii de compunere a forțelor paralele și de același sens.

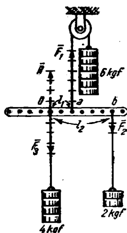


Fig. 31. Verificarea legii de compunere a forțelor paralele și de sensuri contrare.

După aceea legăm greutățile F_1 și F_2, la distanțe invers proporționale cu mărimea lor, măsurate pe riglă, pînă la punctul de suspensie O și constatăm că echilibrul persistă.

Cu același dispozitiv, după ce trecem firul de suspensie peste un scripete, mai putem constata că ambele greutăți adăugate pot fi echilibrate de o a treia greutate F_3, egală cu suma lor și opusă rezultantei R.

2. *Forțele sînt de sens contrar.* Raționamentul poate fi repetat exact ca mai sus, după ce adăugăm iarăși forțele egale și opuse, la capetele barei.

De astă dată prelungirea direcției rezultantei nu mai taie bara între componente, ci în afara lor și anume de partea componentei celei mai mari, iar intensitatea ei nu mai este egală cu suma, ci cu diferența componentelor.

Pe de altă parte, triunghiurile asemenea care se formează ne vor arăta că, între intensitățile forțelor $\overline{F}_1$ și $\overline{F}_2$ și distanțele lor, măsurate pe riglă, pînă la punctul de intersecție cu direcția rezultantei, avem și de astă dată relația de proporționalitate inversă:

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{l_2}{l_1}. \tag{28.1}$$

Verificarea experimentală se poate face cu același dispozitiv, legînd greutățile pe riglă așa cum arată fig. 31.

Rezultanta $\overline{R}$ este atunci echilibrată de greutatea $\overline{F}_3$, egală cu diferența forțelor $\overline{F}_1$ și $\overline{F}_2$ și aplicată la distanța calculată.

Aceeași figură ne arată că, în situația de echilibru, fiecare dintre cele trei forțe care acționează asupra barei este egală și direct opusă rezultantei celorlalte două.

Dacă avem mai multe forțe paralele, vom compune întîi două dintre ele, apoi rezultanta lor cu a treia și așa mai departe.

Vom găsi astfel o rezultantă egală, ca semn și mărime, cu suma algebrică a componentelor și orientată paralel cu dînsele.

Punctul ei de aplicație se numește *centrul forțelor paralele.*

§ 29. **Principiul independenței acțiunii forțelor.** Experiența, cît și metodele vectoriale de compunere folosite, ne arată că *sensul, direcția și mărimea unei forțe care acționează într-un sistem dat, nu sînt modificate de prezența altor forțe, așa că acțiunea fiecăreia decurge independent de celelalte.*

Forțele care acționează într-un sistem dat își desfășoară acțiunile independent unele de altele.

Acest principiu al independenței acțiunilor se aplică tuturor mărimilor vectoriale și a fost descoperit de *Galileu.*

Exemple numerice. 1) *Patru forțe, dirijate după aceeași dreaptă, au valorile de 3,5; 4,8; —2 și —6 kgf. Se cere intensitatea rezultantei.*

$$R=3{,}5+4{,}8-2-6=+0{,}3 \text{ kgf}.$$

2) *Două forțe, cu intensitățile de 14 și 16 kgf, fac între ele un unghi de 120°. Să se calculeze intensitatea rezultantei.*

Două dintre unghiurile paralelogramului fiind de cîte 120°, celelalte două vor avea cîte 60°. Dacă le notăm cu α, vom avea

$$R^2=F_1^2+F_2^2-2F_1F_2 \cos \alpha,$$

sau

$$R^2=196+256-448 \cdot 0{,}5=228.$$

Prin urmare

$$R \approx 15{,}1 \text{ kgf}.$$

3) *Două forțe paralele și de același sens acționează la capetele unei bare și au intensitățile de 18 și 9 kgf. Ce intensitate are rezultanta și în ce raport împarte bara?*

Intensitatea rezultantei este

$$R=F_1+F_2=18+9=27 \text{ kgf},$$

iar bara este împărțită în raportul $^1/_2$.

C. Centrul de greutate

§ 30. **Definiție.** Dacă ne închipuim un corp ca format dintr-o infinitate de particule foarte mici, gravitația exercită asupra fiecăreia din ele cîte o forță verticală, orientată spre centrul pămîntului.

Centrul de greutate este punctul de aplicație al rezultantei forțelor gravitației.

Rezultanta acestor forțe, pe care le putem considera ca paralele, pentru corpurile de dimensiuni obișnuite, este egală cu suma lor, potrivit regulii de compunere și reprezintă greutatea totală a corpului, iar punctul ei de aplicație se numește *centru de greutate.* Vom vedea că acest punct este bine definit și nu depinde de orientarea corpului.

Gravitația atrage corpurile ca și cum toată masa lor ar fi concentrată în centrul de greutate.

Existența lui ne dovedește că forța gravitației atrage corpurile ca și cum ar fi aplicată într-un punct anumit, cu toate că vectorul-forță este alunecător.

Totul se petrece deci ca și cum întreaga masă a corpului dat ar fi concentrată în centrul său de greutate.

§ 31. **Poziția centrului de greutate.** Dacă atîrnăm un corp oarecare, cu un fir flexibil, acesta se întinde și ia direcția în care îl trage rezultanta forțelor gravitației.

Prin urmare centrul de greutate nu poate fi decît pe prelungirea firului.

Această observație ne sugerează o metodă practică, prin care putem determina poziția centrului de greutate al unui corp oarecare.

Atîrnăm corpul de un fir, așteptăm să ia poziția de echilibru și prelungim direcția firului (fig. 32).

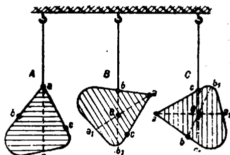


Fig. 32. Găsirea experimentală a centrului de greutate.

Apoi schimbăm poziția punctului de suspensie și repetăm operația. Centrul de greutate, care se găsește totdeauna în prelungirea firului nu este decît punctul de intersecție O al acestor direcții prelungite.

Experiența ne arată că, indiferent de poziția punctului de suspensie, intersecția cade mereu în același loc.

Poziția centrului de greutate nu se schimbă cu orientarea corpului în spațiu.

Avem astfel dovada experimentală că *poziția centrului de greutate este caracteristică unui corp dat și nu se schimbă cu orientarea corpului în spațiu.*

Centrul de greutate la un corp omogen, se găsește la întretăierea axelor de simetrie.

La corpurile omogene, cu formă geometrică regulată, care au o *axă de simetrie*, centrul de greutate se găsește totdeauna pe această axă, iar dacă există mai multe axe de simetrie, se va găsi în punctul lor de intersecție.

Așa ne arată experiența și tot așa rezultă și din calcul.

De aceea centrul de greutate al unei sfere se confundă cu centrul geometric: la un cilindru îl găsim pe mijlocul axei, la un cub

la întretăierea diagonalelor, la triunghi pe întretăierea medianelor şi aşa mai departe [1]).

Calcularea poziţiei centrului de greutate, la corpurile neomogene, sau de formă neregulată, nu este posibilă decît în cazurile, cu totul speciale, cînd corpul poate fi descompus în porţiuni de formă regulată şi de structură omogenă.

Altfel vom recurge la metoda experimentală, descrisă mai sus, iar pentru corpurile de dimensiuni foarte mari, vom face o *machetă*, adică o reproducere la scară mai mică.

D. Momentele forţelor

§ 32. **Definiţie.** Să considerăm un corp rigid, pe care o forţă $\bar{F}$ tinde să-l rotească în jurul unei axe *a*, perpendiculară pe planul figurii (fig. 33).

Momentul unei forţe se exprimă prin produsul dintre intensitatea ei şi distanţa pînă la axa de rotaţie.

Prin definiţie, produsul dintre intensitatea forţei considerate şi distanţa ei, pînă la axa de rotaţie, reprezintă „momentul" (*M*) *acestei forţe.*

Pe baza definiţiei date, vom putea scrie deci că

$$M = F \cdot d \qquad (32.1)$$

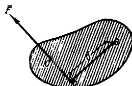


Fig. 33. Momentul unei forţe.

iar lungimea *d* a perpendicularei care uneşte axa cu forţa, sau cu prelungirea ei, va fi numită *braţul forţei* sau *braţul momentului.*

Această distanţă are caracterul unei mărimi dirijate care-şi modifică orientarea odată cu forţa. Ea este un *vector* cu punctul de aplicaţie pe axă.

Momentul unei forţe se exprimă astfel cu ajutorul unui *produs vectorial.*

---

[1]) **La o sferă găunoasă, la un inel şi în numeroase alte cazuri, centrul de greutate nu se găseşte în cuprinsul substanţei corpurilor.**

Momentul forței se reprezintă printr-un vector, orientat în lungul axei.

El va putea fi deci reprezentat printr-un vector, perpendicular pe planul forței și al brațului, care se va orienta în lungul axei de rotație.

Sensul acestui vector va fi dictat de cunoscuta regulă a șurubului (§ 19. 6).

Relația de definiție ne spune că dimensiunile momentului sînt ale unei forțe, înmulțită cu o lungime.

In sistemul MKfS, unitatea respectivă se va numi deci *metru · kilogram-forță* și se va scrie prescurtat *m · kgf*.

In celelalte sisteme, denumirile unităților corespunzătoare vor fi date mai tîrziu.

§ 33. **Semnul momentelor.** Vom admite, prin convenție, că momentele forțelor sînt *pozitive*, cînd sistemul tinde să capete o rotație *în sensul acelor ceasornicului* și le vom da semnul +. In cazul contrar le vom considera ca *negative*.

Convențional, momentele sînt pozitive sau negative, după cum rotația urmărește acele ceasornicului sau sensul invers.

Transmisă vectorului ce reprezintă momentul, aceeași convenție va face ca un observator care privește în lungul axei și aplică regula șurubului, ce se rotește de la $\overline{F}$ spre *d*, să-l considere ca ***pozitiv, dacă este orientat în sensul privirii, și ca negativ, în cazul contrar*** (fig. 34).

Această convenție de semn, atît în privința sensului rotației, cît și a sensului vectorului, este numai facultativă și poate fi schimbată după voie, dar cu condiția ca schimbarea să nu intervină în cursul aceluiași raționament.

De asemenea, trebuie să privim sistemul necontenit din același capăt al axei, fiindcă altfel toate semnele se inversează.

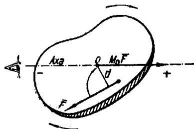


Fig. 34. Sensul pozitiv convențional al momentului unei forțe, ce acționează într-un plan perpendicular pe axa de rotație.

§ 34. **Legea momentelor.** Pentru toate forţele care, aplicate rînd pe rînd unui sistem dat, ar satisface condiţia ca

$$F_1d_1 = F_2d_2 = F_3d_3 = \ldots = F_nd_n,$$

momentele sînt egale, iar vectorii respectivi, orientaţi în lungul axei, au aceeaşi lungime şi acelaşi semn.

Acţiunile forţelor cu momente egale sînt echivalente.

Această observaţie ne duce la concluzia că, *din punctul de vedere al rotaţiei, forţele cu momente egale sînt echivalente şi se pot înlocui unele pe altele,* fără să apară vreo schimbare în situaţia sistemului.

Rămîne să verificăm experimental această concluzie, deocamdată la sistemele în echilibru, care fac obiectul staticii. Extinderea la corpurile în mişcare va veni mai tîrziu, cînd vom trece la studiul dinamicii.

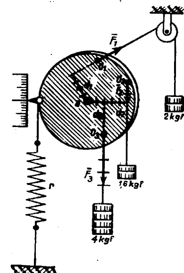


Fig. 35. Verificarea experimentală a echivalenţei momentelor egale.

Pentru experimentare ne putem servi de un disc de lemn sau de carton, prin centrul căruia trece o axă rigidă, de pildă un cui, bătut într-o scîndură verticală (fig. 35).

Un resort elicoidal *r*, legat cu un capăt de masă, ori de un suport rigid, are celălalt capăt fixat la periferia discului.

Experienţa ne arată că, în adevăr, fiecare din greutăţile $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$, $\bar{F}_3$ etc., care tind să rotească sistemul, imprimă rînd pe rînd aceeaşi alungire resortului, dacă momentele forţelor aplicate sînt egale şi de acelaşi semn.

Din cele arătate, se mai desprind următoarele consecinţe:

1. Acţiunea unei forţe, asupra unui sistem aşezat pe o axă rigidă, depinde nu numai de intensitatea ei, dar şi de momentul respectiv, adică de lungimea braţului. În practică, diferite scule folosite în muncă: şurubelniţă, cheie fixă, cheie franceză, sfredel etc., caută să aducă forţa activă cît mai departe de punctul de rotaţie, ca să-i dea o eficacitate cît mai mare.

2. O forță, oricît de intensă, nu va izbuti să rotească un sistem, dacă prelungirea ei întîlneşte axa, fiindcă momentul este nul. Ea tinde numai să o îndoaie şi, dacă nu o rupe, va fi anulată de rigiditatea ei.

3. Două forțe cu momente egale, dar de semne contrarii, aplicate simultan unui sistem aşezat pe o axă rigidă, îl lasă în repaus, fiindcă acțiunile se anulează reciproc. Acesta e cazul, de pildă, la forțele din fig. 35, echilibrate de tensiunea resortului.

§ 35. **Compunerea momentelor.** Să presupunem că, asupra unui sistem aşezat pe o axă, aplicăm simultan mai multe forțe, care tind să-l rotească, unele într-un sens, altele în sensul contrar (fig. 36) [1].

Momentele lor

$F_1d_1, F_2d_2, F_3d_3, \ldots$

pot fi reprezentate prin vectorii

$\overline{M}_1, \overline{M}_2, \overline{M}_3, \ldots,$

orientați în lungul axei de rotație, după regula de semn convenită.

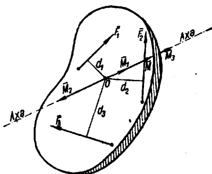


Fig. 36. Momentul rezultant este egal cu suma momentelor componentelor.

Dacă sumăm algebric valorile numerice ale acestor vectori, găsim sensul şi mărimea unui alt vector $\overline{M}$, ce reprezintă un *moment rezultant*, pe care, dacă l-am atribui unei forțe unice, această forță ar putea să înlocuiască echivalent pe toate celelalte, aplicate simultan sistemului.

Există, evident, o infinitate de forțe, ce ar putea să aibă momentul $\overline{M}$, fiindcă, oricare ar fi intensitatea lor, e destul să alegem lungimea brațului pentru care

$$M = F_n \cdot d_n.$$

Dar, fiindcă rezultanta unor forțe cu acțiune simultană este, prin definiție, o forță în stare să le înlocuiască, înseamnă că bra-

[1]) Pentru simplificare, vom presupune că toate forțele acționează în plane perpendiculare pe axa de rotație.

tul ei va trebui să aibă lungimea pentru care momentul capătă aceeaşi valoare M.

Dacă o notăm cu R, vom avea deci:

$$M = R \cdot d_r.$$

Iar dacă ţinem seamă că vectorul $\overline{M}$ provine din însumarea tuturor momentelor din sistem, putem scrie că:

$$M = \pm F_1 d_1 \pm F_2 d_2 \pm F_3 d_3 \pm \ldots,$$

sau că

$$\boxed{M = \sum F \cdot d}\ ^{1)} \qquad (35.1)$$

Momentul rezultantei este egal cu suma algebrică a momentelor componentelor.

Raţionamentul făcut ne duce astfel la concluzia că *momentul rezultantei este egal cu suma algebrică a momentelor componentelor*.

Aceasta este *teorema lui Varignon* [2]).

Pentru cei ce nu sînt încă familiarizaţi cu noţiunea de produs vectorial, ceva mai greu de sezisat decît noţiunea de sumă geometrică, vom da mai jos o justificare cu totul elementară: să presupunem că sistemul aşezat pe o axă a, perpendiculară pe planul fig. 37, este solicitat simultan de forţele $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$, $\overline{F}_3$ etc., care acţionează în planul figurii, sau pot fi transportate în acest plan.

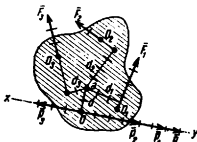


Fig. 37. Compunerea momentelor

Este evident că, din punctul de vedere al rotaţiei, situaţia sistemului nu suferă nici o schimbare, dacă înlocuim forţele date prin altele $\overline{P}_1$, $\overline{P}_2$, $\overline{P}_3$ etc., cu aceleaşi momente, dar alese aşa ca să aibă o singură direcţie xy şi un singur punct de aplicaţie O.

Rezultanta acestor forţe va trebui să aibă aceeaşi acţiune asupra sistemului ca şi rezultanta forţelor înlocuite, prin urmare acelaşi moment.

1) Litera grecească Σ (sigma mare), pusă înaintea unei cantităţi, se citeşte *sumă de*... şi ne arată că trebuie să însumăm toate cantităţile similare cu cantitatea de sub semnul Σ.

2) *Pierre Varignon* (1654—1722), matematician francez.

Prin construcție, avem, dacă ținem seamă de semnele convenționale,

$$F_3d_3=P_3d;\quad -F_2d_2=-P_2d;\quad -F_1d_1=-P_1d.$$

Aceste relații, adunate algebric membru cu membru, ne dau

$$F_3d_3-F_2d_2-F_1d_1=d\,(P_3-P_2-P_1).$$

Dar cantitatea dintre paranteze reprezintă intensitatea rezultantei $\overline{R}$ a forțelor $\overline{P}_1$, $\overline{P}_2$ și P_3, al cărei moment este egal cu al rezultantei forțelor substituite $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$ și $\overline{F}_3$.

Rezultă că

$$F_3d_3-F_2d_2-F_1d_1=R\cdot d.$$

sau

$$M=\sum F\cdot d. \tag{35.1}$$

§ 36. **Momentele forțelor în echilibru.** Să ne închipuim că mai multe forțe tind să rotească un sistem, în jurul unei axe, perpendiculară pe planul lor de acțiune.

Prin definiție, rezultanta lor le poate înlocui.

La sistemele în echilibru pe o axă dată, momentul rezultantei, ca și suma momentelor componentelor, sînt nule.

Potrivit celor arătate mai sus, *pentru ca forțele să nu rotească sistemul, este necesar și suficient ca momentul rezultantei să fie nul, sau* — ceea ce e tot una — *ca suma momentelor componentelor să fie nulă.*

Este evident că momentul rezultantei nu poate fi nul decît cu condiția ca, sau ea însăși să fie nulă, sau brațul ei să fie nul.

Exemple numerice. 1) *Patru forțe, cu intensitățile de* 1, 5, 7 *și* 2,5 kgf *au brațele respective de* 1,5 m; 4 m, 2 m *și* 3 m.

Primele două forțe tind să rotească sistemul într-un sens, iar celelalte două în sens contrar.

Să se calculeze momentul rezultantei.

Avem, prin sumarea momentelor,

$$M=-1\cdot 1{,}5-5\cdot 4+7\cdot 2+2{,}5\cdot 3=$$
$$=-21{,}5+21{,}5=0$$

și rezultă că forțele lasă sistemul în repaus pe axă.

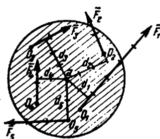


Fig. 38. Aplicație la compunerea momentelor.

2) *Să se afle momentele de rotație ale forțelor aplicate sistemului din fig. 38 și să se calculeze momentul rezultantei.*

Se va constata că momentul rezultantei este nul, așa că forțele lasă sistemul în repaus pe axă.

E. Maşini simple

Înţelegem prin denumirea de *maşini simple* diverse dispozitive, ce permit fie o amplificare a forţelor, fie utilizarea lor în condiţii cît mai avantajoase pentru noi.

În cele ce urmează, vom studia cîteva exemple tipice.

§ 37. **Pîrghia.** *Se numeşte pîrghie orice corp rigid, mobil în jurul unei axe, pe care mai multe forţe tind să-l rotească, împotriva altor forţe de opunere.*

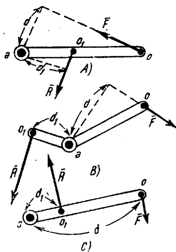


Fig. 39. Pîrghii diverse.

Redusă la cea mai simplă expresie, pîrghia este o bară dreaptă sau cotită, pe care două forţe tind să o rotească, în sensuri diferite, în jurul unui punct de sprijin a (fig. 39).

Ca să deosebim aceste forţe, una de alta, vom păstra numele de *forţă* pentru aceea care izbuteşte să mişte sistemul şi o vom nota cu $\bar{F}$, iar pe cealaltă o vom numi *rezistenţă* şi o vom nota cu $\bar{R}$.

Braţele respective poartă atunci numele de *braţul forţei* şi *braţul rezistenţei*.

Teoria momentelor ne arată că sistemul este în echilibru cînd suma algebrică a momentelor este nulă, sau — ceea ce e tot una — cînd

$$F \cdot d = R \cdot d_1,$$

în care distanţele d şi d_1 sînt perpendiculare pe direcţiile forţelor.

Dar se ştie că, odată cu suma momentelor, se anulează şi momentul rezultantei şi cum rezultanta a două forţe, care nu sînt egale şi direct opuse, nu poate fi nulă, înseamnă că, *la echilibru punctul ei de aplicaţie trebuie să coincidă cu punctul de sprijin al pîrghiei,* ca să poată fi anulată de reacţiunea acestuia.

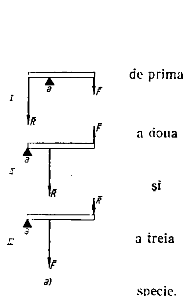
Pîrghiile au numeroase întrebuinţări practice, mai ales la amplificarea forţelor.

Astfel, dacă braţele pîrghiei din fig. 39 *C* ar fi, între ele, în raportul 1/20, de pildă, putem învinge cu o forţă de 1 kgf o rezistenţă de 20 kgf.

Le putem folosi şi pentru amplificarea mişcărilor.

Aceeaşi figură ne arată că, dacă păstrăm raportul 1/20 între lungimile braţelor, punctul *O* parcurge un arc de 20 cm, în timp ce punctul O_1 nu parcurge decît 1 cm.

După felul cum se inserează forţa şi rezistenţa, faţă cu punctul de sprijin, pîrghiile pot fi clasificate în trei categorii, schiţate în fig. 40 *a* şi 40 *b* şi numite



de prima

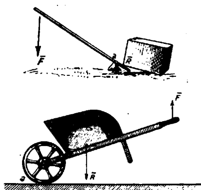
a doua

şi

a treia

specie.

Fig. 40 a.



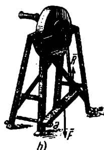


Fig. 40 b.

Dar această clasificare (după specii) a rămas în mecanică numai prin tradiţie şi se foloseşte din ce în ce mai rar, fiindcă

este inutilă, cîtă vreme teoria momentelor înglobează toate cazurile posibile.

Pîrghia este, probabil, cea dintîi maşină simplă de care s-a servit omul preistoric.

Filozofii greci din antichitate cunoşteau relaţia de amplificare a forţelor sau a mişcărilor şi au izbutit să o interpreteze corect.

Pe principiul pîrghiei funcţionează numeroase dispozitive şi instrumente de muncă: cleştele, pedala tocilei sau a maşinii de cusut, cheia de la uşă, manivela, cumpăna fîntînii şi chiar oasele scheletului sînt pîrghii de diferite specii.

Roata fîntînii sau *vîrtejul* este o variantă a pîrghiei şi se compune dintr-o roată cu manivelă, care se învîrte în jurul unei axe orizontale, în acelaşi timp cu un cilindru de rază mai mică, pe care se deapănă o frînghie (fig. 41).

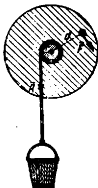


Fig. 41. Roata fîntînii.

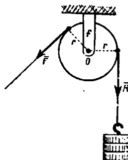


Fig. 42. Scripetele fix.

La echilibru, momentele fiind egale, relaţia dintre forţe şi braţe va fi

$$Rr = Fd \quad \text{sau} \quad \frac{R}{F} = \frac{d}{r},$$

şi forţa este amplificată în raportul d/r. In schimb, mîna care învîrte manivela va trebui să parcurgă un arc de d/r centimetri, ca să depene un singur centimetru de frînghie.

Scripetele fix, o altă variantă a pîrghiei, se compune dintr-un disc de lemn sau de metal, mobil în jurul unei axe prinsă într-o furcă *f*, pe care o înşurubăm într-o grindă sau o legăm de un suport.

Discul are pe margine un şanţ, prin care trece o frînghie (fig. 42).

Experienţa ne arată că o forţă $\bar{F}$, care trage de un capăt al frînghiei, echilibrează o rezistenţă $\bar{R}$, de intensitate egală, care trage de celălalt capăt, iar teoria momentelor prevede că, în adevăr, la echilibru

$$F \cdot r = R \cdot r,$$

unde r este raza discului, ceea ce implică egalitatea celor două forţe.

Cu toate că scripetele fix nu amplifică forţa, el este de multe ori avantajos, fiindcă ne permite să schimbăm direcţia ei, după cum ne convine mai bine.

Scripetele mobil este tot o variantă a pîrghiei, dar în loc să fixăm scripetele pe un suport, îl putem dispune aşa cum arată fig. 43 *a*.

O forţă $\bar{F}$, care trage de frînghie, ridică în acelaşi timp şi scripetele şi greutatea atîrnată de dînsul.

Cînd sistemul este în echilibru, acţiunea rezistenţei $\bar{R}$ este compensată, de o parte de tensiunea $\bar{F}_1$ a frînghiei, iar de altă parte de forţa $\bar{F}$.

Raza scripetelui fiind r, condiţia de echilibru este ca

$$F \cdot r = F_1 \cdot r.$$

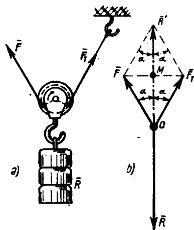


Fig. 43. Scripetele mobil.

Prin urmare, forţele $\bar{F}$ şi $\bar{F}_1$ sînt egale.

Rezultanta lor $\bar{R}'$, echilibrează greutatea $\bar{R}$ atîrnată de scripete şi trebuie să fie deci egală cu dînsa.

Fig. 43 *b*, în care am reprezentat prin vectori forțele care acționează asupra sistemului, ne arată că

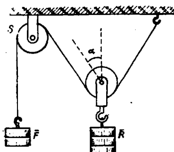


Fig. 44. Verificarea experimentală a formulei scripetelui mobil.

$$OM = F \cdot \cos\alpha = \frac{R}{2},$$

de unde deducem că

$$F = \frac{R}{2\cos\alpha} \qquad (37.1)$$

Verificarea experimentală se poate face ușor, cu dispozitivul din fig. 44.

La capătul liber al frînghiei, trecută pe scripetele fix S, atîrnăm o greutate $\overline{F}$, care echilibrează rezistența R.

Măsurînd unghiul α, putem constata că satisface relația dedusă.

Din aceeași relație putem trage o serie de concluzii, cu privire la folosirea practică a sistemului descris:

1. Dacă forțele $\overline{F}$ și $\overline{F}_1$ sînt paralele (fig. 45 *a*), $\alpha = 0$ și $\cos\alpha = 1$. Rezultă că

$$F = \frac{R}{2},$$

și putem echilibra o greutate $\overline{R}$ cu o forță de două ori mai mică, aplicată la capătul liber al frînghiei.

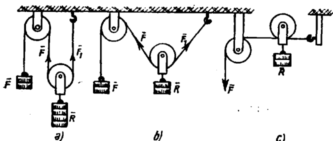


Fig. 45. Echilibrul scripetelui mobil în diferite situații particulare.

2. Dacă $\alpha = 60°$, $\cos \alpha = 0{,}5$ şi relaţia (37. 1) ne dă

$$F = R.$$

Forţa aplicată devine atunci egală cu rezistenţa de echilibrat (fig. 45 *b*).

3. În sfîrşit, dacă scripetele este dispus aşa cum arată fig. 45 *c*, $\cos \alpha = 0$ şi rezultă că *este nevoie de o forţă infinită, ca să echilibrăm o greutate oricît de mică.*

Aceste consideraţii sînt cu deosebire importante la transportul greutăţilor de-a lungul cablurilor întinse la înălţime, între două suporturi (*funiculare*).

Ele ne previn că, pe măsură ce săgeata[1] **cablului de suspensie devine mai mică, intensităţile componentelor F şi F_1 care acţionează în lungul lui şi tind să-l rupă, cresc mereu şi tind către infinit, cînd săgeata tinde către zero (fig. 46).**

Ca să evităm folosirea unui cablu de grosime exagerată, va trebui deci să-i lăsăm o anumită săgeată, cînd îl întindem.

***Muflele şi palanurile,* de care ne servim la ridicarea greutăţilor mari, sînt construite dintr-un număr mai mare de scripeţi, grupaţi aşa cum arată fig. 47.**

Forţa este atunci amplificată de atîtea ori, cîţi scripeţi am grupat împreună (în cazul figurii de şase ori).

În schimb, drumul parcurs de forţa aplicată va fi de tot atîtea ori mai mare decît acela parcurs de greutatea de ridicat.

Pe acelaşi principiu funcţionează angrenajele, macaraua, cabestanul, cricul şi numeroase alte dispozitive, folosite în practică.

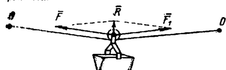
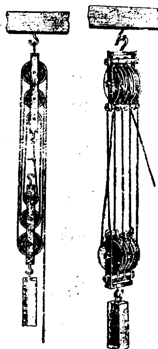


Fig. 46. Funicularul.


Fig. 47. Palan şi muflă

[1]) Se numeşte *săgeată* distanţa maximă cu care cablul se abate de la linia dreaptă.

Ele nu sînt decît aplicații ale pîrghiilor.

Echilibrul dintre forța aplicată și rezistența de învins este și aici dictat de legile momentelor.

Aceste mașini sînt destul de bine cunoscute, din viața de toate zilele, și nu le mai descriem în amănunte.

§ 38. **Planul înclinat.** Se numește *plan înclinat* orice suprafață plană și rigidă, înclinată de un unghi oarecare față de orizontală.

El ne permite, ca și pîrghia, să realizăm o amplificare a forței.

Să presupunem că, pe un asemenea plan, la care unghiul de înclinație ar fi α, se găsește un corp, care tinde să se rostogolească la vale, fără frecări (fig. 48 *a*).

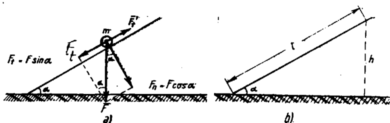


Fig. 48. Echilibrul pe plan înclinat.

Forța $\overline{F}$ ce reprezintă greutatea corpului, poate fi descompusă în două componente:

— una din ele are intensitatea F_n și, fiindcă apasă perpendicular pe suprafața de susținere va fi anulată de rigiditatea suportului;

— cealaltă forță, $\overline{F}_t$, reprezintă, de fapt, *componenta activă*, căreia i se datorește rostogolirea sau alunecarea corpului.

Intensitatea ei este

$$F_t = F \cdot \sin\alpha \quad \text{pe cînd} \quad F_n = F \cdot \cos\alpha.$$

Ca să menținem corpul imobil va trebui deci să aplicăm o forță $\overline{F}_t'$, egală și opusă componentei $\overline{F}_t$.

Rezultă că raportul dintre greutatea corpului și forța necesară ca să împiedice rostogolirea sau alunecarea este

$$\boxed{\frac{F}{F_t} = \frac{1}{\sin\alpha}} \qquad (38.1)$$

Planul înclinat amplifică forța în raportul $1/\sin\alpha$.

Prin urmare, *planul înclinat amplifică forțele în raportul* $1/\sin\alpha$.

Acest raport de amplificare devine cu atît mai avantajos, cu cît planul se apropie mai mult de orizontală, și va fi egal cu unitatea, cînd planul ia poziția verticală.

Fig. 48 *b* ne arată că, dacă dintr-un punct oarecare al planului înclinat, coborîm verticala *h*, obținem un triunghi dreptunghi, în care

$$\frac{1}{\sin\alpha}=\frac{l}{h}.$$

Factorul de amplificare este dat de lungimea drumului parcurs, împărțită cu diferența de nivel.

Rezultă că *factorul de amplificare al forțelor este egal cu raportul dintre lungimea drumului parcurs în lungul planului și variația de înălțime a corpului, față de punctul de plecare.*

Șurubul este o aplicație a planului înclinat (fig. 49).

Dacă tăietura ghevindului face un unghi α cu planul de rotație al șurubului, atunci forța $\bar{F}$, care caută să-l răsucească în piuliță, poate fi descompusă în două componente:

Una dintre ele $\bar{F}_2$, caută să rupă dinții șurubului.

Cealaltă componentă, $\bar{F}_1$, dirijată în lungul lui, îl apasă pe piesa rigidă, care s-ar găsi în calea înaintării.

Triunghiurile dreptunghice din figură ne arată că

$$\frac{F_1}{F}=\frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha} \quad \text{și că} \quad \frac{F_2}{F}=\frac{1}{\sin\alpha}.$$

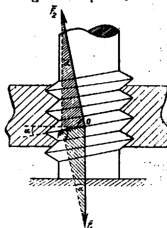


Fig. 49. Principiul șurubului.

Înseamnă că atît F_1, cît și F_2 vor fi cu atît mai mari, în raport cu F, cu cît unghiul α este mai mic.

Pana de despicat este altă variantă a planului înclinat.

Forța de împingere $\overline{F}$ poate fi aici descompusă în componentele $\overline{F}_1$ și $\overline{F}_2$, egale între ele și perpendiculare pe fețele laterale (fig. 50).

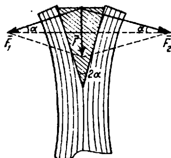


Fig. 50. Principiul penei de despicat.

Triunghiurile dreptunghice din figură ne arată că

$$F_1 = F_2 = \frac{F}{2} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}.$$

Aceste forțe vor fi cu atît mai mari, în raport cu F, cu cît unghiul 2α de la vîrful penei va fi mai mic.

Aceeași figură ne arată că un cuțit, ca să taie mai ușor, trebuie să fie nu numai bine ascuțit, dar să aibă totodată și unghiul dintre cele două fețe cît mai mic.

§ 39. **Cuplu de forțe.** Să presupunem că asupra unui sistem, prin care trece o axă de rotație, sînt aplicate două forțe $\overline{F}$ și $\overline{F}_1$, egale, paralele și de sens contrar (fig. 51).

Aceste forțe constituie ceea ce numim un *cuplu*, iar distanța dintre ele, pe care o vom nota cu l, este *brațul* cuplului.

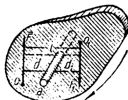


Fig. 51. Cuplu de forțe.

Regula cunoscută, de compunere a forțelor paralele, ne arată că, în cazul de față, *rezultanta are intensitatea nulă.*

Totuși, experiența dovedește că sistemul capătă o mișcare de rotație, în sensul săgeții.

Așadar, *cu toate că rezultanta este nulă, forțele unui cuplu nu sînt în echilibru.*

Această aparentă contradicție se lămurește imediat, cînd aplicăm legea momentelor.

Brațele celor două forțe, față de axa de rotație, fiind d și d_1, dacă scriem că momentul rezultantei este egal cu suma momentelor componentelor, avem

$$M = F \cdot d + F_1 \cdot d_1.$$

Sau, pentru că

urmează că

$$F=F_1 \quad \text{și} \quad d+d_1=l,$$

$$\boxed{M=F\cdot l} \tag{39.1}$$

Deși rezultanta este nulă, momentul unui cuplu este diferit de zero. Valoarea lui nu depinde de poziția axei de rotație.

Această relație, în care cantitatea $F\cdot l$ se numește *momentul cuplului,* ne arată că *sistemul se rotește fiindcă momentul rezultantei nu este nul.*

Ea ne mai arată că *acest moment depinde numai de distanța dintre forțe, indiferent de poziția axei de rotație.*

Totodată este evident ca *două cupluri cu momentele egale sînt echivalente* și deci se pot înlocui unul pe altul, fără ca în situația sistemului să mai apară și altă schimbare [1]).

Observații: 1) Momentul rezultantei forțelor fiind egal cu momentul cuplului, dacă notăm brațul ei cu L, vom avea

$$F\cdot l=R\cdot L.$$

In această relație, membrul întîi reprezintă o cantitate diferită de zero, cu toate că, în membrul al doilea, $R=0$.

Pentru ca ea să poată fi satisfăcută, va trebui deci ca

$$L=\infty.$$

Rezultanta unui cuplu este nulă, dar are punctul de aplicație la infinit.

Prin urmare *sistemul se rotește fiindcă rezultanta forțelor, deși este nulă, are punctul de aplicație la inifinit.*

2) Mai multe cupluri care acționează simultan, în plane paralele, asupra unui sistem dat, se pot înlocui cu unul singur, numit *cuplu rezultant.*

3) Experiența ne arată că un cuplu care acționează asupra unui sistem, la care nu există o axă fixă de rotație, ***își alege de la sine axa care trece prin centrul de greutate al corpului.***

[1]) **In viața de toate zilele întîlnim numeroase exemple de cupluri: șurubelnița, tirbușonul, pedala bicicletei, volanul automobilului, motorul electric etc., sînt mișcate de cupluri.**

F. Echilibrul corpurilor solide

§ 40. **Echilibrul sub acţiunea gravitaţiei.** Ne propunem să cercetăm condiţiile de echilibru ale unui corp solid, cînd asupra lui nu acţionează decît greutatea proprie.

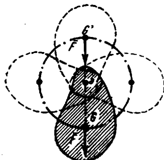


Fig. 52. Echilibrul pe o axă orizontală.

Pentru aceasta, vom examina întîi cîteva cazuri particulare, din care vom trage pe urmă o concluzie generală.

1. *Corpul are o axă de rotaţie orizontală.* Vom presupune că această axă este perpendiculară pe planul fig. 52.

Teoria momentelor cere ca, la echilibru, momentul forţei $\bar{F}$ să fie nul; dar la un corp al cărui centru de greutate nu se confundă cu axa, condiţia de faţă nu poate fi satisfăcută decît în cazul cînd punctul acesta s-ar găsi pe aceeaşi verticală cu axa, fie în G, fie în G'.

Experienţa ne arată că, în adevăr, avem echilibru în ambele cazuri, dar că, totuşi, există o diferenţă între ele:

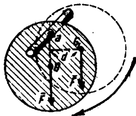


Fig. 53. Revenirea la poziţia de echilibru.

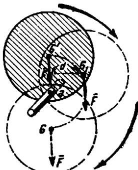


Fig. 54. Echilibru labil.

a) Dacă centrul de greutate se află în G, în poziţia *cea mai joasă* pe care o permite legătura cu axa, şi dacă îndepărtăm

corpul din această situaţie, forţa F capătă un moment $F \cdot d$, care-l aduce înapoi (fig. 53).

Vom spune atunci că *echilibrul este stabil.*

Un exemplu tipic de echilibru stabil poate fi observat la orice corp atîrnat cu un fir flexibil.

b) Dacă centrul de greutate se află în G', în situaţia *cea mai înaltă* pe care o permite legătura cu axa, cea mai mică deviere a corpului din această poziţie face să apară un moment de răsturnare (fig. 54).

Echilibrul este atunci nestabil, fiindcă sistemul nu poate să revină de la sine în poziţia părăsită, ci tinde către cealaltă poziţie, cu centrul de greutate sub axă.

c) Dacă axa de rotaţie trece chiar prin centrul de greutate, momentul forţei $\bar{F}$ va fi necontenit nul, oricare ar fi orientarea corpului.

Sistemul rămîne atunci în *echilibru indiferent,* pentru toate orientările ce i s-ar da, fără nici o preferinţă (fig. 55).

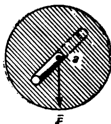


Fig. 55. Echilibru indiferent.

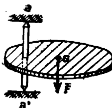


Fig. 56. Echilibrul pe o axă verticală.

În această situaţie s-ar găsi, de exemplu, o roată de bicicletă bine centrată.

De astă dată, *înălţimea centrului de greutate rămîne aceeaşi,* oricare ar fi orientarea corpului în jurul axei.

2. *Corpul are o axă de rotaţie verticală.* Forţa gravitaţiei, aplicată în G, nu poate roti corpul, fiindcă acţiunea ei se exercită perpendicular pe planul de rotaţie (fig. 56).

Dacă nu poate nici să devieze axa, ca să o aducă în poziţie oblică, această forţă lasă sistemul în echilibru indiferent.

Mai trebuie să menţionăm, că şi de astă dată *situaţia de echilibru indiferent corespunde unei înălţimi constante a centrului de greutate.*

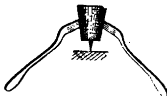


Fig. 57. Echilibrul stabil, pe un vîrf.

Sistemul reprezentat în fig. 57 întruneşte simultan cele două cazuri particulare de mai sus.

Centrul de greutate se află sub vîrful acului aşa că, la orice deviere într-un plan vertical, echilibrul ***stabil*** implică revenirea la poziţia iniţială.

In schimb, pentru orice rotaţie în planul orizontal, poziţia centrului de greutate nu-şi modifică înălţimea şi echilibrul apare ca ***indiferent.***

3. *Corpul stă pe un plan orizontal.* Presupunînd că el atinge planul în mai multe puncte, poligonul care uneşte aceste puncte reprezintă, prin definiţie, *baza de susţinere.* Această bază poate fi tot o suprafaţă plană, cum este cazul corpurilor din fig. 58.

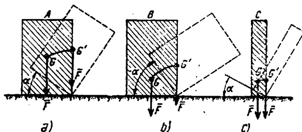


Fig. 58. Condiţia de echilibru pe un plan orizontal.

Experienţa ne arată că există echilibru, cînd verticala centrului de greutate cade în interiorul poligonului de bază.

El este cu atît mai stabil, cu cît baza e mai mare şi centrul de greutate mai aproape de dînsa.

In fig. 58 corpurile notate cu *A* şi *B* au aceeaşi bază, dar centrele de greutate sînt la înălţimi diferite. Primul este în echilibru mai puţin stabil decît al doilea, fiindcă unghiul α, cu care trebuie să-l rotim în jurul unei muchii, ca să-l putem răsturna, este mai mic.

Corpurile *B* şi *C* au centrele de greutate la aceeaşi înălţime, dar bazele sînt diferite. Din aceeaşi cauză, *B* se răstoarnă mai greu decît *C.*

La limita de răsturnare, centrul de greutate ocupă cea mai înaltă poziţie permisă de legături, şi echilibrul este *nestabil.*

Verificarea acestor fapte o putem face şi prin experienţa zilnică.

Dacă vrem să ne păstrăm echilibrul cît mai bine, trebuie să depărtăm picioarele, ca să mărim baza de susţinere, iar cînd purtăm o greutate ne aplecăm în partea opusă, ca să menţinem verticala centrului de greutate în interiorul bazei.

Tot experienţa ne arată că un car încărcat se răstoarnă cu atît mai uşor, cu cît centrul de greutate se află mai sus.

Fig. 59 reprezintă vestitul turn înclinat de la *Pisa*, care nu se răstoarnă, fiindcă verticala centrului de greutate nu iese din cuprinsul poligonului de bază.

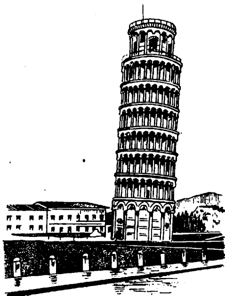


Fig. 59. Turnul din Pisa.

Uneori baza de susţinere se reduce la un punct sau la o dreaptă.

De pildă, corpul oval din fig. 60 are o poziţie de echilibru stabil, în *a* şi alta de echilibru nestabil, în *b*, după cum centrul de greutate ocupă cea mai joasă or cea mai înaltă poziţie, faţă de punctul de sprijin.

Acelaşi lucru se petrece cu o sferă, pe care am îngreuiat-o cu o bucată de plumb, situată excentric (fig. 61). O asemenea sferă poate sta în echilibru stabil chiar pe un plan înclinat.

Dacă sfera este omogenă echilibrul ei pe un plan orizontal este indiferent, fiindcă înălţimea centrului de greutate nu mai variază cu orientarea.

Acelaşi lucru se întîmplă cu un con sau cu un cilindru, culcate pe o generatoare.

Pentru echilibrul nestabil se aplică adesea şi denumirea de *echilibru labil.*

De asemenea se foloseşte denumirea specială de *echilibru metastabil* pentru echilibrul de stabilitate mică, în care sistemul revine la poziţia iniţială numai cînd este foarte puţin deviat, dar

se răstoarnă la devierile mai mari, ca să ocupe altă poziție de echilibru, mai stabilă.

Exemplul tipic ni-l dau așa-numitele *castele de cărți*, dar tot metastabil este și echilibrul unui bolovan, care stă într-o mică adîncitură, pe coasta unui deal, sau echilibrul unui creion, așezat vertical, pe capătul neascuțit.

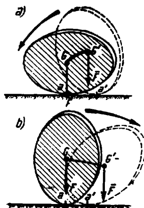


Fig. 60. Corp oval în echilibru pe un plan orizontal.

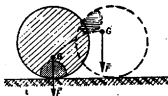


Fig. 61. Echilibrul stabil al unui disc sau al unei sfere neomogene.

In concluzie: *echilibrul poate fi labil, stabil sau indiferent, după cum centrul de greutate ocupă o poziție de înălțime maximă, minimă sau constantă, față de punctul de sprijin.*

Echilibrul este labil, stabil sau indiferent, după cum înălțimea centrului de greutate este maximă, minimă sau constantă.

Condiția ca verticala centrului de greutate să întîlnească baza de susținere este suficientă, dar nu întotdeauna și necesară (cazul axei verticale).

G. Balanța

§ 41. **Principiu și descriere.** Partea principală a balanței este o pîrghie, cu brațe egale sau neegale, pe care două greutăți, aplicate la capete, o mențin orizontal în echilibru. Pîrghia este făcută, de obicei, din metal.

Aplicarea legii momentelor ne permite să comparăm aceste greutăţi şi, odată cu ele, să comparăm şi masele respective, cu care sînt proporţionale.

Există diferite tipuri de balanţe, dintre care nu vom descrie decît pe cele mai obişnuite.

1. *Balanţa cu braţe egale.* Pîrghia este sprijinită la mijloc pe un cuţit triunghiular C_1, care stă pe o placă de oţel sau de agat (fig. 62).

La capetele ei sînt alte două cuţite C_2, aşezate cu muchia în sus, iar pe dînsele se sprijină două talgere, pe care punem greutăţile de comparat.

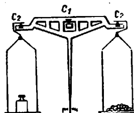


Fig. 62. Principiul balanţei cu braţe egale.

Un dispozitiv special, adaptat la unele balanţe, ridică pîrghia şi talgerele de pe cuţite, ca să nu se uzeze fără folos, cînd nu ne servim de ele.

Dacă braţele sînt în adevăr egale, greutăţile de comparat vor fi de asemenea egale, dar această condiţie nu poate fi îndeplinită practic, decît în limita preciziei permise de tehnica fabricării.

Cutia de greutăţi. Pentru cîntărit, ne servim de greutăţi etalonate, în formă de trunchiuri de piramidă hexagonală sau de cilindru şi de bucăţi de tablă, cu formă geometrică regulată (fig. 63). Ele sînt dispuse, de obicei, pe serii, în cutii speciale, aşa


Fig. 63. Modele de greutăţi marcate.

fel ca fiecare dintre ele să poată fi înlocuită prin celelalte mai mici, care urmează după dînsa.

Dacă, de pildă, cea mai mare dintre greutățile din cutie are masa de 500 g, celelalte sînt dispuse astfel:

grame:	500 ... 200 ... 200 ... 100
	50 ... 20 ... 20 ... 10
	5 ... 2 ... 2 ... 1
decigrame:	5 ... 2 ... 2 ... 1
centigrame:	5 ... 2 ... 2 ... 1

Fig. 64 reprezintă o cutie de greutăți de precizie, specială pentru cercetările de laborator.

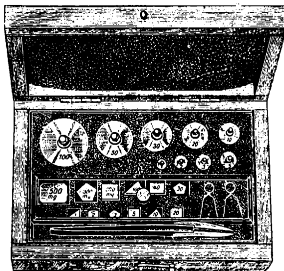


Fig. 64. Cutie cu greutăți pentru balanțe de precizie.

Ele sînt făcute din alamă platinată, aurită sau cromată, ca să nu fie atacată de urmele de vapori sau de gaze corozive.

Din același motiv, manipularea lor nu este permisă decît cu o pensetă specială, cu vîrfuri de os, întîi fiindcă transpirația mîinii este de asemenea corozivă, apoi fiindcă balanțele moderne simt foarte bine cantitățile mici de substanță, pe care le lasă atingerea cu mîna.

In practică se folosesc două metode de cîntărire:

Cîntărirea simplă. Punem în unul dintre talgere corpul de cîntărit, iar în celălalt greutăți etalonate, pînă cînd un ac indi-

cator ne arată că pîrghia stă orizontal. Dacă braţele balanţei sînt egale, greutăţile din talgere vor fi de asemenea egale.

Această metodă de cîntărire nu este avantajoasă, fiindcă, peste erorile de etalonare a greutăţilor, se mai adaugă şi erorile sistematice, provenite din neegalitatea riguroasă a lungimii braţelor.

Cîntărirea dublă (sau prin substituire). Punem corpul în unul din talgere şi-l echilibrăm cu greutăţi adăugate în celălalt.

Apoi luăm corpul şi refacem echilibrul, punînd în locul lui greutăţi etalonate.

Prin această metodă, orice eroare, provenită din neegalitatea riguroasă a braţelor, este eliminată [1]).

Condiţiile pe care trebuie să le îndeplinească o balanţă sînt următoarele:

a) *Condiţia de stabilitate.* Însuşi principiul cîntăririi cere ca pîrghia să stea orizontal, în echilibru *stabil.*

Balanţa este stabilă dacă centrul de greutate propriu al pîrghiei se află sub punctul ei de sprijin.

Această condiţie nu poate fi îndeplinită decît dacă, prin construcţie, *centrul de greutate propriu al pîrghiei se află sub punctul ei de sprijin.*

Altfel, echilibrul nu ar pute să fie decît nestabil, sau indiferent.

b) *Condiţia de justeţe.* Aceasta impune ca *greutăţi egale, puse în talgere, să aducă pîrghia în poziţie orizontală.*

Balanţa este justă dacă are braţele egale.

Aceasta implică o egalitate, dacă nu riguroasă, cel puţin relativă a lungimii braţelor, aşa ca să nu apară erori sistematice, mai mari decît precizia cu care au fost etalonate greutăţile folosite.

Controlul de justeţe se poate face prin mutarea, de pe un talger pe altul, a greutăţilor echilibrate. Dacă balanţa este, în adevăr, justă, pîrghia trebuie să rămînă mai departe în poziţia orizontală.

---

[1]) **Metoda cîntăririi prin substituire a fost imaginată de matematicianul francez *Jean Charles Borda* (1733—1799).**

c) *Condiția de sensibilitate.* Se definește *sensibilitatea absolută a unei balanțe prin valoarea celei mai mici greutăți pe care o poate aprecia.*

Orice balanță are o sensibilitate absolută și alta relativă.

Ea depinde, în primul rînd, de finețea cuțitelor de sprijin, dar experiența ne arată că *obținem o creștere de sensibilitate, dacă facem pîrghia cît mai ușoară și cît mai lungă și dacă îi aducem centrul de greutate cît mai aproape de cuțitul de sprijin.*

Explicația teoretică o vom da mai tîrziu. Deocamdată trebuie să menționăm că, pe măsură ce încărcăm talgerele cu greutăți din ce în ce mai mari, *pîrghia se curbează și centrul ei de greutate se lasă mai jos,* iar cuțitele suferă și ele o turtire a muchiilor.

Ca urmare, *sensibilitatea absolută a unei balanțe încărcate devine mai mică decît a balanței neîncărcate.*

De aceea, *în practică, ne interesează raportul dintre sensibilitatea absolută și încărcarea ce a putut fi cîntărită cu această sensibilitate.*

In aceste condiții, dacă balanța simte o variație ΔP a unei greutăți P care a fost cîntărită, raportul $\Delta P/P$ definește așa-numita *sensibilitate relativă* a ei.

De exemplu, dacă am presupune că balanța ne permite să cîntărim greutatea maximă de 1 000 g, cu aproximația de 0,001 g, sensibilitatea ei absolută ar fi de 1 mg, iar sensibilitatea relativă se va exprima prin raportul

$$\frac{0,001}{1\,000}=10^{-6},$$

care ne spune că putem aprecia pînă la o milionime din valoarea încărcării maxime.

Dacă încercăm să mărim sensibilitatea absolută, făcînd pîrghia cît mai lungă, mărim implicit greutatea ei și pierdem într-o parte ceea ce am cîștigat în altă parte. Totodată, o pîrghie prea lungă rezistă mai puțin la îndoire și reduce sensibilitatea relativă.

Aceste considerații ne arată, din capul locului, că problema construcției balanțelor de precizie prezintă complicații deosebite, pe care numai puține case constructoare specializate au izbutit să le înlăture.

Se cere mai ales o judicioasă folosire a materialelor, care să dea pîrghiei maximum de rezistență, cu minimum de greutate și o precizie deosebită în execuție.

Balanțele folosite obișnuit în laboratoare ne permit să apreciem zecimea sau sutimea de miligram, cînd le încărcăm cu 100—200 g.

Fig. 65 reprezintă modelul clasic al balanţei de analiză chimică.
Se construiesc însă şi *microbalanţe*, cu care putem aprecia miimea de miligram, la încărcarea de 10—20 g.

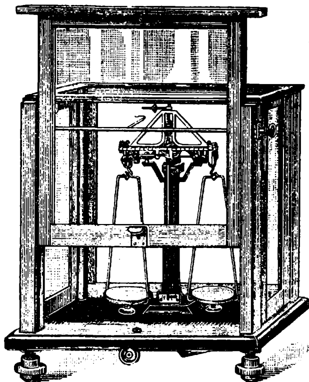


Fig. 65. Balanţă de precizie sensibilă la 0,0001 g.

Cintărirea devine, in aceste condiţii, o operaţie delicată şi cere anumite măsuri de precauţie, fiindcă variaţiile de temperatură, curenţii de aer sau vibraţiile solului pot să falsifice rezultatele.

Pentru anumite cercetări de radioactivitate, s-au construit balanţe speciale, cu pirghia făcută din fire de cuarţ, care funcţionează in vid şi ne permit să cintărim o fracţiune de gram cu aproximaţia de 10^{-6} g.

Aceasta pare să fie limita sensibilităţii absolute a balanţelor, in condiţiile tehnice de astăzi.

1. *Cavalerul.* Pentru miligrame, sau fracţiunile de miligram, nu avem nevoie de greutăţi speciale, care de altfel ar fi prea mici, ca să poată fi manevrate cu destulă uşurinţă.

Ele pot fi apreciate, mişcînd în lungul pîrghiei, cu un dispozitiv special, un cîrlig de sîrmă, care cîntăreşte un *centigram* şi se numeşte *cavaler*. Intre cuţitul median şi capătul care suportă platanul, braţul balanţei este divizat în zece părţi egale, iar acestea în altele zece, aşa că, dacă aşezăm cavalerul pe diviziunea 4,3 este ca şi cum am pune în platan 0,43 cg.

2. *Balanţa lui Roberval.* Această balanţă se întrebuinţează în comerţ şi în gospodării.

Se compune din două pîrghii cu braţele egale, mobile în jurul unor cuţite mediane (fig. 66).

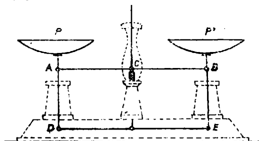


Fig. 66. Principiul balanţei Roberval.

La capetele pîrghiei sînt articulate două bare verticale, pe care stau talgerele.

Tipul acesta de balanţă este comod şi uşor de transportat, dar cele şase puncte de frecare îi micşorează mult sensibilitatea.

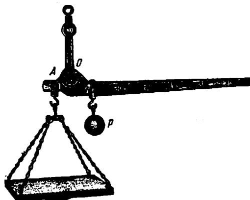


Fig. 67. Balanţa romană.

3. *Balanţa romană.* Este formată dintr-o pîrghie cu braţele neegale, mobilă în jurul axei O (fig. 67).

La capătul brațului scurt, atîrnăm corpul de cîntărit, iar pe brațul lung mișcăm o greutate P, pînă ce sistemul stă orizontal.

Momentul greutății corpului este atunci egal cu momentul greutății P.

Etalonarea o facem atîrnînd în A greutăți cunoscute.

4. *Balanța zecimală.* (bascula). Ea servește la cîntărirea corpurilor mari și grele.

Se compune din două pîrghii AC și FG, cu axele respective în O și în G (fig. 68).

O a treia pîrghie DE este însăși platforma, pe care așezăm corpul de cîntărit.

Primele două pîrghii sînt legate între ele prin bara articulată CF, iar platforma se sprijină în E pe pîrghia FG și este legată în D la bara articulată DB.

Poziția cuțitelor și lungimile brațelor sînt astfel calculate, încît o greutate P să poată echilibra o altă greutate Q de zece ori mai mare, pusă pe platformă.

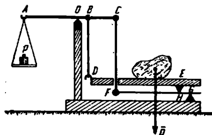


Fig. 68. Principiul balanței zecimale.

Nu vom insista asupra metodei de calcul, care nu este decît o aplicație a legii momentelor.

Rezultatul la care ajungem este că, oriunde s-ar găsi o greutate pe platformă, e ca și cum ar fi atîrnată direct în B.

De aceea, cînd balanța este construită așa ca o greutate P să echilibreze greutatea Q, de zece ori mai mare, avem relația

$$\frac{OA}{OB} = \frac{Q}{P} = 10.$$

§ 42. Teoria elementară a balanței cu brațe egale. Vom reprezenta schematic balanța numai prin pîrghia ei, cu punctul de sprijin în O și de lungime $2l$ (fig. 69).

Respectînd condiția de stabilitate, vom presupune că centrul de greutate al pîrghiei se găsește în C, la distanța h de punctul de sprijin și că această pîrghie cîntărește π gf.

Dacă la un capăt al pîrghiei, acționează o forță $\overline{F}$ și la celălalt capăt forța $\overline{F}+\overline{f}$, reprezentate prin greutățile puse pe platane, brațele deviază, de la orizontală, cu un unghi α, centrul de greutate se mută în C' și echilibrul se stabilește cînd suma momentelor este nulă.

Vom avea atunci, ţinînd seamă de semnele convenţionale şi de triunghiurile dreptunghice haşurate în figură:

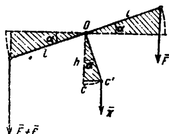


Fig. 69. Deducerea sensibilităţii unei balanţe.

$$Fl\cos\alpha+\pi h\sin\alpha-(F+f)l\cos\alpha=0,$$

sau

$$\pi h\sin\alpha=fl\cos\alpha,$$

sau încă

$$\boxed{\operatorname{tg}\alpha=\frac{fl}{\pi h}}\qquad(42.1)$$

Această relaţie ne confirmă cele arătate în capitolul precedent, ca rezultate ale studiului experimental, şi ne arată că *sensibilitatea absolută a balanţei,* definită prin tangenta unghiului de deviaţie α, este *direct proporţională cu lungimea braţului, invers proporţională cu greutatea lui şi tot invers proporţională cu distanţa dintre punctul de sprijin şi centrul de greutate.*

Dacă micşorăm distanţa *h*, sensibilitatea creşte, dar stabilitatea echilibrului scade. Braţul oscilează atunci foarte lent şi cîntărirea devine dificilă.

Cînd centrul de greutate coincide cu punctul de sprijin, $h=0$ şi tangenta unghiului devine infinită. Braţul se înclină deci la 90°, pentru cea mai mică supragreutate *f*.

În sfîrşit, cînd centrul de greutate se găseşte deasupra punctului de sprijin, momentul se inversează şi tg α capătă o valoare negativă.

Balanţa se răstoarnă atunci peste cap, iar în laboratoare se spune că o astfel de balanţă este *nebună.*

În expresia (42.1) nu apare valoarea greutăţii *F*, cu care am încărcat platanul. Dispariţia ei din calcul este o consecinţă a faptului că am considerat pîrghia ca *infinit de rigidă,* adică absolut nedeformabilă la încărcare.

În realitate, această deformare creşte cu *F*, punctul de sprijin se depărtează de centrul de greutate, care se lasă mai jos, distanţa *h* creşte şi sensibilitatea absolută scade.

H. Dezvoltarea istorică a staticii

Fără a intra în amănunte, va trebui să menţionăm de la început că echilibrul forţelor a fost prima problemă atacată cu succes de filozofii antichităţii.

Archimede[1]) a studiat echilibrul pîrghiilor. Fraza cunoscută, ce i se atribuie, *„daţi-mi un punct de sprijin şi voi răsturna Pămîntul"* ne arată în ce măsură a înţeles aceste fenomene. El cunoştea raportul invers de proporţionalitate dintre forţe şi braţele respective, pe care l-a dedus din principiul simetriei.

Tot Archimede a introdus noţiunea de *centru de greutate* şi a încercat să-i calculeze poziţia, în cîteva cazuri speciale.

Aristotel[2]), care a trăit cu un secol înaintea lui Archimede, privea problema pîrghiilor mai ales din punctul de vedere al mişcărilor. El a observat că o forţă rezistă cu atît mai mult la deplasarea pîrghiei, cu cît e aplicată mai departe de punctul de sprijin şi că arcul de cerc parcurs, ca să ajungă la echilibru, este direct proporţional cu lungimea braţului, dar invers proporţional cu forţa.

Deosebirea dintre concepţiile acestor doi filozofi constă în aceea că Archimede priveşte problema numai din punctul de vedere al echilibrului, pe cînd Aristotel o leagă de mişcare, iar ideile lui au dus, cu sute de ani mai tîrziu, la clarificarea noţiunii de lucru mecanic.

De la *Euclid*[3]), aproape contemporan cu Archimede, autorii arabi ne-au transmis unele consideraţii asupra balanţei, dar nu se ştie sigur dacă sînt autentice.

În cursul evului mediu nu s-au înregistrat progrese însemnate în mecanică. Există numai un manuscris al lui *Jordanus de Nemore*, descoperit acum 50 de ani, în care se întrevede o înţelegere a noţiunii de lucru mecanic şi se deduc legile pîrghiilor, cu ajutorul ei.

Nu cunoaştem naţionalitatea autorului. Ştim numai că a trăit în veacul al XIII-lea.

Un alt manuscris, care datează din veacul al XIV-lea, tratează corect condiţia de echilibru pe planul înclinat şi arată înţelegerea noţiunii de moment static al forţelor. Şi acest manuscris a fost descoperit abia în ultimele decenii, iar numele autorului nu este cunoscut.

---

[1]) *Archimede* (287—212 î. e. n.), filozof, geometru şi constructor hidromecanic al antichităţii, a fost omorît de un soldat roman, în timpul războaielor punice. A descoperit principiul de hidrostatică ce-i poartă numele.

[2]) *Aristotel* (384—322 î. e. n.), a fost prietenul şi profesorul lui Alexandru Macedonul. De la el ne-au rămas numeroase tratate de logică, istorie naturală, filozofie şi politică. Influenţa ideilor lui a fost covîrşitoare în tot cuprinsul evului mediu.

[3]) *Euclid* (306—283 î. e. n.) este cel mai de seamă reprezentant al şcolii de la Alexandria şi creatorul geometriei aşa-zise euclidiene.

Lionardo da Vinci[1]), care a fost nu numai un artist genial şi un inginer multilateral, s-a ocupat de asemenea şi cu probleme de mecanică.

El a încercat, între altele, să rezolve şi problema echilibrului pe planul înclinat, prin descompunerea forţelor, dar nu a putut să găsească soluţia corectă.

Am văzut că această problemă a fost rezolvată mai tîrziu de ***Stevin.***

Primul tratat ştiinţific de statică se datoreşte lui *Galileu* şi apare în 1634. Este interesant să cităm din el cîteva pasagii:

„Cea mai mică forţă din lume poate să transporte orice greutate vrem. Dar nu se poate spune la sfîrşit că am transportat o sarcină mare cu o forţă mică, fiindcă ea a fost totdeauna egală cu fiecare parte a sarcinii, aşa că nu cîştigăm nimic cu instrumentele şi că, dacă aplicăm o forţă mică unei sarcini mari, ne trebuie timp mai mult, iar dacă vrem să o transportăm în timp scurt, ne trebuie o forţă mare".

„Greutatea unui corp este înclinaţia naturală ce o are să se mişte, ca să meargă spre centrul Pămîntului. Momentul este înclinaţia aceluiaşi corp, cînd e considerat în legătură cu situaţia pe braţul unei pîrghii, sau unei balanţe şi această situaţie face că el apasă în raport cu distanţa faţă de centrul balanţei".

Iată deci enunţată destul de clar definiţia *momentului.* In problema planului înclinat, Galileu remarcă greşeala lui *Pappus din Alexandria,* care credea că este nevoie de o forţă, chiar pentru a întreţine mişcarea pe un plan orizontal. Aceasta nu-i decît o enunţare, încă neclară dar totuşi corectă, a principiului inerţiei.

Odată cu Galileu începe adevărata dezvoltare ştiinţifică a mecanicii, pe bază de teorie, îmbinată cu experienţa.

De aici înainte, după o dezvoltare uimitor de rapidă, care a culminat către mijlocul veacului al XIX-lea, lucrările lui *Newton, Euler*[2]), *d'Alembert*[3]), *Laplace*[4]), *Lagrange*[5]), *Poisson*[6]), *Kirchhoff*[7]), şi alţii, unite cu

[1]) *Lionardo da Vinci* (1452—1519), născut la Vinci, lîngă Florenţa şi mort în Franţa, la Amboise. S-a ilustrat în toate ramurile artei şi ale ştiinţei. In manuscrisele rămase de la el, cunoscute sub numele de *Codice Atlantico*, găsim descrise numeroase maşini, principiul submarinului, cercetări asupra zborului, proiecte de fortificaţii şi arme de foc, cercetări de anatomie umană şi chiar primele interpretări juste ale prezenţei fosilelor, în straturile geologice.

[2]) *Leonhard Euler* (1701—1783) născut la Basel. A fost membru al Academiei din Petersburg.

[3]) *Jean Le Rond d'Alembert* (1711—1783), născut la Paris. Este unul din autorii Enciclopediei, cunoscut prin ideile lui revoluţionare.

[4]) *Pierre Simon Laplace* (1749—1827) matematician şi astronom francez.

[5]) *Joseph Louis Lagrange* (1736—1813) matematician francez. A fost membru al Academiei din Berlin.

[6]) *Raymond Poisson* (1781—1840) matematician francez.

[7]) *Gustav Robert Kirchhoff* (1824—1887) matematician şi fizician german. Este unul din descoperitorii analizei spectrale.

progresele de calcul analitic şi vectorial, au dus treptat capitolul staticii pînă la o închegare aproape completă.

Aceste lucrări au şi o importanţă practică deosebită, pentrucă au servit ca bază de plecare inginerilor, în calcularea, pe baze ştiinţifice, a rezistenţei construcţiilor.

CAPITOLUL II

CINEMATICA [1]

A. Noţiuni generale

§ 43. **Noţiuni de bază.** Un corp, sau un punct material în mişcare, constituie *un mobil,* iar drumul urmat se numeşte *traiectorie.*

Prin definiţie, vom numi *viteză* (v) spaţiul parcurs în unitatea de timp. Viteza se exprimă deci printr-o lungime, raportată la un timp şi are dimensiunile

$$[v] = LT^{-1}.$$

După unităţile alese, viteza se exprimă:

în centimetri pe secundă, în sistemul CGS, şi
în metri pe secundă, în sistemele MKS şi MKfS.

In viaţa de toate zilele, mai folosim şi alte unităţi, de pildă km/s sau km/h.

Prin caracterul ei, viteza ne apare ca o mărime dirijată, iar experienţa confirmă că, în adevăr, *se pot aplica vitezelor toate regulile cunoscute ale operaţiilor vectoriale.*

Viteza se exprimă printr-o lungime, raportată la un timp şi este o mărime vectorială.
Cînd e constantă, mişcarea este uniformă, iar dacă variază cu timpul, mişcarea este neuniformă sau variată.

Dacă viteza este necontenit constantă, mişcarea se numeşte *uniformă,* iar dacă se schimbă cu timpul, mişcarea este *neuniformă* sau *variată.*

Este uşor de înţeles că, la mişcarea rectilinie, vectorul ce reprezintă viteza se confundă cu direcţia traiectoriei, pe cînd la mişcarea curbilinie se menţine tangent la traiecotrie (fig. 70).

[1]) Cuvîntul derivă din limba greacă, de la *Kinèma-Atos* = **mişcare.**

Mişcarea curbilinie nu poate fi uniformă, fiindcă vectorul-viteză îşi schimbă necontenit orientarea, ca să rămînă tangent la traiectorie.

Totodată, fiindcă viteza este o mărime vectorială, mişcarea nu poate fi uniformă, decît cu condiţia ca vectorul-viteză să-şi menţină constante nu numai modulul, dar şi sensul.

Rezultă că o *mişcare curbilinie nu poate fi niciodată uniformă*, fiindcă viteza, chiar dacă nu variază numeric, îşi schimbă necontenit direcţia.

Variaţia $\bar{v}_2 - \bar{v}_1$ a vitezei, între două puncte *a* şi *b* ale traiectoriei curbe, poate fi cunoscută ca sens, mărime şi direcţie, dacă facem diferenţa geometrică a vectorilor $\bar{v}_2$ şi $\bar{v}_1$, aşa cum arată fig. 70 *b*.

Fig. 70. Vectorul-viteză în mişcarea rectilinie şi în cea curbilinie.

Să considerăm acum o mişcare *rectilinie* şi *neuniformă* şi să presupunem că viteza variază cu timpul, după o lege încă necunoscută.

In cazul acesta, chiar dacă am cunoaşte legea variaţiei spaţiului, nu putem scrie necondiţionat că, după un timp oarecare,

$$\text{viteza} = \frac{\text{spaţiu}}{\text{timp}},$$

fiindcă, neexistînd o proporţionalitate între spaţiu şi timp, viteza se schimbă de la un moment la altul.

Soluţia problemei nu poate fi deci găsită prin metodele obişnuite de calcul aritmetic sau algebric.

A trebuit, prin urmare, să se recurgă al alte procedee matematice şi astfel s-a născut *analiza* cu ajutorul cîtimilor infinit de mici, numită *calcul diferenţial* sau *calcul infinitezimal.*

Aceste metode speciale de calcul se aplică la toate fenomenele în care o mărime dată nu variază după o lege de proporţionalitate simplă, directă sau inversă. Ele sînt impuse de însăşi natura acestor fenomene, aşa că nu trebuie să fie considerate ca simple abstracţii matematice.

În cele ce urmează, vom da numai cîteva principii de bază, în forma cea mai simplă cu putinţă, evitînd orice incursiune în domeniile de amănunte [1].

§ 44. **Noţiunea de derivată.** Să considerăm, de pildă, cazul cînd un mobil, care a plecat din repaus, descrie o traiectorie rectilinie, pe care spaţiul creşte proporţional cu pătratul timpului după legea

$$s = a \cdot t^2$$

şi, pentru ca exemplul să fie cît mai simplu, să presupunem că studiul experimental al acestei mişcări ne-a dus la concluzia că factorul de proporţionalitate a este egal cu unitatea, cînd exprimăm spaţiul în centimetri şi timpul în secunde.

Din punct de vedere *pur numeric*, vom putea scrie atunci legea cercetată sub forma

$$\boxed{s = t^2} \tag{44.1}$$

şi astfel pătratul numărului care exprimă timpul va fi egal cu numărul care exprimă spaţiul respectiv, în centimetri.

Cu toate că nu cunoaştem legea vitezelor, ne propunem, totuşi, să găsim viteza *instantanee* sau *momentană*, după 3 secunde de la pornire.

Cum procedeele obişnuite de calcul nu permit o rezolvare suficient de exactă a acestei probleme, va trebui să recurgem la *aproximaţii*.

Pentru aceasta vom admite că, într-un interval de timp foarte scurt Δt, adăugat la cele 3 s, viteza nu suferă decît variaţii neglijabile, aşa că poate fi considerată ca *aproximativ* constantă [2]).

In aceste condiţii, viteza este dată, evident, de raportul

$$v_m = \frac{\text{spaţiul după } (3+\Delta t) \text{ secunde} - \text{spaţiul după 3 secunde}}{\text{intervalul de timp } \Delta t}$$

pe care-l putem scrie simbolic sub forma

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

şi care se numeşte *viteză mijlocie*, în intervalul de timp Δt.

Este de asemenea evident că această viteză mijlocie se va apropia cu atît mai mult de viteza instantanee căutată, cu cît Δt va fi mai mic. Astfel:

$$\text{dacă } \Delta t = 0{,}1 \text{ s, avem } v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3{,}1^2 - 3^2}{0{,}1} = \frac{9{,}61 - 9}{0{,}1} = 6{,}1 \text{ cm/s};$$

---

[1]) Acestor noţiuni de calcul infinitezimal recomandăm să li se dea o atenţie specială, fiindcă altfel nu se vor putea înţelege capitolele viitoare.

[2]) Simbolul Δ, pus înaintea unei cantităţi, reprezintă convenţional diferenţa dintre două valori ale acelei cantităţi. El se citeşte împreună cu mărimea la care se referă, în cazul de faţă *delta t*.

$$\text{dacă } \Delta t = 0{,}01 \text{ s, avem } v_m = \frac{9{,}0601-9}{0{,}01} = 6{,}01 \text{ cm/s};$$

$$\text{dacă } \Delta t = 0{,}001 \text{ s, avem } v_m = \frac{9{,}006\,001-9}{0{,}001} = 6{,}001 \text{ cm/s}.$$

Prin urmare, pe măsură ce Δt și Δs devin din ce în ce mai mici, viteza medie calculată prin acest proces de aproximație, se apropie de *valoarea-limită* 6 cm/s, pe care sîntem îndreptățiți a o considera ca reprezentînd *viteza instantanee,* după cele 3 secunde.

Repetînd operația, s-ar putea calcula viteza și pentru alte valori ale timpului, dar procedeul este lung și cu totul incomod.

Ar fi, desigur, mult mai avantajos dacă am găsi o *relație generală simplă*, care să ne dea viteza numai prin înlocuirea valorii numerice a timpului, iar munca de aproximație să fie făcută o singură dată, pentru toate cazurile posibile.

Cu această intenție, să ne întoarcem deci la relația inițială

$$s = t^2. \tag{44.1}$$

Spațiul parcurs după timpul t fiind s, vom avea, după timpul $t+\Delta t$,

$$s + \Delta s = (t + \Delta t)^2 = t^2 + 2t \cdot \Delta t + (\Delta t)^2;$$

iar dacă scădem de aici relația precedentă, obținem:

$$\Delta s = 2t \cdot \Delta t + (\Delta t)^2.$$

Viteza medie va fi, prin urmare,

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2t \cdot \Delta t + (\Delta t)^2}{\Delta t} = 2t + \Delta t.$$

Dacă facem acum pe Δt să tindă către zero, obținem tocmai relația generală căutată, adică *formula vitezei instantanee:*

$$\boxed{v = 2t} \tag{14-2}$$

Pentru $t = 3$ s, găsim astfel că $v = 6$ cm/s, adică tocmai valoarea calculată la început.

Pentru $t = 0$ s, rezultă că $v = 0$, ceea ce ne arată că mobilul a pornit din repaus.

Pentru $t = 5$ s, obținem $v = 10$ cm/s,

și așa mai departe, pentru orice valoare numerică a lui t.

Scopul urmărit, de a deduce viteza instantanee dintr-o relație generală, este deci atins, dar, totodată, am ajuns în situația de a putea defini o noțiune matematică nouă: aceea de *derivată*, pe care, de fapt, am introdus pe nesimțite.

In adevăr, cînd am pus condiţia ca *diferenţa* Δt să tindă către zero, raportul

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

a căpătat o *valoare-limită*, egală cu viteza instantanee v şi ne-a dus la relaţia:

$$v = 2t, \qquad (44.2)$$

adică la o nouă funcţie de timp, care se notează simbolic:

$$v = f'(t)$$

şi care *derivă* din *funcţia primitivă:*

$$s = t^2 = f(t). \qquad (44.1)$$

Ca să arătăm că diferenţa Δt nu are o valoare fixă, chiar dacă este foarte mică şi trebuie să tindă către zero, vom scrie în locul ei simbolul dt, iar în locul lui Δs vom scrie ds.

In acest fel:

$$v = f'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

Diferenţialele pot să devină oricît am dori de mici, iar raportul lor reprezintă derivata funcţiei în raport cu variabila.

Cantităţile ds şi dt, care pot să devină *oricît de mici am dori,* se numesc *diferenţiale,* iar cîtul lor reprezintă *derivata* funcţiei primitive s, în raport cu variabila t.

Noţiunea de derivată, introdusă de *Newton,* aşa cum am făcut şi noi, din nevoia de a studia mişcarea neuniformă poate fi extinsă şi generalizată pentru orice funcţiune

$$y = f(x).$$

Dacă notăm derivata fie cu y', fie cu $f'(x)$, avem, prin definiţie,

$$y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}. \qquad (44.3)$$

Derivata este limita raportului $\Delta y / \Delta x$, cînd Δx tinde către zero.

Derivata reprezintă deci, prin definiţie, limita raportului dintre creşterea funcţiei şi creşterea variabilei independente, cînd creşterea variabilei independente tinde către zero.

Tot aşa cum am dedus că derivata funcţiei primitive

$$s = t^2 \qquad (44.1)$$

este

$$\frac{ds}{dt} = 2t, \qquad (44.2)$$

se poate demonstra că funcţiile primitive de mai jos au derivatele următoare:

funcţia	derivata
$y=ax^n$	$y'=nax^{n-1}$
$y=1/x$	$y'=-1/x^2$
$y=\ln x$	$y'=1/x$
$y=\sin x$	$y'=\cos x$
$y=\cos x$	$y'=-\sin x$
$y=\text{tg}\, x$	$y'=1/\cos^2 x$
$y=\text{ctg}\, x$	$y'=-1/\sin^2 x$
$y=a\cdot\sin nx$	$y'=na\cdot\cos nx$
$y=a\cdot\cos nx$	$y'=-na\cdot\sin nx$

Dacă funcţia este înmulţită cu un coeficient numeric sau cu o constantă, acestea se păstrează şi la derivată.

De pildă, derivata funcţiei $y=(a+b)x^4$ este $y'=4\,(a+b)x^3$.

Dacă funcţia constă dintr-o sumă finită de termeni, derivata ei este egală cu suma derivatelor.

Derivata cantităţilor constante este nulă, iar derivata variabilei independente este 1.

Nu este cazul să intrăm în amănunte ca să arătăm cum se deduc aceste derivate. Cunoaşterea lor la cele cîteva exemple citate, ne va fi de mare folos şi suficientă pentru înţelegerea capitolelor viitoare.

Este bine ca aceste derivate să fie memorate, dar la nevoie pot fi căutate şi în tabela de mai sus.

Uneori, în locul derivatei, se cere să cunoaştem *diferenţiala dy* a *unei funcţii*.

Din relaţia (44.3) de mai sus rezultă imediat că:

$$dy=f'(x)\,dx. \tag{44.4}$$

Diferenţiala unei funcţii este derivata înmulţită cu diferenţiala variabilei independente.

Prin urmare, *putem calcula diferenţiala unei funcţii, dacă înmulţim derivata ei cu diferenţiala variabilei independente.*

§ 45. **Noţiunea de pantă.** Să presupunem că, reprezentînd grafic o funcţie oarecare:

$$y=f(x),$$

am găsit curba din fig. 71.

Vom alege pe această curbă:

— un punct de plecare *m*, în care variabila are valoarea *x*, iar funcţia valoarea *y*;

— un alt punct vecin *n*, în care variabila independentă a crescut cu Δx, iar funcţia cu Δy.

Triunghiul dreptunghic haşurat ne arată că raportul diferenţelor Δy şi Δx este:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha,$$

in care a este unghiul cuprins între secanta mn şi partea pozitivă a axei absciselor.

Dacă facem ca Δx să tindă către zero, punctul n se apropie de m şi tinde să se confunde cu dînsul, iar secanta mn devine, la limită, tangenta la curbă în m[1]).

In acest caz, diferenţele Δx şi Δy pot fi înlocuite cu diferenţialele dx şi dy, iar unghiul a prin α şi avem.

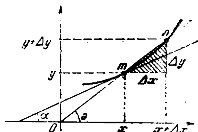


Fig. 71. Semnificaţia geometrică a derivatei.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Pentru o valoare dată a variabilei, derivata capătă valoarea numerică a pantei.

Prin definiţie, $\operatorname{tg} \alpha$ reprezintă *panta* curbei, în punctul considerat, aşa că, *pentru o valoare numerică dată a variabilei independente, derivata funcţiei are valoarea numerică a pantei.*

Este de la sine înţeles că, dacă alegem alt punct pe curbă în locul lui m panta şi derivata îşi schimbă valoarea.

Derivata ne dă iuţeala de variaţie a funcţiei în raport cu variabila independentă.

Dar panta fiind o măsură a *înclinării* curbei faţă de axa absciselor, este şi o măsură pentru creşterea sau descreşterea funcţiei, în vecinătatea punctului m.

Rezultă că *derivata ne arată cît de repede variază funcţia în raport cu variabila independentă.*

Importanţa calculului diferenţial reiese acum din următoarele observaţii:

1) Raportul diferenţelor $\Delta y/\Delta x$ ia, într-un punct dat, valori *diferite*, după cum alegem pe Δx. Din contra, raportul diferenţialelor dy/dx, adică derivata în acel punct, are o valoare *constantă.*

2) Derivatele ne permit să studiem procese complexe care nu decurg uniform fiindcă, *într-un interval infinit de mic, putem exprima aceste procese prin relaţii simple de proporţionalitate.*

---

[1]) Cazurile speciale, de excepţii, nu interesează aici.

In adevăr, relaţia

$$dy=f'(x)dx. \tag{44.4}$$

ne arată că *diferenţiala oricărei funcţii este proporţională cu diferenţiala variabilei independente, iar factorul de proporţionalitate este însăşi valoarea constantă a derivatei, în punctul considerat al curbei reprezentative.*

Diferenţiala unei funcţii este proporţională cu diferenţiala variabilei, iar derivata este factorul de proporţionalitate.

Această simplificare considerabilă face din calculul diferenţial un instrument indispensabil în studiul fenomenelor mai complexe.

§ 46. Noţiunea de integrală. In cele de mai sus am văzut cum se poate analiza un fenomen, descompunîndu-l în domenii sau elemente diferenţiale, infinit de mici; dar, deoarece observaţiile şi experienţele se pot executa numai cu cantităţi finite, trebuie să căutăm şi mijlocul de a trece, în sensul invers, de la o diferenţială dată:

$$dy=f'(x)dx, \tag{44.4}$$

la funcţia primitivă din care a provenit

$$y=f(x).$$

Această operaţie, inversă diferenţierei, se notează simbolic:

$$y=\int dy=\int f'(x)\,dx.$$

Integrarea este operaţia inversă diferenţierii.

Diferenţierea şi integrarea fiind operaţii inverse, lasă funcţia neschimbată, tot aşa cum înmulţirea şi împărţirea unui număr cu aceeaşi cantitate il lasă neschimbat, sau cum extragerea unei rădăcini anulează ridicarea la aceeaşi putere.

Adesea, căutarea funcţiei primitive, din care a provenit o diferenţială dată, este o operaţie dificilă şi uneori chiar imposibilă.

Fără a ne ocupa de aceste cazuri complicate, este evident că în ce priveşte funcţiile simple, trecute în tabela din § 44, putem afla integralele citind tabela în sens invers.

Trebuie să observăm însă că, de fiecare dată, problema admite o infinitate de soluţii fiindcă dacă adăugăm, la funcţia primitivă, o constantă arbitrară C, derivata şi diferenţiala ei sînt nule.

Vom avea deci întotdeauna:

$$\int f'(x)\,dx=f(x)+C.$$

Constanta C se numeşte *constantă de integrare*. De obicei, valoarea ei este impusă de condiţiile în care se desfăşoară fenomenul.

Tabela de mai jos conţine integralele funcţiilor elementare, menţionate şi în § 44:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C; \qquad \int \cos x \cdot dx = \sin x + C;$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C; \qquad \int a \cdot \sin ax \cdot dx = -\cos ax + C;$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C; \qquad \int a \cdot \cos ax \cdot dx = \sin ax + C;$$

$$\int \sin x \cdot dx = -\cos x + C; \qquad \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C;$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C.$$

Am trecut în această tabelă numai tipurile de integrale de care vom avea nevoie în capitolele viitoare.

§ 47. Semnificaţia geometrică a integralei. Vom pleca şi de această dată de la un exemplu cît mai simplu şi vom considera cazul particular al funcţiei

$$y = 3x.$$

Dacă dăm variabilei x valorile numerice succesive

1, 2, 3, . . .

funcţia y ia valorile următoare:

3, 6, 9, . . .

Iar dacă înregistrăm aceste valori, la o scară arbitrară, pe două axe de coordonate rectangulare, obţinem în plan punctele A, B, C etc., care se înşiră pe o dreaptă (fig. 72).

Să considerăm acum trapezul haşurat din această figură şi cuprins între 2—4—B—D.

Aria lui este

$$\frac{6+12}{2} \cdot 2 = 18,$$

şi se exprimă luînd ca unitate de măsură dreptunghiul haşurat mărunt, ale cărui laturi sînt egale cu unităţile arbitrare de lungime, alese pe cele două axe de coordonate.

Acelaşi rezultat poate fi obţinut şi pe altă cale.

Să alegem pe figură un alt trapez, delimitat între abscisa *2*, ca şi precedentul şi între o abscisă *oarecare* x (haşurat dublu).

Aria acestui trapez depinde de abscisa x şi este, prin urmare, *o funcţie de x*.

In interiorul ei, vom figura o serie de fâşii dreptunghiulare, de lăţime Δx şi lungime y.

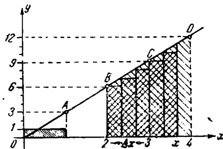


Fig. 72. Semnificaţia geometrică a integralei.

Ştiind că $y=3x$, un astfel de dreptunghi elementar are suprafaţa:

$$\Delta S=y\cdot\Delta x=3x\cdot\Delta x \quad (47.1)$$

Dacă Δx tinde către zero, dreptunghiurile noastre vor fi din ce în ce mai numeroase, iar, la limită, suma lor va fi egală cu aria totală a trapezului ales.

Se pune intrebarea: cum putem calcula, cu ajutorul unei formule generale, suma tuturor acestor arii elementare ΔS?

Dacă Δx tinde către zero, ΔS tinde de asemenea către zero şi vom putea scrie, în locul lor, diferenţialele dS şi dx, aşa că

$$dS=y\cdot dx=3x\cdot dx, \quad (47.2)$$

sau, ceea ce e tot una:

$$\frac{dS}{dx}=y=3x.$$

Aceasta înseamnă că aria S este chiar *primitiva*, din care funcţia $y=3x$ a provenit ca derivată.

Ca s-o calculăm, n-avem decît să integrăm expresia (47.2).

Rezultă astfel că:

$$S=\int dS=\int 3x\cdot dx=\frac{3}{2}x^2+C. \quad (47.3)$$

Constanta de integrare C se poate determina uşor, observind că, dacă $x=2$, aria trapezului se reduce la zero.

Avem deci:

$$0=\frac{3}{2}\cdot 2^2+C \quad \text{sau} \quad C=-6.$$

Prin urmare, vom putea scrie relaţia (47.3) sub forma finală

$$S=\frac{3}{2}x^2-6.$$

Am găsit astfel o *formulă generală* care *însumează toate ariile elementare dS* şi ne permite să calculăm aria S, pentru orice valoare numerică a lui x.

In adevăr: dacă $x=4$, avem $S=18$, cum am găsit şi din calculul geometric de mai sus;
dacă $x=3$, avem $S=7{,}5$;
dacă $x=2$, avem $S=0$ şi aşa mai departe, pentru toate valorile posibile ale lui x. Verificarea geometrică este simplă.

Faptul că integrala însumează un număr infinit de mare de cantităţi nfinit de mici, justifică simbolul de S alungit, care indică această operaţie.

Integrala este limita unei sume de cantităţi infinit de mici, în număr infinit de mare.

In concluzie: $\int 3x\cdot dx$ reprezintă aria cuprinsă între axa x, între linia dreaptă a cărei ecuaţie este $y=3x$ şi între două perpendiculare pe axa x, din care una este fixă (de exemplu la abscisa *2*) şi alta oarecare, la abscisa x.

Ca să precizăm aceasta, scriem:

$$S=\int_2^x 3x\cdot dx=\frac{3}{2}x^2-6.$$

Această integrală este *nedefinită*, fiindcă x poate să capete orice valoare numerică am dori; ea reprezintă o relaţie generală, adică *o funcţie* de x, care cuprinde toate cazurile particulare.

Integrala nedefinită este o formulă generală a ariei cuprinsă între curba reprezentativă şi axa absciselor, iar integrala definită o delimitează.

Dacă suprafaţa este delimitată între două abscise date, de exemplu între $x=2$ şi $x=4$, vom scrie, ca să arătăm *limitele de integrare*,

$$S=\int_2^4 3x\cdot dx=\frac{3}{2}\cdot 4^2-6=18.$$

O asemenea integrală, între două limite fixe, *exprimă un număr* şi se numeşte *integrală definită*

Integrala nedefinită exprimă o lege generală, iar integrala definită o valoare particulară.

Cu ajutorul integralelor nedefinite vom formula deci o lege generală, iar integrala definită reprezintă numai o valoare numerică particulară.

Se poate demonstra că aceleaşi concluzii rămîn valabile şi dacă, în locul dreptei $y=3x$, am avea o curbă oarecare, iar limitele ar fi a şi b.

Se cere numai ca această curbă *să nu aibă întreruperi şi să nu treacă sub axa absciselor.* [1])

[1]) In Analiza matematică se definesc şi arii algebrice pentru cazul cînd curba $y=f(x)$ este situată oricum faţă de axa Ox.

Cu această condiție, aria S este dată de expresia

$$S=\int_a^b f(x)\ dx.$$

Ca exemplu, vom calcula integrala definită:

$$y=\int_0^2 (3x+1)\ dx.$$

Integrala nedefinită este

$$\int 3x\cdot dx+\int dx=\frac{3}{2}x^2+x+C.$$

Inlocuind succesiv $x=2$ și $x=0$, integrala definită este egală cu diferența valorilor numerice obținute. Așadar

$$y=\frac{3}{2}\cdot 2^2+2+C-C=8,$$

de unde se vede cum *constanta de integrare se elimină la integralele definite.*

B. Mișcarea rectilinie

§ 48. **Mișcarea uniformă.** *In mișcarea uniformă, viteza este, prin definiție, constantă.*

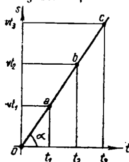


Fig. 73. Variația spațiului cu timpul în mișcarea uniformă.

Relația

$$\boxed{s=vt}\,, \qquad (48.1)$$

ne dă valoarea spațiului parcurs într-un timp t, și este *ecuația* acestei mișcări.

Pentru diferite valori succesive ale timpului

$$t_1,\ t_2,\ t_3,\ldots,$$

spațiile parcurse vor fi, evident,

$$vt_1,\ vt_2,\ vt_3,\ldots$$

Aceste date, înregistrate pe două axe de coordonate rectangulare, ne dau în plan punctele $a,\ b,\ c,\ldots$, care se înșiră pe o

linie dreaptă, care face cu axa absciselor un unghi α (fig. 73). Vom spune deci că, *în mişcarea uniformă, spaţiul creşte liniar cu timpul.*

In mişcarea uniformă spaţiul creşte liniar cu timpul.

Pe de altă parte, relaţia (48.1) ne dă imediat, prin derivare

$$\frac{ds}{dt} = v.$$

Viteza este deci derivata spaţiului, în raport cu timpul şi are valoarea numerică a pantei curbei din figură.

Aşadar

$$\boxed{v = \operatorname{tg} \alpha} \tag{48.2}$$

§ 49. **Mişcarea neregulată.** *Dacă viteza variază fără nici o regulă precisă, mişcarea este, prin definiţie, neregulată.*

In cazul acesta, spaţiul parcurs într-un timp oarecare, împărţit prin durata parcursului, ne dă viteza mijlocie v_m, iar dacă admitem că, într-un timp foarte scurt Δt, mobilul parcurge spaţiul Δs cu viteză aproximativ constantă, raportul

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = v = \frac{ds}{dt}$$

ne dă *viteza instantanee* la momentul t.

Mai jos dăm vitezele mijlocii, sau vitezele constante, în cîteva cazuri mai interesante.

Omul în mers, aprox.	1,5 m/s	*Avionul*, pînă la	650 m/s[1])
Sportivul, alergînd aprox.	6,0 m/s	*Glonţul de infanterie*, aprox.	840 m/s
Calul, la trap aprox.	3,4 m/s	*Pămîntul*, pe orbită	29 600 m/s
Calul de curse, pînă la	25 m/s	*Luna*, în jurul Pămîntului	1 000 m/s
Ogarul, pînă la	25 m/s	*Soarele*, în spaţiu	20 000 m/s
Rîndunica, pînă la	60 m/s	*Sunetul*, în aer	340 m/s
Biciclistul, pînă la	17 m/s	*Lumina*, în vid	300 000 km/s
Trenul accelerat, aprox.	50 m/s		
Automobilul, pînă la	120 m/s		

[1]) Limită atinsă în 1954.

§ 50. **Mişcarea uniform accelerată.** *Cînd viteza creşte mereu, cu cantităţi egale în timpuri egale, mişcarea este uniform accelerată.*

Mişcarea este uniform accelerată cînd viteza creşte cu cantităţi egale în timpuri egale. Creşterea ei în unitatea de timp se numeşte acceleraţie.

Creşterea vitezei, în unitatea de timp, se numeşte *acceleraţie* [1]).

Dacă notăm acceleraţia cu a, se înţelege uşor că un mobil, care ar pleca din repaus, are la sfîrşitul primei secunde viteza a, iar după t secunde viteza lui devine de t ori mai mare. Rezultă că

$$\boxed{v = at} \tag{50.1}$$

Această relaţie formulează *legea vitezelor* şi ne arată că, *în mişcarea uniform accelerată, viteza este direct proporţională cu timpul şi că acceleraţia reprezintă factorul de proporţionalitate.*

În mişcarea uniform accelerată viteza se exprimă prin produsul dintre timp şi acceleraţie.

Ne propunem acum să găsim spaţiul parcurs, într-un timp dat, de un mobil care se mişcă uniform accelerat.

Mobilul, care presupunem că pleacă din repaus *cu viteza zero*, capătă, după timpul t, viteza at, conform relaţiei (50.1) şi parcurge în acest timp spaţiul s.

Dacă ne închipuim că acelaşi mobil, în loc să se mişte accelerat, s-ar mişca *uniform*, cu o viteză egală cu media aritmetică a vitezelor iniţială şi finală, aşadar cu o *viteză mijlocie*,

$$v_m = \frac{0+at}{2} = \frac{at}{2},$$

este evident că el ar parcurge, tot în timpul t, aceeaşi distanţa s.

Avem astfel mijlocul să înlocuim o mişcare accelerată prin alta uniformă şi să deducem spaţiul parcurs, cu ajutorul ecuaţiei cunoscute a mişcării uniforme

$$s = vt,$$

[1]) Ca exemplu am putea să ne închipuim că un mobil ar avea după 1, 2, 3, . . . s vitezele respective 10, 20, 30. . . m/s. Viteza crescînd regulat cu cîte 10 m/s, vom numi această creştere acceleraţie.

în care nu mai rămîne decît să înlocuim pe v prin viteza mijlocie v_m. Găsim astfel

$$s=\frac{at}{2}\cdot t$$

sau

$$\boxed{s=\frac{1}{2}at^2} \qquad (50.2)$$

În mişcarea uniform accelerată spaţiul se exprimă prin jumătatea produsului dintre acceleraţie şi pătratul timpului.

Această relaţie formulează *legea spaţiilor* în mişcarea uniform accelerată.

Din ea rezultă că *spaţiul este direct proporţional cu pătratul timpului întrebuinţat pentru a-l străbate şi că jumătatea acceleraţiei joacă rolul factorului de proporţionalitate.*

Observaţie. Relaţia (50.2), în care facem $t=1$ s, ne arată că **spaţiul** parcurs în prima unitate de timp este

$$s_1=\frac{1}{2}a,$$

de unde deducem

$$\boxed{a=2s_1} \qquad (50.3)$$

Acceleraţia este dublul spaţiului parcurs în prima secundă şi are caracterul unei mărimi vectoriale.

Aşadar, *acceleraţia se exprimă numeric prin dublul spaţiului parcurs în prima secundă, de un mobil care pleacă din repaus.*

Este evident că, *fiind o mărime dirijată, o putem reprezenta printr-un vector,* numeric egal cu creşterea vitezei în unitatea de timp.

1. *Unitatea de acceleraţie.* Relaţia (50.2), din care deducem valoarea lui a, ne dă

$$a=\frac{2s}{t^2}.$$

De aici rezultă că dimensiunile accelerației sînt

$$[a] = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}.$$

Aşadar, *unitatea de accelerație derivă dintr-o lungime, raportată la pătratul unui timp.*

Dimensiunile accelerației, în toate sistemele legale de unități, sînt LT^{-2}.

In sistemul CGS se va exprima deci în *centimetri pe secundă la pătrat*, iar în sistemele MKS şi MKfS unitatea respectivă se va numi *metru pe secundă la pătrat.*

S-a propus, pentru unitatea CGS de accelerație, numele de *gal*, în onoarea lui Galileu, dar deocamdată această denumire nu s-a generalizat decît în cercetările seismologice.

2. *Relațiile dintre spațiu, viteză şi accelerație.* Viteza fiind exprimată prin valoarea la limită a raportului $\Delta s/\Delta t$, avem

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

In adevăr, prin derivarea expresiei $s = \frac{1}{2}at^2$ rezultă:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2at}{2} = at.$$

Viteza este derivata spațiului, iar accelerația derivata vitezei în raport cu timpul.

Analog, accelerația fiind exprimată prin valoarea la limită a raportului $\Delta v/\Delta t$, avem

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt},$$

şi dacă derivăm expresia $v = at$, obținem

$$\frac{dv}{dt} = a.$$

Pe cale inversă, dacă recurgem la integrare şi căutăm funcțiile primitive, obținem

$$\int a \cdot dt = at + C = v \qquad \text{şi} \qquad \int at \cdot dt = \frac{1}{2}at^2 + C' = s,$$

în care C şi C' sînt constante de integrare.

Dacă mobilul pleacă din repaus şi presupunem că la $t=0$, $s=0$, se vede imediat că aceste constante sînt nule.

Vom avea deci

$$v=at \qquad \text{şi} \qquad s=\frac{1}{2}at^2.$$

3. *Reprezentarea grafică în mişcarea uniform accelerată.* Legea spaţiilor este

$$s=\frac{1}{2}at^2 \qquad (50.2)$$

din care, dînd lui t valorile succesive

0; 1; 2; 3; ...

obţinem pentru s valorile respective

0; 0,5a; 2a; 4,5a; ...

Variaţia spaţiului în funcţie de timp, la mişcarea uniform accelerată, se reprezintă grafic printr-un arc de parabolă.

Într-un sistem de axe de coordonate rectangulare, însemnăm pe **axa** absciselor segmente proporţionale cu timpurile, iar pe ordonată, segmente proporţionale cu spaţiile respective.

Obţinem astfel curba din fig. 74, care este un *arc de parabolă.*

Pe această curbă reprezentativă a spaţiului, tangenta **geometrică**, într-un punct oarecare, formează cu axa absciselor un unghi α *a cărui tangentă trigonometrică este numeric egală cu viteza instantanee,* în momentul ales.

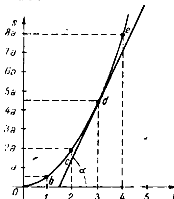


Fig. 74. Variaţia spaţiului cu timpul în mişcarea uniform accelerată.

Procedînd la fel pentru **legea** vitezelor,

$$v=at \qquad (50.1)$$

şi dînd lui t valorile succesive

0; 1; 2; 3; ...

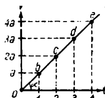


Fig. 75. Variaţia vitezei cu timpul în mişcarea uniform accelerată.

obținem pentru v valorile respective

$$0;\ a;\ 2a;\ 3a;\ \ldots$$

Variația vitezei în funcție de timp la mișcarea uniform accelerată, se reprezintă grafic printr-o dreaptă, care trece prin origine și face cu abscisa un unghi α, a cărui tangentă trigonometrică este numeric egală cu accelerația a.

pe care, dacă le înscriem pe două axe de coordonate rectangulare, căpătăm linia dreaptă din fig. 75.

Oricare dintre triunghiurile dreptunghice, care se formează între această dreaptă și axa absciselor ne arată că, în general,

$$v = t\,\mathrm{tg}\,\alpha,$$

de unde

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{v}{t} = a.$$

Așadar *accelerația este numeric egală cu tangenta trigonometrică a unghiului α, pe care-l face dreapta figurativă* *cu axa absciselor.*

§ 51. **Mișcarea oscilatorie.** Să presupunem că un mobil M pleacă din M_0 și se mișcă în sensul săgeții, pe un cerc de rază a, parcurgînd arce egale, în timpuri egale (fig. 76).

Dacă el descrie cercul complet, adică 2π rad, în timpul T, atunci unghiul la centru, măturat într-o secundă de raza vectoare a, este

$$\omega^{1)} = \frac{2\pi}{T}\ \text{rad/s},$$

iar după t secunde acest unghi devine

$$\omega t = \frac{2\pi}{T} t\ \text{rad}.$$

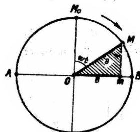


Fig. 76. Pentru deducerea ecuației mișcării oscilatorii.

Dacă proiectăm punctul M pe un diametru al cercului, pe care din motive de simetrie îl vom alege perpendicular pe direcția OM_0, se vede imediat că, în timp ce mobilul se învîrte pe cerc, proiecția lui, care se găsește momentan în m, se plimbă, cînd într-un sens, cînd în altul, între capetele diametrului considerat.

[1]) Literă mică a alfabetului grec. Se citește *omega*.

O asemenea mişcare alternativă, între două limite $+a$ şi $-a$ simetrice faţă cu un punct de plecare O, se numeşte *mişcare oscilatorie simplă*, sau mai scurt *mişcare oscilatorie*.

Din triunghiul dreptunghic haşurat în figură, se vede imediat că

$$\boxed{e=a\ \sin \omega t}, \qquad (51.1)$$

sau, ceea ce e tot una,

$$\boxed{e=a\ \sin \frac{2\pi}{T}t} \qquad (52.2)$$

Oricare din aceste două relaţii ne permite să calculăm distanţa e, la care punctul m s-ar găsi, faţă de centrul O, în momentul t.

Sub o formă sau sub alta, ele formulează *ecuaţia mişcării oscilatorii*, pe care o mai numim şi *sinusoidală*; din cauza prezenţei unui *sinus*, în expresia funcţiei de timp.

Asemenea mişcări se întîlnesc la tot pasul în natură: oscilaţiile unui pendul, clătinarea copacilor în bătaia vîntului, vibraţia unei strune, trepidaţiile solului etc., sînt fenomene ce decurg aproximativ după legile mişcării sinusoidale.

În relaţiile (51.1 şi 51.2) vom numi:

Ecuaţia mişcării oscilatorii este
$e=a \sin \cdot \omega t$,
în care:
e=elongaţia;
a=amplitudinea;
$\omega=\frac{2\pi}{T}$=pulsaţia (rad/s)
T=perioada;
$f=\frac{1}{T}$=frecvenţa;
$\omega t=\frac{2\pi}{T}t$=faza.

elongaţie, valoarea distanţei e, la un moment dat;

amplitudine sau *elongaţie maximă*, distanţa maximă atinsă de punctul oscilant, faţă de poziţia de repaus O;

pulsaţie, valoarea raportului $\frac{2\pi}{T}=\omega$ (rad/s).

perioadă, timpul T al unei rotaţii complete pe cerc, adică timpul după care punctul oscilant m, plecat dintr-o poziţie iniţială arbitrară, ajunge iarăşi la punctul de plecare, după ce atinge ambele extremităţi ale traiectoriei;

frecvență, numărul f de oscilații pe secundă. Ea este dată de raportul $1/T$, adică de inversul perioadei și se exprimă în *cicli pe secundă* sau în *perioade pe secundă.*

Unitatea internațională de frecvență se numește *hertz* (Hz)[1].

Ca multipli, întrebuințăm de obicei:

kilociclu pe secundă=kilohertz (kHz) $=10^3$ Hz, și
megaciclu pe secundă=megahertz (MHz) $=10^6$ Hz.

In sfîrșit, vom numi *fază*, cantitatea $\frac{2\pi}{T}\ t=\omega t$. Ea **exprimă** valoarea unghiului la centru, după timpul t.

Cu ajutorul acestui unghi, pe care-l numim și *unghi de fază*, putem defini, în orice moment, poziția razei OM, care ia caracterul unei mărimi dirijate și se numește *vector de poziție.*

Viteza în mișcarea oscilatorie poate fi dedusă prin derivarea uneia din expresiile (51.1 sau 51.2) în raport cu timpul.

Viteza în mișcarea oscilatorie este $v=a\,\omega\cos\omega t$, **și reprezintă derivata elongației, în raport cu timpul.**

Tabela derivatelor din § 44 ne dă imediat

$$v=a\omega\cos\omega t \qquad (51.3)$$

Prin urmare, viteza este tot o funcție trigonometrică de timp, în care amplitudinea devine $a\omega$.

Accelerația mișcării oscilatorii poate fi dedusă pe aceeași cale, derivînd expresia vitezei (51.3), în raport cu timpul.

Dacă ținem seamă că produsul $a\,\omega$ este constant, avem din tabela derivatelor:

Accelerația în mișcarea oscilatorie are valoarea $a_n=-a\omega^2\sin\omega t$ **și este derivata vitezei în raport cu timpul.**

$$a_n=-a\omega^2\sin\omega t \qquad (51.4)$$

în care $a\omega^2$ este amplitudinea.

Semnul — ne arată că vectorul ce reprezintă accelerația este dirijat întotdeauna către centrul de oscilație O, oricare ar fi sensul în care se mișcă mobilul.

---

[1] *Heinrich Rudolf Hertz* (1857—1894). Fizician german, cunoscut mai ales prin lucrările lui fundamentale asupra undelor electromagnetice, numite și *unde hertziene*.

Prin urmare, *viteza tinde să crească, de cîte ori mobilul se îndreaptă spre poziția inițială de repaus și să scadă cînd se îndepărtează de dînsa.*

1. *Reprezentarea grafică.* Să reluăm expresiile (51.2, 3 și 4), ținînd seamă că

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

și să dăm succesiv timpului t valorile $T/4$, $2T/4$, $3T/4$ etc., corespunzătoare unui multiplu al sfertului de perioadă.

Rezultă astfel datele de mai jos, în care am notat, pe aceeași linie orizontală, valorile corespunzătoare ale funcțiilor respective:

$t =$	0	$T/4$	$2T/4$	$3T/4$	$4T/4$
$e = a \sin \frac{2\pi}{T} t =$	0	a	0	$-a$	0
$v = a\omega \cos \frac{2\pi}{T} t =$	$a\omega$	0	$-a\omega$	0	$a\omega$
$a_n = -a\omega^2 \sin \frac{2\pi}{T} t =$	0	$-a\omega^2$	0	$a\omega^2$	0

Cu aceste date, înregistrate pe două axe de coordonate, obținem curbele reprezentative din fig. 77, care ne vor permite să urmărim în paralel variația elongației, vitezei și accelerației, în funcție de timp.

Din examinarea acestor curbe, care au toate forma sinusoidală, se constată următoarele:

a) viteza capătă valoarea numerică maximă, de cîte ori mobilul trece prin poziția inițială de repaus și se anulează la capetele cursei.

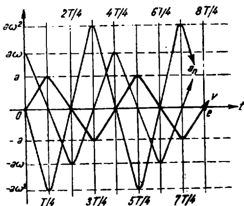


Fig. 77. Reprezentarea grafică a variației și defazajului elongației, vitezei și accelerației în mișcarea oscilatorie sinusoidală.

Aceste maxime apar cu un sfert de perioadă mai devreme decît maximele de același semn ale elongației;

b) accelerația este, din contra, maximă în valoare absolută la capetele cursei și nulă în dreptul poziției de repaus.

Maximele sînt atinse cu două sferturi de perioadă mai devreme decît maximele de același semn ale elongației.

Aceste constatări pot fi controlate și experimental, urmărind oscilațiile unui pendul.

2. *Defazajul vectorilor de poziție.* Dacă ținem seamă de faptul că vectorul de poziție din fig. 76 parcurge unghiul la centru de $\pi/2$ rad, într-un sfert de perioadă, și că:

$$\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$-\sin x = \sin\left(x + \frac{2\pi}{2}\right),$$

putem scrie relațiile ce exprimă elongația, viteza și accelerația mișcării oscilatorii, sub forma:

$$\begin{aligned} e &= a \sin \omega t; \\ v &= a\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right); \\ a_n &= a\omega^2 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{2}\right), \end{aligned} \tag{51.5}$$

sau sub forma:

$$\begin{aligned} e &= a \sin \frac{2\pi}{T} t; \\ v &= a\omega \sin \frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{T}{4}\right); \\ a_n &= a\omega^2 \sin \frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{T}{2}\right). \end{aligned} \tag{51.6}$$

Sub forma (51.6) aceste relații ne spun același lucru ca și curbele din fig. 77, anume că viteza capătă valoarea maximă cu un sfert de perioadă mai devreme decît elongația, și accelerația cu două sferturi de perioadă.

Totul se petrece aici ca și cînd am face să pornească, în paralel, trei fenomene diferite, după trei ceasornice diferite, din care al doilea înaintează cu $T/4$ s față de primul, iar al treilea cu $T/2$ s.

Aceleaşi relaţii, scrise sub forma (51.5), permit o reprezentare vectorială deosebit de instructivă.

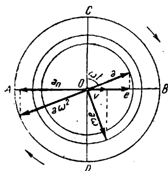


Fig. 78. Diagrama vectorială a mişcării oscilatorii sinusoidale.

Elongaţia, viteza şi acceleraţia mişcării oscilatorii pot fi reprezentate prin proiecţiile, pe direcţia traiectoriei, a trei vectori de lungimi $a, a\omega$ şi $a\omega^2$, cu unghiurile de fază
ωt, $\omega t+90°$ şi $\omega t+180°$.

Ştiind că:

e l o n g a ţ i a are amplitudine a şi unghiul de fază ωt;

v i t e z a are amplitudinea $a\omega$ şi unghiul de fază $\omega t+\pi/2$, şi că

a c c e l e r a ţ i a are amplitudinea $a\omega^2$ şi unghiul de fază $\omega t+2\pi/2$, putem proceda ca în fig. 76, reprezentînd aceste trei mărimi prin *proiecţiile*, pe diametrul *AB*, a trei vectori de poziţie, din care primul are lungimea a, al doilea $a\omega$ şi al treilea $a\omega^2$ (fig. 78).

Aceşti vectori, legaţi rigid unul de altul, se rotesc în acelaşi sens şi păstrează necontenit, faţă de $\bar{a}$, unghiurile $\pi/2$ şi $2\pi/2$, numite *unghiuri de defazaj.*

Vectorul $\bar{e}$ reprezintă şi de astă dată valoarea elongaţiei, în momentul în care viteza este reprezentată, ca sens şi mărime, prin vectorul $\bar{v}$, iar acceleraţia prin vectorul $\bar{a}_n$.

De cîte ori, în timpul rotaţiei, vectorul de poziţie $\bar{a}$ se suprapune peste diametrul *AB*, elongaţia şi acceleraţia capătă valorile maxime, de sens contrar, a şi $a\omega^2$, iar viteza devine nulă, o dată cu proiecţia vectorului $\overline{a\omega}$.

Dacă, rotindu-se mai departe, vectorul $\bar{a}$ se orientează momentan după direcţia *CD*, mobilul trece prin poziţia de repaus, elongaţia şi acceleraţia se anulează, iar viteza capătă valoarea maximă $a\omega$.

În studiul fizic al fenomenului, va trebui să ţinem seamă că, în realitate, numai vectorul $\bar{e}$ are originea permanent în centrul cercului, fiindcă originea comună a vectorilor *viteză* ($\bar{v}$) şi *acceleraţie* ($\bar{a}_n$) este legată de punctul oscilant şi se mută necontenit, odată cu dînsul.

Această reprezentare, prin vectori de poziţie rotitori, ne va fi de un folos deosebit în lămurirea unei serii întregi de fenomene şi, între altele, pentru explicarea fenomenelor specifice curenţilor electrici alternativi.

3. *Compunerea mişcărilor.* Un vîslaş care, încercînd să treacă un rîu, vîsleşte de-a dreptul către malul opus, este luat de curentul apei şi ajunge mai la vale de unde ar fi dorit să ajungă. Ca să taie direct spre mal, el trebuie să vîslească oblic, în contra curentului.

Vom încerca să aplicăm acestui caz metodele cunoscute de reprezentare vectorială.

Să presupunem că am putea opri cursul apei şi am vîsli, în timpul acesta, cu viteza uniformă $\overline{v}_1$ (fig. 79). Barca ar ajunge după o secundă în *a*.

Oprim aici vîslitul şi o lăsăm în voia curentului de viteză $\overline{v}_2$.

De astă dată barca ajunge, după o secundă, în *b*.

Fig. 79. Compunerea vitezelor a două mişcări uniforme.

La fel s-ar întîmpla dacă, procedînd invers, ne-am lăsa în voia curentului pînă în *c* şi oprind aici cursul apei, am vîsli pînă în *b*.

Şi într-un caz şi în altul, barca ajunge în punctul în care ar fi fost dusă simultan, timp de o secundă, şi de vîsle şi de curent, adică în *b*.

Viteza ei poate fi deci reprezentată prin diagonala $\overline{Ob}$.

De aici putem trage două concluzii importante.

— Dat fiind că această experienţă poate fi realizată oricînd, bunăoară într-un canal prevăzut cu ecluze, înseamnă că regulile de compunere a vectorilor sînt încă o dată confirmate.

— A doua concluzie la care ajungem, este următoarea: ***cînd un mobil suferă mai multe mişcări, este indiferent, din punctul de vedere al rezultatului final, dacă aceste mişcări se execută simultan ori separat, într-o ordine arbitrară.***

Mişcările simultane, pe care le poate executa un mobil, decurg independent una de alta, fără influenţă reciprocă.

Deducem că *diferitele mişcări, efectuate simultan de un mobil, decurg independent una de alta, fără vreo influenţă reciprocă.*

Acesta este ***principiul independenţei mişcărilor***, fundamental în mecanică [1]).

---

[1]) Principiul independenţei mişcărilor a fost enunţat de *Galileu.*

Ţinînd necontenit seamă de dînsul, vom considera separat compunerea mişcărilor ce decurg după aceeaşi direcţie, de compunerea mişcărilor ce decurg după direcţii deosebite, cu toate că direcţia comună nu este decît un caz particular al direcţiilor concurente.

§ 52. **Compunerea mişcărilor uniforme.** Să presupunem că un mobil execută simultan mai multe mişcări uniforme:

$$s_1 = v_1\, t,$$
$$s_2 = v_2\, t,$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$s_n = v_n\, t.$$

Este evident că, dacă aceste mişcări decurg după aceeaşi direcţie, vom avea prin simplă adunare:

$$\pm s_1 \pm s_2 \pm \ldots \pm s_n = (\pm v_1 \pm v_2 \pm \ldots \pm v_n)\, t,$$

în care semnele algebrice + şi —, alese convenţional, ne arată sensul mişcărilor considerate, după direcţia dată.

Dacă notăm

$$\pm s_1 \pm s_2 \pm \ldots \pm s_n = s$$

şi

$$\pm v_1 \pm v_2 \pm \ldots \pm v_n = v$$

obţinem relaţia finală

$$s = vt.$$

Prin urmare, din compunerea mai multor mişcări uniforme ce decurg după aceeaşi direcţie, rezultă tot o mişcare uniformă al cărei sens este dictat de semnul sumei algebrice a componentelor. Dacă mişcările nu au aceeaşi direcţie, regula de adunare-vectorială ne permite să găsim sensul, direcţia şi mărimea vitezei rezultante şi ajungem tot la o mişcare uniformă.

Compunerea mai multor mişcări uniforme dă tot o mişcare uniformă.

§ 53. **Compunerea mişcărilor rectilinii uniform accelerate.** Să considerăm şi de astă dată mai multe mişcări ce decurg simultan, după aceeaşi direcţie, avînd un mobil comun şi ecuaţiile

$$s_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2,$$

$$s_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2,$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$s_n = \frac{1}{2} a_n t^2.$$

Prin adunare, obținem:

$$\pm s_1 \pm s_2 \pm \ldots \pm s_n = \frac{1}{2} (\pm a_1 \pm a_2 \ldots \ldots \pm a_n) t^2,$$

sau

$$s = \frac{1}{2} a t^2, \qquad (50.2)$$

în care caz

$$v = at. \qquad (50.1)$$

Rezultanta este deci tot o mișcare uniform accelerată, dirijată în sensul dictat de semnul algebric al sumei vitezelor.

Mai multe mișcări uniform accelerate rectilinii dau împreună tot o mișcare uniform accelerată rectilinie.

La aceleași concluzii ajungem cînd se compun mai multe mișcări uniform accelerate rectilinii, aplicate concomitent unui mobil dat. Traiectoria urmează atunci sensul și direcția rezultantei vitezelor obținute prin sumarea geometrică a componentelor.

§ 54. **Mișcarea uniform accelerată, compusă cu mișcarea uniformă.** Presupunem întîi că aceste două mișcări decurg după aceeași direcție și au ecuațiile:

$$s_1 = v_0 t, \qquad (48.1)$$

și

$$s_2 = \frac{1}{2} a t^2. \qquad (50.2)$$

Prin sumare obținem:

$$s = s_1 \pm s_2 = v_0 t \pm \frac{1}{2} a t^2,$$

în care semnele + și — ne arată dacă mișcările sînt de același sens ori de sensuri contrarii.

Analog, obţinem pentru viteză:

$$v=v_0\pm at.$$

1. *Mişcarea uniform încetinită.* Cazul cel mai interesant este acela în care mişcările uniformă şi accelerată au sensuri contrarii.

Avem atunci, după timpul t,

$$\boxed{s=v_0t-\frac{1}{2}at^2} \qquad (54.1)$$

şi

$$\boxed{v=v_0-at.} \qquad (54.2)$$

Aceste două ecuaţii definesc *mişcarea uniform încetinită*, la care viteza scade în fiecare unitate de timp cu cantitatea constantă a, pe care o putem reprezenta printr-un vector de sens contrar vitezei şi o mai numim *încetinire, frînare sau acceleraţie negativă.*

In mişcarea uniform încetinită, mobilul se opreşte după timpul $t=v_0/a$, în care parcurge spaţiul $s=v_0^2/2a$. Rezultă că $v_0=\sqrt{2as}$.

Din relaţia (54.2) se vede imediat că mobilul se opreşte, ca să schimbe sensul mişcării, în momentul în care:

$$v=v_0-at=0,$$

adică după timpul

$$t=\frac{v_0}{a}.$$

Această valoare, înlocuită, fie în (54.1), fie în ecuaţia mişcării accelerate (50.2), dă pentru spaţiul respectiv:

$$s=\frac{v_0^2}{2a}. \qquad (54.3)$$

De aici deducem:

$$\boxed{v_0=\sqrt{2as}}. \qquad (54.4)$$

Această relaţie, cunoscută sub numele de *formula lui Galileu*, ne permite să calculăm fie viteza iniţială v_0, cu care trebuie să plece un mobil ca să poată parcurge uniform încetinit o distanţă dată s, fie viteza finală pe care o capătă după ce a parcurs aceeaşi distanţă, uniform accelerat. Ea ne arată, de asemenea, că viteza este direct proporţională cu rădăcina pătrată a spaţiului parcurs.

2. *Compunerea după direcții diferite.* Să presupunem că mișcarea uniformă decurge după direcția Ox, iar cea accelerată după direcția Oy (fig. 80) și că spațiile respective sînt:

Compunerea unei mișcări uniforme cu alta accelerată, după direcții diferite, duce la o traiectorie parabolică.

$$x = v_0 t \quad \text{și} \quad y = \pm \frac{1}{2} at^2,$$

în care semnele algebrice arată sensul mișcării. In aceste relații dăm timpului valorile succesive

$$t = 0,\ 1,\ 2,\ 3 \ldots$$

și obținem pentru spații valorile de mai jos:

$$x = 0;\ v_0;\ 2v_0 \ldots$$

și

$$y = 0;\quad \pm 0{,}5a;\quad \pm 2a;\quad \pm 4{,}5a;\quad \pm 8a;\quad \ldots$$

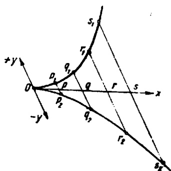


Fig. 80. Compunerea mișcării uniforme cu mișcarea uniform accelerată, după direcții inclinate.

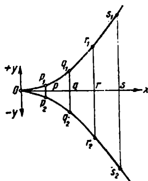


Fig. 81. Compunerea mișcării uniforme cu mișcarea uniform accelerată, după direcții perpendiculare.

Dacă mișcarea uniformă ar fi singură, ar duce mobilul după Ox și ar parcurge, secundă cu secundă, distanțele:

$$Op = v_0;\ Oq = 2v_0;\ Or = 3v_0;\ Os = 4v_0 \ldots$$

Dar fiindcă există şi o mişcare accelerată suprapusă, mobilul va fi deviat, paralel cu Oy, într-un sens or în altul, cu spaţiile corespunzătoare valorilor lui y date mai sus.

După semnul algebric al lui y, traiectoria mişcării compuse va fi unul din arcele de parabolă $p_1\, q_1\, r_1\, s_1$ sau $p_2\, q_2\, r_2\, s_2$.

În cazul special, cînd cele două direcţii Ox şi Oy sînt perpendiculare una pe alta, este uşor de văzut că aceste arce de parabolă devin simetrice faţă de axa Ox (fig. 81).

Vom reveni asupra compunerii mişcărilor accelerate şi uniforme cînd vom studia traiectoria corpurilor aruncate cu viteză iniţială, în cîmpul atracţiei pămîntului.

§ 55. Compunerea mişcărilor oscilatorii. Vom considera şi de astă dată întîi mişcările ce decurg după aceeaşi direcţie, apoi pe acelea ce decurg după direcţii perpendiculare.

1. *Mişcări oscilatorii cu direcţie comună.* Dacă două mişcări sinusoidale acţionează împreună asupra unui mobil, după o direcţie comună, este evident că ***elongaţia rezultantă va fi egală cu suma algebrică a elongaţiilor individuale.***

Vom presupune deocamdată că aceste două mişcări înaintează, una faţă de alta, cu timpul θ [1]), că au aceeaşi perioadă T şi, eventual, amplitudini diferite a_1 şi a_2.

Ecuaţiile lor vor fi atunci:

$$e_1 = a_1 \sin \frac{2\pi}{T} t$$

şi

$$e_2 = a_2 \sin \frac{2\pi}{T} (t + \theta).$$

Din ele putem calcula elongaţia rezultantă $e_1 + e_2$, adunîndu-le membru cu membru. Dezvoltarea matematică, deşi simplă în principiu, este lungă, incomodă şi insuficient de intuitivă.

De aceea vom recurge mai curînd la un procedeu de *compunere grafică.*

Faţă de două axe de coordonate, reprezentăm, prin două curbe, variaţiile elongaţiilor e_1 şi e_2, în funcţie de timp, ţinînd seamă că una din oscilaţii, şi anume prima, porneşte cu timpul θ mai tîrziu decît cealaltă (fig. 82).

[1]) θ = literă mică grecească. Se citeşte *theta.*

Adunăm apoi, din loc în loc, elongaţiile de acelaşi semn, citite pe aceste curbe şi scădem pe cele de semne contrarii. Obţi-

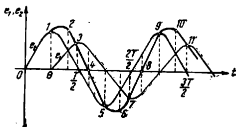


Fig. 82. Compunerea a două mişcări oscilatorii coliniare.

nem astfel succesiv punctele notate în figură cu *1, 2, 3*... prin care putem trasa curba reprezentativă a oscilaţiei rezultante.

Din compunerea a două oscilaţii de aceeaşi perioadă, pe o direcţie comună, rezultă tot o mişcare oscilatorie, de aceeaşi perioadă.

Din examinarea ei se constată că

a) mişcarea rezultantă este tot o mişcare oscilatorie, de perioadă T, ca şi componentele ei;

b) curba reprezentativă taie axa timpului între cele două componente;

c) amplitudinea ei depinde de situaţia relativă a maximelor componentelor, adică de unghiul de defazaj corespunzător întîrzierii θ.

In adevăr, dacă întîrzierea θ dispare, componentele sînt *în fază* şi ecuaţiile respective se pot scrie:

$$e_1 = a_1 \sin \frac{2\pi}{T} t = a_1 \sin \omega t$$

şi

$$e_2 = a_2 \sin \frac{2\pi}{T} t = a_2 \sin \omega t$$

iar elongaţia rezultantei va fi

$$e = e_1 + e_2 = (a_1 + a_2) \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

De aici se vede imediat că *amplitudinea mişcării* ***compuse va*** *fi dată de suma amplitudinilor individuale.*

Fig. 83 ne arată situaţia reciprocă a curbelor reprezentative şi compunerea lor grafică.

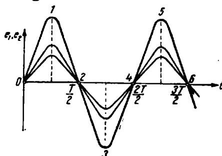


Fig. 83. Compunerea mişcărilor oscilatorii coliniare sincrone şi în fază.

Dacă una din oscilaţii întîrzie faţă de cealaltă cu o jumătate de perioadă $T/2$, apare între ele o diferenţă de fază de π rad, iar ecuaţiile respective devin:

$$e_1 = a_1 \sin \omega t$$

şi

$$e_2 = a_2 \sin (\omega t + \pi) = -a_2 \sin \omega t,$$

în care semnul — ne arată că cele două componente sînt în *opoziţie de fază.*

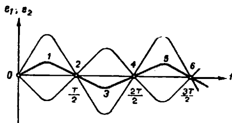


Fig. 84. Compunerea mişcărilor oscilatorii coliniare sincrone şi în opoziţie de fază.

Situaţia reciprocă a curbelor reprezentative se prezintă atunci aşa cum arată fig. 84, iar *amplitudinea rezultantei este*

egală cu diferența amplitudinilor individuale, fiindcă

La oscilațiile în fază, amplitudinea rezultantă este egală cu suma amplitudinilor, iar la oscilațiile în opoziție de fază, cu diferența lor.

$$e=e_1+e_2=(a_1-a_2)\sin\omega t.$$

În cazul special cînd $a_1=a_2$ amplitudinea rezultantă este nulă, ca și elongația, fiindcă cele două mișcări tind necontenit să ducă mobilul în sensuri contrarii, la distanțe egale.

Vom spune atunci că ele *interferează*, sau că oscilație adăugată la oscilație, duce la repaus.

Deosebit de interesant este cazul cînd cele două oscilații, care se compun pe o direcție comună, au perioadele T_1 și T_2 puțin diferite una de alta, indiferent dacă amplitudinile sînt sau nu egale.

Dacă, în locul perioadelor, considerăm frecvențele respective

$$f_1=\frac{1}{T_1} \quad \text{și} \quad f_2=\frac{1}{T_2}$$

ecuațiile celor două oscilații sînt:

$$e_1=a_1\sin 2\pi f_1 t$$

și

$$e_2=a_2\sin 2\pi f_2 t,$$

iar dacă notăm:

$$f_2-f_1=\Delta f,$$

le mai putem scrie și sub forma:

$$e_1=a_1\sin 2\pi f_1 t$$

și

$$e_2=a_2\sin 2\pi(f_1+\Delta f)\ t,$$

în care unghiurile de fază ωt au valorile:

$$\varphi_1{}^{1)}=2\pi f_1 t$$

și

$$\varphi_2=2\pi(f_1+\Delta f)\ t=2\pi f_1 t+2\pi\Delta f\cdot t.$$

Prin urmare, *diferența de fază $\varphi_2-\varphi_1$, presupusă inițial nulă, variază cu timpul și cele două oscilații se defazează treptat.*

Ca să ajungă iarăși în fază, trebuie ca:

$$\varphi_2-\varphi_1=2\pi \text{ (sau un multiplu de } 2\pi),$$

așadar ca

$$2\pi f_1 t+2\pi\cdot\Delta f\cdot t-2\pi f_1 t=2\pi \text{ (sau un multiplu de } 2\pi), \text{ deci ca}$$

$$\Delta f\cdot t=1 \text{ (sau un număr întreg)},$$

[1] φ =literă mică grecească. Se citește *fi*.

Deducem că

$$t=\frac{1}{\Delta f}=\frac{1}{f_2-f_1}.$$

Evident, ***coincidenţa de fază*** se va repeta după timpurile $2t$, $3t$, $4t$ etc., cînd ***amplitudinea rezultantă va atinge valorile maxime,*** egale cu suma amplitudinilor individuale.

Între aceste intervale, după timpurile $t/2$, $3t/2$, $5t/2$ etc., oscilaţiile se află, din contra, ***în opoziţie de fază,*** iar ***amplitudinea rezultantă devine minimă*** şi egală cu diferenţa amplitudinilor.

Prin urmare, maximele şi minimile se succed astfel:

$t=0$	$t/2$	$2t/2$	$3t/2$	$4t/2$	...
$a=a_1+a_2$	a_1-a_2	a_1+a_2	a_1-a_2	a_1+a_2	...
max.	min.	max.	min.	max.	

Oscilaţia rezultantă suferă deci variaţii ale amplitudinii cu perioada

Frecvenţa bătăilor este dată de diferenţa dintre frecvenţele componentelor.

$$t=\frac{1}{f_2-f_1},$$

cu atît mai lungă, cu cît diferenţa f_2-f_1 este mai mică.

Frecvenţa respectivă, exprimată prin inversul perioadei, va fi

$$\Delta f=\frac{1}{t}=f_2-f_1 \qquad (55.1)$$

Aceste variaţii periodice ale amplitudinii rezultantei se numesc ***bătăi.***

Desfăşurarea lor poate fi urmărită şi din compunerea grafică, prin procedeul cunoscut, al curbelor reprezentative ale componentelor (fig. 85).

Exemplu numeric. Dacă se suprapun două oscilaţii de frecvenţe:

$$f_1=500 \text{ Hz şi } f_2=504 \text{ Hz},$$

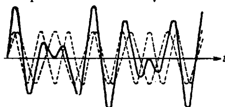
recvenţa bătăilor va fi

$$\Delta f=504-500=4 \text{ Hz}.$$

Fenomenul bătăilor are o importanţă practică deosebită nu numai în mecanică, la studiul oscilaţiilor unui sistem solicitat

simultan, cu două frecvențe deosebite (clădiri, vehicule, poduri etc.) dar și în alte capitole ale fizicii și tehnicii.

Vom reveni asupra lui în acustică și în radiocomunicații.



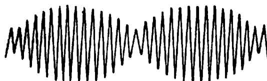


Fig. 85.
a — formarea bătăilor; b — curba rezultantă, înregistrată fotografic.

2. *Compunerea oscilațiilor pe direcții perpendiculare.* Să considerăm un sistem de axe rectangulare (fig. 86) și să presupunem că, în lungul fiecăreia dintre ele, un mobil urmează simultan mișcările în fază și de aceeași perioadă:

$$x = a \sin \omega t$$

și

$$y = b \sin \omega t.$$

Cînd spunem că sînt *în fază*, înțelegem că cele două mișcări încep în același moment, din poziția de repaus O.

Este ușor de văzut că, prin acțiunea lor suprapusă, mobilul se

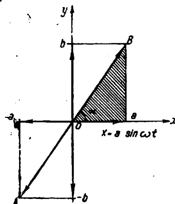


Fig. 86. Oscilații în fază, după direcții perpendiculare.

va duce după direcţia AB şi va executa tot o mişcare oscilatorie, în fază cu componentele şi de aceeaşi perioadă.

Triunghiul dreptunghic haşurat ne arată că elongaţia acestei mişcări poate fi dedusă din relaţia

Suprapunerea a două mişcări oscilatorii în fază şi de aceeaşi perioadă, pe direcţii perpendiculare, dă tot o mişcare oscilatorie, în fază cu ele şi de aceeaşi perioadă.

$$e^2 = a^2 \sin^2 \omega t + b^2 \sin^2 \omega t,$$

care ne dă

$$e = \sqrt{a^2 + b^2} \sin \omega t.$$

De altă parte, tot din figură se vede că *inclinaţia* noii traiectorii, faţă de direcţia axei Ox este dată de

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{b \sin \omega t}{a \sin \omega t} = \frac{b}{a},$$

adică *de raportul celor două amplitudini.*

Dacă mişcările oscilatorii rectangulare nu sînt în fază, compunerea lor nu mai duce la o traiectorie rectilinie.

Vom considera, ca exemplu, cazul particular, în care două oscilaţii, *de aceeaşi perioadă şi aceeaşi amplitudine,* sînt defazate cu unghiul $\pi/2$.

Aceasta înseamnă că una din ele aduce mobilul în poziţia de repaus O, exact în momentul cînd cealaltă atinge elongaţia maximă.

Ţinînd seamă de direcţiile traiectoriilor individuale, putem scrie, pentru cele două mişcări, ecuaţiile

$$x = a \sin \omega t$$

şi

$$y = a \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

Două mişcări oscilatorii rectangulare, de aceeaşi amplitudine şi aceeaşi perioadă, defazate cu $\pi/2$, dau ca rezultantă o mişcare circulară, cu raza egală cu amplitudinea componentelor.

sau

$$y = a \cos \omega t.$$

Dacă luăm pe axa Ox un segment egal cu $a \sin \omega t$ şi pe axa Oy, alt segment, egal, cu $a \cos \omega t$, fig. 87 ne arată că, în momentul t, ambele mişcări suprapuse vor duce mobilul în punctul m, la distanţa r faţă de centrul O.

Tot din figură se vede că:

$$r^2=x^2+y^2,$$

sau că

$$r^2=a^2 \sin^2 \omega t+a^2 \cos^2 \omega t,$$

de unde

$$r^2=a^2 (\sin^2\omega t + \cos^2\omega t)=a^2.$$

Cum această expresie nu depinde de timp, înseamnă că, oricum am alege momentul t, mobilul se găseşte întotdeauna la distanţă constantă, faţă de centrul O, şi punctul va fi obligat să descrie o *traiectorie circulară* de rază a, în jurul punctului O.

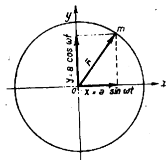


Fig. 87. Oscilaţii în cuadratură, după direcţii perpendiculare.

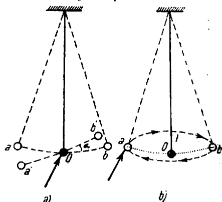


Fig. 88. Demonstrarea experimentală a compunerii oscilaţiilor pe direcţii perpendiculare.

Se poate demonstra că, dacă $a \neq b$, cercul acesta se turteşte şi capătă forma unei *elipse*.

Putem verifica experimental aceste concluzii în felul următor:

a) punem un pendul să oscileze şi, în momentul cînd trece prin poziţia de repaus, îi dăm o lovitură scurtă, laterală, perpendiculară pe direcţia traiectoriei (fig. 88 *a*).

Suprapunem astfel, peste oscilaţia iniţială, o a doua oscilaţie în fază şi perpendiculară pe aceasta. Constatăm atunci că planul de oscilaţie deviază cu un unghi α, ca să ia orientarea impusă de mişcarea rezultantă;

b) dăm lovitura laterală în momentul cînd pendulul ajunge la capătul cursei, în *a* sau în *b* şi suprapunem o oscilaţie defazată cu $\pi/2$, faţă de cea iniţială (fig. 88 *b*).

Pendulul capătă atunci o mişcare circulară sau eliptică, în jurul punctului *O*.

Traiectoriile eliptice şi mai ales cele circulare, ce rezultă din suprapunerea oscilaţiilor rectangulare, defazate cu $\pi/2$, vor găsi o aplicaţie imediată în capitolul următor, iar mai tîrziu vor servi pentru explicarea funcţionării motoarelor de curent electric alternativ şi pentru lămurirea unor fenomene optice.

C. Mişcarea circulară

§ 56. **Viteze şi acceleraţii.** Să considerăm un mobil care se mişcă pe un cerc şi să presupunem că, în timpul foarte scurt Δt, raza vectoare r mătură unghiul la centru $\Delta\alpha$, iar extremitatea ei parcurge arcul Δl (fig. 89).

Prin definiţie, se numeşte *viteză unghiulară* şi se notează cu ω

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{d\alpha}{dt} = \omega .$$

Tot prin definiţie, se numeşte *viteză liniară* sau *periferică* şi se notează cu v

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{dl}{dt} = v.$$

Ea poate fi reprezentată prin vectorul $\bar{v}$ tangent la cerc, în punctul considerat; de aceea se mai numeşte şi *viteză tangenţială*.

Ca la orice mişcare curbilinie, acest vector îşi schimbă necontenit orientarea, o dată cu deplasarea mobilului.

Din această cauză, *din punctul de vedere al vitezei tangenţiale, mişcarea circulară nu poate fi considerată ca uniformă.*

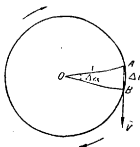


Fig. 89. Viteza tangenţială în mişcarea circulară.

Se poate întîmpla însă ca viteza unghiulară ω să fie constantă. In acest caz, şi *din acest punct de vedere*, mişcarea circulară se numeşte *uniformă*.

Raza vectoare parcurge atunci unghiuri la centru egale, în timpuri egale. Iar dacă unghiul parcurs în timpul T, numit perioadă, este de 2π rad, putem scrie că viteza unghiulară este

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \text{ rad/s.} \qquad (56.1)$$

În mişcarea circulară uniformă, viteza unghiulară este

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ rad/s},$$

iar viteza tangenţială are valoarea

$$v = \omega r \text{ cm/s}.$$

Evident, după timpul t, unghiul la centru va fi

$$\alpha = \omega t = \frac{2\pi}{T} t \text{ rad}.$$

În ce priveşte *arcul de cerc*, parcurs într-o secundă, care defineşte modulul vitezei liniare, se vede imediat că, dacă mobilul parcurge drumul $2\pi r$ în timpul T, drumul parcurs într-o secundă va fi:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = r\omega \qquad (56.2)$$

Să considerăm acum două poziţii succesive, ocupate de mobil pe cerc şi vectorii $\overline{v}_1$ şi $\overline{v}_2$, ce reprezintă vitezele tangenţiale în aceste puncte (fig. 90).

Diferenţa lor vectorială este vectorul $\overline{\Delta v}$, orientat către interiorul cercului. El reprezintă variaţia vitezei, în timpul Δt, necesar pentru deplasarea mobilului, între punctele alese.

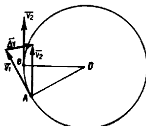


Fig. 90. Variaţia vitezei tangenţiale în mişcarea circulară uniformă.

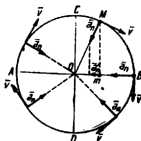


Fig. 91. Viteza tangenţială şi acceleraţia centripetă în mişcarea circulară uniformă.

Dacă presupunem că Δt devine din ce în ce mai mic, este uşor de văzut că vectorul $\overline{\Delta v}$ se orientează către *centrul cercului*.

În acest caz

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{\Delta v}}{\Delta t} = \overline{a}_n$$

reprezintă *accelerația* mișcării, care, fiindcă este îndreptată către centrul cercului, se numește *accelerație centripetă*. Valoarea ei numerică este *constantă*, oricare ar fi poziția mobilului pe cerc.

Considerînd mai multe poziții succesive, vom reprezenta deci vitezele tangențiale prin vectorii $\bar{v}$ și accelerațiile centripete prin vectorii $\bar{a}_n$ (fig. 91).

Ne propunem acum să găsim modulul accelerației.

Pentru aceasta să ne închipuim că am considera nu numai mișcarea mobilului pe cerc, dar și mișcarea oscilatorie a proiecției lui pe diametrul AB.

Dacă mobilul se găsește în M, proiecția lui se află în m și mișcarea oscilatorie are în acest moment accelerația a'_n dată de componenta vectorului $\bar{a}_n$ pe direcția oscilației.

Cînd mobilul ajunge în B sau în A, vectorii $\bar{a}_n$ și $\bar{a}'_n$ se confundă și au aceeași lungime; dar, în acest caz, accelerația mișcării oscilatorii, ajunsă la elongația maximă r, are valoarea cunoscută:

$$a'_n = -r\omega^2. \quad (51.4)$$

Prin urmare și accelerația centripetă va avea tot valoarea

$$\boxed{a_n = -r\omega^2}, \quad (56.3)$$

Accelerația centripetă are valoarea

$$a_n = -r\omega^2$$

la care semnul — arată orientarea către centrul cercului a vectorului respectiv.

în care semnul — arată că vectorul respectiv este orientat către centrul cercului.

Dacă mobilul continuă mișcarea pe cerc, accelerația mișcării oscilatorii a proiecției lui capătă necontenit alte valori, pe cînd accelerația mișcării circulare păstrează mai departe valoarea numerică, dar își modifică orientarea în plan.

Acest fel de tratare a problemei se justifică prin faptul că, după cum am arătat mai înainte, mișcarea circulară poate fi considerată ca rezultanta suprapunerii a două mișcări oscilatorii defazate cu $\pi/2$, după direcții rectangulare.

De cîte ori oscilația după AB atinge capetele cursei, rămîne momentan singură fiindcă, în aceeași clipă, oscilația după CD trece prin poziția de repaus.

De altfel, aceeaşi figură ne arată că, dacă mobilul trece prin *C*, sau prin *D*, vectorul $\overline{v}=\overline{\omega}\overline{r}$ se orientează paralel cu *AB* şi dă, prin proiecţie, tocmai viteza oscilaţiei, la trecerea prin poziţia de repaus.

1. *Compunerea mişcării circulare cu o mişcare rectilinie.* Este uşor de văzut că, dacă o mişcare circulară se combină cu alta de translaţie, perpendiculară pe planul ei, traiectoria rezultantă va fi o *elice*. Asemenea mişcări, numite *elicoidale* pot fi întîlnite foarte des în natură, de pildă la corpurile cereşti sau chiar la căderea liberă a seminţelor de pe anumiţi copaci.

In tehnică, le găsim la şurub şi la elicele avioanelor sau vapoarelor.

2. *Exemple numerice asupra cinematicii.* 1) *Viteza unui mobil este de* 50 m/s. *Care va fi spaţiul parcurs în* 3,25 s?

Inlocuind datele în formula (48,1) obţinem

$$s=50\cdot 3{,}25=162{,}5 \text{ m}.$$

2) *Care este viteza unui mobil, care parcurge uniform* 18 cm *în* 3 s?

Aceeaşi formulă ne dă

$$18=v\cdot 3,$$

de unde

$$v=\frac{18}{3}=6 \text{ cm/s}.$$

3) *Un mobil are viteza de* 5 m/s. *In cît timp va parcurge* 4 km?

Distanţa, exprimată în metri, reprezintă 4 000 m.

Formula cunoscută ne dă

$$4\,000=5\cdot t,$$

de unde

$$t=\frac{4\,000}{5}=800 \text{ s}.$$

4) *Un biciclist aleargă cu 17* m/s *după un pieton, care merge cu* 1,5 m/s *şi se găseşte la* 2 000 m *înaintea lui*.

In cît timp şi la ce distanţă de punctul de plecare îl va ajunge?

Fie t acest timp.

Distanţa parcursă de biciclist, pînă la întîlnire, va fi

$$s=17\ t.$$

In timpul acesta pietonul parcurge distanţa

$$s'=1{,}5\ t.$$

In momentul intîlnirii vom avea

$$1{,}5t+2\,000=17\ t,$$

de unde deducem

$$t=\frac{2\,000}{15{,}5}=129\ \text{s.}$$

Locul întîlnirii va fi deci la distanța de

$$17\cdot 129=2\,193\ \text{m}$$

față de punctul de plecare.

5) *Să se calculeze spațiul parcurs în* 20 s *de un mobil care pornește din repaus cu accelerația de* 900 cm/s².

Inlocuind datele în formula (50.2) avem

$$s=\frac{1}{2}\,900\cdot 400=180\,000\ \text{cm.}$$

6) *Ce accelerație trebuie să aibă un mobil care pornind din repaus să poată parcurge* 3 000 cm *în* 10 s?

Aceeași formulă ne dă

$$a=\frac{2s}{t^2}=\frac{6\,000}{100}=60\ \text{cm/s}^2.$$

7) *In cît timp va fi parcursă distanța de* 2 000 cm *de un mobil care pleacă din repaus cu accelerația de* 40 cm/s²?

Formula (50.2) ne dă

$$t=\sqrt{\frac{2s}{a}}=\sqrt{\frac{2\cdot 2\,000}{40}}=10\ \text{s.}$$

8) *Mișcarea unui mobil este încetinită cu* 200 cm/s². *Presupunînd că mobilul are inițial viteza de* 4 000 cm/s *care-i viteza lui după* 3 s, *după cît timp se oprește și ce distanță parcurge?*

a) Inlocuind datele în formula

$$v=v_0-at, \qquad (54.2)$$

avem viteza după 3 s:

$$v=4\,000-200\cdot 3=3\,400\ \text{cm/s.}$$

b) Formula

$$t=\frac{v_0}{a},$$

ne dă durata mișcării. Așadar

$$t=\frac{4\,000}{200}=20\ \text{s.}$$

c) Formula

$$s=\frac{v_0^2}{2a} \qquad (54.3)$$

ne permite să calculăm distanţa parcursă

$$s=\frac{1}{2}\cdot\frac{4\,000^2}{400}=20\,000 \text{ cm}.$$

9) *Un mobil are viteza iniţială de* 2 000 cm/s *şi frînarea de* 50 cm/s². *După cît timp viteza lui se reduce la jumătate?*

Formula (54.2) ne dă imediat

$$t=\frac{v_0-v}{a},$$

$$t=\frac{2\,000-1\,000}{50}=20 \text{ s}.$$

10) *Cu ce viteză iniţială trebuie să plece un mobil, ca să se oprească după ce a parcurs* 100 m, *cu frînarea de* 2 m/s²?

Formula (54.4) ne dă

$$v_0=\sqrt{2as}=\sqrt{400}=20 \text{ m/s}.$$

11) *Perioada unei mişcări oscilatorii este de* 4 s, *iar amplitudinea de* 2 cm. *Să se scrie ecuaţia mişcării.*

Aplicînd relaţia (51.2), găsim:

$$e=2\sin\frac{2\pi}{4}t$$

sau

$$e=2\sin\frac{\pi}{2}t.$$

12) *Să se calculeze elongaţia acestei mişcări, după* 3,5 s.

Dacă facem $t=3{,}5$ s în ecuaţia de mai sus, rezultă:

$$e=2\sin\frac{3{,}5\pi}{2}=-2\sin 45^\circ\approx-1{,}4 \text{ cm}.$$

13) *Care-i ecuaţia vitezei la această mişcare şi ce valoare va căpăta după* 3,5 s?

Relaţia (51.3) ne dă:

$$v=2\frac{2\pi}{4}\cos\frac{2\pi}{4}t=\pi\cos\frac{\pi}{2}t,$$

din care, dacă facem $t=3{,}5$ s, obținem:

$$v=\pi \cos 315°=\pi \cos 45°=2{,}2 \text{ cm/s}.$$

14) *Aceeași întrebare, pentru accelerație, după* 3 s

Relația (51·4) ne dă

$$a_n=\frac{39{,}44}{16}\, 2 \sin\frac{3\pi}{2}=-4{,}9 \text{ cm/s}^2.$$

15) *Pulsația unei mișcări oscilatorii fiind* 5 000 rad/s, *să se calculeze frecvența ei.*

Avem

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{5\,000}{6{,}28}\approx 800 \text{ Hz}.$$

16) *Un mobil execută* 20 rot/s. *Care este viteza unghiulară?*

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\cdot 20=125{,}6 \text{ rad/s}.$$

17) *Dacă raza de girație este de* 1 m, *care este accelerația centripetă și viteza liniară, în cazul precedent?*

$$v=r\omega=100\cdot 125{,}6=12\,560 \text{ cm/s};$$

$$a_n=r\omega^2=100\cdot(125{,}6)^2\approx 1{,}6\cdot 10^6 \text{ cm/s}^2.$$

D. Dezvoltarea istorică a cinematicii

Cinematica, în forma definită la începutul capitolului, adică numai ca studiu abstract al mișcării în sine, independent de mase și de forțe, este o creație destul de nouă, în comparație cu statica, și se apropie mai mult de geometrie, de care diferă doar prin introducerea unui element nou: *timpul.*

Ca și în geometrie, condițiile de plecare sînt ideale, pentrucă sînt fixate de noi și nu de fenomenele naturale.

Cînd este vorba despre un anumit fel de mișcare, de exemplu despre cea uniform accelerată, nu se admite nici o abatere de la definiția dată inițial: viteza trebuie să crească riguros proporțional cu timpul.

In natură găsim însă mișcări adevărate, nu mișcări abstracte și de aceea va trebui să căutăm necontenit aproximațiile cu care le putem apropia de mișcările ideale.

Numele *cinematică* a fost introdus de *Ampère*[1]).

---

[1]) *André Marie Ampère* (1775—1836) matematician și fizician francez, cunoscut mai ales prin cercetări fundamentale asupra electromagnetismului și electrodinamicii.

Filozofii antici au considerat adesea mişcarea mai mult din punct de vedere metafizic, deci fără o fundamentare matematică, legată de vreun fenomen natural.

Evident, se cunoşteau, cine ştie de cînd, legile mişcării uniforme şi se folosea noţiunea de viteză mijlocie, dar nimeni nu a imaginat o mişcare accelerată.

Mişcarea circulară era considerată ca perfectă, din cauza formei rotunde a traectoriei.

Şcoala din Atena, fundată la 388 î. e. n., şi *Dialogurile lui Platon*[1]) vorbeau despre mişcarea elicoidală şi spuneau că ea rezultă din suprapunerea unei mişcări de rotaţie peste alta de translaţie.

Galileu a fost primul care a ajuns în adevăr la o idee clară despre mişcarea accelerată sau întîrziată şi despre legile ei.

Newton şi Leibnitz[2]), independent unul de altul, au creat calculul infinitezimal, unde se introduc noţiunile de derivată, diferenţială şi integrală.

Această metodă de calcul, impusă de nevoia practică a studiului mişcării neuniforme, s-a generalizat apoi în toate cazurile în care funcţia nu depinde liniar de variabila independentă. Am văzut cum, prin derivarea expresiei spaţiului în raport cu timpul, se obţine viteza instantanee şi legea ei de variaţie, iar printr-o nouă derivare se trece la expresia acceleraţiei.

La mişcările unde acceleraţia variază şi ea cu timpul, putem continua derivarea şi obţinem aşa-numitele *acceleraţii de ordin superior*, dar acestea nu au întrebuinţare curentă în fizică.

Newton s-a servit de calculul infinitezimal numai cu oarecare timiditate şi abia mai tîrziu *Hermann* (1678—1733) a cercetat sistematic mişcările variate, cu ajutorul lui.

Noţiunea de *vector*, introdusă de *Stevin*, a fost aplicată la început numai la forţe. *Euler* a extins-o apoi la celelalte mărimi dirijate, cum sînt viteza şi acceleraţia, şi a creat calculul vectorial.

Tot el a introdus cel dintîi, în studiul mişcărilor, noţiunea de *punct material* (Theoria Motus — 1775).

De ideile lui, cu toate că nu-l citează, s-a servit apoi *Lagrange* în *Mecanica analitică* (1777), considerată ca un tratat de bază în tot studiul mecanicii.

De aici înainte progresele au venit mai încet şi, după prima jumătate a veacului trecut, cercetările puteau fi considerate ca practic încheiate, în spiritul mecanicii newtoniene.

Prin 1917, *Einstein*[3]) adaugă la cele trei dimensiuni ale spaţiului a patra, care este legată de timp şi pune bazele teoriei relativităţii generalizate despre care vom discuta mai tîrziu, fiindcă este vorba de o concepţie nouă şi deosebit de fructuoasă a *mecanicii relativiste*, unde legile mecanicii newtoniene nu mai sînt valabile.

---

[1]) *Platon* (429—347 î. e. n.) filozof grec, elev a lui Socrate şi profesor al lui Aristotel.

[2]) *Gottfried Wilhelm Leibnitz* (1664—1716), filozof şi savant german, născut la Leipzig.

[3]) *Albert Einstein* (1879—1955), născut la Ulm şi decedat în Statele Unite ale Americii, fost profesor la Berlin şi titular al premiului Nobel (1921).

CAPITOLUL III

DINAMICA

Dinamica este capitolul din mecanică, în care se studiază stările reale de mişcare ale corpurilor şi cauzele ce pot să le impună sau să le modifice.

Cum repaus absolut nu există în natură, vom vorbi despre mişcare şi repaus *numai în sensul relativ,* **față** de un sistem de referință ales prin convenție, pe care-l considerăm ca fix.

Alegerea sistemului de referință, în majoritatea cazurilor, se impune de la sine, prin situația corpurilor înconjurătoare, ce pot să permită folosirea unui sistem de *axe de coordonate.*

A. Principii fundamentale

§ 57. **Principiul inerției.** Experiența ne arată că nici un corp nu poate părăsi o stare de repaus, dacă nu intervine o cauză exterioară.

Tot experiența ne mai arată că, în condițiile obişnuite, mişcarea unui corp, o dată scos din repausul relativ, nu durează la infinit şi că trebuie să o întreținem ca să continuie.

O bilă, aruncată pe asfalt, se rostogoleşte şi parcurge o traiectorie rectilinie, pînă cînd se opreşte, din cauza frecărilor.

Dacă o aruncăm pe iarbă, sau pe o alee de nisip, distanța parcursă este mai mică, fiindcă şi frecările sînt mai mari.

Fără intervenția unei forțe, un corp oarecare nu poate decît sau să stea în repaus sau să se mişte rectiliniu şi uniform.

Se poate prevedea că, *dacă am fi în stare să suprimăm orice frecare, bila s-ar mişca la nesfîrşit, rectiliniu şi uniform.*

Dar frecările nu pot fi anulate şi, de aceea, oricît ar fi de mici, tot vor ajunge s-o oprească.

Frecarea sau orice altă cauză în stare să oprească bila, ca şi efortul muscular cu care am pus-o în mişcare, sînt *forțe.*

Prin generalizare, numeroase fapte analoge ne permit să enunțăm o lege, fundamentală în dinamică, numită ***principiul inerției:***

I. *Un corp material, asupra căruia nu acționează nici o forță din afară, nu poate decît or să stea în repaus relativ, or să se mişte rectiliniu şi uniform.*

Principiul inerției, întrevăzut de *Galileu*, sau de alții înaintea lui, şi enunțat în formă precisă de *Newton*, se impune ca un *adevăr primar*, care nu poate fi susținut altfel, decît printr-o mulțime nesfîrşită de fapte de observație, ce nu au fost încă niciodată contrazise.

De aceea, el constituie ceea ce se numeşte în logică *un postulat*.

Se numeşte forță:
a) orice cauză în stare să producă deformări;
b) orice cauză în stare să modifice mişcarea unui corp sau să-l scoată din starea de repaus relativ.

După felul în care îşi manifestă acțiunea, putem, deci, numi *forță:*

a) *orice cauză, în stare să producă o acțiune statică de deformare, apăsare sau tracțiune;*

b) *orice cauză, în stare să exercite o acțiune dinamică, prin care să modifice starea de mişcare sau de repaus relativ a unui corp, deci a unei mase.*

În cele ce urmează vom discuta şi lămuri, caz cu caz, aceste acțiuni dinamice ale forțelor.

§ 58. **Acțiunea unei forțe constante asupra unei mase constante.** Amintim că forța, fiind o mărime vectorială, ca să poată fi considerată constantă va trebui să-şi păstreze neschimbate intensitatea, sensul şi direcția.

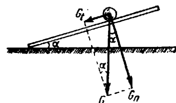


Fig. 92. Mişcarea unui corp sub acțiunea unei forțe constante.

Studiul fenomenului nu poate fi făcut decît experimental şi există diferite dispozitive, de care ne putem folosi.

Dintre toate, vom alege unul cu importanță istorică deosebită: *planul înclinat,* fiindcă de el s-a servit şi *Galileu* cînd a cercetat pentru prima dată legile mişcării corpurilor în cădere.

Să considerăm deci un plan înclinat şi o bilă care se rostogoleşte la vale (fig. 92).

Greutatea G a bilei poate fi descompusă în componentele *normală*, G_n și *longitudinală*, G_t pe care de astă dată o vom nota cu F.

Componenta normală fiind anulată de rigiditatea suprafeței de sprijin, singura forță care mișcă bila este componenta activă F, ce poate fi calculată din relația cunoscută:

$$F = G \sin \alpha$$

și căreia, *dacă schimbăm înclinația planului*, putem să-i dăm orice valoare, cuprinsă între *zero* și G.

a) Păstrăm deocamdată înclinația planului constantă, *ca să menținem constantă și forța activă*, apoi măsurăm distanțele

$$s_1, s_2, s_3, \ldots,$$

parcurse de bila în rostogolire, după timpurile:

$$t_1, t_2, t_3, \ldots$$

În limitele erorilor experimentale, datorite mai ales frecărilor inevitabile, constatăm atunci, din datele numerice obținute, că:

$$\frac{s_1}{t_1^2} = \frac{s_2}{t_2^2} = \frac{s_3}{t_3^2} = \ldots = \frac{s}{t^2} = \text{constantă}.$$

Prin urmare, *spațiile sînt direct proporționale cu pătratele timpurilor respective* și dacă notăm:

$$\text{constanta} = \frac{1}{2} a$$

ajungem la ecuația mișcării uniform accelerate

$$s = \frac{1}{2} a t^2. \qquad (50.2)$$

O forță constantă imprimă unei mase date o mișcare uniform accelerată.

În concluzie: *sub acțiunea unei forțe constante, o masă dată capătă o mișcare uniform accelerată.*

b) În a doua serie de determinări, *vom căuta legătura dintre forțe și accelerațiile pe care sînt în stare să le imprime unei mase date.*

Vom schimba deci înclinaţia planului, ca să dăm forţei acceleratoare F valorile succesive:

$$F_1 = G \sin a_1;\; F_2 = G \sin a_2;\; F_3 = G \sin a_3 \ldots$$

şi, repetînd experienţele de mai sus, vom găsi de fiecare dată cîte o mişcare accelerată, iar valorile numerice obţinute ne vor arăta că, între forţe şi acceleraţiile respective, avem relaţiile:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \ldots = \frac{F}{a} = K$$

Acceleraţia este direct proporţională cu forţa care acţionează asupra unui corp dat.

unde K este o constantă de proporţionalitate.

De aici rezultă că:

$$F = Ka, \tag{58.1}$$

şi putem enunţa, tot ca postulat, un al doilea principiu fundamental în dinamică, descoperit de *Newton:*

II. *Acceleraţia pe care o capătă o masă dată este direct proporţională cu forţa care acţionează asupra ei şi orientată în acelaşi sens şi pe aceeaşi direcţie cu dînsa.*

În ce priveşte semnificaţia constantei de proporţionalitate K, vom reveni asupra ei într-un capitol viitor.

§ 59. **Principiul acţiunii şi reacţiunii.** Cu gîndul la principiul inerţiei, şi ştiind că forţele nu pot să apară decît pe perechi din acţiunile reciproce a *două* corpuri, este uşor de înţeles că, dacă un anumit corp ar exista singur în tot universul, nu ar fi capabil să-şi modifice starea de mişcare sau de repaus.

Acţiunea este totdeauna egală şi opusă reacţiunii. Ele apar totdeauna simultan.

Am enunţat mai de mult, în cap. I. *Statica,* principiul acţiunii şi reacţiunii.

Newton, după ce l-a verificat prin experienţă, l-a generalizat şi în dinamică, formulîndu-l astfel:

III. *„Acţiunea este totdeauna egală şi opusă reacţiunii, adică acţiunile a două corpuri, unul asupra celuilalt, sînt întotdeauna egale şi de sensuri contrarii".*

În rezumat: principiile fundamentale ale dinamicii, pe care *Newton* le consideră ca axiome, sînt următoarele:

I. *Principiul inerţiei.*

II. *Principiul proporţionalităţii dintre forţe şi acceleraţiile pe care le imprimă unei mase date.*

III. *Principiul acţiunii şi reacţiunii.*

§ 60. **Aplicaţie-Căderea corpurilor.** Un corp în cădere se află sub acţiunea greutăţii proprii, adică a forţei cu care-l atrage pămîntul. Această forţă poate fi considerată aproximativ constantă, într-un loc dat, cînd spaţiul parcurs în cădere nu este prea mare.

Din legile dinamicii rezultă atunci că mişcarea de cădere trebuie să fie uniform accelerată şi că, dacă notăm acceleraţia cu g, vom avea pentru spaţiu şi viteză relaţiile cunoscute:

$$s=\frac{1}{2}gt^2 \qquad (50.2)$$

şi

$$v=gt \qquad (50.1)$$

cu toate consecinţele arătate în capitolul despre mişcarea uniform accelerată.

De asemenea, vom aplica relaţia:

$$h=\frac{v_0^2}{2g}, \qquad (54.3)$$

care ne dă înălţimea maximă h, atinsă la o aruncare în sus, după verticală, cu viteza iniţială v_0, cît şi

$$v=\sqrt{2gh}, \qquad (54.4)$$

care ne permite să calculăm viteza de cădere de la înălţimea h, sau viteza iniţială, necesară ca să atingă această înălţime.

În realitate, aceste relaţii nu sînt valabile decît la căderea în vid, unde nu există o rezistenţă de frecare, din partea păturilor de aer străbătute, iar ca să le verificăm experimental, cu suficientă precizie, trebuie numaidecît să înlăturăm această rezistenţă.

Există diferite metode posibile, din care cea mai simplă este *metoda înregistrării fotografice.*

Intr-un tub de sticlă, lung de cîțiva metri, din care am scos aerul, cade o bilă lucioasă de metal (fig. 93).

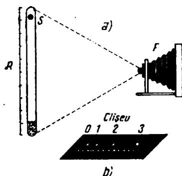


Fig. 93. Inregistrarea cronofotografică a mișcării uniform accelerate.

Pe fundul tubului punem o bucată de vată, care împiedică bila să-l spargă, iar alături așezăm o riglă gradată.

Luminăm tubul cu o serie de scîntei electrice, care se succed la intervale regulate și cunoscute, apoi îl fotografiem în această lumină.

Pe clișeu, după developare, apar mai multe imagini ale bilei, ce corespund pozițiilor în care se găsea în momentele în care a fost luminată, alături de imaginea riglei gradate.

Constatăm astfel că spațiile parcurse în cădere sînt proporționale cu pătratele timpurilor, iar din datele măsurărilor putem scrie ecuația mișcării accelerate și calcula accelerația ei.

Vom descrie mai tîrziu alte metode și mai precise, pentru determinarea indirectă a accelerației gravitației, care au dus la rezultatele următoare:

Pentru accelerația gravitației se ia de obicei valoarea aproximativă $g=981$ cm/s².

Lîngă *București* (Comuna Roșu)

$$g=980{,}551 \text{ cm/s}^2,$$

iar la latitudinea de 45° și nivelul mării,

$$g=980{,}665 \text{ cm/}^2,$$

care reprezintă așa-numita *valoare normală.*

Pentru nevoile curente, vom adopta însă, o dată pentru totdeauna, valoarea *aproximativă:*

$$g=981 \text{ cm/s}^2 \text{ în sistemul CGS}$$

și

$$g=9{,}81 \text{ m/s}^2 \text{ în sistemele MKS și MKfS.}$$

În aer, fenomenul este mai complicat, fiindcă *frecarea depinde atît de viteză, cît şi de forma sau dimensiunile geometrice ale corpului în mişcare*[1].

Dacă o notăm cu R, atracţia pămîntului, reprezentată prin greutatea G, nu mai acţionează singură şi corpul se găseşte în realitate sub acţiunea rezultantei

$$F = G - R.$$

dar cum, în orice caz,

$$F < G,$$

înseamnă că acceleraţia mişcării, cît şi viteza după un timp dat vor fi mai mici decît în vid.

Dacă avem două corpuri, de aceeaşi formă şi aceleaşi dimensiuni, dar de greutăţi diferite, de pildă o sferă de plută şi alta de plumb, rezistenţa aerului va fi aceeaşi pentru amîndouă, dar diferenţa $G-R$ se va apropia cu atît mai mult de G, cu cît corpul este mai greu, iar pentru corpurile destul de grele, ajunge practic egală cu G.

Urmează că, în aer, legea căderii, pentru asemenea corpuri, va fi mai apropiată de formulele clasice (50.1 şi 50.2) decît la corpurile uşoare.

Pe de altă parte, cercetări experimentale şi teoretice, de care vom vorbi mai tîrziu, au arătat că *rezistenţa aerului creşte*, la vitezele mijlocii pe care le întîlnim obişnuit, *cu pătratul vitezei*.

Înseamnă că, pentru un corp dat, rezultanta:

$$F = G - R$$

tinde să scadă pe măsură ce creşte viteza şi se anulează cînd $G=R$. Forţa acceleratoare dispare atunci şi corpul continuă mişcarea mai departe, *uniform*, în virtutea inerţiei, *păstrînd această viteză limită atinsă*.

Experienţa verifică în totul aceste concluzii. Le verificăm de altfel şi în viaţa zilnică, de pildă la picăturile de ploaie care, dacă n-ar fi rezistenţa aerului şi limitarea vitezei, ar ajunge la pămînt cu viteza unui glonte de revolver.

Existenţa acestor fenomene complexe, la căderea în aer, a rămas multă vreme neînţeleasă, şi de aceea filozofii antichităţii credeau că fiecare corp cade după o lege particulară.

Problema balistică. Cu ajutorul cunoştinţelor căpătate pînă acum din cinematică şi dinamică, putem examina mişcarea unui corp, aruncat în vid, cu viteza iniţială $\overline{v}_0$, care face unghiul α cu orizontala, aşa cum arată fig. 94 *a*.

În virtutea inerţiei, această viteză trebuie să rămînă constantă. Ea se poate descompune în componentele:

$$v_0 \cos\alpha, \text{ după orizontală} \quad \text{şi} \quad v_0 \sin\alpha \text{ după verticală.}$$

Pe verticală se mai suprapune însă şi viteza de cădere gt, aşa că:

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt \quad \text{şi} \quad v_x = v_0 \cos\alpha.$$

[1]) Este uşor de constatat că altfel cade o foaie de hîrtie mototolită, decît una plană.

Potrivit celor ştiute, mobilul va descrie atunci o parabolă, aşa cum arată fig. 94 *b*, atingînd o înălţime maximă h, cînd viteza de urcare pe verticală devine egală cu viteza de cădere, aşadar cînd

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt = 0,$$

de unde găsim timpul de urcare

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}.$$

De aici înainte, mobilul începe să coboare şi revine pe pămînt după timpul

$$t_1 = 2t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Potrivit relaţiei cunoscute (54.3) şi ţinînd seamă că, după verticală, viteza iniţială este $v_0 \sin\alpha$, găsim că

$$\boxed{h = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}}. \qquad (60.1)$$

Pe de altă parte, dacă n-ar fi existat decît mişcarea uniformă iniţială, spaţiul parcurs pe direcţia OA, în timpul t_1, ar fi fost

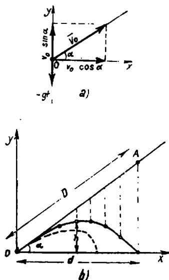


Fig. 94. Aruncarea oblică.

$$D = v_0 t_1 = \frac{2v_0^2 \sin\alpha}{g},$$

căruia îi corespunde pe orizontală distanţa:

$$d = D\cos\alpha = \frac{v_0^2 \cdot 2\sin\alpha\cos\alpha}{g},$$

sau

$$\boxed{d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}}. \qquad (60.2)$$

Această distanţă, sau *bătaie*, va fi evident maximă cînd

$\sin 2\alpha = 1$, aşadar cînd $\alpha = 45°$.

In realitate, cînd intervine şi frecarea cu aerul, mişcările cu viteze mai mari sînt frînate mai repede decît acelea cu viteză mică.

De aceea, fiindcă viteza inițială v_0 este mult mai mare decît viteza de cădere, proiectilul, în loc să urmeze traiectoria parabolică, se abate de la dînsa ca să descrie traiectoria trasată punctat (fig. 94 *b*).

§ 61. **Unitățile de forță și masă.** În diferitele sisteme de unități, despre care s-a vorbit anterior, au rămas încă nedefinite unitatea de masă, în sistemul MKfS și unitatea de forță în sistemele CGS și MKS asupra cărora sîntem acum în stare să discutăm pe alte baze.

1. *Unitatea de forță* CGS. Să reluăm relația experimentală

$$F=K\cdot a. \tag{58.1}$$

Fiindcă nu am definit încă unitatea de forță în sistemul CGS și nici nu ne-am sprijinit pe dînsa în capitolele precedente, nimic nu ne împiedică să o alegem acum așa fel ca, în relația de față, constanta K să exprime masa în grame, cînd accelerația este dată în cm/s².

Cu această convenție, putem scrie că

$$F=m\cdot a, \tag{61.1}$$

iar dacă ne referim la cazul special cînd

$$m=1\ \text{g}$$

și

$$a=1\ \text{cm/s}^2$$

găsim că

$$F=1\ \text{unitate CGS.}$$

Unitatea CGS de forță este dyna (dyn), care poate să imprime masei de 1 g, accelerația de 1 cm/s².

Această unitate se numește dynă (dyn) și reprezintă forța în stare să imprime unei mase de 1 g, accelerația de un centimetru pe secundă la pătrat.

Ținînd seamă de dimensiunile cunoscute ale unităților de masă și accelerație, aceeași relație (61.1) ne spune că dimensiunile forței, în sistemul CGS sînt:

$$[F]=\text{LMT}^{-2}.$$

2. *Unitatea de forță* MKS. Facem aceeași convenție, în privința constantei K și, recurgînd la unitățile de masă și de accelerație ale sistemului, rezultă, tot din relația (61.1), că dacă

$$m=1 \text{ kg},$$

și

$$a=1 \text{ m/s}^2,$$

atunci

$$F=1 \text{ unitate MKS}.$$

Unitatea MKS de forță se numește newton (N) și poate să imprime masei de 1 kg accelerația de 1 m/s².

Această unitate se numește newton (N) *și reprezintă forța în stare să imprime masei de* 1 kg *accelerația de un metru pe secundă la pătrat.*

Fiindcă, în sistemul MKS, dimensiunile masei și accelerației sînt aceleași ca în sistemul CGS, vom avea și de astă dată:

$$[F]=\mathrm{LMT}^{-2}.$$

Prin urmare, din punctul de vedere al dimensiunilor, nu există nici o diferență între aceste două sisteme.

Raportul dintre unitățile CGS și MKS este numai numeric.

De aici putem trage concluzia importantă *că unitățile* MKS *reprezintă numai un simplu multiplu numeric al unităților* CGS, de care nu se deosebesc, din punctul de vedere al derivării din unitățile fundamentale.

Aceasta înseamnă că *ecuațiile de dimensiuni pot să rămînă omogene,* dacă, din eroare, am folosit în aceeași relație unități din ambele sisteme, dar atunci *rezultatele numerice nu mai sînt corecte.*

3. *Unitatea de masă* MKfS. Reluînd expresia:

$$F=m\cdot a \qquad (61.1)$$

la care am ajuns în cazurile precedente, vom căuta mijlocul să o adaptăm sistemului de față.

Dacă un corp de un kilogram-masă cade liber, sub acțiunea greutății proprii, atunci

$$F = 1 \text{ kgf}$$

și

$$a = 9{,}81 \text{ m/s}^2.$$

Aceste date, introduse mai sus, ne-ar duce la relația numerică, evident imposibilă,

$$1 = 1 \cdot 9{,}81.$$

Prin urmare trebuie să alegem altă unitate de masă, în locul kilogramului. In adevăr, dacă admitem că:

$$9{,}81 \text{ kg} = 1 \textit{ unitate de masă } \text{MKfS},$$

accelerația scade în proporție, ca să devină 1 m/s² și relația (61.1) poate fi satisfăcută, fiindcă

$$1 = 1 \cdot 1.$$

Unitatea de masă MKfS reprezintă 9,81 kg și este capabilă ca, sub acțiunea forței de 1 kgf să capete accelerația de 1 m/s². Dimensiunile ei sînt $[m] = L^{-1}FT^2$.

Prin urmare, *unitatea* MKfS *de masă echivalează cu* 9,81 kg *și este capabilă ca, sub acțiunea unui kilogram-forță, să capete accelerația de un metru pe secundă la pătrat.*

Această unitate nu are nume special și de aceea o denumim numai prin inițialele MKfS, puse după valoarea numerică respectivă.

In ce privește dimensiunile ei, tot relația (61.1) ne spune că ele sînt:

$$[m] = L^{-1}\, F\, T^2.$$

4. *Caracterul absolut al unităților de forță.* In statică, am definit kilogramul-forță prin greutatea masei de un kilogram internațional, sub anumită latitudine geografică și la nivelul mării.

Astfel definită, această unitate era legată de un fenomen local: *atracția Pămîntului* și nu putea fi considerată ca absolută, decît în ipoteza că nu variază în timp.

Din momentul în care am fixat, pe cale dinamică, unitatea de masă a sistemului MKfS și am ajuns în stare să **aplicăm relația**

$$F = m \cdot a, \tag{61.1}$$

definiția kilogramului-forță nu mai este legată de un loc anumit, fiindcă el reprezintă forța în stare să comunice masei de 9,81 kg, accelerația de 1 m/s², *oriunde ne-am găsi în univers.*

Aceeași calitate o au de altfel, în baza definițiilor dinamice, și unitățile de forță CGS și MKS.

Toate pot fi considerate ca *absolute*, fiindcă rămîn valabile *oricînd* și *oriunde.*

Raportul numeric al unităților de forță poate fi calculat dacă, în cei doi membri ai relației

$$F = m \cdot a, \tag{61.1}$$

folosim unități din două sisteme diferite, de pildă.

a) Deoarece, sub acțiunea unui kilogram-forță, masa de 1 000 g capătă accelerația de 981 cm/s², rezultă că

1 kgf reprezintă 981 000 dyn sau 9,81 N.

$$1\ \text{kgf} = 981\ 000\ \text{dyn}$$

și

$$1\ \text{gf} = 981\ \text{dyn}.$$

b) Deoarece, sub acțiunea unui kilogram-forță, masa de 1 kg capătă accelerația de 9,81 m/s² rezultă că:

$$1\ \text{kgf} = 9,81\ \text{N}$$

și

$$1\ \text{gf} = 0,009\ 81\ \text{N}.$$

c) Din comparația datelor de mai sus, urmează că:

Un newton reprezintă 10^5 dyn.

$$1\ \text{kgf} = 981\ 000\ \text{dyn} = 9,81\ \text{N}$$

$$\text{și că}\ 1\ \text{N} = 10^5\ \text{dyn}.$$

§ 62. **Semnificația dinamică a masei.** Din cele discutate în capitolul precedent, relația

$$\boxed{F = m \cdot a} \tag{61.1}$$

ne apare ca fundamentală și valabilă în orice sistem de unități.

De aceea ne vom folosi de dînsa ori unde va fi vorba de acțiunea dinamică a unei forțe, asupra unei mase. În ea se găsesc rezumate atît principiul inerției, cît și principiul proporționalității dintre forță și accelerație, iar mai tîrziu vom vedea cum poate fi aplicată la principiul acțiunii și reacțiunii.

În adevăr, de la prima examinare se vede că:

a) dacă forța este nulă, accelerația este de asemenea nulă și corpul nu-și poate schimba starea de repaus relativ, ori de mișcare uniformă;

b) în relația dintre forță și accelerație, masa intervine ca factor de proporționalitate;

c) accelerația, imprimată de o forță, este invers proporțională cu masa.

Masa este o mărime fizică legată de inerția corpurilor, și le dă putința să reziste la variația stării de mișcare.

Aceasta înseamnă că *un corp rezistă cu atît mai bine la variația stării de mișcare, cu cît are masa mai mare.*

De aceea masa definește *inerția corpurilor* și ne spune în ce măsură un corp dat este mai inert decît altul.

Pentru o mai bună înțelegere, să considerăm un corp de masă m, în cădere liberă. El este atras de pămînt cu o forță G și capătă accelerația g.

Dar principiul acțiunii și reacțiunii ne spune că și corpul atrage pămîntul cu aceeași forță G. Prin urmare, pămîntul trebuie să capete, la rîndul lui, accelerația a, în direcția corpului, și dacă M este masa lui, urmează că

$$mg = Ma = G,$$

dar masa enormă a pămîntului îi dă o inerție atît de mare, încît această mișcare nu poate fi evidențiată.

Putem însă reproduce în mic o situație similară, legînd între ele două corpuri de mase diferite, cu un fir de gumă pe care-l întindem.

Sub acțiunea tensiunilor din fir, cele două mase, lăsate libere, se mișcă una spre alta cu accelerații totdeauna invers proporționale cu mărimea lor.

§ 63. **Forțe de inerție.** Principiul acțiunii și reacțiunii ne spune că masele răspund oricărei acțiuni, cu reacțiuni egale și direct opuse.

De altă parte, relația

$$F = m \cdot a,$$

ne dă

$$F - ma = 0,$$

în care termenul $-ma$ reprezintă tocmai reacțiunea care tinde să se opună forței acceleratoare F.

In relația $F - ma = 0$, cantitatea $-ma$ reprezintă forța de inerție.
Intr-un sistem de mase date, suma algebrică a forțelor active și de inerție este nulă.

De aceea o vom numi *forța de inerție* și, ca să respectăm principiul acțiunii și reacțiunii, vom spune că:

într-un sistem de mase date, cu acțiuni reciproce, suma algebrică a forțelor active și de inerție este nulă.

Această teoremă, enunțată de *d'Alembert,* ne permite să considerăm problemele dinamicii în lumina unor probleme de echilibru între forțe egale și contrarii, adică să le rezolvăm prin metodele cunoscute ale staticii.

Vom putea deci să vorbim de *echilibru dinamic,* tot așa cum vorbim despre echilibru static.

Metoda nu e însă totdeauna eficace, fiindcă ne duce uneori la relații matematice, pe care nu știm cum să le interpretăm, dacă nu ne vine și experiența în ajutor.

Unele tratate de mecanică teoretică privesc forțele de inerție ca *fictive,* pentrucă nu se exercită din afară, nici nu izbutesc să anuleze acțiunile acceleratoare.

Această calificare, legată de convențiile pe care le putem face în definiții, nu este decît pur *formală,* fiindcă experiența zilnică ne arată realitatea lor obiectivă:

Un muncitor, care manevrează un vagon pe linie, simte forțele de inerție și la frînare și la demaraj, iar intensitatea lor devine cu atît mai mare, cu cît el vrea să efectueze munca mai grăbit.

Cînd trenul pleacă prea repede din stație, sau se oprește prea repede, accelerațiile fiind prea mari, forțele de inerție pot să răstoarne bagajele din rețeaua vagonului.

Dacă oprirea se face peste măsură de repede, bunăoară în cazul unei ciocniri de trenuri, tot forţele de inerţie distrug vagoanele şi produc nenorociri.

Devierea unui corp de la o traiectorie rectilinie, implică de asemenea o variaţie a vitezei, deci apariţia unei forţe de inerţie.

În concluzie: *Forţele de inerţie apar la orice schimbare de viteză a unei mase şi sînt cu atît mai mari, cu cît accelerația impusă este mai mare, sau masa mai mare.*

B. Forţe centrale

§ 64. **Mişcarea centrală.** In cinematică, am arătat că devierea unui mobil de la traiectoria rectilinie, implică apariţia unei acceleraţii, orientată spre partea concavă a traiectoriei descrise.

De asemenea am stabilit că, la mişcarea circulară uniformă, această acceleraţie are valoarea absolută

$$a_n = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r \qquad (56.3)$$

şi am numit-o *centripetă*, fiindcă este orientată mereu spre centrul traiectoriei.

Dacă ne închipuim că mobilul este un corp de masă m, principiul inerţiei ne spune că, fără intervenţia unei forţe, mişcarea nu poate fi decît rectilinie şi uniformă.

Devierea de la linia dreaptă implică deci existenţa unei forţe care trage mobilul spre centru, adică a unei legături oarecare cu axa de rotaţie.

Această forţă o numim *centripetă*, ca şi acceleraţia respectivă.

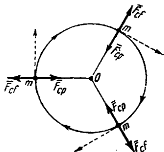


Fig. 95. Forţele centripetă şi centrifugă.

Odată cu ea, trebuie să apară însă şi *o forţă de inerţie*, direct opusă şi egală, pe care o numim *forţă centrifugă*.

Putem constata existenţa lor, dacă legăm un corp cu o sfoară şi-l rotim ca o praştie, în jurul unui punct fix (fig. 95).

Sfoara capătă o *tensiune*, care trage mobilul spre centru, dar în același timp mîna simte acțiunea forței centrifuge, care trage în sensul opus. Dacă le notăm cu F_{cf} și F_{cp}, relația

$$F = m \cdot a, \qquad (61.1)$$

în care înlocuim pe a prin valoarea sa a_n de mai sus, ne arată că

$$\boxed{F_{cf} = m\,\omega^2 r = F_{cp}}, \qquad \mathbf{(64.1)}$$

iar un dinamometru, intercalat pe fir, ne permite să verificăm experimental această concluzie.

Forța centripetă, egală și opusă forței centrifuge de inerție, are intensitatea

$$F_{cp} = m\omega^2 r$$

Prin urmare: *forța centripetă, egală și opusă forței centrifuge de inerție, este direct proporțională cu masa corpului, cu raza de girație* [1]) *și cu pătratul vitezei unghiulare.*

Dacă înmulțim și împărțim membrul al doilea al relației de mai sus cu r și ținem seama că $v = \omega r$, o putem scrie și sub forma:

$$F_{cf} = m\,\frac{v^2}{r} = F_{cp}, \qquad \mathbf{(64.2)}$$

în care v reprezintă viteza tangențială.

Dacă sfoara, sau legătura cu centrul de rotație se rupe, ambele forțe dispar simultan și mobilul continuă mișcarea după tangentă, rectiliniu și uniform, în virtutea inerției.

Mișcarea circulară uniformă nu este decît un caz particular al așa-numitei *mișcări centrale*, în care mobilul descrie o traiectorie curbilinie, respectînd condiția ca vectorul $\bar{a}$, care reprezintă accelerația mobilului, să fie orientat necontenit către un punct fix O (fig. 96).

Această mișcare decurge deci sub acțiunea unor *forțe centrale*, determinate de legătura cu punctul considerat.

Un exemplu de mișcare centrală ar fi, între altele, acela în care un corp, legat cu un fir elastic, se rotește ca o praștie, cu viteză unghiulară variabilă. Accelerația își schimbă atunci necon-

[1]) Prin raza de girație înțelegem distanța față de axa de rotație

tenit valoarea numerică, iar firul, supus la tensiuni variabile, se lungeşte sau se scurtează, de unde rezultă o nouă schimbare de acceleraţie.

Forma traiectoriei depinde de legea după care decurge această variaţie a distanţei faţă de centru.

Intr-o asemenea mişcare, vectorul ce reprezintă viteza tangenţială nu-şi mai păstrează lungimea constantă. De aceea trebuie să introducem aici noţiunea de *acceleraţie tangenţială*, reprezentată de raportul la limită

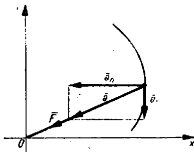


Fig. 96. Mişcarea centrală.

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\text{variaţia modulului vitezei tangenţiale}}{\text{creşterea respectivă a timpului}}$$

Acceleraţia tangenţială este un vector, tangent la traiectorie, in punctul considerat.

Pe de altă parte, variaţia in timp a vitezei unghiulare ω impune noţiunea de *acceleraţie unghiulară*, a cărei valoare va fi dată de raportul la limită:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\text{variaţia vitezei unghiulare}}{\text{creşterea timpului}}.$$

La o mişcare circulară, aceste acceleraţii sint, evident, nule, cind e uniformă, dar ele apar şi acolo, dacă viteza unghiulară variază cu timpul.

Un caz particular al mişcării centrale este revoluţia planetelor, care descriu elipse în jurul Soarelui.

O vom studia mai tîrziu, în capitolul despre legile atracţiei universale.

Efectele forţelor centrifuge se manifestă la tot pasul, în viaţa curentă şi pot să aibă numeroase consecinţe, unele folositoare, altele perturbatoare.

Vom cita numai citeva exemple:

1) *Devierea firului cu plumb.* In principiu, un fir cu plumb ar trebui să se orienteze după verticala locului, cu direcţia spre centrul Pămîntului.

Fig. 97 ne arată însă că masa *m*, atîrnată de un fir, se găseşte sub acţiunea combinată a două forţe:

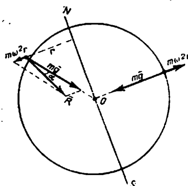


Fig. 97. Devierea firului cu plumb din cauza rotaţiei diurne a Pămîntului.

— greutatea proprie mg;

— forţa centrifugă de intensitate $m\omega^2r$, unde *r* reprezintă depărtarea locului faţă de axa *NS*.

În loc să se orienteze după verticală, firul va lua direcţia rezultantei acestor două forţe şi va devia de un unghi α. Devierea este nulă la poli, unde nu există forţă centrifugă şi la ecuator, unde cele două forţe devin direct opuse şi se orientează ambele după verticală.

Chiar la latitudinile intermediare, unghiul α este destul de mic şi poate fi neglijat în determinările curente, dar în măsurătorile de precizie va trebui să ţinem seamă de dînsul şi să facem corecţia necesară.

2) *Turtirea Pămîntului*, ca şi a tuturor corpurilor cereşti în rotaţie, se datoreşte de asemenea forţelor centrifuge, care sînt maxime la ecuator şi nule la poli.

3) Tot *forţa centrifugă* ne permite să rotim într-un plan vertical, un vas cu apă, fără ca apa să curgă din el. Condiţia necesară şi suficientă este ca viteza de rotaţie să fie atît de mare, încît forţa centrifugă să depăşească greutatea apei.

Pe acelaşi principiu, acrobaţii execută cu bicicleta la circuri figura cunoscută sub numele de *roata morţii*.

4) *Se construiesc maşini centrifuge* pentru separarea smîntînii din lapte, pentru extragerea mierii din faguri, pentru uscarea rapidă a rufelor ude etc.

In laboratoarele de chimie şi bacteriologie, aceste maşini centrifuge perfecţionate funcţionează la cîteva mii de rotaţii pe minut şi permit o precipitare foarte rapidă a suspensiilor din lichide.

Centrifuge speciale, numite *ultracentrifuge*, pot să ajungă la peste 100 000 rot/min. Cu ajutorul lor s-au putut face în laborator cercetările care au dus la sinteza unor produse macromoleculare, de pildă a cauciucului artificial.

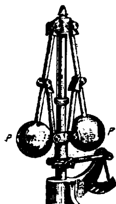


Fig. 98. Regulatorul maşinii cu vapori.

5) *Reglajul automat al admisiei vaporilor la maşini* se bazează tot pe acţiunea forţei centrifuge.

Dacă maşina se învîrte prea repede, două sfere metalice P (fig. 98) se ridică, îndepărtîndu-se de axă şi mişcă o pîrghie, care închide robinetul de legătură cu cazanul.

6) *Pompele centrifuge* sînt construite după schema din fig. 99. O roată cu aripi se învîrte într-un *carter c*. Pompa stă cufundată în lichid, care pătrunde printr-o deschidere practicată în lungul axei de rotaţie şi este dat afară prin tubul *e*, sub o presiune care depinde de raza părţii rotative şi de pătratul vitezei unghiulare.

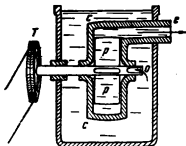


Fig. 99. Principiul pompei centrifuge.

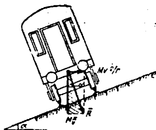


Fig. 100. Înclinarea şinelor de cale ferată la curbe.

7) *Şinele de cale ferată sau şoselele speciale* pentru automobile sînt înclinate la curbe. Unghiul de înclinaţie trebuie calculat astfel, încît greutatea vehiculului Mg şi forţa centrifugă Mv^2/r aplicate amîndouă în centrul de greutate, să dea o rezultantă $\overline{R}$ perpendiculară pe planul drumului, ca să evite lunecările laterale (fig. 100).

Din triunghiul dreptunghi haşurat, se vede că această condiţie va fi îndeplinită cînd

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Mv^2/r}{Mg} = \frac{v^2}{rg}.$$

Aşadar *tangenta unghiului de înclinaţie depinde de raza curbei şi de pătratul vitezei liniare, dar nu depinde de masa vehiculului.*

8) *În aviaţie*, unde vitezele sînt mult mai mari, existenţa forţei centrifuge deschide probleme foarte greu de rezolvat.

Valoarea ei fiind

$$F_{cf} = m\frac{v^2}{r},$$

urmează că, la raze de giraţie egale, devine de 64 de ori mai mare, cînd viteza trece de la 100 km/h la 800 km/h.

Atît materialul, cît şi pilotul, au de suportat, prin urmare, forţe de inerţie care pot să depăşească limita rezistenţei, dacă raza virajului este prea mică.

C. Principiul mecanic al relativităţii

§ 65. **Sisteme inerţiale şi neinerţiale.** In toate capitolele precedente am considerat numai mişcările *relative*, în raport cu un *sistem de referinţă*, presupus imobil.

Rămîne să cercetăm dacă legile formulate cu această convenţie mai rămîn valabile şi în cazul cînd sistemul de referinţă ar avea, în realitate, o mişcare proprie, uniformă sau accelerată.

Să considerăm deci, pentru fixarea ideilor, un observator închis într-un vagon, care se mişcă uniform accelerat, faţă de un sistem de referinţă fix (fig. 101).

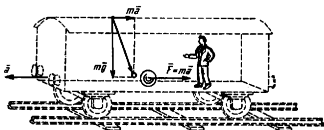


Fig. 101 Observator izolat, în sistem neinerţial.

Vagonul este astfel suspendat, încît nici o trepidaţie sau smucitură să nu apară în timpul mersului.

Dacă observatorul nu poate să vadă afară, şi nu are nici vre-o legătură cu exteriorul, dar încearcă să studieze legile dinamicii, va fi obligat să aleagă ca sistem de referinţă pereţii vagonului.

Să presupunem că el priveşte o bilă de masă *m*, care se găseşte pe duşumea.

Dacă acceleraţia vagonului, faţă de sistemul fix, este *a*, bila va fi supusă forţei de inerţie

$$\bar{F}=m\cdot\bar{a}$$

şi se va rostogoli din ce în ce mai repede, în sensul opus acestei acceleraţii.

In cazul cînd observatorul cunoaşte dinainte legile dinamicii, va putea să calculeze acceleraţia sistemului, măsurînd cu dinamometrul forţa $\bar{F}$ şi cu balanţa masa *m*.

Dacă nu le cunoaște, *principiul inerției va fi pentru dînsul inexistent* și va trage numai concluzia că bila se mișcă de la sine, dezvoltînd o forță de proveniență necunoscută.

Intr-un sistem de referință neinerțial, principiul inerției nu este valabil, pentru un observator izolat.

Pentru acest observator, o serie de fenomene se vor petrece altfel decît în exterior.

De exemplu, căderea liberă a unei mase decurge, în aparență, tot după direcția verticală, dar această direcție, arătată de firul cu plumb, va fi în realitate deviată, prin acțiunea forței $\bar{F}$. Totodată, el va găsi, pentru accelerația căderii, o valoare care, în realitate, nu este decît rezultanta accelerațiilor $\bar{a}$ și $\bar{g}$.

Asemenea sisteme de referință, care se mișcă accelerat și în care un observator izolat nu ar putea să descopere principiul inerției, se numesc *sisteme neinerțiale*.

Pentru acest observator, legile dinamicii apar modificate.

Să presupunem acum că vagonul s-a oprit, sau că se mișcă uniform față de sistemul fix.

Accelerația $\bar{a}$ dispare atunci și, o dată cu ea, forța $\bar{F}$.

Totul se petrece atunci în vagon, ca și cînd ar fi perfect imobil față de sistemul fix și toate legile găsite în interior vor fi valabile în exterior.

Observatorul nostru va descoperi cu ușurință principiul inerției, ca și celelalte legi ale dinamicii.

Legile dinamicii sint valabile fără modificări, în oricare sistem inerțial.

Mai mult încă: dacă alt observator, ce se găsește izolat în alt vagon, care se mișcă cu altă viteză constantă față de sistemul fix, ar întreprinde cercetări analoge, ar găsi aceleași rezultate.

Asemenea sisteme de referință fixe, sau în mișcare uniformă, față de un sistem fix, le numim *sisteme inerțiale*. Legile dinamicii apar identice, în oricare din ele.

Există, evident, o infinitate de sisteme inerțiale posibile, după viteza cu care se mișcă, față de sistemul fix.

Nici o experiență mecanică nu poate arăta unui observator izolat mișcarea unui sistem inerțial, dacă se găsește în interiorul lui.

Galileu este primul care a înțeles această însușire a sistemelor inerțiale. El a enunțat un principiu general, ce apare acum ca evident și este cunoscut sub numele de *principiul mecanic al relativității*.

Prin nici o experiență mecanică, efectuată în interiorul unui sistem inerțial închis, nu se poate decide dacă acel sistem este în repaus, ori în mișcare uniformă, față de un sistem fix.

Einstein generalizează acest principiu, ajungînd la concluzia că nu putem găsi nici un fenomen, electric, luminos, magnetic etc. care, petrecîndu-se într-un sistem inerțial, ne-ar permite să evidențiem mișcarea lui uniformă, față de un sistem fix.

Mai rămîne să căutăm răspunsul la două întrebări, ce decurg în mod logic, din cele arătate mai sus:

1. *Cu ce aproximație putem considera Pămîntul ca un sistem de referință inerțial?*

2. *Este posibil un sistem practic, în stare să satisfacă aceste definiții?*

Pămîntul are o mișcare diurnă de rotație, din care apare o accelerație centripetă și mai are o mișcare în spațiu, în special aceea de revoluție, unde de asemenea există o accelerație.

Aceste mișcări au însă viteze unghiulare destul de mici și, de aceea, în observațiile curente, putem neglija perturbațiile produse de accelerațiile respective.

În adevăr, viteza liniară a Pămîntului la ecuator fiind	464 m/s
și raza lui fiind	$6 \cdot 10^6$ m
urmează că accelerația centripetă la ecuator atinge abia	0,35 cm/s².

În asemenea condiții, nu vom introduce corecții, decît în măsurările care implică o precizie deosebită.

Pe scară mare, se observă însă, la fenomenele naturale, abateri vădite de la principiile dinamicii, datorite caracterului neinerțial al Pămîntului, luat ca sistem de referință.

Vom cita numai cîteva exemple tipice:

1) Din cauza rotaţiei diurne, vînturile nu circulă în linie dreaptă, ci descriu spirale, în jurul centrelor de presiune sau depresiune atmosferică. Acelaşi fenomen se observă şi la curenţii marini.

2) Apele curgătoare sînt deviate spre dreapta, în emisferul nordic şi spre stînga, în emisferul sudic.

3) O piatră care cade într-o fîntînă adîncă este deviată de la traiectoria normală, paralelă firului cu plumb.

4) Apa ce curge dintr-o pîlnie, capătă uneori o mişcare de vîrtej, care în emisfera nordică urmează sensul invers acelor ceasornicului, dacă nu au intervenit alte perturbaţii, care să impună sensul contrar.

Ca să avem un sistem de referinţă inerţial, cît mai apropiat de condiţiile impuse prin definiţie, putem alege aşa-numitul ***sistem heliocentric,*** în care originea coordonatelor este Soarele, iar axele sînt orientate către anumite stele, foarte îndepărtate, pe care le considerăm ca fixe fiindcă, aparent, îşi păstrează neschimbată poziţia reciprocă, pe bolta cerească.

Intr-un astfel de sistem, legile dinamicii se aplică practic fără nici o restricţie; totodată el ne permite să cunoaştem legile mişcării Pămîntului şi să calculăm corecţiile ce trebuie introduse cînd îl luăm ca sistem de referinţă.

D. Forţe cu acţiune temporară

§ 66. **Impuls şi cantitate de mişcare.** Se întîmplă adesea ca o forţă constantă sau variabilă să acţioneze un timp oarecare asupra unei mase, ca apoi să-şi întrerupă acţiunea.

Masa capătă astfel o acceleraţie şi viteza creşte pînă la o valoare cu care continuă mişcarea mai departe, rectiliniu şi uniform, după ce forţa încetează să mai acţioneze.

Pentru simplificare, vom considera cazul unei forţe constante $\overline{F}$, ce acţionează asupra masei m şi dispare după timpul t sau, dacă persistă, nu o urmărim mai departe.

Legile dinamicii ne spun că, atîta vreme cît o asemenea forță există, corpul se mișcă uniform accelerat și că

$$\bar{F}=m\bar{a}, \quad (61.1)$$

iar legile mișcării accelerate ne dau

$$\bar{a}=\frac{\bar{v}}{t}.$$

Prin urmare

$$\boxed{\bar{F}t=m\bar{v}} \quad (66.1)$$

și ne permite să calculăm viteza atinsă după timpul t.

Newton a numit produsul $m\bar{v}$ *cantitate de mișcare,* iar produsul $\bar{F}t$ reprezintă, prin definiție, *impulsul* forței $\bar{F}$, în timpul t.

Impulsul $\bar{F}t$ este egal cu cantitatea de mișcare $m\bar{v}$.
Prin impulsuri egale, mase egale capătă cantități de mișcare egale.

Pentru altă masă m_1, asupra căreia acționează o forță de aceeași intensitate $\bar{F}$, vom avea, tot după timpul t,

$$\bar{F}t=m_1\bar{v}_1=m\bar{v}.$$

În concluzie: *impulsul este egal cu cantitatea de mișcare, iar la impulsuri egale, mase diferite capătă cantități de mișcare egale.*

Relația (66.1) de mai sus conține, în ambii membri, cîte o mărime vectorială, înmulțită cu un scalar. Cum un asemenea produs este tot o mărime vectorială, înseamnă că *atît impulsul cît și cantitatea de mișcare sînt mărimi dirijate, care pot fi reprezentate prin vectori* și supuse operațiilor cunoscute din calculul vectorial.

Impulsul și cantitatea de mișcare sînt mărimi vectoriale.

Sensul și direcția lor sînt indicate de sensul și direcția forței sau vitezei.

1. *Unități și dimensiuni.* Din însuși felul în care au fost definite, se vede imediat că:

în sistemele CGS și MKS, impulsul și cantitatea de mișcare au dimensiunile

$$[Ft]=[mv]=LMT^{-1}$$

şi se vor exprima:

în *dyne-secundă* sau *newtoni-secundă*, pentru impuls şi
în *grame-centimetru pe secundă* sau *kilograme-metri pe secundă*, pentru cantitatea de mişcare;
în sistemul MKfS

$$[Ft] = [mv] = \mathrm{FT}.$$

Impulsul se exprimă aici în *kilograme-forţă-secundă*, iar cantitatea de mişcare în *unităţi de masă-metri pe secundă*, ţinînd seamă că, de astă dată, unitatea de masă reprezintă 9,81 kg.

2. *Conservarea cantităţii de mişcare.* Deoarece forţele nu pot să existe singure, ci presupun interacţiuni egale şi de sens contrar, între cel puţin două mase distincte, înseamnă că, dacă una din mase primeşte impulsul $\overline{F}t$, cealaltă capătă, din partea primei, un impuls de sens contrar — $\overline{F}t$. Prin urmare, cantităţile de mişcare vor fi de asemenea egale şi de sens contrar, aşa că suma lor algebrică este nulă, ca şi suma geometrică.

Intr-un sistem izolat $\sum mv = \text{const.}$

Vom scrie deci că

$$m_1 \overline{v}_1 + m_2 \overline{v}_2 = 0.$$

Iar, în general, într-un sistem de mai multe mase cu interacţiune reciprocă, dar fără legătură cu exteriorul, aşadar *într-un sistem izolat*, suma geometrică a cantităţilor de mişcare va fi de asemenea nulă, aşa că

$$\sum m\overline{v} = 0.$$

Dacă masele ar fi avut iniţial o cantitate de mişcare $\sum (m\overline{v})_0$, primită de la un impuls exterior, acţiunea suprapusă a impulsurilor interne nu o poate modifica, fiindcă rezultanta lor e nulă.

Vom scrie deci că

$$\sum m\overline{v} = \sum (m\overline{v})_0 = \text{constantă}.$$

În concluzie: *într-un sistem izolat, suma geometrică a cantităţilor de mişcare iniţiale nu poate fi modificată de interacţiunile interne şi se menţine constantă.*

Interacțiunile interne nu pot să modifice starea de mișcare a centrului de greutate, într-un sistem izolat.

Este ușor de înțeles de ce vectorul ce reprezintă rezultanta impulsurilor, are ca punct de aplicație centrul de greutate comun, al întregului sistem de mase, considerat ca un tot unitar.

Legea de mai sus poate fi deci completată astfel:

Într-un sistem izolat, impulsurile datorite interacțiunilor interne nu pot să modifice starea de mișcare sau de repaus a centrului de greutate comun.

Oricare dintre aceste două variante formulează un principiu fundamental, descoperit de *Newton* și cunoscut sub numele de *principiul conservării cantității de mișcare.*

Felul în care l-am dedus ne arată că el nu este decît o consecință a principiului acțiunii și reacțiunii.

Experiența îl confirmă în toate cazurile observate, din care vom cita numai cîteva exemple.

1) Un glonte de masă m care pleacă cu viteza V, dintr-o armă de masă M, îi dă un impuls de sens contrar, așa fel încît

$$mV = Mv$$

și arma ne izbește în umăr.

2) O gîză, ce merge pe un pai așezat pe apă dă paiului un impuls egal și de sens contrar, așa fel încît centrul de greutate comun rămîne pe loc sau își urmează mai departe o eventuală mișcare inițială.

Același lucru se întîmplă dacă mergem în lungul unei bărci, sau încercăm să sărim afară pe mal.

3) Dacă stăm pe un cîntar, cu un obiect în mînă și facem gestul de a-l arunca în sus, primim din partea obiectului un impuls care ne apasă mai tare pe platforma cîntarului. Impulsul se inversează, dacă aruncăm obiectul în jos.

4) Dacă un corp ceresc se rotește în jurul altuia, de exemplu Luna în jurul Pămîntului, centrul de greutate comun, care se găsește în G, pe dreapta care le unește, nu-și poate schimba poziția (fig. 102).

Drept consecință, ambele corpuri vor descrie o mișcare de rotație în jurul acestui punct din spațiu, așa că vor lăsa nemodificate mișcările lui proprii.

Cercetările astronomice au arătat exactitatea acestei deducții.

5) Dacă o granată aruncată, explodează pe traiectorie în mai multe bucăţi, fiecare bucată primeşte cîte o cantitate de mişcare, aşa fel încît suma geometrică să fie nulă.

Centrul de greutate comun urmează atunci mai departe mişcarea iniţială pe curba balistică, pe care explozia o lasă nemodificată, indiferent de direcţia în care sar bucăţile.

Iată acum şi altă serie de exemple, în legătură cu relaţia fundamentală

$$\overline{F}t = m\overline{v}. \qquad (66.1)$$

a) Cînd aruncăm un obiect, de exemplu o piatră, şi vrem să ajungă cît mai departe, trebuie *să-i facem vînt,* adică să lăsăm forţa muşchilor să acţioneze timp cît mai îndelungat, pentru ca şi viteza să poată fi cît mai mare.

Sportivii cunosc foarte bine, din practică, această legătură dintre viteză şi timpul de acţiune.

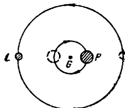


Fig. 102. Conservarea poziţiei centrului de greutate al sistemului Lună-Pămînt.

b) O armă cu ţeava mai lungă bate mai departe decît o carabină cu ţeavă scurtă, fiindcă forţa expansiunii gazelor acţionează un timp mai îndelungat.

c) Un corp tare, care ne loveşte, dezvoltă o forţă

$$F = \frac{mv}{t},$$

în care t este timpul necesar să se oprească.

Lovitura va fi cu atît mai simţită, cu cît produsul mv va fi mai mare şi *timpul de frînare mai scurt.* Aşa se explică de ce ne doare mai tare, cînd ne loveşte în cap.

d) Un pieton în mers formează, împreună cu pămîntul, un sistem izolat. Fiecare pas făcut imprimă pămîntului cîte un impuls înspre spate, la care pămîntul răspunde cu alt impuls, egal şi de sens contrar, care permite înaintarea.

Dacă suprafaţa pe care merge este lunecoasă, legătura pieton-pămînt este mai şubredă şi impulsurile vor scădea în consecinţă.

Pe o suprafaţă perfect lucie, mersul este imposibil, fiindcă legătura dispare şi *pietonul devine el însuşi un sistem izolat,* în care suma impulsurilor nu poate fi decît nulă. Dacă el nu găseşte alte puncte de susţinere, legate de o masă mai mare, cu care să formeze un sistem, nu se poate mişca din loc, iar dacă primeşte un impuls din afară nu se mai poate opri.

E. Corpuri în rotație

§ 67. **Momentul de inerție.** Să considerăm un punct material de masă m, legat rigid la o axă de rotație xy (fig. 103) și să presupunem că o forță tangențială îi dă un impuls $\overline{Ft}$, în stare să-i comunice o mișcare de rotație cu viteza liniară $\overline{v}$.

Avem atunci

$$Ft=mv. \tag{66.1}$$

Dar forța, în cazul rotației, acționează prin *momentul* ei și, ca să-l introducem, vom înmulți în ambii membri cu r.

Fig. 103. Pentru explicarea impulsului de rotație.

Rezultă astfel

$$Frt=mrv$$

și dacă ținem seamă că $v=\omega r$, ajungem la relația finală

$$Frt=mr^2\omega, \tag{67.1}$$

în care membrul întîi reprezintă, prin definiție, *impulsul de rotație* al forței cu momentul Fr.

Comparînd-o cu relația (66.1), constatăm că, dacă trecem de la mișcarea de translație, la mișcarea de rotație,

în locul forței F, apare momentul de rotație Fr;
în locul impulsului Ft, intră impulsul de rotație Frt;
în locul vitezei liniare v, apare viteza unghiulară ω și
în locul masei m, intervine cantitatea mr^2.

Prin definiție, *această cantitate, reprezentată prin produsul dintre masă și pătratul razei de girație, se numește moment de inerție al masei punctiforme considerate, față cu axa de rotație aleasă.*

Momentul de inerție îndeplinește în rotație rolul masei, din mișcarea de translație și are valoarea $i=mr^2$.

Aceeași comparație ne mai arată imediat că *momentul de inerție îndeplinește, în mișcarea de rotație, același rol ca și masa, în mișcarea de translație.*

Dacă-l notăm cu i, relația (67.1) se mai poate scrie sub forma

$$\boxed{Frt=i\omega} \tag{67.2}$$

și exprimă astfel egalitatea dintre impulsul de rotație și cantitatea respectivă de mișcare, în jurul axei considerate.

Pe de altă parte, relația cunoscută

$$F = ma \qquad (61.1)$$

se va scrie, în cazul rotației, sub forma

$$\boxed{Fr = i\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = i\varepsilon \text{ [1]}.} \qquad (67.3)$$

Înseamnă că *masele în rotație rezistă cu atît mai bine la schimbările vitezei unghiulare, cu cît sînt mai depărtate de axă, fiindcă momentul de inerție depinde de pătratul razei.*

1. *Momentul de inerție al unui corp oarecare.* Să considerăm un corp, de o formă oarecare și să presupunem că o forță F îi comunică impulsul de rotație FRt, în jurul axei O, perpendiculară pe planul fig. 104.

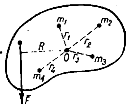


Fig. 104. Pentru deducerea momentului de inerție al unui corp.

Acest corp este format dintr-o infinitate de mase punctiforme elementare, a căror sumă reprezintă, evident, masa totală M.

Din cauza distanțelor diferite față de axă, momentele de inerție ale acestor mase vor fi de asemenea diferite, ca și cantitățile respective de mișcare, pe care va trebui să le însumăm, ca să găsim cantitatea de mișcare totală.

Știind că viteza unghiulară este aceeași pentru toate, vom avea deci

$$FRt = \omega\ (m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \dots),$$

care se mai poate scrie sub forma

$$FRt = \omega\sum mr^2,$$

unde $\sum mr^2$ se notează cu J și reprezintă suma infinității de momente de inerție ale maselor elementare, ce constituie masa totală a corpului, adică *momentul de inerție total*, față de axa de rotație aleasă.

[1]) Se știe că, la limită, raportul $\Delta\omega / \Delta t$ reprezintă accelerația unghiulară ε.

Momentul de inerție total este

$$J=\sum mr^2,$$

cu care

$$FRt=J\omega$$

și

$$FR=J\varepsilon.$$

El depinde de forma corpului și de poziția axei de rotație.

În aceste condiții, relațiile (67.2) și (67.3) de mai sus devin

$$\boxed{FRt=J\omega} \qquad (67.2\,a)$$

și

$$\boxed{FR=J\varepsilon.} \qquad (67.3\,a)$$

Momentul de inerție J depinde de forma corpului, de neomogeneitățile interioare și de felul în care alegem axa de rotație. El este, de asemenea, o funcție de masa corpului.

Valoarea lui nu poate fi calculată decît la corpurile omogene, cu formă geometrică regulată și atunci numai în unele cazuri particulare, ca de exemplu:

1) la un cilindru gol, fără capace, cu peretele destul de subțire, ce se rotește în jurul axei de simetrie, masele elementare sînt repartizate la distanțe practic egale, față de această axă, ceea ce implică și egalitatea momentelor de inerție.

În cazul acesta, se vede imediat că, dacă masa totală este M și raza R, avem

$$J=\sum mr^2=MR^2,$$

iar valoarea găsită va fi cu atît mai exactă, cu cît pereții vor fi mai subțiri;

2) pe cale ceva mai complicată, se poate calcula că, pentru un cilindru masiv,

$$J=\frac{1}{2}MR^2,$$

de asemenea față de axa de simetrie;

3) analog, la o sferă masivă, momentul de inerție, față de o axă ce trece prin centru, este

$$J=\frac{2}{5}MR^2;$$

4) la o bară, de lungime l, cînd axa o taie perpendicular pe mijloc

$$J=\frac{1}{12}Ml^2.$$

Pentru corpurile de formă neregulată și, în general, pentru toate cazurile în care nu putem calcula momentul de inerție, aplicăm o metodă experimentală, pe care o vom descrie mai tîrziu.

2. *Unități și dimensiuni.* Relațiile de definiție

$$i = mr^2 \quad \text{sau} \quad J = \sum mr^2$$

ne arată că, în sistemele CGS și MKS,

$$[J] = L^2M.$$

Îl vom exprima deci în $g \cdot cm^2$ sau în $kg \cdot m^2$, iar în sistemul MKfS,

$$[J] = LFT^2$$

și se exprimă în $kgf \cdot m \cdot s^2$.

În ce privește celelalte mărimi, care intervin în impulsul de rotație, se vede imediat că:

momentul de rotație, în sistemele CGS și MKS, are dimensiunile

$$[Fr] = L^2MT^{-2}$$

și se exprimă în *dyne-centimetri* sau în *newtoni-metri,* iar în sistemul MKfS, după cum am arătat în § 32, unitatea va fi *kilogram-metrul* cu dimensiunile

$$[Fr] = LF;$$

impulsul de rotație are, deci, în sistemele CGS și MKS, dimensiunile

$$[Frt] = L^2MT^{-1}$$

și se va exprima în *dyne-centimetri-secunde* sau în *newtoni-metri-secunde,* iar în sistemul MKfS,

$$[Frt] = LFT;$$

iar unitatea se va numi *kilogram-metru-secundă;*

cantitatea de mișcare se exprimă, de obicei, în aceleași unități ca și impulsul de rotație respectiv.

Cît despre *viteza unghiulară,*

$$[\omega] = \left[\frac{2\pi}{T}\right] = T^{-1};$$

am arătat în § 51 că ea se exprimă în *radiani pe secundă* (rad/s).

Observație. În expresia

$$Frt = J\omega, \tag{67.2}$$

~~α şi înmulţim ambii membri cu sin α, putem scrie~~

$$Frt = mvr,$$

se întrebuinţează adesea, în locul denumirilor de *impuls de rotaţie* şi *cantitate de mişcare*, acelea de

moment unghiular

sau de

moment al impulsului, pentru *Frt*,

precum şi aceea de

moment al cantităţii de mişcare, pentru termenul $J\omega = mvr$, fiindcă, de fapt, ele provin din înmulţirea impulsului liniar şi al cantităţii de mişcare liniară, cu distanţa *r*, pînă la axa de rotaţie.

3. *Impulsul de rotaţie ca vector*. Am atras la timp atenţia că, în mişcarea de translaţie, atît impulsul cît şi cantitatea de mişcare sînt mărimi vectoriale.

Rămîne să cercetăm, din acest punct de vedere, şi mişcarea de rotaţie.

Relaţia de definiţie

$$FRt = J\omega \tag{67.2}$$

conţine, în membrul întîi, momentul de rotaţie *FR* al forţei, înmulţit cu scalarul *t*.

Dacă unghiul dintre vectorul $\bar{F}$ şi vectorul de poziţie $\bar{R}$ este α şi înmulţim ambii membri cu $\sin\alpha$, putem scrie

$$FRt \sin\alpha = J\omega \sin\alpha,$$

unde cantitatea $FR \sin\alpha$ ne apare astfel ca modulul *produsului vectorial* dintre vectorul-forţă şi vectorul de poziţie (fig. 105).

Cînd aceşti vectori sînt perpendiculari unul pe altul, $\sin\alpha = 1$, de unde rezultă că, numeric,

$$FR = |\bar{F} \times \bar{R}|,$$

aşa că, de astă dată, produsul vectorial are aceeaşi valoare ca şi produsul numeric.

Se ştie însă că orice produs vectorial este tot un vector, perpendicular pe planul vectorilor-factori.

Sensul rotaţiei fiind impus, în cazul de faţă, de sensul forţei, regula şurubului ne duce la concluzia că vectorul ce reprezintă momentul *FR* se va orienta după cum arată figura.

Din motive de simetrie, îi vom alege punctul de aplicaţie în O şi-l vom pune să acţioneze în lungul axei.

Dacă acest vector îl înmulţim cu scalarul t, obţinem vectorul de intensitate FRt, ce reprezintă *impulsul de rotaţie*.

Să trecem acum la *cantitatea de mişcare:* relaţia de egalitate

$$FRt = J\omega,$$

în care membrul întîi reprezintă o mărime vectorială, impune ca şi membrul al doilea să fie tot o mărime vectorială. Dar fiind că momentul de inerţie, care joacă rolul masei, este un scalar, înseamnă că acest caracter vectorial apare din cauza vitezei unghiulare, care trebuie considerată ca o mărime dirijată.

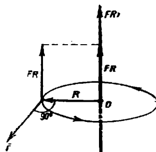


Fig. 105. Vectorul impulsului de rotaţie.

Ea este orientată de asemenea în lungul axei şi, dacă o înmulţim cu scalarul J, trebuie să obţinem un vector de aceeaşi lungime ca şi impulsul de rotaţie.

Momentul de rotaţie, impulsul de rotaţie, viteza unghiulară şi cantitatea de mişcare de rotaţie se reprezintă prin vectori orientaţi în lungul axei.

Toate aceste reprezentări vectoriale, aplicate mişcării de rotaţie, ne vor ajuta să înţelegem şi să interpretăm o serie de fenomene mecanice, din care unele vor fi descrise în capitolul următor.

Ele ne vor ajuta, de asemenea, în studiul anumitor fenomene magnetice şi al unor procese care se petrec în interiorul atomului.

4. *Consecinţe şi aplicaţii.* 1) Pe o platformă rotativă *(scaunul lui Jukovski)*, la care frecările sînt destul de mici, aşezăm o persoană şi-i cerem să-şi imprime singură o mişcare de rotaţie (fig. 106).

Încercările dau greş, fiindcă la orice mişcare, scaunul răspunde cu alta de sens contrar, pe baza legii conservării impulsului.

2) Dăm persoanei să ţină în fiecare mînă cîte o masă de cîteva kilograme şi-i comunicăm, din afară, un impuls de rotaţie (fig. 107). Dacă ea apropie masele de corp, momentul de inerţie scade şi relaţia de conservare a cantităţii de mişcare

$$J\omega = \text{const},$$

impune o creştere a vitezei unghiulare, iar dacă, din contra, îndepărtează

masele de corp, viteza unghiulară scade, fiindcă după încetarea impulsului exterior, persoana şi platforma formează împreună un sistem izolat.

Această experienţă ne va face să înţelegem uşor o serie de fapte, pe care le cunosc toţi sportivii, de pildă:

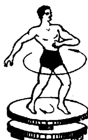


Fig. 106. Scaunul lui Jukovski.



Fig. 107. Conservarea impulsului de rotaţie.



Fig. 108. Executarea piruetei.

3) Un patinator stă aplecat, cu corpul orizontal şi braţele întinse (fig. 108). Cu unul din picioare el îşi imprimă, în această poziţie, o mişcare de rotaţie cît mai rapidă în jurul vîrfului patinei de la celălalt picior, apoi se ridică drept, răsuceşte picioarele unul pe altul şi lipeşte mîinile de corp, sau le ridică vertical. Momentul de inerţie scade şi viteza de rotaţie creşte de la sine.

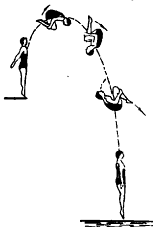


Fig. 109. Saltul în apă de la înălţime.

4) Un înotător sare în apă de pe o platformă înaltă şi, în momentul cînd sare, îşi imprimă o mişcare de rotaţie într-un plan vertical (fig. 109).

Dacă în timpul căderii el îndoaie genunchii, aşa ca raza de giraţie să devină cît mai mică, momentul de inerţie scade şi viteza de rotaţie creşte, iar dacă e destul de abil, poate astfel să-şi modifice după voie această viteză, ca să intre în apă cu capul sau cu picioarele.

Dacă nu cunoaşte metoda, cade pe burtă sau pe spate, şi figura devine cu totul neplăcută.

Pisica izbuteşte totdeauna să cadă în picioare, chiar dacă nu are iniţial un impuls de rotaţie, fiindcă răsuceşte coada într-un sens şi obligă astfel corpul să se rotească în sens contrar.

5) Reluăm experienţele cu platforma rotativă şi dăm persoanei să ţină în mînă o roată de bicicletă, prevăzută cu mînere în lungul axei aşa cum arată fig. 110.

Dacă roata stă orizontal şi persoana îi dă o mişcare de rotaţie, platforma cu totul capătă altă mişcare de rotaţie, în sens contrar, impusă de conservarea impulsului, în sistemul izolat.

6) Dăm roţii o mişcare de rotaţie şi, aşa rotindu-se, o trecem persoanei de pe platformă. Sistemul izolat a primit astfel, din afară, un impuls iniţial $\bar{P}_0$, orientat în lungul axei roţii, pe care trebuie să-l conserve.

Să presupunem că această axă are, la început, poziţia verticală.



Fig. 110. Conservarea impulsului de rotaţie.

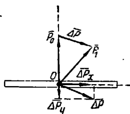


Fig. 111. Variaţiile impulsurilor de rotaţie în sisteme izolate.

Dacă cerem persoanei să o încline (fig. 110), constatăm că întregul sistem primeşte de asemenea o mişcare de rotaţie, care încetează cînd roata revine la orientarea iniţială.

Interpretarea fenomenului este următoarea:

Cînd vectorul impuls $\bar{P}_0$ trece din poziţia iniţială în poziţia $\bar{P}_1$, ca să acţioneze mai departe tot în lungul axei apare o diferenţă vectorială $\Delta\bar{P}$ ce reprezintă de asemenea un impuls, care intervine în interiorul sistemului izolat şi se datoreşte acţiunii persoanei de pe platformă.

Dacă-i fixăm punctul de aplicaţie în O, el dă naştere la o componentă $\Delta\bar{P}_y$, orientată în lungul axei platformei, şi la componenta $\Delta\bar{P}_x$ orientată în planul ei (fig. 111).

Urmarea este că prima componentă roteşte platforma cu totul, aşa cum ne arată şi experienţa, iar cealaltă tinde să răstoarne persoana, rotind-o în planul vertical.

Experienţa trebuie făcută cu atenţie, fiindcă această răsturnare neaşteptată poate să producă accidente.

7) Să presupunem că un disc masiv se roteşte în jurul unei axe, înclinate pe planul lui (fig. 112).

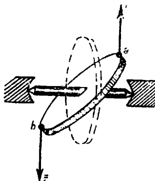


Fig. 112. Redresarea unui disc înclinat pe axă.

In regiunile *a* şi *b* forţele centrifuge egale creează atunci un cuplu, ce tinde să aducă discul în poziţia perpendiculară pe axă.

Dacă legătura cu axa este rigidă, discul nu se poate îndrepta şi axa *bate*. Dacă, din contra, legătura e destul de liberă, cuplul izbuteşte să-l îndrepte. Regiunile *a* şi *b* se îndepărtează atunci de axă şi momentul de inerţie al sistemului creşte.

Următoarea experienţă foarte simplă demonstrează un fapt analog: un inel de sîrmă este legat cu un fir de aţă, pe care-l răsucim între degete[1]).

Constatăm atunci că, în timpul rotaţiei pe care o capătă, inelul îşi schimbă poziţia din verticală, în orizontală (fig. 113).

Aşadar, ca şi în cazul precedent, masele distribuite pe inel caută să ia poziţia cea mai depărtată de axă, ca să capete momentul de inerţie maxim.

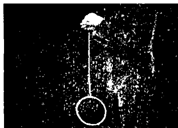



Fig. 113. Axa liberă stabilă de rotaţie a unui inel.

Corpurile în rotaţie tind să ia orientarea cu moment de inerţie maxim.

În concluzie, *cînd legătura cu axa o permite, corpurile în rotaţie tind să se orienteze astfel ca momentul de inerţie să fie maxim.*

Deoarece momentul de inerţie îndeplineşte în rotaţie rolul masei, deducem că, o dată cu creşterea lui, *corpurile tind să opună rezistenţa maximă, la orice variaţie a vitezei unghiulare.*

Acesta nu este decît principiul inerţiei, aplicat la mişcarea de rotaţie.

[1]) Se poate întrebuinţa, la nevoie, o verighetă sau un inel de chei.

5. *Giroscopul.* Tipul cel mai comun de giroscop este *sfîrleaza* cu care se joacă copiii. Il putem construi dintr-un disc de metal, cu momentul de inerţie cît mai mare, prin care trece o axă perpendiculară, şi-l punem în rotaţie prin metoda prea bine cunoscută: *cu sfoara* (fig. 114).

Oricine ştie că un asemenea disc îşi menţine *invariabilă* orientarea axei, dacă este *verticală* şi capătă o mişcare de *precesie*, adică de rotaţie lentă, descriind o suprafaţă conică, cu vîrful în jos, dacă e *înclinată*.

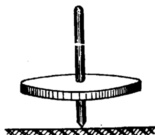


Fig. 114. Sfîrleaza.

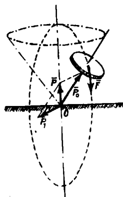


Fig. 115. Precesia unui giroscop înclinat.

Interpretarea unei asemenea abateri aparente de la legile gravitaţiei nu este însă posibilă, decît cu ajutorul legilor impulsului de rotaţie.

Incercînd să le aplicăm, vom presupune întîi că *axa de rotaţie stă înclinată* şi se sprijină cu vîrful într-o adîncitură, care împiedică lunecările laterale (fig. 115).

Sistemul se află atunci sub acţiunea a *două* impulsuri de rotaţie suprapuse:

— unul din ele este impulsul iniţial $\overline{P}_0$, orientat în lungul axei discului;

— celălalt este $\overline{P}_1$ şi provine din faptul că greutatea proprie $\overline{F}$, încearcă să-l răstoarne, rotindu-l într-un plan vertical.

Rezultanta lor este vectorul $\overline{P}$, care-şi schimbă mereu orientarea şi obligă axa giroscopului să descrie o mişcare de precesie, după o pînză de con cu vîrful în jos.

Cînd axa este verticală, momentul de răsturnare al forţei F este practic nul, precesia nu mai apare atunci şi axa se menţine verticală, cîtă vreme frecările nu au ajuns încă să frîneze rotaţia.

O uşoară atingere a axei, cu tendinţa de a o înclina, face să apară precesia, dar simţim atunci cum sistemul dezvoltă o forţă de reacţiune, ce

se opune înclinării, fiindcă aceasta implică o variaţie a impulsului de rotaţie.

Cînd capătul de jos poate să lunece liber, pe o suprafaţă lucie, sistemul fuge lateral şi axa rămîne mai departe verticală.

Dacă repetăm experienţele cu un giroscop, construit aşa fel încît vîrful axei să se găsească în centrul de greutate, acţiunea de răsturnare a forţei $\overline{F}$ dispare şi sistemul stă în echilibru indiferent, sub orice orientare (fig. 116).

Dacă-l facem să se rotească, nici o acţiune din afară nu mai intervine ca să modifice impulsul şi axa îşi păstrează necontenit orientarea iniţială, fără să mai sufere o mişcare de precesie, chiar dacă răsucim suportul ei.

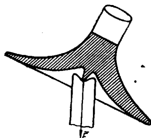


Fig. 116. Punctul de sprijin al giroscopului coincide cu centrul de greutate.

Această însuşire a giroscopului, de a tinde să se opună schimbărilor de orientare a axului şi de a o păstra cînd nu intervine un impuls din afară, are numeroase aplicaţii practice, din care vom cita numai cîteva exemple.

1) Toţi bicicliştii observă din capul locului că nu pot să-şi menţină echilibrul, cînd stau pe loc. Cel ce vrea să ştie de ce este cu totul altfel în mers, n-are decît să întoarcă bicicleta pe spate şi să dea roţii din faţă o rotaţie suficient de rapidă.

Încercînd să întoarcă ghidonul, va simţi atunci cum roata, care joacă rolul de giroscop, se opune devierii, cu atît mai tare, cu cît se învîrte mai repede.

2) Unii acrobaţi izbutesc să învîrtă o farfurie, aşezată orizontal într-un vîrf de băţ, fără ca ea să cadă.

O menţine în această poziţie tot efectul stabilizator al rotaţiei.

3) Torpilele marine au în interior un giroscop care le permite să reziste acţiunii de deviere a valurilor.

4) Avioanele moderne de transport se conduc automat, fără o intervenţie continuă a pilotului. Un mic giroscop, rotit cu viteză mare de un motoraş electric, are pe axă o serie de contacte electrice, care comandă servomotoarele cîrmelor de direcţie şi înălţime. Giroscopul păstrîndu-şi orientarea iniţială, orice deviere de pe direcţia fixată este imediat compensată. În lipsa comandei automate, tot axa unui giroscop arată pilotului devierile de la direcţia de urmat şi-i permite să piloteze fără vizibilitate.

5) În locul busolei magnetice, supusă la numeroase perturbaţii, mai ales navigaţia submarină foloseşte o busolă specială, în care un giroscop, rotit de un motor electric, pluteşte pe o cuvă de mercur şi îşi menţine orientarea, oricare ar fi direcţia urmată de navă.

6) Tot pe acţiunea stabilizatoare a giroscopului s-a încercat să se introducă în practică vehicule care să meargă pe o singură şină.

7) La scară astronomică, efectul giroscopic menține constantă orientarea axei Pămîntului pe ecliptică, la înclinarea de 23°27′.

8) În sfîrșit, la proiectile, mișcarea de rotație imprimată la trecerea prin ghinturile țevii, asigură stabilitatea pe traiectorie și mersul cu vîrful înainte. Ea întîrzie totodată încovoierea traiectoriei spre pămînt și mărește bătaia gurilor de foc.

F. Mase sub acțiunea forțelor elastice

§ 68. **Forțe elastice.** Dacă, sub acțiunea unor forțe din afară, un corp oarecare *dezvoltă reacțiuni direct proporționale* cu *deformațiile suferite,* vom spune, prin definiție, că aceste reacțiuni sînt *forțe elastice.*

Forțele elastice sînt direct proporționale cu deformațiile, iar factorul de proporționalitate este constanta elastică.

Între forța deformantă F și forța elastică vom avea deci relația, impusă de principiul acțiunii și reacțiunii:

$$\boxed{F=-Kx}, \qquad (68.1)$$

în care x reprezintă variația de lungime sub acțiunea forței deformante F, iar K este factorul de proporționalitate, pe care-l numim *constantă elastică.* Valoarea lui este caracteristică fiecărui corp în parte.

Semnul — este convențional și arată că este vorba de o reacțiune.

În mod tacit, am folosit în § 9 proporționalitatea dintre forțe și deformații, ca să etalonăm dinamometrele.

Unități și dimensiuni. Relația de mai sus ne arată că dimensiunile constantei elastice sînt:

În sistemele CGS și MKS,

$$[K]=\left[\frac{F}{x}\right]=MT^{-2},$$

iar unitatea de măsură se va numi *dynă pe centimetru* (dyn/cm) sau *newton pe metru* (N/m).

În sistemul MKfS,

$$[K]=L^{-1}F,$$

iar unitatea va fi *kilogram-forță pe metru* (kgf/m).

Prin urmare, *constanta elastică nu este un simplu număr abstract*, ci o *mărime fizică*.

§ 69. **Acțiunea dinamică a forțelor elastice.** Un raționament foarte simplu ne arată că, *dacă o masă liberă execută o mișcare oscilatorie sinusoidală, această mișcare se datorește acțiunii unei forțe elastice*.

Forța elastică imprimă unei mase libere o mișcare oscilatorie sinusoidală.

In adevăr, cunoscuta relație fundamentală a acțiunilor dinamice

$$Forța = masa \cdot accelerația, \quad (61.1)$$

în care introducem accelerația unei mișcări oscilatorii

$$a_n = -a\omega^2 \sin \omega t \quad (51.4)$$

ne dă, pentru o masă oarecare m,

$$F = -ma\omega^2 \sin \omega t.$$

Se știe însă că elongația mișcării oscilatorii, pe care de astă dată o vom nota cu x, este

$$x = a \sin \omega t. \quad (51.1)$$

Rezultă deci că

$$\boxed{F = -m\omega^2 x}. \quad (69.2)$$

In mișcarea oscilatorie a unei mase, constanta elastică are valoarea $K = m\omega^2$, iar perioada oscilației este

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}.$$

Astfel, ajungem imediat la relația de definiție a forței elastice

$$F = -Kx, \quad (68.1)$$

fiindcă

$$m\omega^2 = \text{const} = K. \quad (69.3)$$

Mișcarea sinusoidală implică deci, în adevăr, intervenția unei forțe elastice și raționamentul ne mai arată că, în cazul acesta, *constanta elastică poate fi exprimată prin produsul dintre masă și pătratul pulsației.*

Dacă ţinem acum seama că $\omega = \frac{2\pi}{T}$, deducem că perioada mişcării oscilatorii este

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}, \tag{69.4}$$

adică *direct proporţională cu rădăcina pătrată a masei şi invers proporţională cu rădăcina pătrată a constantei elastice.*

1. *Pendulul elastic.* Verificarea experimentală a concluziilor de mai sus o putem face cu un resort, la capătul căruia legăm un corp de masă *m*, aşa cum arată fig. 117.

Dacă întindem resortul, apare o forţă elastică, sub acţiunea căreia corpul execută o serie de oscilaţii, pe direcţia verticalei.

Acesta este *pendulul elastic.*

Incepem prin a încărca resortul cu o greutate *mg* cunoscută şi aşteptăm să ia poziţia de repaus. Lungimea lui creşte cu *x* centimetri şi relaţia de definiţie

$$K = \frac{F}{x} = \frac{mg}{x} \tag{68.1}$$

ne dă valoarea numerică a constantei elastice.

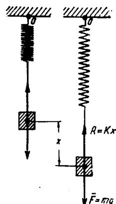


Fig. 117. Pendulul elastic.

Măsurăm apoi cu cronometrul perioada de oscilaţie *T* şi constatăm că, în limita erorilor experimentale, datele numerice obţinute verifică relaţia

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}, \tag{69.4}$$

cu condiţia ca masa *m* să nu fie prea mare şi *amplitudinea oscilaţiilor să fie destul de mică,* pentru a nu se depăşi limita de elasticitate.

La amplitudini mici, oscilațiile pendulului elastic sînt izocrone.

Tot experimental mai putem constata că, dacă respectăm aceste condiții, *perioada nu depinde de amplitudine și vom spune că oscilațiile sînt izocrone.*

Vom vedea mai departe că această *lege a izocronismului* se aplică și altor tipuri de pendul [1].

2. *Pendulul de torsiune.* Experiența ne arată că, dacă răsucim un fir de diametru $2r$, fixîndu-i un capăt și aplicînd

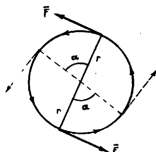


Fig. 118. Cuplul și unghiul de torsiune.



Fig. 119. Pendulul de torsiune.

la celălalt capăt un cuplu de forțe, cu momentul $2Fr$, firul dezvoltă alt cuplu de opunere, proporțional cu unghiul de torsiune α (fig. 118).

Avem atunci, pe baza experienței,

$$2Fr = -D\alpha \qquad (69.5)$$

unde D este factorul de proporționalitate între momentul cuplului de torsiune și unghiul α, măsurat în radiani.

[1]) Cuvîntul *izocron* derivă din limba greacă și înseamnă *în timpuri egale.*

La deformaţiile prin torsiune, forţele elastice se manifestă prin momentul cuplului, direct proporţional cu unghiul.

El reprezintă, prin definiţie, *modulul de torsiune* al firului.

Reacţiunile sînt, prin urmare, proporţionale cu deformaţiile, ca şi în cazul alungirilor. *Ele implică apariţia unor forţe elastice, care se manifestă prin momentele lor.*

Cu aceste noţiuni preliminare foarte simple, vom încerca să tratăm cazul în care un corp, legat de un fir vertical, execută, sub acţiunea unui cuplu de torsiune, oscilaţii de rotaţie în planul orizontal (fig. 119).

Dacă ţinem seama că, în cazul rotaţiei, masa trebuie înlocuită prin momentul de inerţie J şi că, de astă dată, în locul constantei elastice trebuie să introducem modulul de torsiune D, relaţia cunoscută

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \qquad (69.4)$$

devine

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{D}} \qquad (69.6)$$

şi ne permite să calculăm perioada *pendulului de torsiune*.

Perioada pendulului de torsiune este dată de relaţia

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}$$

Experienţa ne arată că şi *aceste oscilaţii sînt izocrone, dacă au amplitudinea destul de mică.*

Pendulul de torsiune are diferite aplicaţii practice, din care vom cita numai două:

1) *Regulatorul ceasului de buzunar*, care este un mic volant *O*, numit *balanţier*, ce oscilează izocron, sub acţiunea unui resort în spirală, numit *păr*, fiindcă la primele ceasuri era făcut din păr de porc (fig. 120).

De fapt, acest resort nu suferă o deformaţie de torsiune, ci numai una de strîngere sau desfacere a spiralei, dar el răspunde, ca şi firul torsat, cu o forţă elastică, al cărei moment roteşte volantul.

Balanţierul, aşezat pe o axă perpendiculară pe planul figurii, mişcă o *ancoră A* şi permite roţii dinţate *R* să înainteze cu cîte un dinte, la fiecare bătaie.

El primeşte astfel mici impulsuri, provenite de la o *coardă*, care-i întreţine oscilaţia. Altfel s-ar opri din cauza frecărilor.

Şuruburile notate în figură cu *S* au rolul să limiteze mişcările ancorei.

Perioada de oscilaţie o putem regla, căutînd lungimea cea mai potrivită a părului. Cu cît acesta este mai scurt, cu atît bătăile se vor succede mai repede.

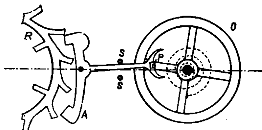


Fig. 120. Regulatorul ceasului de buzunar.

2) *Determinarea momentului de inerţie* se poate face la corpurile de orice formă, prin metoda experimentală a oscilaţiilor de torsiune, în felul următor:

Legăm întîi cu un fir de lungime şi grosime convenabile, un corp de formă regulată al cărui moment de inerţie J_1 poate fi calculat, îl punem să oscileze şi măsurăm cu cronometrul perioada T_1.

Avem atunci

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{D}}.$$

Repetăm experienţa cu acelaşi fir, dar pentru corpul cu moment de inerţie necunoscut J_2 şi găsim de astă dată

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{D}}.$$

Aceste relaţii, împărţite membru cu membru, ne dau

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{J_1}{J_2}},$$

unde toate cantităţile sînt cunoscute, afară de J_2.

3. *Pendulul matematic şi pendulul fizic.* Cînd un corp se poate roti în jurul unei axe care nu trece prin centrul de greutate, singura lui poziţie de echilibru stabil este aceea în care verticala centrului de greutate întîlneşte axa.

Orice corp care oscilează pe o axă orizontală este un pendul fizic. La pendulul matematic, un punct material oscilează la capătul unui fir inextensibil şi fără greutate.

Dacă-l îndepărtăm din această poziţie, corpul execută o serie de oscilaţii în planul vertical, pînă ce frecările îl readuc în poziţia de repaus, prin scăderea treptată a amplitudinii.

Orice corp suspendat în felul acesta constituie un *pendul fizic*.

În cele ce urmează ne vom ocupa însă mai întîi de un caz ideal, în care un punct material oscilează la capătul unui fir inextensibil şi fără greutate (fig. 121).

Acesta este *pendulul simplu* sau *pendulul matematic.*

Să considerăm un asemenea pendul de lungime l, deviat de un unghi α faţă de poziţia de repaus.

Greutatea $m\bar{g}$ a punctului material oscilant, care acţionează după verticală, se poate descompune în două componente:

a) una este $\bar{F}_n$ şi se orientează în lungul firului, aşa că este anulată de reacţiunea lui;

b) cealaltă, $\bar{F}_t$, este tangentă la traiectoria urmată şi tinde să readucă sistemul în poziţia de repaus.

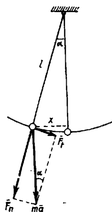


Fig. 121. Deducerea perioadei pendulului simplu.

La amplitudini de oscilaţie destul de mici, putem confunda arcul cu coarda şi admite că elongaţia momentană a punctului material este x şi că forţa $\bar{F}_t$ acţionează tot pe această direcţie.

Totodată, faptul că sistemul oscilează ne îndreptăţeşte să o considerăm ca o *forţă elastică.*

În aceste condiţii şi cu această aproximaţie vom avea, în valoarea absolută,

$$F_t = mg \sin\alpha = Kx. \quad (68.1)$$

Dar, în triunghiul dreptunghi ce se formează,

$$x = l \sin\alpha.$$

Prin urmare,

$$mg = Kl \quad \text{şi} \quad K = \frac{mg}{l}.$$

Relația cunoscută

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \qquad (69.4)$$

devine atunci

$$\boxed{T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} \qquad (69.7)$$

și ne permite să calculăm perioada pendulului matematic.

Perioada pendulului simplu este

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

și nu depinde de masa punctului oscilant.

Ea ne spune că această perioadă este direct proporțională cu rădăcina pătrată a lungimii, invers proporțională cu rădăcina pătrată a accelerației gravitației în locul experienței și nu depinde de masa punctului oscilant.

Comparind-o cu relațiile corespunzătoare (69.4) și (69.6), constatăm că, *spre deosebire de pendulul matematic, perioada pendulului elastic și de torsiune depinde de masă sau de momentul de inerție, dar nu depinde de accelerația gravitației*, așa că se menține constantă, indiferent de poziția geografică a locului.

Realizarea practică a pendulului matematic, în sensul strict al definiției, nu este posibilă.

Ne putem apropia însă foarte mult de condițiile ideale, dacă legăm o sferă masivă destul de grea, cu un fir de oțel destul de lung.

Greutatea sferei ne permite atunci să neglijăm greutatea firului, iar poziția centrului acestei sfere fixează punctul de aplicație al forțelor gravitației. *Raza ei va trebui, deci, adăugată la lungimea firului.*

La amplitudini mici, oscilațiile unui pendul matematic sînt izocrone.

Putem astfel verifica, în limita erorilor experimentale, relația (69.7) și constata totodată că *oscilațiile de amplitudine mică sînt și de astă dată izocrone*, ca la toate tipurile de pendule.

Dacă amplitudinea este mai mare, aproximația pe care am făcut-o cînd am confundat arcul cu coarda ne îndepărtează prea

mult de situaţia reală. In cazul acesta, relaţia (69.7) nu mai este valabilă, nici oscilaţiile nu mai sînt izocrone, fiindcă proiecţia forţei tangenţiale F_t pe direcţia x devine din ce în ce mai mică, o dată cu creşterea amplitudinii, iar perioada se lungeşte.

In practică, abaterile de la valoarea teoretică a perioadei încep să devină apreciabile, cînd amplitudinea depăşeşte cîteva grade. Limita maximă admisă depinde numai de gradul de precizie urmărit şi, în măsurările curente, putem lucra şi cu amplitudini ceva mai mari.

Dacă trecem la *pendulul fizic*, acolo masele pot fi repartizate oricum în jurul centrului de oscilaţie şi vom avea o infinitate de pendule matematice, care oscilează împreună.

Din acest motiv, pendulul fizic se mai numeşte şi *pendul compus*.

Calculul şi experienţa ne arată că perioada unui astfel de pendul este dată de relaţia

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}}, \qquad (69.8)$$

în care J reprezintă momentul de inerţie faţă de centrul de oscilaţie, iar a distanţa lui pînă la centrul de greutate al sistemului (fig. 122).

Comparînd această relaţie cu aceea care ne dă perioada pendulului simplu, constatăm că lungimea l este înlocuită prin cantitatea

$$L=\frac{J}{ma},$$

care defineşte *lungimea redusă a pendulului compus*.

In aceste condiţii, relaţia (69.8) se poate scrie şi sub forma

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}. \qquad (69.8\text{ a})$$

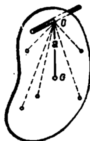


Fig. 122. Pendulul fizic.

Lungimea redusă poate fi determinată experimental, dacă punem un pendul fizic să oscileze alături de un pendul simplu, realizat aşa cum am arătat mai sus.

Avem atunci

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{şi} \quad T_2=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

care, împărţite membru cu membru, ne dau:

$$\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{L}{l}}.$$

4. *Pendulul reversibil.* Există o metodă mult mai precisă, prin care putem determina lungimea redusă.

In prelungirea liniei care unește centrul de oscilație O cu centrul de greutate G există un punct O', în jurul căruia pendulul fizic poate oscila cu aceeași perioadă. Distanța OO' este lungimea pendulului redus.

Teoria prevede și experiența confirmă că dacă un pendul fizic oscilează cu perioada T, în jurul unui punct oarecare O (fig. 123), există pe linia OG, de cealaltă parte a centrului de greutate G, un alt punct O', în jurul căruia pendulul poate oscila cu aceeași perioadă.

Pe acest principiu se bazează *pendulul reversibil al lui Kater*, reprezentat în fig. 124.

Perpendicular pe o bară metalică rectilinie sînt fixate două cuțite O și O' cu muchiile față în față.

Prin încercări succesive, potrivim poziția maselor mobile M și M' de-a lungul barei, pînă cînd constatăm că schimbarea axei din O în O' nu mai modifică perioada de oscilație.

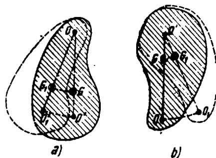


Fig. 123. Pendulul reversibil.

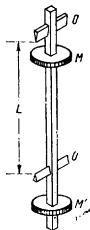


Fig. 124. Pendulul lui Kater

Distanța dintre cuțite este atunci egală cu lungimea pendulului redus.

Acest pendul servește pentru determinarea accelerației gravitației, prin cea mai precisă metodă cunoscută.

Măsurîndu-i perioada și lungimea între cuțite, relația (69.8 a) ne dă

$$g=4\pi^2\frac{L}{T^2}.$$

Determinările făcute pe teren au arătat că:

La ecuator (nivelul mării)	$g=978,030$ cm/s².
La pol (probabil)	$g=983,216$ cm/s².
La 45° (nivelul mării)	$g=980,665$ cm/s².
La 45° (nivelul mării)	$g=980,943$ cm/s².
La Moscova	$g=981,523$ cm/s².
La Leningrad	$g=981,908$ cm/s².
La Bucureşti (comuna Roşu)	$g=980,551$ cm/s².

5. *Amortizarea oscilaţiilor*. Frecările inevitabile, fie cu aerul, fie în interiorul sistemului oscilant, frînează treptat oscilaţiile oricărui pendul, reducîndu-i amplitudinea.

Fenomenul se numeşte *amortizare*.

Experienţa ne arată că, de cele mai multe ori, scăderea amplitudinii în timp decurge aşa cum se vede în fig. 125, unde maximele sînt limitate de linia punctată, care este o *curbă exponenţială*.

În aceste condiţii, ecuaţia oscilaţiei care, fără amortizare, era

$$E=a \sin \omega t,$$

capătă forma

$$E=ae^{-\delta t} \sin \omega t, \qquad (69.9)$$

unde amplitudinea este reprezentată prin $ae^{-\delta t}$.

Mărimea δ se numeşte *amortizare*, iar e este baza sistemului de logaritmi neperieni.

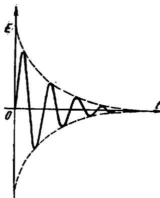


Fig. 125. Oscilaţii amortizate.

6. *Pendulul şi măsurarea timpului*. Legile pendulului, descoperite de *Galileu* şi aplicate la ceasuri de *Huyghens*, au permis o măsurare a timpului mult mai precisă şi mai comodă decît vechile clepsidre.

Se poate calcula uşor că lungimea unui pendul care bate secunda într-un loc dat este

$$l=g\frac{T^2}{4\pi^2},$$

în care vom considera pe $T=2$ s. Aceasta rezultă din formula cunoscută a pendulului simplu.

La Bucureşti, lungimea acestui pendul este de aproximativ 99,4 cm.

Ca să întreţină oscilaţia, Huyghens a inventat dispozitivul arătat în fig. 126.

O greutate sau un resort mişcă direct sau prin angrenaje o roată dințată, pe care o *ancoră*, legată de pendul, o lasă să înainteze cu cîte un dinte, la fiecare bătaie.

Pendulul primeşte astfel impulsurile periodice necesare ca să compenseze amortizările.

Cum perioada depinde de lungime, trebuie să facem aşa ca ea să fie cît mai puțin sensibilă la variațiile temperaturii ambiante. Aliajele moderne de fier şi nichel, cu dilatare foarte mică (numite *invar*) au permis o rezolvare comodă şi satisfăcătoare a acestei probleme.



Fig. 126. Intreținerea oscilațiilor pendulului.

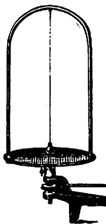


Fig. 127. Păstrarea planului de oscilație.

7. *Pendulul lui Foucault*. Experiența ne arată că un pendul, ca orice corp în rotație, caută să-şi păstreze neschimbat planul în care oscilează.

Ne putem convinge de acest lucru dacă rotim în jurul unei axe verticale dispozitivul din fig. 127. Constatăm atunci că planul de oscilație al pendulului nu urmăreşte rotația suportului.

Pornind de la această observație, *Foucault*[1]) a imaginat o experiență, prin care poate fi evidențiată rotația Pămîntului.

Interpretarea ei riguroasă depăşeşte cadrul acestui manual. Amintim numai că faptele constatate se datoresc accelerațiilor care apar în sistemul neinerțial, care este Pămîntul.

[1]) *Léon Foucault* (1819—1866), fizician francez, care s-a ilustrat prin cercetări fundamentale, mai ales în Optică şi Electricitate.

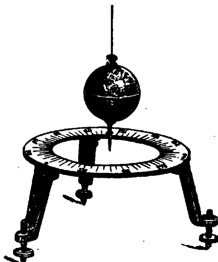
Rotația aparentă a planului de oscilație al pendulului se datorește faptului că Pămîntul nu este un sistem inerțial de referință.

Să ne închipuim că un pendul oscilează la pol. Planul de oscilație rămîne același, dar un observator care se învîrtește o dată cu Pămîntul va avea impresia că acest plan se rotește în sensul invers mișcării globului și că execută o rotație completă în 24 ore.

La alte latitudini, timpul acesta devine mai lung, pe măsură ce ne apropiem de ecuator. De exemplu, la București, rotația decurge în aproximativ 34 de ore.

Experiența a fost făcută pentru prima dată la Paris, sub bolta *Pantheonului*, în condiții deosebit de spectaculoase, cu un pendul de 79 m lungime. Masa oscilantă cîntărea 25 kg și era prevăzută cu un vîrf ascuțit, care scrijela pe un jgheab circular cu nisip urma planului de oscilație, după fiecare perioadă.

Intr-o sală mai mică experiența se poate repeta cu dispozitivul reprezentat în fig. 128.


Fig. 128. Pendulul lui Foucault.

8. *Exemple numerice asupra dinamicii.* 1) *La capetele unei sfori, trecută pe un scripete, se leagă două corpuri de mase* $m_1=100$ g *și* $m_2=105$ g. *Care este forța acceleratoare, ce accelerație capătă sistemul și care-i ecuația mișcării, presupunînd că* $g=981$ cm/s^2.

Diferența dintre m_1 și m_2 este de 5 g. Forța acceleratoare va fi deci

$$G=mg=5\cdot 981=4\,905 \text{ dyn},$$

adică aproximativ 4 900 dyn.

Sub acțiunea acestei forțe, sistemul, a cărui masă este

$$m'=m_1+m_2=205 \text{ g},$$

capătă accelerația

$$a=\frac{G}{m'}\ \frac{4\,905}{205}=23{,}9 \text{ cm/s}^2.$$

Ecuaţia mişcării este

$$s=\frac{1}{2}at^2$$

de unde

$$s=\frac{1}{2}\cdot 23{,}9\,t^2.$$

2) *Sub acţiunea unei forţe de* 6 gf *un corp de masă necunoscută capătă o acceleraţie de* 40 cm/s². *Care-i valoarea acelei mase?*

Cele 6 gf reprezintă

$$6\cdot 981=5\,886 \text{ dyn.}$$

Masa este deci

$$m=\frac{F}{a}=147 \text{ g.}$$

3) *Asupra unui corp cu masă de 1 000 g acţionează o forţă de 4 000 dyn. Să se formuleze legea spaţiilor şi a vitezelor mişcării.*

Mişcarea va fi uniform accelerată. Din relaţia

$$F=ma$$

deducem

$$a=\frac{4\,000}{1\,000}=4 \text{ cm/s}^2.$$

Ecuaţiile căutate sînt deci

$$s=\frac{1}{2}\cdot 4\,t^2$$

şi

$$v=4t.$$

4) *Un corp cade, străbătînd în prima secundă 489 cm. Să se calculeze acceleraţia gravitaţiei în acel loc şi spaţiul parcurs în 4 s.*

Acceleraţia fiind numeric egală cu dublul spaţiului parcurs în prima secundă, avem

$$g=2\cdot 489=978 \text{ cm/s}^2$$

şi spaţiul parcus în 4 s va fi

$$s=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\cdot 978\cdot 16=7\,824 \text{ cm.}$$

5) *Care va fi viteza de cădere, în cazul corpului de mai sus, după 3 s?*

$$v=gt=978\cdot 3=2\,934 \text{ cm/s.}$$

6) *Cu ce viteză iniţială trebuie să aruncăm acest corp în sus, după verticală, ca să ajungă la înălţimea de 40 m?*

După formula lui Galileu, avem

$$v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\cdot 978\cdot 4\,000}\approx 2\,800 \text{ cm/s}.$$

7) *De la ce înălţime trebuie să cadă corpul, ca să ajungă la Pămînt cu viteza de 10 m/s?*

Aceeaşi formulă a lui Galileu ne dă, printr-o transformare simplă

$$h=\frac{v^2}{2g}=\frac{1\,000\,000}{2\cdot 978}=512 \text{ cm}.$$

8) *În cît timp cade un corp dintr-un turn înalt de 44 m?*

Din relaţia

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

deducem

$$t=\sqrt{\frac{2s}{g}}=\sqrt{\frac{8\,800}{981}}\approx 3 \text{ s}.$$

9) *Un corp este aruncat în sus cu viteza iniţială de 3 000 cm/s. La ce înălţime se găseşte după 2 s şi ce viteză are în acel moment?*

Avem:

$$s=-v_0t+\frac{1}{2}gt^2,$$

deci

$$s=-3\,000\cdot 2+\frac{1}{2}\cdot 981\cdot 4$$

$$s=4\,038 \text{ cm},$$

iar viteza o deducem din

$$v=-v_0+gt,$$

$$v=-3\,000+1\,962$$

$$v=1\,038 \text{ cm/s}.$$

10) *Un avion care zboară la înălţimea de 3 000 m, cu o viteza de 360 km/h, aruncă o bombă. După cîte secunde ajunge bomba pe Pămînt şi la ce distanţă de punctul de lansare? Se neglijează frecarea cu aerul.*

Viteza de zbor orizontal este de 100 m/s.

Relaţia

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

ne dă

$$t=\sqrt{\frac{2s}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 3\,000}{9{,}81}}=25 \text{ s}.$$

Distanța față de punctul de lansare este

$$D = 100 \cdot 25 = 2\,500 \text{ m}.$$

11) *Un corp este aruncat sub un unghi de 45°, cu o viteză inițială de 300 m/s. Ce înălțime și ce distanță pe orizontală atinge?*

Relația

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

ne dă

$$h = \frac{300^2 \cdot 0{,}7^2}{2 \cdot 9{,}81} = 2\,250 \text{ m}.$$

Relația

$$D = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g} \quad D = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

ne dă

$$D = \frac{300^2}{9{,}81} = 9\,150 \text{ m}.$$

12) *După cîte secunde revine pe Pămînt corpul din exemplul precedent?*

Relația

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

ne dă

$$t = \frac{2 \cdot 300 \cdot 0{,}7}{9{,}81} = 43 \text{ s}.$$

13) *Să se calculeze de cîte ori este mai intensă forța centrifugă decît gravitația, într-o mașină centrifugă care face 7 200 rot/min și are raza de 30 cm?*

Numărul de rotații pe secundă este

$$\frac{7\,200}{60} = 120 \text{ rot/s}.$$

Așadar,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot 120 = 753 \text{ rad/s}.$$

Accelerația centripetă este

$$a_n = \omega^2 r = 753^2 \cdot 30 \approx 17 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2.$$

Accelerația gravitației fiind

$$g = 981 \text{ cm/s}^2,$$

raportul între accelerații ne dă raportul între forțele care se exercită asupra unei mase date.

Avem, deci,

$$\frac{F_c}{F_g} = \frac{a_n}{g} = \frac{17\cdot10^6}{981} \approx 17\cdot10^3$$

Prin urmare, în cazul de față, forța centrifugă este de 17 000 de ori mai intensă decît gravitația și atinge 17 kgf pentru o masă de un gram.

14) *Un vas cu apă este legat cu o sfoară lungă de un metru și învîrtit într-un plan vertical.*

Cîte rotații trebuie să facă pe secundă, pentru ca apa să nu poată curge din el?

Fie m masa apei. Ca să nu poată curge, trebuie ca forța centrifugă să fie cel puțin egală cu greutatea ei.

Așadar,

$$mg = m\omega^2 r,$$

sau

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}},$$

din care, înlocuind datele, obținem

$$\omega = \sqrt{\frac{981}{100}} = 3{,}13\ \text{rad/s}.$$

Dar se știe că

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Prin urmare, durata unei rotații trebuie să fie mai mică decît

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6{,}28}{3{,}13} \approx 2\ \text{s}.$$

Acest rezultat depinde de lungimea sforii, dar nu depinde de masa apei din vas.

15) *Asupra unei corp de masă 2 kg acționează timp de 5 s o forță de 3 · 10⁶ dyn. Să se calculeze viteza căpătată.*

În unități CGS masa are 2 000 g. Deducem că

$$\frac{Ft}{m} = \frac{3\cdot10^6\cdot5}{2\,000} = \frac{15\cdot10^3}{2} = 7\,500\ \text{cm/s}.$$

16) *Sub același impuls, două mase diferite capătă vitezele respective de 100 cm/s și 150 cm/s. Prima masă are 30 g. Cît are cealaltă?*

$$30\cdot100 = m_1\cdot150,$$

de unde

$$m_1 = \frac{3\,000}{150} = 20\ \text{g}.$$

17) *Să se calculeze forța necesară ca să imprime în 8 s viteza de 2 000 cm/s unei mase de 40 g.*

$$F = \frac{mv}{t} = \frac{40 \cdot 2\,000}{8} = 10\,000 \text{ dyn.}$$

18) *Un cilindru masiv are diametrul de 6 cm și masa de 7 000 g. El se poate roti fără frecări pe o axă care-l străbate simetric din cap în cap. O forță tangențială de 40 000 dyn acționează la periferie timp de 60 s.*

Ce viteză unghiulară capătă cilindrul?

Momentul de inerție este

$$J = \frac{1}{2} MR^2 = 3\,500 \cdot 9 = 31\,500 \text{ g} \cdot \text{cm}^2.$$

Relația

$$FRt = J\omega$$

ne dă

$$\omega = \frac{FRt}{J} = \frac{40\,000 \cdot 3 \cdot 60}{31\,500} = 228 \text{ rad/s.}$$

19) *Un resort se întinde cu 5 cm sub acțiunea unei greutăți de 100 g. Care-i constanta lui elastică?*

Neglijînd semnele, avem:

$$K = \frac{F}{x} = \frac{mg}{x} = \frac{100 \cdot 981}{5} = 19\,600 \text{ dyn/cm.}$$

20) *De resortul din exemplul precedent se atîrnă o masă de 300 g. Care-i perioada de oscilație?*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 6{,}28 \sqrt{\frac{300}{19\,600}} = 0{,}75 \text{ s.}$$

21) *Un resort oscilează cu perioada de 0,5 s dacă atîrnăm de acesta o masă de 100 g; să i se calculeze constanta elastică.*

$$K = m \frac{4\pi^2}{T^2},$$

sau înlocuind datele numerice,

$$K = 100 \frac{39{,}43}{0{,}25} = 15\,772 \text{ dyn/cm.}$$

22) *Care-i perioada unui pendul simplu de un metru lungime, la pol, știind că accelerația gravitației este 983 cm/s²?*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 6{,}28 \sqrt{\frac{100}{983}} = 2{,}03 \text{ s.}$$

23) *Dacă un pendul simplu de 99,09 cm lungime are perioada de două secunde, care-i accelerația gravitației în locul de observație?*

$$g=4\pi^2\frac{l}{T^2}=39{,}44\,\frac{90{,}09}{4}=978\ \mathrm{cm/s^2}.$$

24) *Ce perioadă capătă pendulul din exemplul 23, într-un ascensor care se mişcă în sus cu accelerația $a=2$ m/s²?*

Accelerarea în sus dezvoltă în masa pendulului o forță de inerție ce tinde să-i dea o accelerație egală și opusă lui a.

Prin urmare,

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}=6{,}23\sqrt{\frac{99{,}09}{978+200}}=1{,}82\ \mathrm{s}.$$

Aşadar, perioada devine mai scurtă. Contrariul s-ar fi întîmplat dacă ascensorul era accelerat în jos.

25) *Ce se întîmplă cu pendulul din exemplul precedent dacă ascensorul cade liber, cu accelerația gravitației?*

Am avea atunci

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g-g}}=\infty$$

şi pendulul n-ar mai putea să oscileze.

26) *Un observator sare de pe o platformă, cu o raniță de 10 kgf in spate. Mai simte greutatea raniței în timpul căderii?*

Nu o simte, fiindcă forța de inerție se opune forței acceleratoare şi o anulează. Avem deci

$$F-ma=0.$$

27) *Observatorul ajunge la Pămînt cu viteza de 2 m/s şi acțiunea de frînare a muşchilor îl opreşte în 0,5 s. Cu ce forță îl apasă ranița în acest timp?*

Admițînd că frînarea este uniformă, accelerația ei este

$$a=\frac{v}{t}=\frac{2}{0{,}5}=4\ \mathrm{m/s^2}$$

şi ranița îl apasă cu forța

$$F=m\,(g+a)=\frac{10}{9{,}81}\,(9{,}81+4)=14\ \mathrm{kgf}.$$

28) *O persoană de 60 kg cade accidental de la etaj, cu un sac de nisip în brațe. Dacă sacul are 30 kg şi înălțimea de cădere ar fi de 10 m, ce s-ar putea face pentru ca viteza de întîlnire cu pămîntul să fie cît mai mică?*

În mod normal, această viteză ar trebui să fie

$$v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 10}=14\ \text{m/s}.$$

Dacă persoana, în momentul cînd este gata să atingă pămîntul, izbutește să arunce sacul în jos cu viteza (să zicem) de 2 m/s, legea conservării impulsului în sistemul izolat ne dă

$$mv=Mv',$$

sau

$$30\cdot 2=60\,v'$$

de unde

$$v'=1\ \text{m/s}.$$

Centrul de greutate al sistemului persoană-sac urmează mai departe legea normală de cădere, dar, față de pămînt, viteza relativă a persoanei devine de 13 m/s.

29) *De ambele părți ale unui scripete, pe care trece o funie, stau agățate două maimuțe, la aceeași înălțime. Una din ele o chinuiește pe cealaltă care, ca să scape, încearcă să se cațere mai sus. Izbutește să se depărteze de asupritor?*

Legea conservării impulsului ne spune că nu poate, fiindcă ea comunică funiei un impuls de sens contrar și ridică pe asupritor odată cu dînsa.

G. Dezvoltarea istorică a dinamicii

Ideile filozofilor antici despre acțiunile dinamice ale forțelor erau cu totul vagi și rudimentare, supuse unor concepții fundamental greșite și de multe ori în dezacord cu faptele.

Aristotel credea că *orice corp tinde către locul lui natural* și de aceea corpurile grele merg în jos, iar cele ușoare se ridică în aer.

Cu excepția acestor mișcări *naturale*, orice altă mișcare este *violentă* și nu poate fi întreținută decît de o cauză motoare. Dacă un corp aruncat își păstrează totuși un timp oarecare mișcarea violentă, aceasta se datorește faptului că aerul năvălește în urma lui și-l împinge înainte.

Observația că orice corp în mișcare se oprește cîndva corespunde, in adevăr, cu situația reală obișnuită; dar, este greșit să se atribuie aerului un rol motor, cînd el nu face decît să *frîneze* mișcările.

Aristotel și-a pus totuși întrebarea: *Ce s-ar întîmpla dacă n-ar fi aerul?* Aici răspunsul pe care-l dă este corect, fiindcă el scrie:

„Ar fi cu neputință să spunem că în vid, un corp în mișcare s-ar opri undeva.
De ce să se oprească într-un loc și nu în altul?
Prin urmare, acel corp va sta în mod necesar în repaus, iar dacă este în mișcare, infinită va fi această mișcare, cîtă vreme nu găsește un obstacol care să-l oprească".

Iată deci principiul inerţiei perfect înţeles, dar Aristotel persistă în ideea greşită că *natura are oroare de vid* şi scolastica evului mediu, adoptînd această concepţie, a oprit pe loc orice dezvoltare ştiinţifică a problemei, pînă către sfîrşitul veacului al XVI-lea.

In ce priveşte mişcările astrelor, nimeni nu şi-a dat seama că ele se conduc după legile obişnuite ale mişcărilor de pe Pămînt.

Primul pas important îl face *Galileu*, cu tratatul despre mecanica mişcărilor, apărut în 1638. L-a publicat în Olanda, de frica Inchiziţiei, care totuşi a găsit mijlocul să-l persecute.

El e considerat ca fondatorul metodei de cercetare ştiinţifică experimentală.

Incă de la vîrsta de 20 de ani, observînd oscilaţiile unui candelabru atîrnat de bolta catedralei din *Pisa* şi întrebuinţînd pulsul arterial ca mijloc de măsurare a timpului, a descoperit legea izocronismului şi apoi celelalte legi ale pendulului.

Aruncînd corpuri diferite, din clopotniţa înclinată a aceleiaşi catedrale, Galileu constată că numai rezistenţa aerului este de vină că nu cad cu aceeaşi viteză.

El cercetează apoi căderea pe planul înclinat şi descoperă legile căderii libere, deşi pe atunci nu avea la dispoziţie, pentru măsurarea timpului, decît vechile clepsidre şi o balanţă rudimentară, cu care putea să cîntărească apa scursă, într-un interval anumit.

Trecînd la problema balistică, el observă forma parabolică a traiectoriei şi formulează principiul independenţei mişcărilor.

In sfîrşit, trecînd la mişcarea în plan orizontal, spune clar că, dacă n-ar exista frecările, *această mişcare ar fi uniformă şi ar dura la infinit*, fără să aibă nevoie de întreţinere, adică enunţă în formă precisă *principiul inerţiei*.

Lăsînd la o parte încercări mai puţin fructuoase, făcute de *Leibnitz* sau *Descartes*[1], va trebui să amintim că *Torricelli*[2], elevul lui Galileu, are deja o idee vagă despre conservarea mişcării centrului de greutate, în sistemul izolat, cînd scrie:

„Două corpuri legate împreună nu se pot mişca de la sine decît dacă mişcarea coboară centrul de greutate comun".

Huyghens, pe la 1673, aplică pendulul la ceasuri şi-i întreţine oscilaţia prin căderea unei greutăţi.

Tot el rezolvă problema pendulului compus, atacată fără succes de Leibnitz, şi calculează forţa centrifugă, în mişcarea de rotaţie. In aceste lucrări pune indirect noţiunea de moment de inerţie, introdusă mai tîrziu, în formă definitivă de *Euler*.

De asemenea are, pentru prima dată, ideea folosirii pendului în determinarea acceleraţiei gravitaţiei şi propune chiar ca, pe această cale, să se instituie un etalon de lungime.

[1]) *René Descartes* (1596—1650), filozof, geometru şi fizician francez renumit, fondatorul metodei de cercetare *carteziene*, care tinde să elimine ideile preconcepute.

[2]) *Evangelista Torricelli* (1608—1647) cunoscut mai ales ca inventator al barometrului. A descoperit legea de curgere a lichidelor prin orificii.

Moartea lui Galileu, în 1642, coincide cu naşterea lui *Newton*, care continuă opera începută şi pune bazele definitive ale dinamicii.

El publică, în 1687, vestită operă, *„Philosophiae naturalis principia mathematica"*, unde enunţă, în formă lapidară şi precisă, toate legile de bază ale dinamicii, precum şi o serie de consecinţe şi corolarii.

Bazele fizice ale mecanicii fiind astfel aşezate, de aici înainte intervine calculul matematic, din care s-a dezvoltat, în următorii 150 de ani, aşa-numita *mecanică analitică*, ce nu face obiectul manualului de faţă.

Succesele realizate de studiul matematic au creat şi justificat o filozofie materialistă, după care totul în lume se reduce la probleme de mecanică.

La începutul veacului trecut *Laplace* era convins că un *calculator* ce ar cunoaşte toate elementele de situaţie în Univers la un moment dat, ar fi în stare să prevadă şi să calculeze orice situaţie viitoare.

Acest *materialism vulgar*, pur contemplativ, a fost adoptat ca doctrină filozofică a revoluţiei burgheze din 1789.

Cînd noile descoperiri ştiinţifice, apărute în ultimii 60—70 de ani, au dat peste fenomene ce nu puteau fi interpretate prin legile mecanicii clasice, newtoniene, fenomene ce se petrec în lumea atomică sau la viteze foarte mari, au apărut şi multiple „fundamentări" ale idealismului, întoarceri tendenţioase la misticismul şi scolastica medievală, cu pretenţie de justificare ştiinţifică.

Vom discuta mai tîrziu despre aceste fenomene şi vom vedea că ele se încadrează pe deplin în concepţia *materialismului dialectic* despre lume şi materie, ca realitate obiectivă.

CAPITOLUL IV

LUCRUL MECANIC, ENERGIA MECANICĂ ŞI PUTEREA

A. Lucrul mecanic şi energia mecanică

§ 70. **Lucrul mecanic.** Munca ce trebuie s-o efectuăm, ca să ne urcăm pe un munte, să ridicăm o greutate sau să deplasăm un corp, împotriva unei forţe de opunere pe o distanţă oarecare, cît şi oboseala ce o simţim după aceea ne dă noţiunea de *lucru mecanic* sau *travaliu*.

Această noţiune, deocamdată *subiectivă*, devine *obiectivă* cînd constatăm, ca simpli spectatori, că aceeaşi operaţie poate fi executată de orice forţă naturală.

Prin definiţie, lucrul mecanic se exprimă prin produsul scalar dintre forţă şi deplasare.

Prin definiţie, *lucrul mecanic*, pe care-l notăm de obicei cu *A* sau cu *W*, *se exprimă prin produsul dintre intensitatea forţei şi lungimea drumului parcurs, cu condiţia ca deplasarea să decurgă chiar în direcţia forţei* (fig. 129).

Avem deci

$$\boxed{A=Fl} \cdot \qquad (70.1)$$

Se poate întîmpla însă ca un corp să aibă o traiectorie impusă de anumite legături, pe care n-o poate părăsi. În asemenea situaţie ar fi, de exemplu, un vagonet aşezat pe o linie *ab* (fig. 129).

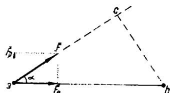


Fig. 129. Noţiunea de lucrul mecanic.

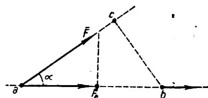


Fig. 130. Proiecţia drumului şi proiecţia forţei.

Dacă forţa este înclinată faţă de direcţia drumului, o vom descompune în componenta perpendiculară

$$F_p = F \sin \alpha,$$

care este anulată de rigiditatea traiectoriei şi deci nu execută lucru mecanic, şi în componenta activă

$$F_e = F \cos \alpha,$$

care acţionează *efectiv* în direcţia deplasării.

Lucrul mecanic se va exprima, în acest caz, prin relaţia generală

$$\boxed{A = Fl \cos \alpha} \qquad (70.2)$$

şi apare ca *produsul scalar* între forţă şi deplasare.

Dacă $\alpha=0$, regăsim relaţia (70.1), iar dacă $\alpha=90°$, lucrul mecanic este nul.

În concluzie, *lucrul mecanic se exprimă prin produsul scalar dintre forţă şi drumul parcurs.*

În membrul al doilea al relației (70.2) putem grupa factorii după voie și scrie

$$A = l(F \cos \alpha), \text{ sau } A = F(l \cos \alpha).$$

Rezultă că *putem exprima lucrul mecanic fie prin produsul dintre lungimea drumului și proiecția forței, pe direcția lui, fie prin produsul dintre forță și proiecția drumului, pe direcția forței.*

De exemplu, în cazul fig. 130, vom avea sau

$$A = F_e \cdot \text{distanța } ab,$$

sau

$$A = F \cdot \text{distanța } ac.$$

Fig. 131. Lucrul mecanic nu depinde de forma traiectoriei descrise.

Această observație ne poate fi de folos în cazul unei traiectorii de o formă oarecare.

În fig. 131, toate traiectoriile care încep în O și se termină într-un punct oarecare de pe dreapta AB, de exemplu în O', au aceeași proiecție pe direcția forței și corespund *aceluiași* lucru mecanic.

Rezultă că *lucrul mecanic nu depinde de forma traiectoriei, ci numai de proiecția ei, pe direcția forței.*

Lucrul mecanic nu depinde de forma traiectoriei, ci numai de proiecția ei pe direcția forței.

În cazul special cînd ridicăm o greutate pe un povîrniș, împotriva forțelor gravitației, lucrul mecanic nu depinde de înclinația povîrnișului, ci numai de poziția punctelor de plecare și de sosire, adică de proiecția traiectoriei pe direcția verticalei.

Lucrul mecanic este o mărime scalară.

1. *Unități și dimensiuni. Lucrul mecanic, definit prin produsul scalar dintre forță și drumul parcurs, este el însuși o mărime scalară.*

Relația de definiție

$$A = Fl \qquad (70.1)$$

ne arată că dimensuinile lui, în sistemele CGS şi MKS, sînt:

$$[A]=L^2MT^{-2}.$$

Unităţile respective au nume speciale şi aceeaşi relaţie ne arată că:

CGS: dyn · cm = erg,
MGS: N · m = J,
MKfS: kgm.

1) *Unitatea CGS, care se numeşte* „erg"[1]), reprezintă *lucrul mecanic al forţei de o dynă, deplasată cu un centimetru în prelungirea ei (erg).*

2) *Unitatea* MKS, *care se numeşte* „joule"[2]), *reprezintă lucrul mecanic al forţei de un newton, deplasată cu un metru* (J).

3) In sistemul MKfS, dimensiunile lucrului mecanic vor fi:

$$[A]=LF,$$

iar unitatea respectivă se numeşte „*kilogrammetru*" (km).

1 kgm = 9,81 J,
= 9,81 · 10⁷ erg,
1 J = 10⁷ erg.

In ce priveşte raportul numeric de transformare, se vede imediat că:

$$1\ \text{kgm}=9{,}81\cdot10^5\cdot10^2=9{,}81\cdot10^7\ \text{erg},$$
$$1\ \text{J}=10^5\cdot10^2=10^7\ \text{erg},$$
$$1\ \text{kgm}=9{,}81\ \text{J}.$$

2. *Lucrul mecanic motor şi rezistent.* In unele cazuri, un sistem dat este capabil să execute un lucru mecanic, împotriva unor forţe de rezistenţă.

De exemplu, un motor electric poate să ridice un ascensor, o greutate în cădere poate să urnească altă greutate, un resort care se destinde poate să poarte un mecanism, împotriva frecărilor etc.

In toate aceste cazuri, ca şi în altele similare, vom spune că lucrul mecanic este *util, motor* sau *eliberat,* şi-i vom da, prin convenţie, semnul +.

Lucrul mecanic poate fi eliberat (+) sau absorbit (—).

Alte ori, din contra, un sistem are nevoie de un lucru mecanic executat din afară.

---

[1]) Numele vine de la cuvîntul grecesc *érgon* = acţiune, faptă.

[2]) In onoarea fizicianului englez *James Prescott Joule* (1818—1889) care s-a ilustrat prin cercetări fundamentale în domeniul căldurii şi electricităţii.

Ridicarea unei greutăţi, comprimarea forţată a unui resort, deformarea unui corp, împotriva forţei de reacţiune, sînt numai cîteva exemple.

În cazurile acestea vom spune că lucrul mecanic este *absorbit, rezistent* sau *cheltuit* şi-i vom da semnul —.

§ 71. **Conservarea lucrului mecanic.** Ne propunem să evaluăm lucrul mecanic absorbit sau produs, în cazul cîtorva maşini simple.

1. *Pîrghia.* Am văzut că două forţe $\overline{F}_1$ şi $\overline{F}_2$, aplicate la capetele unei pîrghii, îşi fac echilibrul cînd momentele lor sînt egale (fig. 132), aşadar cînd

$$F_1 l_1 = F_2 l_2.$$

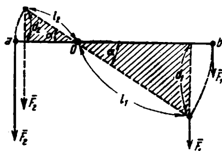


Fig. 132. Conservarea lucrului mecanic la o pîrghie.

Dacă $l_1 > l_2$, putem realiza cu pîrghia noastră o amplificare a forţei, fiindcă atunci $F_2 > F_1$.

Cînd pîrghia se roteşte cu un unghi α, cele două forţe execută lucrul mecanic

$$A_1 = F_1 d_1 \qquad \text{şi} \qquad A_2 = F_2 d_2.$$

Dar, din triunghiurile dreptunghice haşurate, rezultă că

$$d_1 = l_1 \sin\alpha \qquad \text{şi} \qquad d_2 = l_2 \sin\alpha$$

şi relaţiile precedente, în care substituim aceste valori, devin

$$A_1 = F_1 l_1 \sin\alpha \qquad \text{şi} \qquad A_2 = F_2 l_2 \sin\alpha.$$

De aici, ţinînd seamă de prima relaţia, deducem că

$$A_1 = A_2,$$

ceea ce înseamnă că lucrul mecanic efectuat de una din forţe este absorbit în întregime ca să învingă rezistenţa celeilalte.

Prin urmare, *pîrghia ne permite să amplificăm forţele, dar nu ne permite să amplificăm lucrul mecanic.*

2. *Planul înclinat*. Să considerăm un corp de masă M, așezat pe un plan înclinat de un unghi α față de orizontală (fig. 133).

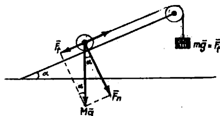


Fig. 133. Lucrul mecanic pe planul înclinat.

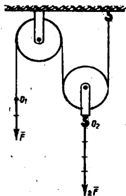


Fig. 134. Lucrul mecanic la scripete.

În această situație se știe că greutatea $M\bar{g}$ a corpului poate fi echilibrată de altă greutate mai mică $m\bar{g}$, egală cu $\bar{F}_t$. Avem deci:

$$mg=Mg\sin\alpha.$$

Cînd greutatea mg parcurge în cădere o distanță l, cealaltă greutate parcurge de-a lungul planului aceeași distanță l.

Cele două greutăți execută atunci lucrurile mecanice respective

$$A_1=mgl \quad \text{și} \quad A_2=Mgl\sin\alpha$$

și, ținînd seama de relația precedentă, rezultă că

$$A_1=A_2.$$

Ca și pîrghia, *planul înclinat ne permite deci să amplificăm forța, dar nu și lucrul mecanic.*

3. *Scripetele mobil*. În situația reprezentată în fig. 134, o forță $\bar{F}$ permite să se echilibreze forța $2\bar{F}$. Experiența ne

arată însă că, dacă forța $2\bar{F}$ parcurge distanța l, forța $\bar{F}$ parcurge o distanță dublă.

Rezultă astfel că lucrul mecanic al uneia din forțe va fi absorbit în întregime de cealaltă.

Așadar, *nici cu scripetele mobil nu putem realiza o amplificare a lucrului mecanic.*

Examinarea pe aceeași cale a tuturor mașinilor simple posibile, cît și a mașinilor mai complicate, compuse din pîrghii, scripeți, angrenaje etc., a dus la concluzia că *nu putem amplifica o forță, fără să reducem în proporție drumul respectiv.*

Nu putem amplifica forța, fără să reducem în proporție drumul.

De aceea, *lucrul mecanic nu poate fi amplificat și nici o mașină, oricum ar fi construită, nu e în stare să producă un lucru mecanic mai mare decît acela pe care l-a absorbit.*

Lucrul mecanic se conservă și nici o mașină nu-l poate amplifica.

Acesta este *principiul conservării lucrului mecanic.*

4. *Principiul travaliului virtual.* O altă consecință importantă, ce decurge evident din felul în care am examinat cazul mașinilor simple, este că *la un sistem în echilibru, o mică deplasare virtuală*[1]*, permisă de legăturile organelor mobile, implică un lucru mecanic motor* $+\Delta A$, *egal cu lucrul mecanic rezistent* $-\Delta A$.

La orice sistem în echilibru $\Sigma\Delta A=0$.

Prin urmare,

$$\boxed{\Sigma\Delta A=0}\,, \tag{70.3}$$

oricare și oricîte forțe ar acționa asupra sistemului.

Acest *principiu al travaliului virtual,* enunțat de *Lagrange,* ne aduce un ajutor prețios în cercetarea condițiilor de echilibru la sistemele mai complicate.

[1]) Ii zicem *virtuală,* pentru că este numai închipuită. Ea trebuie să fie deajuns de mică, fiindcă altfel ar putea, în unele cazuri, să implice situații finale ce nu mai corespund condiției de echilibru.

5. *Mişcarea perpetuă.* Mintea omenească s-a chinuit, multe veacuri în şir, să caute o maşină care să producă lucru mecanic şi, odată pusă în mişcare, să nu se mai oprească niciodată.

Legea conservării lucrului mecanic exclude posibilitatea de realizare a oricării maşini cu mişcare perpetuă.

Principiul conservării lucrului mecanic arată clar că asemenea maşină, numită *perpetuum mobile*, nu este cu putinţă, chiar dacă n-ar exista frecările care s-o frîneze, fiindcă un lucru mecanic nu se poate produce din nimic şi implică absorbţia altui lucru mecanic, în cantitate egală.

6. *Exerciţiu.* Un inventator a imaginat un tip de perpetuum mobile, compus din două plane înclinate, pe care se sprijină un lanţ închis cu un şirag de bile, aşa cum arată fig. 135.

Partea mai lungă a lanţului urmează, după concepţia inventatorului, să tragă după ea partea mai scurtă şi lanţul s-ar mişca necontenit în sensul săgeţii. Să se arate că nu-i aşa.

Problema poate fi cercetată în două feluri:

a) Greutatea lanţului pe unitatea de lungime fiind *p*, se va evalua greutatea porţiunilor *a* şi *b*, şi se va constata că ele sînt în echilibru.

b) Lucrul mecanic consumat, cînd o porţiune *l* de lanţ urcă pe planul *b*, este egal cu acela ce se produce, cînd altă porţiune, de aceeaşi lungime *l*, coboară pe planul *a*.

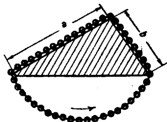


Fig. 135. Incercare de perpetuum mobile.

§ 72. **Noţiunea de energie.** Observaţia ne arată că un arc întins, o greutate care cade, vîntul, căderile de apă, căldura, curentul electric, substanţele explozibile etc. sînt capabile să producă lucru mecanic.

Energia unui sistem se exprimă prin lucrul mecanic pe care-l poate produce.

In general, vom spune că *orice sistem care posedă facultatea de a produce lucru mecanic posedă energie şi vom evalua această energie prin însuşi lucrul mecanic pe care-l poate produce.*

Unităţi şi dimensiuni. Din felul în care am definit-o, rezultă că ***energia are aceleaşi dimensiuni şi se exprimă în aceleaşi unităţi ca şi lucrul mecanic.***

Aşadar, o vom evalua în *ergi* (CGS), în *jouli* (MKS) sau în *kilogrammetri* (MKfS).

În cele ce urmează, pentru a face totuşi o distincţie între *facultatea de a produce* lucru mecanic şi *lucrul mecanic* însuşi, vom prefera ca, între cele două notaţii admise, A şi W, să rezervăm notaţia W pentru energie, fără a uita, bine înţeles, că de fapt

$$[A]=[W].$$

§ 73. **Energia potenţială.** Cînd ridicăm un corp, de greutate mg, la o înălţime oarecare h, se absoarbe un lucru mecanic, pe care-l exprimăm prin relaţia cunoscută

$$A=mgh, \tag{70.1}$$

adică prin produsul dintre forţă şi deplasare.

Acest lucru mecanic se conservă şi corpul poate să cadă înapoi, de la înălţimea h, ca să producă, la rîndul lui, un lucru mecanic egal cu cel absorbit, pe care-l putem folosi ca să ridicăm altă greutate sau să purtăm un mecanism oarecare.

Un corp ridicat la o înălţime oarecare înmagazinează energie potenţială.

Aşadar, *prin faptul ridicării corpului s-a înmagazinat o energie mecanică*

$$W_p=mgh,$$

dar această energie, deşi există, nu se poate manifesta, cîtă vreme corpul rămîne în repaus, la înălţimea h.

Ea este o energie *înmagazinată*, o energie în *rezervă*, care se numeşte *energie potenţială.*

Tot aşa, cînd întindem un resort sau cînd comprimăm un gaz, înmagazinăm energie potenţială, care nu se manifestă decît în momentul cînd lăsăm gazul să se destindă sau resortul să revină la lungimea iniţială.

Energia potenţială o mai numim şi energie de situaţie.

Energia potenţială se datoreşte deci unei situaţii anumite, în care aducem un sistem dat, şi de aceea o mai numim şi *energie de situaţie.*

§ 74. **Energia cinetică.** Să ne închipuim că asupra unui corp de masă m acţionează o forţă F, constantă ca mărime, sens şi direcţie.

Această forţă imprimă corpului o mişcare uniform accelerată, îl transportă în timpul t la distanţa s şi execută astfel lucrul mecanic

$$A=F\cdot s. \tag{70.1}$$

Acest lucru mecanic este absorbit în întregime, ca să accelereze masa m, împotriva forței de inerție.

Știind că

$$F=ma$$

și că în mișcarea accelerată

$$s=\frac{1}{2}\cdot at^2$$

relația inițială (70.1) devine

$$A=\frac{1}{2}ma^2t^2$$

și ținînd seama că $a=v/t$, ajungem așa la relația finală

$$A=\frac{1}{2}mv^2 \tag{74.1}$$

Această relație ne arată că *lucrul mecanic absorbit, cînd se imprimă viteza v unei mase m, plecată din repaus, este egal cu jumătatea produsului dintre masă și pătratul vitezei.*

Lucrul mecanic absorbit ca să accelereze o masă m, pînă la viteza v, apare ca energie cinetică

$$W_c=\frac{1}{2}mv^2.$$

Cantitatea

$$W_c=A=\frac{1}{2}mv^2$$

se numește energie cinetică sau *energie de mișcare.*

Observația zilnică ne arată că, în adevăr, orice masă în mișcare cedează energia cinetică și produce lucru mecanic, îndată ce încercăm s-o frînăm. Astfel, ciocanul poate să înfigă un cui, împotriva forțelor de frecare și străpungere, o piatră aruncată poate să spargă sau să înlăture un obstacol și așa mai departe.

Variația energiei cinetice. Dacă un corp de masă m pleacă din repaus și atinge viteza v_1, se absoarbe energia

$$W_1=\frac{1}{2}mv_1^2. \tag{74.1}$$

Tot aşa, dacă viteza creşte de la zero la v_2, avem:

$$W_2 = \frac{1}{2} m v_2^2.$$

Prin urmare, dacă viteza ar creşte de la v_1 la v_2, variaţia energiei cinetice ar fi

Cînd viteza unui corp creşte de la v_1 la v_2, energia cinetică variază cu

$$\Delta W = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2).$$

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2).$$

Dacă, din contra, viteza scade de la v_2 la v_1, corpul *cedează* această energie sistemului ce-l frînează.

§ 75. **Conservarea energiei mecanice.** Din cele arătate mai sus, rezultă că energia mecanică poate să aibă două aspecte: *potenţială sau de situaţie* şi *cinetică sau de mişcare.*

Cum energia se exprimă prin lucrul mecanic, decurge ca urmare logică, şi nu mai este nevoie de altă justificare, că, în trecerea de la prima la a doua formă, sau invers, ea se supune aceleiaşi legi de conservare, ca şi lucrul mecanic.

Intr-un sistem dat, suma energiilor cinetice şi potenţiale este constantă.

Prin urmare, *într-un sistem dat, suma energiilor cinetice şi potenţiale este constantă, dacă nu apar şi alte transformări sau schimburi cu exteriorul.*

Principiul conservării energiei mecanice este un *postulat,* adică o lege care nu poate fi demonstrată, dar se impune din toate faptele de observaţie cunoscute.

Ca exemplu, vom examina două cazuri particulare:

1. *Conservarea energiei în cîmpul gravitaţiei.* Să considerăm un corp de masă m, în repaus la înălţimea h (fig. 136). Avem atunci

energia potenţială . . $W_p = mgh$
şi energia cinetică . . . . $W_c = 0$
aşa că energia totală va fi $W_t = W_p + W_c = mgh$

Lăsăm corpul să cadă liber. Forţa gravitaţiei îl accelerează şi, după o distanţă h_1, viteza de cădere dată de formula lui *Galileu* va fi

$$v_1^2 = 2gh_1.$$

În punctul O_1 de pe traiectorie vom avea deci:

energia potențială . . . . $W_p=mgh_2$

și energia cinetică . . . . $W_c=\frac{1}{2}mv_1^2=mgh_1$

iar *energia totală* va fi $W_t=W_p+W_c=mg(h_2+h_1)=mgh.$

Cînd corpul ajunge la pămînt, viteza devine

$$v_2^2=2gh;$$

energia potențială este . . . . $W_p=0$

și energia cinetică . . . . . $W_c=\frac{1}{2}mv_2^2=mgh$

iar *energia totală* va fi . . . . . . $W_t=W_p+W_c=mgh.$

Raționamentul ne arată deci că, *în timpul căderii, energia potențială se transformă treptat în energie cinetică și că, în orice punct al traiectoriei, energia totală păstrează constantă valoarea inițială a energiei potențiale mgh.*

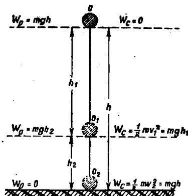


Fig. 136. Conservarea energiei în cîmpul gravitației.

Este evident că ceea ce se petrece cu un corp care cade s-ar petrece, în sens invers, cu un corp aruncat vertical în sus.

Energia cinetică inițială se transformă treptat în energie potențială și se anulează cînd corpul se oprește. Apoi procesul continuă, inversîndu-se din nou, prin cădere.

2. *Conservarea energiei elastice.* Să presupunem că un resort se întinde sub acțiunea unei forțe deformante F. Dacă notăm alungirea cu x, vom avea, în valoare absolută,

$$F=Kx. \qquad (68.1)$$

Ca să execute deformarea, forța F trebuie să lupte împotriva forței elastice, egală și de sens contrar, pe distanța x, iar *lucrul mecanic efectuat se înmagazinează în resort, ca energie potențială.*

Dar forța elastică nu e constantă, fiindcă

pentru resortul nedeformat $F_0=0$,
iar pentru deformarea x $F_x=Kx$.

Vom lua deci valoarea medie, fiindcă F este direct proporțional cu x;

$$F_m=\frac{0+Kx}{2}=\frac{1}{2}Kx.$$

Această forță medie, acționînd pe distanța x, înmagazinează în resort energia

$$\boxed{W_p=F_m x=\frac{1}{2}Kx^2}, \qquad (75.1)$$

egală cu lucrul mecanic executat de forța variabilă F.

Energia potențială a unui resort deformat este

$$W_p=\frac{1}{2}Kx^2.$$

Cînd resortul se destinde, dacă a fost comprimat, sau revine la lungimea inițială, dacă a fost întins, el poate să comunice unui corp de masă m o energie cinetică egală cu energia potențială cedată.

Ne putem convinge că-i așa, dacă așezăm pe resort un corp oarecare și, lăsîndu-l să se destindă, îl facem să-l împuște vertical, în sus.

Corpul se ridică la înălțimea h, iar experiența ne arată că

$$mgh=\frac{1}{2}Kx^2.$$

De aici putem calcula și viteza de aruncare, fiindcă

$$mgh=\frac{1}{2}mv_0^2.$$

Cu aceste noțiuni preliminare, să considerăm cazul unui *pendul elastic* ce oscilează.

Cînd el atinge elongația maximă a, viteza e nulă și toată energia este acumulată sub formă potențială.

Avem atunci, potrivit relației (75.1):

$$W_p=\frac{1}{2}Ka^2.$$

Cînd masa oscilantă trece prin poziția de repaus, *energia potențială se anulează.*

Viteza are atunci valoarea cunoscută

$$v=a\omega \quad (51.3)$$

și trece prin maxim, iar energia cinetică va fi

$$W_c=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}ma^2\omega^2.$$

Dar se știe că la oscilațiile sinusoidale, produse de forțele elastice,

$$m\omega^2=K. \quad (69.3)$$

Prin urmare energia cinetică maximă este

$$W_c=\frac{1}{2}Ka^2$$

și regăsim astfel valoarea inițială a energiei potențiale.

Același lucru se întîmplă cu orice pendul. Cînd atinge maximul de elongație, are și maximul de energie potențială, iar energia cinetică este nulă.

Cînd trece prin poziția de repaus, nulă devine energia potențială, ca să treacă integral în energie cinetică.

Facem, bineînțeles, abstracție de orice frecare.

Deocamdată ne-am referit numai la energia mecanică. Vom vedea însă mai tîrziu, că principiul conservării este general și că există și alte feluri de energii: calorică, electrică, magnetică, luminoasă etc., care se transformă una în alta, respectînd aceeași lege de conservare.

3. *Zero convențional de energie.* Prin convenție tacită, am admis că energia potențială a unui corp, la suprafața Pămîntului, este nulă. Acest zero de energie potențială e însă cu totul relativ, pentru că, dacă corpul ar cădea mai departe, într-o groapă, am obține un supliment de lucru mecanic.

Energia se manifestă obișnuit prin variațiile ei și zero de energie se alege convențional.

Tot așa, la un resort am atribuit poziției de repaus energia potențială nulă. Resortul ar putea totuși să se mai destindă în urma unor transformări interne, așa că și de astă dată zero este relativ.

Trecînd la energia cinetică, trebuie să observăm de asemenea că o evaluăm numai în funcție de *viteza relativă* a unei mase, față de un sistem de referință, fiindcă nu putem cunoaște viteza ei absolută de mișcare în spațiu.

In concluzie, *nu putem aprecia, în mod absolut, energia totală a unui corp sau a unui sistem. Tot ce putem cunoaște sînt variațiile acestei energii, față cu un zero relativ, ales prin convenție.*

4. *Energia unui corp în rotație.* La corpurile în rotație, momentul de inerție îndeplinește rolul masei, iar viteza unghiulară ia locul vitezei liniare.

Energia cinetică a unui corp în rotație este $W_c = \frac{1}{2} J\omega^2$.

Energia cinetică se va exprima deci prin relația

$$W_c = \frac{1}{2} J\omega^2 \quad (75.2)$$

Corpul înmagazinează această energie cînd este accelerat pînă la viteza unghiulară ω și o cedează cînd e frînat.

Un asemenea proces are loc, între altele, în volantul regulator al unei mașini: cînd mașina are de făcut un efort mai mic, viteza unghiulară crește și volantul acumulează energie cinetică; dar dacă, la un moment dat, e nevoie de un efort mai mare, volantul este frînat și cedează din energia acumulată.

Acțiunea regulatoare va fi cu atît mai eficace, cu cît momentul de inerție va fi mai mare.

5. *Aplicație la echilibrul corpurilor.* Revenind asupra problemei statice a echilibrului, se vede ușor că *poziția unui corp, sau a unui sistem oarecare, devine cu atît mai stabilă, cu cît energia potențială este mai mică,* fiindcă orice altă orientare, permisă de legăturile existente implică o absorbție de lucru mecanic.

Orice echilibru stabil implică minimum de energie potențială permisă de legăturile existente.

Această însușire, de a tinde către situația cu energie potențială minimă, este generală și se aplică atît energiei mecanice, cît și celorlalte specii de energie.

B. Puterea

§ 76. **Noţiunea de putere.** In practică, un lucru mecanic anumit poate fi absorbit sau produs uneori într-un timp mai scurt, alteori într-un timp mai îndelungat.

Noţiunile de *lucru mecanic* şi de *timp,* legate între ele, duc astfel la o noţiune nouă: aceea de *putere.*

Lucrul mecanic în unitatea de timp reprezintă puterea.

Prin definiţie, vom numi cşadar putere şi vom nota cu P, lucrul mecanic produs ori absorbit în unitatea de timp.

Prin urmare,

$$P = \frac{A}{t}. \tag{76.1}$$

1. *Unităţi şi dimensiuni.* Relaţia de definiţie (76.1) ne arată că, în sistemele CGS şi MKS,

$$[P] = \left[\frac{F \cdot l}{t}\right] = L^2MT^{-3}$$

şi se exprimă în *ergi pe secundă* sau în *jouli pe secundă.*

CGS: unitatea este erg/s, MKS: unitatea este J/s, MKfS: unitatea este kgm/s.

Unitatea CGS (erg/s) nu are nume special, *dar unitatea practică MKS, reprezentată prin lucrul mecanic de un joule, executat într-o secundă, se numeşte watt* (W)[1]).

Ea are ca multipli: *hectowatul* (hW) = 100 W, *kilowatul* (kW) = 1 000 W şi *megawatul* (MW) = 1 000 000 W.

In sistemul MKfS, dimensiunile puterii sînt:

$$[P] = \left[\frac{F \cdot l}{t}\right] = LFT^{-1}$$

şi se exprimă în *kilogrammetri pe secundă* (kgm/s).

Ţinînd seamă că

$$1 \text{ kgm} = 9{,}81 \text{ J} = 9{,}81 \cdot 10^7 \text{ erg},$$

se vede imediat că

$$1 \text{ kgm/s} = 9{,}81 \text{ W} = 9{,}81 \cdot 10^7 \text{ erg/s}.$$

[1]) De la numele lui *James Watt* (1736—1819), mecanic englez care a perfecţionat maşina cu vapori.

1 kgm/s = 9,81 W = =9,81 · 10⁷ erg/s, 1 CP ≈ 736 W.

Cînd maşinile au început să inlocuiască forţa animală în industrie, s-a simţit nevoia de a şti cîţi cai pot fi înlocuiţi de o maşină dată.

Măsurările directe au arătat că *un cal voinic poate să efectueze, în mijlociu,* 75 kgm/s.

Această putere a rămas, prin tradiţie, ca unitate industrială şi s-a numit *cal-putere* (CP).

Ea nu mai are utilitatea de pe vremuri şi tinde să fie părăsită. Se vede imediat că

$$1\ \text{CP} \approx 736\ \text{W} = 736 \cdot 10^7\ \text{erg/s}.$$

In sfîrşit, tot în industrie, se întrebuinţează şi este adoptată oficial o unitate specială de lucru mecanic sau energie, derivată din unitatea de putere.

Ea se numeşte *wattsecundă* (Ws) şi are ca multipli mai obişnuiţi *kilowattora* (kWh) şi *hectowattora* (hWh).

In adevăr, ecuaţia de dimensiuni

$$[P] = \left[\frac{A}{t}\right] - L^2MT^{-3},$$

derivată din însăşi relaţia de definiţie a puterii, ne arată că, dacă înmulţim puterea cu timpul, ajungem înapoi la lucrul mecanic.

Este uşor de văzut că

$$1\ \text{kWh} = 10\ \text{hWh} = 1\,000 \cdot 3\,600\ \text{Ws} = 36 \cdot 10^5\ \text{Ws} = 36 \cdot 10^5\ \text{J}.$$

2. *Exemplu comparativ.* Munca fizică a omului, cînd lucrează continuu, dezvoltă o putere destul de mică, de ordinul a 70—100 W. Numai în eforturi de durată foarte scurtă, ea poate să atingă, excepţional, valori de zece ori mai mari. Aceasta ne arată limpede avantajul maşinii, mai ales cînd ne gîndim că, pentru o simplă lampă electrică de birou, este nevoie de cel puţin 40 W.

3. *Acţiunea.* In fizica modernă folosim adesea o mărime specială numită *acţiune.* Ea se defineşte ca produsul dintre energie şi timp. In sistemul CGS, o vom exprima în *ergi-secundă,* cu dimensiunile L^2MT^{-1}.

4. *Exemple numerice.* 1) *Să se calculeze lucrul mecanic necesar ca să ridicăm un corp cu masa de 100 g, la înălţimea de 3 m.*

Forţa fiind

$$G = mg = 100 \cdot 981 = 98\,100\ \text{dyn},$$

lucrul mecanic este

$$A = 98\,100 \cdot 300 = 29\,430\,000\ \text{erg}.$$

sau

$$A = \frac{29\,430\,000}{10^7} = 2{,}943 \text{ J},$$

sau încă

$$A = \frac{2{,}943}{9{,}81} = 0{,}3 \text{ kgm}.$$

2) *Să se evalueze în jouli energia necesară ca să imprimăm unei mase de 20 g viteza de 100 m/s.*

În sistemul MKS, masa dată reprezintă 0,02 kg. Rezultă că

$$W_c = \frac{1}{2} mv^2 = 0{,}01 \cdot 10\,000 = 100 \text{ J}.$$

3) *Un resort de oțel, cu constanta elastică de $3 \cdot 10^6$ dyn/cm, comprimat cu 5 cm, aruncă vertical un corp de masă de 20 g. Să se calculeze înălțimea maximă atinsă.*

Energia potențială a resortului comprimat este

$$W_p = \frac{1}{2} Kx^2 = 1{,}5 \cdot 25 \cdot 10^6 = 3{,}75 \cdot 10^7 \text{ erg}.$$

Cu această energie corpul se va ridica la înălțimea

$$h = \frac{W_p}{mg} = \frac{3{,}75 \cdot 10^7}{20 \cdot 981} \approx 1\,920 \text{ cm}.$$

4) *Cu ce viteză inițială pleacă corpul de mai sus?*

Formula lui Galileu ne dă

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 981 \cdot 1\,920} \approx 1\,945 \text{ cm/s}.$$

5) *Un alpinist antrenat urcă în 4 h pe un munte de 2 000 m și are greutatea de 70 kgf.*

Costul tarifar al energiei industriale fiind de 0,50 lei kilowattora, se va calcula puterea dezvoltată și valoarea lucrului mecanic ce s-a produs.

Lucrul mecanic produs este

$$A = mgh = 70 \cdot 9{,}81 \cdot 2\,000 \text{ J} = \frac{70 \cdot 9{,}81 \cdot 2\,000}{1\,000 \cdot 3\,600} = 0{,}38 \text{ kWh}.$$

Prețul acestei energii este de

$$0{,}38 \cdot 0{,}50 = 0{,}19 \text{ lei}.$$

Puterea dezvoltată a fost

$$P = \frac{A}{t} = \frac{0{,}38}{4} = 0{,}095 \text{ kW}.$$

C. Scurtă privire istorică

Energia mecanică, prin manifestările ei naturale sau prin aplicațiile practice rezultate: mori de apă, acțiunea motoare a vîntului etc. era cunoscută din timpuri străvechi, dar se confunda cu noțiunea de forță.

Primul care a întrevăzut o deosebire a fost *Aristotel*, fiindcă observația lui că, la o pîrghie în echilibru, deplasările capetelor sînt invers proporționale cu forțele, conține în germene atît noțiunea de lucru mecanic, cît și principiul travaliului virtual.

Scolastica evului mediu, cu toate că se referea necontenit la opera lui Aristotel, cunoscută din traducerile arabe, a pierdut cu totul firul conducător al observației directe și, încîlcindu-se în considerații metafizice, n-a izbutit să facă nici un pas mai departe.

Singura excepție o găsim în manuscrisul lui *Jordanus de Nemore*, descoperit acum 50 de ani, în care se face iarăși, sub vădita influență a lui Aristotel, o legătură între forță și deplasare.

Un început de clarificare vine abia cu lucrările lui *Galileu*, care a observat că la planul înclinat și la celelalte mașini simple avem echilibru, cînd o deplasare permisă de legăturile mobile nu modifică poziția centrului de greutate comun, iar *Torricelli* completează această observație cu constatarea că un echilibru stabil implică cea mai joasă poziție posibilă a centrului de greutate.

Pe de altă parte, *Descartes*, contemporan cu Galileu, introduce pentru prima dată ideea de *forță cu două dimensiuni*, înțelegînd prin aceasta o forță care se deplasează, dar concluziile la care ajunge mai departe sînt cu totul greșite.

Pînă aici toată discuția se învîrte în jurul cazului particular al forțelor datorite gravitației; noțiunea de lucru mecanic pare să fi fost înțeleasă, dar nu se vorbește de *energie*.

Prima enunțare clară se datorește lui *Jean Bernoulli*[1]) și datează din 1717:

„În orice echilibru de forțe, oricum ar fi aplicate și după orice direcție ar acționa reciproc, fie direct, fie indirect, suma energiilor afirmative va fi egală cu suma energiilor negative, luate afirmativ".

Iar mai departe se definește energia ca produsul dintre forță și deplasarea luată în direcția forței.

La clarificarea problemei au contribuit în mare parte și încercările nereușite pentru realizarea unui *perpetuum mobile*, fiindcă insuccesele se cereau interpretate.

Trebuia găsit răspunsul la întrebarea: *de ce o asemenea mișcare nu poate fi realizată pe Pămînt, printr-un dispozitiv mecanic?*

În problema energiei cinetice, lămurirea a venit mult mai tîrziu, fiindcă aici era nevoie de noțiunea de *masă*, pe care Newton a introdus-o abia în 1687.

---

[1]) *Bernoulli*. Familie de matematicieni, de origină olandeză, care au trăit la *Basel*. Cei mai cunoscuți sînt *Jacques* (1645—1705), *Jean* (1667—1748) și *Daniell* (1700—1782), care a locuit în Rusia, între 1725 și 1733.

Problema balistică a unui corp aruncat cu viteză inițială a fost îndelung cercetată fără succes, *fiindcă noțiunea de energie se confunda cu noțiunea de forță*, care, în cazul de față, căpătase numele misterios de *impetu*.

Aici trebuie să cităm din nou pe *Lionardo da Vinci* și pe *Galileu*, care au făcut unele încercări, dar nu le-au putut interpreta.

Abia în 1696, *Leibnitz*, în urma unei controverse cu Descartes, observă că ideea de conservare, aplicată lucrului mecanic și cantității de mișcare, luate împreună, duce la concluzia că accelerarea unui corp implică de asemenea un lucru mecanic.

Păstrînd vechea expresie de *forță*, aplicată pe vremea lui la aceste fenomene, el numește produsul mv^2 *forță vie*, iar *Huyghens*, în studiile lui despre pendulul compus, adaugă coeficientul $1/2$ și descopere legea conservării energiei mecanice, reprezentată prin suma energiilor potențială și cinetică.

Mai menționăm că *Stevin*, încercînd să realizeze un perpetuum mobile de felul aceluia din fig. 135 și constatînd insuccesul, a reușit să lămurească problema echilibrului corpurilor pe planul înclinat.

CAPITOLUL V

ATRACȚIA UNIVERSALĂ

§ 77. **Legile lui Kepler.** Pe baza tuturor observațiilor cunoscute pe vremea lui, completate și cu observații proprii, *Kepler* [1]) a enunțat, în 1619, următoarele trei legi, cu privire la mișcarea planetelor în jurul Soarelui:

1) Planetele descriu elipse, cu Soarele într-un focar.
2) Razele vectoare mătură arii egale în timpuri egale.
3) T^2/R^3 = const.

1) *Traiectoriile descrise sînt elipse, cu Soarele într-un focar* (fig. 137).

2) *Razele vectoare mătură arii egale, în timpuri egale.*

3) *Pătratele timpurilor de revoluție sînt direct proporționale cu cuburile distanțelor mijlocii, față de Soare.*

Așadar, pentru orice planetă

$$\frac{T^2}{R^3} = C, \qquad (77.1)$$

unde C este constanta de proporționalitate.

[1]) *Johann Kepler* (1571—1630), ilustru astronom german, unul din fundatorii astronomiei moderne. A fost profesor la *Graz*, la *Linz*, apoi la *Praga*.

Kepler a descoperit legile arătate, dar n-a izbutit să le dea o explicaţie. Aceasta a venit abia cu 63 de ani mai tîrziu, odată cu lucrările lui *Newton*.

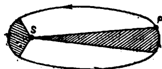


Fig. 137. Legea ariilor.

§ 78. Legea atracţiei universale.

Faptul că orice planetă se menţine pe o anumită orbită, care nu este rectilinie, înseamnă că rotaţia în jurul Soarelui *are o acceleraţie centrală, datorită unei forţe centrale.*

Newton admite că această forţă provine dintr-o atracţie a Soarelui asupra planetei.

Ideea existenţei unei astfel de atracţii nu era nouă pe vremea lui. Noi sînt concluziile la care ajunge, interpretarea legilor lui Kepler, legea finală descoperită şi generalizarea ei.

Vom considera, pentru simplificare, orbita unei planete ca aproximativ circulară, ceea ce corespunde în multe cazuri cu realitatea. Masa planetei fiind *m*, principiul acţiunii şi reacţiunii va impune relaţia

$$F_c = m\omega^2 r = m\frac{4\pi^2}{T^2}r,$$

prin care se egalează forţa centrală de atracţie cu forţa centrifugă, la distanţa r.

Legea a treia a lui Kepler ne spune însă că

$$T^2 = Cr^3$$

şi făcînd înlocuirea găsim:

$$F_c = \frac{4\pi^2}{C}\cdot\frac{m}{r^2} = K\frac{m}{r^2},$$

unde K este o nouă constantă.

Raţionamentul ne duce aşa la o primă concluzie importantă:

Forţa centrală este direct proporţională cu masa planetei şi invers proporţională cu pătratul razei orbitei.

Forţa centrală de atracţie a Soarelui este direct proporţională cu masa planetei şi invers proporţională cu pătratul razei orbitei descrise.

Dar atracţia dintre Soare şi planetă fiind reciprocă, forţa trebuie să fie proporţională şi cu masa Soarelui M.

Înlocuind iarăşi constanta K prin alta $\varkappa$ (se citeşte *kapa*), pentru a păstra egalitatea, vom avea deci

$$F_c = \varkappa \frac{M \cdot m}{r^2}.$$

Newton extinde şi generalizează această relaţie, admiţînd că rămîne valabilă oricînd şi oriunde s-ar găsi două mase oarecare m_1 *şi* m_2, *la o distanţă* r *una de alta.*

El enunţă astfel o lege universală, sub forma:

Corpurile se atrag cu forţe direct proporţionale cu masele şi invers proporţionale cu pătratul distanţei.

În orice situaţie, două corpuri date se atrag cu forţe direct proporţionale cu masele respective şi invers proporţionale cu pătratul distanţei, măsurată între centrele lor de greutate.

Aşadar,

$$F = \varkappa \frac{m_1 m_2}{r^2}. \qquad (73.1)$$

Aceasta este *legea atracţiei universale.*

Newton o verifică în următoarea situaţie:

Orbita Lunii fiind practic circulară, acceleraţia centripetă, datorită atracţiei Pămîntului, este

$$a_n = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Datele numerice din această relaţie se cunosc. Ele sînt:

$$r = 384 \cdot 10^6 \text{ m},$$

$$T = 236 \cdot 10^4 \text{ s}.$$

Rezultă că

$$a_n = 0{,}002\,7 \text{ m/s}^2.$$

La distanţa Lunii, un corp de masă m ar fi deci atras de Pămînt cu forţa

$$F_1 = ma_n = m \cdot 0{,}002\ 7 \text{ N}.$$

Pe Pămînt, acelaşi corp ar fi atras de gravitaţie cu forţa

$$F_2 = mg = m \cdot 9{,}81 \text{ N},$$

Conform legii stabilite, *aceste forțe ar trebui să fie invers proporționale cu pătratul distanțelor.* Știind că raza orbitei lunare este de 60 de ori mai mare decît raza Pămîntului, se vede imediat că, în adevăr,

$$\frac{mg}{ma_n} = \frac{m \cdot 9{,}81}{m \cdot 0{,}0027} = \frac{60^2}{1^2}.$$

Atracția gravitației pentru corpurile de la suprafața Pămîntului apare deci ca un caz particular al legii de atracție universală.

Masele se atrag ca și cum ar fi concentrate în centrele de greutate.

Faptul că, în expresia forței de atracție, distanțele se măsoară între centrele de greutate, ne arată că *masele se atrag ca și cum ar fi concentrate în centrele de greutate respective.*

1. *Semnificația constantei* $\varkappa$. In relația

$$F = \varkappa \frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (78.1)$$

factorul de proporționalitate $\varkappa$ se numește *constanta atracției universale.*

In sistemele CGS și MKS ea are dimensiunile

$$[\varkappa] = \frac{MLT^{-2}L^2}{M^2} = L^3M^{-1}T^{-2}$$

și se exprimă în $cm^3/g \cdot s^2$ sau în $m^3/kg \cdot s^2$.

Dacă presupunem că $m_1 = m_2 = 1$ și că $r = 1$, rezultă

$$F = \varkappa.$$

Constanta $\varkappa$ *reprezintă deci numeric forța cu care s-ar atrage două mase-unitate, la unitatea de distanță.*

2. *Determinarea constantei* $\varkappa$. Newton era convins că determinarea directă a constantei $\varkappa$ nu este posibilă, fiindcă, pentru corpurile de pe Pămînt, forțele de atracție sînt prea mici ca să poată fi măsurate.

Totuși, la numai 70 de ani după moartea lui, *Cavendish* [1]) a izbutit să facă această determinare. Metoda folosită are numai

[1]) *Henry Cavendish* (1731—1810), fizician și chimist englez. A descoperit hidrogenul.

o valoare istorică, fiindcă de atunci încoace s-au ivit altele mai bune[1]). Dintre toate, vom descrie pe cea mai precisă.

De braţele unei balanţe foarte sensibile se atîrnă, cu fire subţiri de metal, două mase de plumb, de cîte un kilogram (fig. 138).

Între aceste mase, notate cu A şi B, se interpune o masă de plumb, prevăzută cu două canale, care cîntăreşte cîteva zeci de mii de kilograme şi le atrage.

Întîi se echilibrează balanţa, apoi se mută masele A şi B în poziţiile A' şi B'.

Forţele de atracţie din interiorul sistemului se inversează atunci şi balanţa nu mai este în echilibru, iar ca s-o readucem la orizontală, trebuie să adăugăm în talgere greutăţi etalonate.

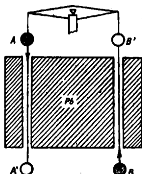


Fig. 138. Determinarea constantei atracţiei universale.

Masele şi forţele fiind astfel cunoscute, relaţia (78.1) ne permite să calculăm valoarea lui $\varkappa$.

Exprimată în unităţi CGS, avem, după datele cele mai precise de pînă acum,

$$\varkappa = 6{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{CGS},$$

ceea ce înseamnă că două mase de cîte un gram, puse la distanţa de un centimetru, se atrag cu o forţă de $6{,}67 \cdot 10^{-8}$ dyn, adică aproximativ $7 \cdot 10^{-11}$ gf.

Constanta atracţiei universale este în adevăr foarte mică!

3. *Determinarea masei globului.* La suprafaţa Pămîntului, masa de un gram este atrasă cu forţa de 981 dyn. Dacă o egalăm cu forţa calculată din formula lui Newton, avem, din punct de vedere numeric,

$$F = 981 = 6{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{M}{R^2},$$

unde M este masa globului şi R este raza Pămîntului.

[1]) Valoarea găsită de Cavendish, pentru constanta $\varkappa$ este totuşi destul de apropiată de aceea pe care o admitem în prezent.

Știind că $R \approx 6 \cdot 10^8$ cm, găsim că masa globului este

$$M \approx 6 \cdot 10^{27} \text{ g} = 6 \cdot 10^{21} \text{ t},$$

de unde rezultă densitatea mijlocie

$$\rho\ ^{1)} = 5{,}5 \text{ g/cm}^3.$$

Cum păturile superficiale au aproximativ densitatea 2,6 g/cm³, deducem că, în adîncime, densitatea trebuie să fie mai mare decît cea mijlocie. Această densitate ridicată se atribuie prezenței fierului. Contribuie, de sigur, și presiunea enormă dezvoltată de păturile superficiale.

O dată cunoscută masa Pămîntului, tot relația lui Newton ne permite să calculăm masa Soarelui și a celorlalte planete.

Legile lui Kepler și legea lui Newton au dus la dezvoltarea unui capitol fundamental de astronomie, numit *mecanica cerească*, în care se studiază, în legătură cu legile dinamicii, mișcările corpurilor cerești.

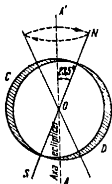


Fig. 139. Precesia axei pămîntului.

Nu este cazul să intrăm în amănunte. Totuși, vom cita cîteva rezultate deosebit de importante.

1) Acțiunile reciproce de atracție dintre planete turbură, în oarecare măsură, mișcarea lor în jurul Soarelui. Din studiul unor astfel de perturbări, ce apar la planeta *Uranus*, *Leverrier* [2]) a dedus în 1846, că trebuie să existe o planetă importantă, încă necunoscută, și i-a calculat dinainte poziția în care ar fi situată pe cer, la un moment dat.

Această planetă a fost apoi descoperită exact în locul prevăzut și a fost numită *Neptun*.

2) Tot unei acțiuni perturbatoare, de astă dată chiar din partea Soarelui, se datorește **mișcarea de precesie a axei globului**.

Se știe că Pămîntul își menține constantă înclinația de 23,5° față cu orbita, din cauza efectului giroscopic. Pămîntul fiind însă turtit la poli, apare o disimetrie, fiindcă porțiunea hașurată *C* (fig. 139) este mai aproape de Soare, și deci atrasă mai tare decît porțiunea opusă *D*.

---

[1]) ρ = literă grecească mică; se citește *ro*.

[2]) *Urbain-Jean-Joseph Leverrier* (1811—1877), astronom francez, fost director al observatorului din Paris.

Această acțiune disimetrică tinde să rotească axa Pămîntului, în planul figurii, ca s-o aducă pe direcția *AA'*. Ca orice giroscop, sistemul capătă atunci o mișcare de precesie și axa *NS* descrie un con cu două pînze.

Perioada precesiei este de 25 800 de ani. Astfel se explică în parte schimbările de climat în cursul erelor geologice, cît și o foarte lentă deplasare aparentă a stelei polare, astfel că peste 12 000 de ani, locul ei îl va lua steaua *Vega*, din constelația *Lyrei*.

3) În sfîrșit, mai trebuie să menționăm că, tot pe baza legii atracției universale, Newton însuși a clădit o *teorie a mareelor*, care se datoresc în cea mai mare parte atracției Lunii asupra oceanului, peste care se suprapune altă atracție mai slabă, datorită Soarelui.

Corectarea legilor căderii libere. În studiul legilor căderii libere, în cîmpul gravitației, am admis că greutatea unui corp în cădere se menține constantă și de aceea mișcarea este uniform accelerată.

Această aproximație se justifică prin faptul că, obișnuit, înălțimea de la care cade un corp este foarte mică, în comparație cu raza Pămîntului.

Legea lui Newton ne arată însă că, pentru înălțimi de cădere mai mari, forța de atracție a Pămîntului poate să varieze simțitor și mișcarea nu mai este uniform accelerată.

Accelerația crește, în acest caz, proporțional cu pătratul distanței parcurse, după aceeași lege ca și forța.

De asemenea, dacă mișcarea de cădere se petrece în apropierea unui corp de masă foarte mare, de pildă la poalele unui munte, apare o forță mutuală de atracție, care deviază traiectoria lateral.

Aceeași deviație o sufere, de altfel, și direcția firului cu plumb. Topometrii trebuie să țină seama de dînsa cînd fac ridicări pe teren, în regiunile muntoase.

Prospecțiuni geologice. Cunoașterea cît mai precisă a valorii lui *g*, care reprezintă nu numai accelerația gravitației într-un loc dat, ci și valoarea numerică a forței cu care Pămîntul atrage unitatea de masă, are o importanță practică deosebită. O modificare de textură a straturilor geologice, o îngrămădire de substanțe mai dense sau mai puțin dense decît păturile vecine, de exemplu o pungă de gaz metan, un zăcămînt de sare sau de petrol, prezența unor minereuri în cantitate mare, pot să modifice sensibil densitatea mijlocie a scoarței Pămîntului, în regiunea respectivă și, o dată cu aceasta, forța de atracție newtoniană față de corpurile de la suprafață.

Oscilațiile unui pendul vor fi, de aceea, mai rapide într-o regiune cu pături de densitate mai mare, decît în alta cu densități mai mici.

Determinînd valorile accelerației gravitației putem deci să ne dăm seama dacă subsolul conține pături de densitate neobișnuită și să nu mai căutăm acolo unde știm dinainte că nu vom găsi nimic deosebit.

Fizicianul maghiar *Eötvös* a construit pe acest principiu un aparat special, cu care se pot face asemenea cercetări, în condiții deosebite de precizie[1]).

[1]) *Roland Eötvös* (1848—1919), fost profesor la universitatea din Budapesta. Aparatul este cunoscut sub numele de *balanța lui Eötvös*.

4. *Masa inertă și masa gravitațională.* Legea atracției universale ne arată că masele se manifestă nu numai prin *inerția* lor față de acțiunea forțelor exterioare, dar și prin însușirea de a dezvolta, prin ele însele, forțe de atracție, față de alte mase.

Noțiunea de masă poate fi astfel definită pe două căi, cu totul independente:

O dată din relația

$$F = ma, \tag{61.1}$$

unde apare sub forma *inerțială,* iar a doua oară din relația

$$F = \varkappa \frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{78.1}$$

unde apare sub forma *gravitațională.*

Masa inertă și masa gravitațională sînt una și aceeași mărime fizică.

Newton și-a pus de la început întrebarea dacă nu cumva cele două definiții se referă, în realitate, la mărimi fizice diferite, care devin egale numeric numai în anumite cazuri particulare.

Experiențele făcute, în care o masă dată era lăsată să se manifeste întîi gravitațional și apoi inerțial, au arătat că *masa gravitațională și masa inertă sînt, în fond, una și aceeași mărime fizică.*

Teoria gravitației, elaborată de *Einstein,* confirmă acest punct de vedere, așa că în prezent nu se mai face nici o deosebire.

§ 79. **Acțiunea la distanță.** Newton se abține de la orice fel de ipoteze, cu privire la cauza intimă a fenomenelor de atracție a maselor, dar scrie textual:

„A admite că un corp ar putea să acționeze la distanță asupra altuia, prin vid, fără ceva intermediar care să transmită această acțiune, mi se pare o absurditate".

Am reprodus acest pasaj, fiindcă ne va servi ca bază de plecare pentru a lămuri, în oarecare măsură, ce rol joacă mediul separator în transmiterea forțelor newtoniene.

Pentru fixarea ideilor, presupunînd că Pămîntul este o sferă omogenă, să considerăm cîmpul lui de atracție, definit prin spațiul în care își exercită acțiunea.

Teoretic, spațiul acesta se întinde la infinit, dar practic existența cîmpului nu se mai face simțită, de la o distanță oarecare înainte.

Dacă facem abstracție de influența mișcării diurne de rotație și mai admitem că Pămîntul este o sferă perfectă și omogenă, firul cu plumb ne arată că direcția forței gravitaționale se confundă cu verticala locului de observație. Iar dacă urmăm, din aproape în aproape, această direcție, depărtîndu-ne în spațiu, drumul parcurs va fi o linie dreaptă.

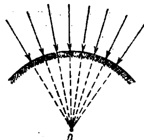


Fig. 140. Liniile de forță ale Pămîntului.

Pentru totalitatea punctelor de pe suprafața globului, materializăm astfel o infinitate de drepte, ce converg în centrul Pămîntului, se resfiră în spațiu și reprezintă, ceea ce numim, *liniile de forță* ale cîmpului pămîntesc (fig. 140).

Complicînd situația, să presupunem că ne aflăm în apropierea unui corp de masă mare, de pildă la poalele unui munte.

De astă dată, firul cu plumb nu se mai orientează după verticală, fiindcă acțiunea muntelui îl deviază cu atît mai tare, cu cît l-am duce mai aproape de centrul lui de greutate.

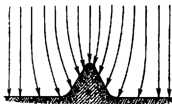


Fig. 141. Masa unui munte deviază liniile de forță ale Pămîntului.

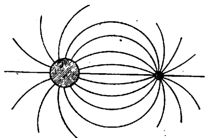


Fig. 142. Liniile de forță între două mase.

Iar dacă urmărim, din aproape în aproape, această direcție, depărtîndu-ne în spațiu, constatăm că *liniile de forță, la care atît firul, cît și forțele cîmpului se mențin mereu tangente, suferă*

o deformare de ansamblu și capătă o formă curbată, așa cum arată fig. 141.

Ele nu revin la forma rectilinie și la direcția verticală, decît la distanțele pentru care atracția muntelui devine practic neglijabilă.

O masă suplimentară, într-un cîmp newtonian, deformează liniile de forță.

Prin urmare, *liniile de forță ale unui cîmp newtonian se deformează și iau o formă curbată, cînd în acel cîmp mai există și alte mase* (fig. 142).

Făcînd un pas mai departe, să considerăm acum două mase situate la distanță în spațiu, de pildă Luna și Pămîntul (fig. 142).

Liniile de forță ale cîmpului pămîntesc vor fi atunci deformate de acțiunea Lunii și invers.

Ele se curbează și leagă cele două mase, prin trăsături continue, iar vectorul cîmpului, în orice punct al spațiului, se va menține tangent la aceste linii de forță.

Prin urmare, atracțiile newtoniene se transmit la distanță numai din aproape în aproape, după liniile de forță ce leagă continuu masele în prezență.

Aspectul acestor linii de forță boltite amintește forma unei bare de oțel îndoite și astfel e ca și cum în mediul separator, chiar cînd e vidul interplanetar, s-ar produce unele tensiuni, de ordin *cuasielastic.*

Prin ipoteză, am putea să admitem că există o substanță cu însușiri speciale, care umple întregul spațiu și să o numim *„eter universal".*

Cînd masele ce se atrag se apropie una de alta, de pildă cînd un corp cade spre Pămînt, energia potențială scade, odată cu scurtarea liniilor de forță, iar ca urmare tensiunile din eter tind spre minimum posibil.

În fond, această ipoteză, a eterului universal, nu ne duce prea departe fiindcă, de fapt, nu cunoaștem încă nici mecanismul de transmitere, nici originea fenomenelor gravitaționale.

De aceea interpretarea proceselor energetice, prin accentuarea sau slăbirea tensiunilor *cuasielastice* din eter, trebuie să fie considerată mai mult ca o imagine mecanică intuitivă, decît ca un fapt fizic, în stare să fundamenteze o teorie.

Tot ce putem afirma, pe bază experimentală, este că există un cîmp gravitațional, care transmite interacțiunile maselor, din

aproape în aproape şi ale cărui modificări sînt însoţite de absorbţie sau liberare de energie mecanică.

Cîmpul gravitaţional reprezintă o formă specială a materiei.

Acest cîmp reprezintă o formă specială a materiei, despre care informaţiile noastre, în starea de faţă a cunoştinţelor, sînt încă foarte limitate.

Este probabil că acţiunile gravitaţionale se propagă în spaţiu cu o viteză finită, egală cu a luminii în vid, însă determinarea experimentală nu s-a putut face pînă acum.

§ 80. Potenţialul gravitaţional. Să considerăm un cîmp gravitaţional, figurat prin liniile de forţă, pe care săgeţile arată sensul în care ar fi atrasă o masă oarecare (fig. 143).

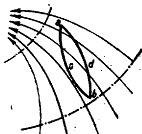


Fig. 143. Diferenţa de potenţial newtonian nu depinde de forma traiectoriei.

Prin definiţie, se numeşte *diferenţă de potenţial gravitaţional* valoarea numerică a lucrului mecanic implicat, cînd unitatea de masă ar fi transportată între două puncte date, *a* şi *b*, în cuprinsul cîmpului.

Vom nota simbolic această mărime cu V_a^b.

Diferenţa de potenţial gravitaţional se exprimă numeric prin lucrul mecanic al transportului unităţii de masă între două puncte date, dintr-un cîmp newtonian.

Acest lucru mecanic este absorbit sau produs, după cum transportul se execută împotriva forţelor cîmpului sau în sensul lor.

Dacă transportul unei mase oarecare m implică lucrul mecanic A, vom avea, evident, pentru unitatea de masă,

$$V_a^b = \frac{A}{m}. \tag{80.1}$$

Diferenţa de potenţial, fiind legată de mărimile scalare *masă* şi *lucru mecanic*, este de asemenea o mărime scalară. După siste-

mul de unități ales, o vom exprima în *ergi pe gram*, în *jouli pe kilogram* sau *în kilogrammetri pe unități de masă* MKfS.

Se vede ușor că *ea nu depinde de forma sau lungimea drumului parcurs, ci numai de poziția punctelor alese în cîmp.*

In adevăr, dacă ar depinde, am putea să ducem o masă din b în a pe un drum bca și să consumăm lucrul mecanic A. După aceea am lăsa forțele cîmpului s-o aducă înapoi pe drumul adb și să producă un lucru mecanic

$$A_1>A.$$

In felul acesta, la sfîrșitul operației am avea un cîștig de lucru mecanic, deci o abatere de la principiul conservării, și am putea realiza un *perpetuum mobile.*

Diferența de potențial nu depinde de forma sau lungimea drumului parcurs în cîmp.

Orice traiectorie sau suprafață perpendiculară pe liniile de forță este echipotențială.

Din fig. 143 se vede de asemenea că transportul unei mase după o traiectorie perpendiculară pe liniile de forță nu implică nici un lucru mecanic, prin urmare nici o diferență de potențial.

De aceea, *orice suprafață perpendiculară pe liniile de forță ale cîmpului se numește echipotențială.*

In cîmpul atracției Pămîntului, suprafețele echipotențiale sînt sfere concentrice, care, într-o regiune limitată, pot fi considerate ca plane orizontale.

Aceasta justifică denumirea de *suprafețe de nivel* care se dă obișnuit suprafețelor echipotențiale.

Pe măsură ce ne depărtăm de o masă dată, forța newtoniană devine din ce în ce mai mică, așa că nu putem calcula lucrul mecanic direct din relația

$$A=Fl. \tag{70.1}$$

Dacă transportul se face însă pe o distanță foarte mică Δl, putem admite cu aproximație că totuși forța se menține constantă.

In cazul acesta vom avea, între două puncte foarte apropiate, diferența de potențial

$$\Delta V=\frac{F\cdot\Delta l}{m}.$$

In apropierea Pămîntului, cîmpul gravitațional este aproximativ constant, așa că între două puncte situate la înălțimile h_1 și h_2, diferența de potențial este

$$\Delta V = F\frac{h_2 - h_1}{m} = mg\frac{h_2 - h_1}{m} = g\ (h_2 - h_1).$$

Prin convenție, putem considera potențialul la nivelul solului ca nul. In cazul acesta putem spune că potențialul la înălțimea h este

$$V_h = gh$$

și dacă înmulțim în ambii membri cu m, regăsim expresia energiei potențiale mgh.

Vom reveni asupra noțiunii de potențial la studiul cîmpurilor electrice.

Exemplu numeric. Ce valoare capătă greutatea unui corp care are o masă de un gram, cînd îl ridicăm la 8 000 m?

La nivelul mării, forța newtoniană pentru unitatea de masă este

$$F_0 = \varkappa \frac{M}{R^2}, \tag{78.1}$$

unde M este masa Pămîntului și R raza lui.

La înălțimea h, avem

$$F_h = \varkappa \frac{M}{(R+h)^2}.$$

Aceste două relații, împărțite membru cu membru, ne dau

$$\frac{F_h}{F_0} = \frac{R^2}{(R+h)^2},$$

de unde

$$F_h = F_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}.$$

Raza Pămîntului are 6 370 km. Prin urmare, la înălțimea de 8 km, greutatea unui gram devine

$$F_h = 981\left(\frac{6\,370}{6\,378}\right)^2 = 977 \text{ dyn} = 0{,}996 \text{ gf},$$

adică cu 4 mgf mai mică decît la nivelul mării.

In aceste condiții, atracția gravitației poate fi considerată ca practic constantă, în limitele la care ne putem ridica deasupra Pămîntului.

CAPITOLUL VI
CORPURI DEFORMABILE

A. Noțiuni generale

§ 81. **Proprietățile și structura corpurilor.** Observația zilnică ne arată că există în natură corpuri *solide, lichide* și *gazoase* și că unul și același corp, de exemplu apa, se poate prezenta sub toate trei formele, pe care le numim *stări de agregare.*

In natură există trei stări de agregare, dar trecerea de la una la alta nu este totdeauna categorică.

Solidele se caracterizează prin formă și volum fixe.

Lichidele au volum fix, dar iau forma vasului în care le punem.

Gazele sînt expansibile și compresibile, de aceea nu au fixe nici forma, nici volumul.

Uneori, prin variația temperaturii sau presiunii, trecerea de la o stare la alta se face brusc. Alteori, această trecere nu este categorică, ci parcurge o serie de stări intermediare.

De exemplu, ceara, smoala sau sticla se moaie treptat cînd le încălzim și devin *păstoase.*

Vom vedea mai tîrziu că asemenea treceri treptate pot să apară și între starea lichidă și cea gazoasă.

Definițiile de mai sus ale stărilor de agregare sînt numai aproximative și dictate de limbajul curent.

În faptă, *ele se deosebesc prin rezistența pe care o opun la deformare sau comprimare,* mai mare la solide, mai mică la lichide și, comparativ, extrem de mică la gaze.

Ca să putem lămuri originea acestor deosebiri, va trebui să facem întîi o descriere sumară a structurii interne a corpurilor.

1. *Divizibilitate.* Experiența ne arată că putem divide corpurile în particule foarte mici, fără să intervină o schimbare de proprietăți fizice sau chimice.

Prin curentul electric se pot depune pături metalice continue de cîteva sutimi de micron.

Apa, în picăturile de ceață, ajunge de asemenea într-o stare de divizare foarte înaintată, dar tot apă rămîne.

Un alt exemplu îl găsim la unele substanțe mirositoare; de exemplu prezența a $2 \cdot 10^{-14} cm^3$ de mercaptan, la litrul de aer, încă se mai face simțită.

2. *A t o m i ș i m o l e c u l e.* O cercetare mai amănunțită ne arată că totuși divizarea nu poate merge oricît de departe.

De pildă, o picătură de ulei pusă pe apă se răspîndește într-o pătură, a cărei grosime, cînd este continuă, reprezintă o limită inferioară, de la care înainte se rupe, dar nu se mai subțiază. Aceeași constatare o putem face și cu un balon de săpun.

Numeroase experiențe de același fel, unite cu observațiile chimiștilor, au impus treptat o concepție structurală, întrevăzută de filozofii antici și fundamentată științific de *Lomonosov*, după care corpurile sînt formate din particule numite *atomi*. Acestea sînt indivizibile din punct de vedere chimic și pot să se unească între dînsele, ca să formeze alte particule mai complexe, numite *molecule*.

Elementele chimice sînt formate din atomi de același fel.

Uneori acești atomi se leagă cîte doi sau cîte trei, ca să formeze molecula de H_2, N_2, O_2, O_3 etc.

In alte cazuri, de pildă la gazele nobile, atomii nu se leagă între dînșii, ci rămîn separați. Molecula este atunci *monoatomică*.

Legarea atomilor de specii diferite formează moleculele substanțelor compuse. Uneori această grupare poate să strîngă la un loc mai multe sute de mii de atomi, ca să formeze așa-numitele *macromolecule* (cauciuc, albumine, rășini etc.).

Microscoapele electronice moderne permit să distingem aceste macromolecule și să ne convingem de existența lor.

Ca dimensiuni geometrice, ordinul de mărime al razei atomilor este de aproximativ $10^{-8} cm$ și depinde, bineînțeles, de natura lor.

Masa atomilor și moleculelor se exprimă obișnuit prin comparație cu 1/16 din masa atomului de oxigen.

Exprimate în această unitate, masele atomice sînt:

$$O = 16;\ H = 1{,}008;\ N = 14{,}008;\ S = 32{,}07; \ldots \text{ etc.}$$

Aceste valori sînt *relative*, fiindcă rezultă dintr-o simplă comparație.

Se folosesc de asemenea și denumirile de *atom-gram* și *moleculă-gram* sau *mol*.

Aceste cantități reprezintă, prin definiție, tot atîtea grame de substanță cît este masa atomică sau moleculară respectivă.

De pildă, un atom-gram de oxigen are 16 g, iar o moleculă-gram de apă reprezintă 18,016 g.

3. *Legea lui Avogadro.* Studiind combinațiile chimice ale gazelor, *Avogadro*[1]) a ajuns la următoarea concluzie:

La temperaturi și presiuni egale, volume egale de gaze diferite conțin același număr de molecule.

În aceleași condiții de presiune și de temperatură, volume egale de gaze diferite conțin același număr de molecule.

În cazul particular, cînd este vorba de *volumul molecular*, adică de volumul unei molecule-gram V_m, determinările directe au arătat că, la temperatura de 0 °C și presiunea normală

Volumul molecular al tuturor gazelor, la 0 °C și presiunea normală, este

$V_m = 22\,341$ cm³

și conține

$N = 6{,}02 \cdot 10^{23}$

molecule.

$$V_m = 22\,341 \text{ cm}^3$$

și numeroase metode de cercetare au dus concordant la rezultatul că acest volum de gaz conține

$$N = 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ molecule.}$$

Această constantă se notează totdeauna cu N și este cunoscută sub numele de *numărul lui Avogadro.*

Vom arăta mai tîrziu cum s-a putut ajunge la determinarea numărului N. Deocamdată trebuie să mai menționăm că, din însuși felul în care am definit molecula-gram, rezultă că:

Pentru toate corpurile, molecula-gram conține același număr N de molecule.

Pentru toate corpurile, molecula-gram conține $N = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ molecule, chiar dacă starea de agregare și volumul molecular sînt diferite.

Cunoașterea numărului lui Avogadro și a maselor moleculare sau atomice relative ne permite să aflăm masa absolută în grame.

---

[1]) *Amadeo Avogadro* (1776—1856), fizician italian, fost profesor la Torino.

Astfel, dacă masa relativă a atomului de hidrogen este 1,008, masa în grame va fi

$$H = \frac{1,008}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,67 \cdot 10^{-21}\,g,$$

iar pentru oxigen,

$$O = \frac{16}{6,02 \cdot 10^{23}} = 2,66 \cdot 10^{-23}\,g.$$

4. *Structura atomului.* Amănuntele vor fi studiate mult mai pe larg în alte capitole.

Pentru nevoile momentane menționăm numai că:

1) Edificiul atomic este destul de complex. El are un *nucleu*, format dintr-o aglomerare de particule de masă aproape egală cu a atomului de hidrogen.

   Unele din aceste particule sînt încărcate cu electricitate *pozitivă* și se numesc *protoni*, iar altele sînt *neutre* și se numesc *neutroni*.

2) In jurul nucleului, al cărui diametru este de ordinul a 10^{-12} cm gravitează, la distanță de 10 000 de ori mai mare, niște particule satelite, încărcate negativ, care se numesc *electroni*.

   Masa electronului este de aproape 2 000 de ori mai mică decît a celorlalte particule, iar sarcina lui electrică este egală, în valoare absolută, cu a protonului.

3) În mod normal, atomul are tot atîția protoni cîți electroni. Numărul lor dictează caracterul chimic al elementului și depinde de poziția lui în tabela lui Mendeleev. El variază între 1, pentru hidrogen, și 92, pentru uraniu.

4) În condiții speciale, un atom poate să piardă unul sau mai mulți electroni sateliți și rămîne cu surplusul sarcinii pozitive a protonilor. El devine atunci un *ion pozitiv*. Alteori poate să-și atașeze un electron satelit supranumerar și devine un *ion negativ*.

   În mod normal, încărcările protonilor și electronilor fiind egale, atomul este *neutru* din punct de vedere electric.

5) Masa electronului fiind foarte mică, aproape întreaga masă a atomului este concentrată în nucleu.

5. *Forțe intermoleculare.* Forțele chimice, care se manifestă prin *valențele* ce leagă atomii dintr-o moleculă, sînt

adesea de natură electrică, deci analoge cu acele care mențin electronii sateliți în jurul nucleului.

In combinațiile chimice, un atom de o specie oarecare poate să cedeze din electronii sateliți altui atom de specie diferită, ca să devină el însuși un *ion pozitiv*, iar celălalt un *ion negativ*.

De exemplu, în combinația NaCl, ionul pozitiv este *sodiul*, iar ionul negativ este *clorul*.

Ionii contrari se atrag, dar *totodată apare și o respingere*, datorită interacțiunii de ansamblu a celor două sisteme de electroni sateliți ai atomilor.

Legea echilibrului ne spune că distanța lor se va stabiliza la valoarea pentru care suma energiilor potențiale, în cele două cîmpuri contrarii, este minimă. Urmează că orice deplasare, într-un sens or în altul, implică o creștere a energiei potențiale, deci o tendință de revenire la situația inițială.

Acțiunile simultane de atragere și respingere duc la o situație de echilibru cu minimum de energie potențială.

Asemenea fenomene suprapuse, de atracție și respingere, cu tendința de stabilizare a distanțelor, apar și între molecule, mai ales la solide și (în măsură mai redusă) la lichide.

Așa se explică atît *rezistența la comprimare sau dilatare*, cît și apariția *forțelor de coeziune*.

La gaze, distanțele intermoleculare sînt incomparabil mai mari. De aceea, forțele electrice nu se mai pot manifesta, iar coeziunea devine practic nulă.

Forțele de atracție pot să apară și între suprafețele de contact a două corpuri diferite, cînd sînt foarte apropiate una de alta. In cazul acesta rezultă o *adeziune:* apa se lipește de sticlă, creta de tablă, cositorul de alte metale și așa mai departe.

6. *Agitația termică.* O serie de fapte experimentale și teoretice au dus la concepția că moleculele unui corp sufăr o mișcare neîntreruptă de agitație, care se intensifică o dată cu ridicarea temperaturii.

La solide, moleculele ocupă anumite poziții stabile de echilibru, pe care nu le pot părăsi și, în jurul cărora, agitația termică se limitează la simple oscilații de amplitudine mică.

Dacă le încălzim pînă la o anumită temperatură, viteza de agitație crește și, o dată cu dînsa, și energia cinetică a moleculelor, care izbutesc să scape din poziția fixată, îndepărtîndu-se unele de altele.

La solide, agitație termică este o simplă oscilație în jurul poziției de echilibru.
Ea capătă o libertate mai mare la lichide și aproape totală la gaze.

Corpul trece atunci în starea lichidă, coeziunea scade și moleculele pot să lunece unele peste altele, fără ca totuși să se despartă.

De aceea, lichidele pot să curgă și să ia forma vasului în care le punem.

Continuînd cu încălzirea, energia cinetică va crește mai departe, moleculele scapă de sub atracția reciprocă, se despart și *lichidul se vaporizează.*

La starea gazoasă, agitația termică se desfășoară cu totul haotic. Aici coeziunea fiind practic nulă, moleculele tind să se împrăștie în tot volumul disponibil.

În timpul agitației, moleculele se ciocnesc și de pereții vasului și între ele.

Ciocnirea de pereți dă naștere unei presiuni, iar ciocnirea reciprocă nu interesează nucleele, fiindcă forțele de respingere ale învelișului de electroni sateliți fac imposibilă o apropiere prea mare, în condițiile obișnuite.

7. *Corpuri cristaline și amorfe.* În starea lor naturală, corpurile solide apar uneori sub forme geometrice regulate, mărginite de fețe plane, ce formează între ele unghiuri bine determinate și caracteristice.

Această constanță a formei și mai ales a unghiurilor definește *starea cristalină.*

Forma cristalelor depinde de natura corpului și uneori de condițiile în care s-au format. Ea poate fi romboedrică, hexagonală, cubică etc. și face obiectul de studiu al *cristalografiei.*

Starea cristalină se caracterizează prin forme regulate și unghiuri fixe între fețe.

Cercetările făcute cu razele *X* au dus la concluzia că *simetria externă se datorește simetriilor interioare,* impuse de forțele de interacțiune, de numărul, de forma sau de mărimea particulelor constituente.

Fig. 144 arată structura internă a unui cristal cubic de clorură de sodiu.

În cazul acesta, particulele constituente nu sînt molecule de NaCl, ci ioni de Na^+ și de Cl^-, pe care i-am reprezentat prin cercuri negre și albe.

Atracţia între dînşii asigură stabilitatea edificiului cristalin, în aceeaşi măsură în care asigură şi stabilitatea moleculei, aşa că întregul cristal poate fi privit ca o moleculă uriaşă de $(NaCl)_n$.

Dispoziţia pe *plane reticulare* echidistante şi paralele ne arată, pe de o parte, simetria repartizării forţelor interne, iar pe de altă parte, fixitatea poziţiei fiecărei particule.

Regularitatea cristalină se datorește simetriilor interne, care impun o structură reticulară.

Nu totdeauna reţelele cristaline sînt ionice. Există şi *reţele atomice*, de pildă la diamant, după cum **există *reţele moleculare*,** mai ales la substanţele organice.

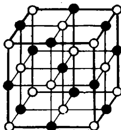


Fig. 144. Reţeaua ionică a cristalului de clorură de sodiu.

Peste tot poziţiile sînt fixe şi agitaţia termică se limitează la simple oscilaţii, în jurul lor.

Tot structura reticulară ne explică proprietatea corpurilor cristaline cunoscută sub numele de *clivaj,* adică de despicare după anumite plane particulare.

Uneori, starea cristalină nu poate fi observată decît la microscop. Aceasta se întîmplă adesea la metale. Putem obţine însă, în condiţii speciale, cristale metalice mari, numite *monocristale,* ale căror proprietăţi le vom descrie mai departe.

Starea amorfă nu implică forme regulate şi este opusul stării cristaline. Cercetările cu raze X au arătat că, fără a fi lipsite cu totul de regularitate structurală, corpurile amorfe nu au simetria internă a cristalelor.

Corpurile amorfe nu au structură regulată şi fac tranziţia între starea lichidă şi cea cristalină.

De aici apare, o dată cu o scădere a stabilităţii interne, o libertate relativă de alunecare a moleculelor, care permite acestor corpuri să fie *plastice,* adică să capete deformaţii permanente. Chiar sticla, cît e de dură, rămîne curbată, după o îndoire îndelungată.

Spre deosebire de cristale, topirea lor se face numai treptat şi trece prin *starea păstoasă.*

Toate aceste particularităţi ne fac să considerăm corpurile amorfe *ca o tranziţie între starea lichidă şi starea solidă,* reprezentată eminamente prin forma cristalină.

O altă tranziţie o fac aşa-numitele *cristale lichide*. Unele substanţe în stare lichidă, de pildă *oleatul de amoniu*, pot să capete forma regulată a unor cristale moi şi microscopice, pe care le putem îndoi sau face să treacă unul prin altul (fig. 145).

Aceste cristale prezintă aceeaşi structură internă regulată ca oricare altele.

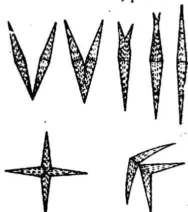


Fig. 145. Cristale lichide.

Uneori acelaşi corp se poate prezenta fie cristalizat, fie amorf. Un exemplu tipic este *sulful*. Dizolvat în sulfură de carbon, cristalizează în forma rombică; răcit încet după topire, cristalizează în formă de ace; răcit brusc, din starea topită, devine moale şi amorf, iar condensat din starea de vapori ne dă floarea de sulf, de asemenea amorfă (fig. 146).

Aceste stări diferite se datoresc unei aranjări diferite a moleculelor şi însuşirea se numeşte *polimorfism*.

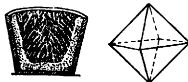


Fig. 146. Aspecte polimorfice la sulf.

8. *Izotropie şi anizotropie.* Proprietăţile fizice ale cristalelor variază în raport cu orientarea după anumite direcţii fixe, numite *axe cristaline*.

În lungul acestor axe, dilatarea la încălzire, transmiterea căldurii prin conducere, propagarea luminii, rezistenţa la tracţiune, proprietăţile elastice sau electrice sînt cu totul diferite decît în alte direcţii.

Această schimbare a proprietăţilor fizice, după direcţia orientării, datorită lipsei de omogeneitate, se numeşte *anizotropie*.

O găsim nu numai la cristale, dar şi la alte corpuri cu structura internă orientată, de pildă la o bucată de lemn, unde proprietăţile sînt altele în lungul fibrelor, decît în latul lor. De asemenea, o întîlnim la corpurile amorfe, cînd le supunem unei deformări care dă naştere la tensiuni interne.

Lichidele, gazele şi toate corpurile amorfe *omogene* sînt *izotrope*. Aici proprietăţile fizice nu se schimbă cu orientarea.

Cu ajutorul acestor noţiuni, foarte succinte şi elementare, despre structura internă a corpurilor, sîntem acum în măsură să cercetăm cîteva fenomene particulare, legate de deformările plastice sau elastice, impuse unui corp oarecare.

B. Frecarea

§ 82. **Forţele de frecare.** Să considerăm un corp care alunecă pe suprafaţa altui corp.

Cele două suprafeţe în contact, oricît ar fi de bine lustruite, mai au încă asperităţi, pe care, dacă nu le vedem cu ochiul liber, le putem vedea la microscop.

Asperităţile acestea constituie tot atîtea piedici şi corpul, dacă nu e în stare să le sară, să le rupă sau să le îndoaie, va rămîne în repaus.

Forţa de frecare acţionează tangenţial şi se opune alunecării unui corp, pe o suprafaţă dată.

Alunecarea întîmpină deci o *forţă de opunere,* pe care o numim *frecare,* şi forţa tangenţială minimă, în stare să scoată corpul din repaus, este evident egală şi opusă acestei frecări.

Este de asemenea evident că, atîta vreme cît forţa de frecare este exact compensată de forţa exterioară aplicată, corpul nu se poate mişca decît uniform, o dată scos din repaus.

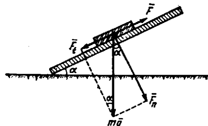


Fig. 147. Dispozitiv pentru cercetarea legilor frecării.

Dacă forţa exterioară depăşeşte frecarea, diferenţa lor va servi ca să accelereze mişcarea.

Legile frecării pot fi cercetate cu dispozitivul experimental din fig. 147, unde o sanie de greutate cunoscută poate să alunece pe un plan înclinat.

Dacă mărim treptat înclinaţia planului, pînă cînd sania se mişcă uniform la vale, realizăm condiţia ca forţa tangenţială $\bar{F}_t$, care apare prin descompunerea greutăţii proprii a corpului, să fie egală cu forţa opusă de frecare $\bar{F}$.

Pe de altă parte, corpul apasă pe plan cu forța normală $\overline{F}_n$ și din figură se vede imediat că raportul dintre intensitățile forței de frecare și forței normale este

$$\frac{F}{F_n} = \operatorname{tg} \alpha$$

și poate fi determinat prin măsurarea directă a unghiului de înclinație.

Experiența ne arată că *acest raport nu depinde nici de greutatea corpului care alunecă, nici de mărimea suprafețelor de contact, însă depinde de natura și de gradul de șlefuire al acestor suprafețe.*

Pentru suprafețe de aceeași natură și același grad de șlefuire

$$\frac{F}{F_n} = \mu,$$

unde μ este coeficientul de frecare.

Pentru toate suprafețele de aceeași natură și cu același grad de șlefuire, raportul constant

$$\frac{F}{F_n} = \operatorname{tg}\alpha = \mu$$

reprezintă, prin definiție, coeficientul de frecare.

Pe o suprafață orizontală, forța normală este însăși greutatea corpului pe care, ca să-l mișcăm uniform, va trebui să aplicăm o forță tangențială, egală cu forța de frecare.

Dacă notăm această greutate cu P, vom avea evident

$$\boxed{F = \mu P} \cdot \qquad (82.1)$$

Coeficientul de frecare, definit prin raportul a două forțe, apare deci ca o *simplă cantitate numerică* și ne arată cu cît trebuie să înmulțim greutatea unui corp, ca să aflăm forța necesară să-l miște uniform pe o suprafață orizontală dată.

Se dau mai jos valorile coeficientului de frecare, în cîteva cazuri speciale:

Stejar pe stejar, șlefuit (fibre paralele) . . . . . $\mu = 0{,}6$
Stejar pe stejar, șlefuit (fibre perpendiculare) . . $\mu = 0{,}5$
Fier pe fier, șlefuit . . . . $\mu = 0{,}16$
Fier pe gheață . . . . $\mu = 0{,}03$

Aceste date sînt, bineînțeles, numai aproximative, fiindcă depind de gradul de șlefuire.

O cercetare mai amănunțită ne arată că relația de definiție

$$F = \mu P \quad (32.1)$$

corespunde numai unei prime aproximații, fiindcă de fapt *coeficientul de frecare depinde și de viteza relativă a mișcării*, pe suprafața dată.

Coeficientul de frecare depinde de viteza relativă a mișcării. El este mai mare la pornire, sau la viteze mari.

El este mai mare în momentul cînd corpul părăsește poziția de repaus, apoi scade cînd viteza crește, ca să crească iarăși la vitezele mari.

De aceea, în practică va trebui să facem o deosebire între *frecarea de pornire* (sau de demaraj) și *frecarea de mișcare.*

Experiența zilnică ne arată, în adevăr, că este mai greu să urnim un corp din repaus, decît să-l obligăm să alunece pe o suprafață orizontală, o dată ce a pornit.

Pe de altă parte, creșterea frecării cu viteza ne face să înțelegem de ce o piatră de polizor se tocește mult mai repede la vitezele mari.

În toate fenomenele descrise, am făcut abstracție de cazurile în care greutatea proprie a corpului ce alunecă este așa de mare, încît ajunge să-l cufunde în suprafața de sprijin, fiindcă atunci nu mai poate fi vorba de *frecare*, ci de un proces de *rupere*, în care forțele puse în joc sînt incomparabil mai mari.



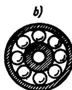


Fig. 148. Frecarea de rostogolire și rulment cu bile.

Putem patina pe gheață, dar nimeni nu se gîndește să patineze pe zăpada moale. Acolo folosim skiurile, tocmai ca să evităm cufundarea.

In altă ordine de idei, o experiență milenară a arătat omenirii că frecarea de rostogolire a unui corp rotund este mult mai mică decît frecarea de alunecare.

Oricine știe că este mult mai ușor să deplasăm un corp greu, cînd punem sub el niște drugi rotunzi de lemn.

Așa s-a născut ideea *rulmenților cu bile*, pe care tehnica modernă îi folosește pe scară mare la mașini și vehicule (fig. 148).

Frecările devin atunci de cîteva sute de ori mai mici decît la o simplă alunecare.

Eficacitatea rulmenților este cu atît mai mare, cu cît oțelul din care sînt făcuți este mai dur, fiindcă deformările prin cufundare sînt atunci reduse la minimum.

Din cele arătate mai sus, frecarea se manifestă ca o acțiune de frînare, ce se opune alunecării sau rostogolirii.

Existența forțelor de frecare implică deci o *absorbție de lucru mecanic* și experiența ne arată că, în schimb, *apare o cantitate de căldură* care este tot o formă de energie.

Frecarea absoarbe energie mecanică și o transformă în căldură.

Evident, această transformare nu poate fi decît supărătoare, cînd sustrage folosinței noastre o parte din energia mecanică, pe care avem interesul s-o folosim integral.

Cu toate aceste inconveniente, frecarea mai are totuși avantaje practice vădite, fiindcă dacă n-ar exista, orice vehicul sau pieton ar deveni un sistem izolat, incapabil să se miște din loc sau să se oprească, o dată pus în mișcare.

Am interpretat apariția forțelor de frecare prin acțiunea de frînare a asperităților de pe suprafețele în contact.

Se pune întrebarea: *ce s-ar întîmpla dacă, printr-o șlefuire cît mai bună, am căuta să suprimăm aceste asperități?*

Aici tot experiența ne arată că frecarea, în loc să scadă, începe să crească, dacă împingem șlefuirea prea departe.

Aceasta se datorește intervenției fenomenelor de *adeziune*, adică de atracție reciprocă dintre moleculele celor două suprafețe în contact, care, prin reducerea asperităților, au ajuns unele în cîmpul de acțiune al celorlalte.

La un grad de șlefuire destul de înaintat, două plăci de oțel aderă una pe alta în așa măsură, încît e nevoie de o forță de cîteva zeci de kilograme pe centimetrul pătrat, ca să le putem dezlipi.

Apăsarea crescînd, va crește și forța de frecare.

Frîna lui Prony. Absorbția de lucru mecanic prin frecare ne permite să construim un dispozitiv special, numit *frîna lui Prony*, cu care putem determina puterea unui motor oarecare.

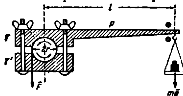


Fig. 149. Frîna lui Prony.

Două tălpi de lemn T și T', prevăzute cu buloane de strîngere, sînt aplicate pe roata de transmisie a motorului (fig. 149).

Pe una din ele se fixează o pîrghie P, la capătul căreia se atîrnă un platan pentru greutăți etalonate.

Variind aceste greutăți și strîngînd treptat buloanele, facem așa ca pîrghia să stea orizontal, cînd mașina se rotește cu viteza unghiulară prescrisă. În cazul acesta, puterea debitată de mașină este integral absorbită de frecările frînei.

Raza roţii de transmisie fiind r, momentul forţei de frecare $\overline{F}$ va fi egal cu momentul greutăţii mg de pe platan.

Vom avea deci

$$rF = mgl,$$

sau

$$F = \frac{mgl}{r}.$$

Dacă maşina face f rotaţii pe secundă, drumul parcurs de forţa F este $2\pi rf$, în unitatea de timp.

De aici deducem puterea debitată

$$\boxed{P = 2\pi rfF = 2\pi fmgl}, \qquad (82.2)$$

pe care o exprimăm în waţi, cînd celelalte mărimi sînt exprimate în unităţi MKS.

Prin frecare, frîna se încălzeşte puternic. De aceea, trebuie stropită mereu cu apă.

C. Elasticitatea

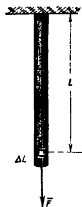


Fig. 150. Alungirea elastică a unei bare cilindrice.

§ 83. **Deformări elastice.** În § 68 am denumit *forţă elastică* reacţiunea dezvoltată de un corp deformat, în cazul cînd este direct proporţională cu deformaţia.

Această definiţie ne-a dus la relaţia de bază

$$F = -Kx, \qquad (68.1)$$

unde coeficientul de proporţionalitate K reprezenta *constanta elastică.*

Ne propunem să cercetăm în ce condiţii se aplică relaţia de faţă, cunoscută sub numele de *legea lui Hooke*[1], la diferitele feluri de deformări, pe care le poate suferi un corp.

1. Cazul cel mai simplu este al unei bare, de lungime L, fixată la unul din capete, pe care o forţă $\overline{F}$, aplicată la capătul liber, tinde să o lungească (sau să o scurteze) (fig. 150).

[1]) *Robert Hooke* (1635—1703), fizician, matematician şi astronom englez.

Experiența ne arată că, atîta vreme cît variația de lungime ΔL nu depășește o limită maximă, care depinde de natura materialului, avem relația

$$\boxed{\frac{\Delta L}{L} = \alpha \frac{F}{S}}. \qquad (83.1)$$

În această relație, raportul $\Delta L/L$ reprezintă *variația relativă* a lungimii, adică variația lungimii fiecărui centimetru liniar al barei; α este un factor de proporționalitate, care se numește *coeficient de elasticitate,* iar S este aria secțiunii barei.

Raportul F/S reprezintă forța exercitată pe fiecare centimetru pătrat și se numește *efort unitar.*

Alungirea relativă este direct proporțională cu forța și invers proporțională cu aria secțiunii, iar factorul de proporționalitate se numește coeficient de elasticitate.

Prin urmare, *variația relativă a lungimii este direct proporțională cu forța și invers proporțională cu secțiunea, iar factorul de proporționalitate este coeficientul de elasticitate.*

În locul coeficientului de elasticitate, se folosește obișnuit cantitatea inversă $1/\alpha$, care se notează cu E și se numește *modul de elasticitate* sau *modulul lui Young* [1]).

În aceste condiții, relația precedentă devine

$$\boxed{\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S}}. \qquad (83.2)$$

Rezultă, astfel, că

$$\alpha = \frac{\Delta L/L}{F/S} \qquad (83.1\text{ a})$$

și

$$E = \frac{F/S}{\Delta L/L}. \qquad (83.2\text{ a})$$

Prin urmare, *coeficientul de elasticitate este egal cu alungirea relativă, raportată la efortul unitar F/S, iar modulul de elasticitate este efortul unitar, raportat la alungirea relativă.*

[1]) *Thomas Young* (1773—1829), medic și fizician englez.

În practică se întrebuințează mai mult expresia (83.2), care conține *modulul* și nu coeficientul de elasticitate.

Unități și dimensiuni. Deoarece alungirea relativă, rezultată din raportul a două lungimi, nu are dimensiuni fizice și este un simplu număr abstract, se vede imediat că dimensiunile lui *E*, în sistemele CGS și MKS, sînt:

$$[E] = \left[\frac{F}{S}\right] = L^{-1}MT^{-2}$$

și se exprimă în *dyne pe centimetru pătrat* sau în *newtoni pe metru pătrat.*

În sistemul MKfS,

$$[E] = \left[\frac{F}{S}\right] = L^{-2}F$$

și se exprimă *în kilograme-forță pe metru pătrat.*

Obișnuit, fiindcă toate sistemele curente de unități duc la valori numerice prea mari, se folosește în practică unitatea specială kgf/mm².

Tabela de mai jos dă valorile numerice ale modulului de elasticitate, exprimate în kgf/mm², în cîteva cazuri speciale, precum și limitele de elasticitate și de rezistență.

Datele sînt, bineînțeles, aproximative și depind nu numai de natura materialelor, ci și de tratamentele mecanice sau termice la care au fost supuse.

Tabela 1

Materialul	E	Limita de elasticitate, în kgf/mm²	Limita de rezistență, în kgf/mm²
Plumb	1 700	0,25	2
Aluminiu	7 500	2,80	7—11
Argint	7 900	—	16
Cupru moale	10 000	3	20
Oțel ordinar	20 000	33	75
Oțel cu molibden	22 000	60	150
Fier moale	19 000	5	35
Iridiu	53 000	—	—
Sticlă, aproximativ	6 000	—	27
Cauciuc vulcanizat	0,1	—	—

Energia elastică. In § 75 am văzut că energia potenţială a unui resort comprimat sau întins este

$$W_p = \frac{1}{2} Kx^2, \qquad (75.1)$$

unde x reprezintă variaţia lungimii, iar constanta K avea, prin definiţie, valoarea F/x.

Pe de altă parte, în cazul alungirii sau comprimării unei bare, am avut

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \qquad (83.2)$$

şi cum, de astă dată, variaţia x a lungimii am notat-o cu ΔL, rezultă că

$$\frac{F}{\Delta L} = \frac{SE}{L} = K.$$

Inlocuind în relaţia (75.1) obţinem astfel, pentru energia potenţială a barei deformate,

$$\boxed{W_p = \frac{SE}{2L} \cdot x^2} \qquad (83.3)$$

2. Un alt caz tipic de deformare este *flexiunea* sau *îndoirea*.

O bară de lungime l, fixată la un capăt, este solicitată lateral de o forţă $\bar{F}$ (fig. 151).

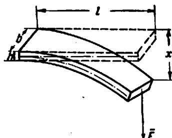


Fig. 151. Deformarea la îndoire a unei bare încastrate.

Amplitudinea deformării, sau *săgeata*, pe care o notăm cu x, depinde de materialul barei, precum şi de forma sau de dimensiunile ei geometrice.

Experienţa ne arată că, dacă nu se depăşeşte o limită maximă, ea este direct proporţională cu forţa şi deci urmează legea lui Hooke.

Determinările au dus la concluzia că, pentru o bară cu secțiunea dreptunghiulară avem:

$$x = \frac{4F}{E} \cdot \frac{l^3}{bh^3}, \quad (83.4)$$

unde E este cunoscutul modul de elasticitate, iar b și h sînt baza și înălțimea secțiunii drepte.

Din examinarea figurii se vede imediat că porțiunile din bară aflate deasupra suprafeței mediane, reprezentată punctat, sînt întinse, iar cele de sub ea sînt comprimate.

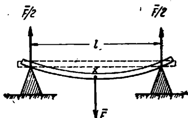


Fig. 152. Deformarea la îndoire a unei bare sprijinită la capete.

Flexiunea este deci o comprimare, combinată cu o întindere, și în felul acesta se explică prezența modulului de elasticitate E în relația formulată.

3. O variantă a situației precedente o avem la o bară așezată liber pe două reazeme și solicitată la mijloc de o forță $\overline{F}$, așa cum este arătat în fig. 152.

In cazul acesta, totul se petrece ca și cum fiecare jumătate de bară $l/2$ ar fi îndoită de forța $\overline{F}/2$, dezvoltată prin reacțiune de cele două reazeme.

Ca să aflăm săgeata, nu rămîne decît să înlocuim în relația (83.4) pe F prin $F/2$ și pe l prin $l/2$. Găsim astfel că

$$x = \frac{F}{4E} \cdot \frac{l^3}{bh^3}. \quad (83.5)$$

Problema flexiunii barelor și a grinzilor stă la baza tuturor construcțiilor moderne, unde se urmărește maximum de rezistență cu minimum de material.

Rezolvarea ei este în funcție atît de materialul folosit: *fier, oțel, beton* etc., cît și de forma profilelor adoptate.

Grinzilor de fier li se dă obișnuit profilul în dublu T, fiindcă au atunci maximum de rezistență la îndoire.

Aceeaşi însuşire o au ţevile metalice, cînd raportul dintre diametrul interior şi exterior este de 8 : 11. O aplicaţie curentă o găsim la cadrul bicicletelor, dar este interesant să menţionăm că aceeaşi condiţie o îndeplinesc şi tulpinele păioaselor, penele păsărilor şi oasele tubulare ale scheletului animalelor.

4. Un alt aspect al deformării elastice este *forfecarea*. Un paralelipiped, fixat la bază, este supus unei forţe $\overline{F}$, aplicată tangenţial în planul suprafeţei superioare (fig. 153).

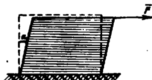


Fig. 153. Forfecarea.

Această *forţă de forfecare* tinde să imprime suprafeţelor laterale o înclinaţie α, care, dacă nu depăşeşte o limită maximă, este direct proporţională cu forţa.

Experienţa ne arată că

$$\alpha = \frac{F}{N \cdot S}, \tag{83.6}$$

în care S este aria secţiunii superioare, iar N un factor de proporţionalitate, care se numeşte *modul de forfecare*.

Cum unghiurile nu au dimensiuni fizice, se vede imediat că dimensiunile lui N rezultă din raportul unei forţe, la o suprafaţă.

Il vom exprima deci în dyn/cm², în N/m², în kgf/m² sau în unitatea specială kgf/mm².

Unităţile şi dimensiunile sînt, prin urmare, aceleaşi ca ale modulului de elasticitate, dar aceasta nu implică egalitatea valorilor numerice.

Pentru majoritatea corpurilor omogene, izotrope, modulul de forfecare este aproximativ 0,4 din valoarea numerică a lui E.

Forfecarea este un rezultat al alunecării straturilor succesive, paralel cu ele însele, în sensul forţei care acţionează, de aceea modulul de forfecare se mai numeşte şi *modul de alunecare.*

5. O situaţie analogă o întîlnim la răsucire sau torsiune, despre care am dat primele noţiuni în § 69.

Am arătat atunci că, dacă nu se depăşeşte o limită maximă a deformării, unghiul de torsiune α, exprimat în radiani, este direct proporţional cu momentul cuplului, aşa că

$$2Fr = -D\alpha, \tag{69.5}$$

unde factorul de proporționalitate D reprezintă *modulul de torsiune.*

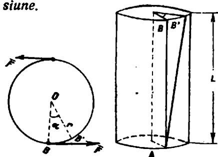


Fig. 154. Deformarea prin torsiune.

Revenind, să considerăm o bară cilindrică, de rază r și lungime L, fixată la un capăt și torsată de un unghi α la celălalt capăt (fig. 154).

Răsucirea face ca păturile succesive să alunece una pe alta, așa că o generatoare AB ocupă, după deformare, poziția înclinată AB', ca și la forfecare.

Experiența ne arată că, în funcție de dimensiunile geometrice ale barei, modulul de torsiune are valoarea

$$D=\frac{\pi N}{2}\cdot\frac{r^4}{L}, \qquad (83.7)$$

în care N este cunoscutul *modul de forfecare.*

Această valoare, înlocuită în (69.5), ne dă

$$2Fr=-\frac{\pi N}{2}\cdot\frac{r^4}{L}\alpha$$

și rezultă că *momentul cuplului de opunere este direct proporțional cu unghiul de torsiune și cu puterea a patra a razei și invers proporțional cu lungimea barei.*

In laborator, această relație finală are aplicații deosebit de prețioase, cînd avem interesul să determinăm cupluri de rotație foarte mici, fiindcă, pentru un cuplu dat, unghiul de torsiune al unui fir de 1/100 mm este de 100 000 000 de ori mai mare decît la un fir de 1 mm.

Determinarea experimentală a modulului D al unui fir se poate face prin metoda cunoscută a oscilațiilor de torsiune.

Legăm la un capăt un corp cu momentul de inerție cunoscut, determinăm perioada și aplicăm relația

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}. \qquad (69.6)$$

O dată cunoscută valoarea lui D, formula (83.7) ne permite să calculăm pe N.

§ 84. **Deformări plastice.** Proporţionalitatea dintre deformare şi acţiunea deformantă, caracteristică fenomenelor elastice şi exprimată prin legea lui Hooke, poate fi constatată, în limita erorilor experimentale, numai la deformările mici şi de durată scurtă.

Legea lui Hooke se aplică numai la deformările mici şi de durată scurtă.

Deformările mai mari depăşesc domeniul de elasticitate şi introduc diferite complicaţii suplimentare, pe care cunoştinţele actuale despre structura internă şi despre forţele de legătură interatomice nu ne permit încă să le interpretăm în mod satisfăcător.

In cele ce urmează, ne vom limita numai la cîteva fapte *experimentale* caracteristice, fără a intra în amănunte.

Să considerăm cazul particular al deformării unei bare prin tracţiune.

Dacă determinăm eforturile unitare σ[1] $=F/S$, capabile să producă alungirile relative $\varepsilon=\Delta L/L$ şi, cu ajutorul datelor experimentale obţinute, reprezentăm variaţia funcţiei

$$\sigma=f(\varepsilon),$$

rezultă o curbă de felul aceleia din fig. 155, pe care deosebim trei porţiuni caracteristice:

a) In prima porţiune, *Or*, efortul este direct proporţional cu alungirea relativă şi întreruperea lui readuce bara la lungimea iniţială.

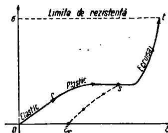


Fig. 155. Curba de deformare la întindere.

Acesta este domeniul deformărilor elastice, în care se aplică legea lui Hooke.

b) In porţiunea *rs* materialul devine *plastic* şi cedează mult mai lesne la deformare. Dacă efortul dispare, el nu mai revine la lungimea iniţială, ci păstrează o *alungire remanentă* ε_r, la care ajunge după curba reprezentată punctat.

Fenomenul deformării, care la început era *reversibil,* devine acum *ireversibil,* prin depăşirea limitei de elasticitate.

c) Urmează apoi o porţiune *st,* în care bara, deşi întinsă, deci subţiată, capătă o rezistenţă la tracţiune mai mare decît la înce-

[1]) σ = literă mică grecească; se citeşte *sigma*.

put. Acest fenomen de întărire se numeşte, în limbajul ingineresc, *ecruisaj*.

Mărind efortul mai departe, atingem în sfîrşit *limita de rezistenţă* şi bara se rupe.

Lungimea porţiunilor de pe curba de întindere depinde atît de natura materialului, cît şi de condiţiile deformării.

La unele materiale, cum e de pildă oţelul călit, limita de elasticitate este foarte aproape de limita de rezistenţă, iar bara se rupe brusc, fără să mai sufere deformările plastice.

La altele, cum ar fi plumbul, domeniul plastic ocupă cea mai mare parte din lungimea curbei.

Deformarea trece succesiv de la elastic la plastic şi ruperea este precedată de fenomenul ecruisajului.

În limbajul curent spunem că oţelul este *casant*, iar plumbul este *moale*.

Corpurile plastice pot să devină casante dacă întinderea se face foarte repede. Cînd e foarte înceată, ruperea întîrzie şi deformarea devine *fluidă*.

Un exemplu tipic îl avem la gheaţă: lovită brusc se sparge, iar apăsată cu încetul se îndoaie. Aşa se explică de ce gheţarii pot să curgă prin fundul văilor, întocmai ca rîurile.

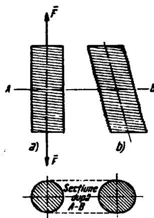


Fig. 156. Alunecarea păturilor unui cristal la întindere.

Deformările repetate pot să ducă la *obosirea* materialului şi să-i micşoreze limita de rezistenţă. De foarte multe ori aceasta se datoreşte unui fenomen lent de cristalizare internă, mai ales la metale. De aceea, construcţiile metalice trebuiesc verificate din timp în timp şi în special cînd sînt supuse la vibraţii sau trepidaţii. Se cunosc exemple de poduri metalice care s-au prăbuşit într-o bună zi, după ce zeci de ani au rezistat la trecerea tuturor trenurilor.

Un caz deosebit de interesant îl găsim la monocristale. Forfecarea împinsă dincolo de limita de elasticitate face ca planele reticulare să alunece unul pe altul, ca monezile dintr-un fişic.

Aceeaşi alunecare se produce dacă supunem la tracţiune o bară monocristalină, ale cărei plane reticulare nu sînt perpendiculare pe lungimea ei. Alungirea transformă atunci secţiunea din circulară, în eliptică (fig. 156).

Teoria rețelelor ionice ne permite să calculăm limita de rezistență la tracțiune, după o direcție perpendiculară pe planul lor. Ajungem astfel la rezultatul că, pentru un cristal de NaCl, ea trebuie să fie de ordinul a 300 kgf/mm^2, adică aproape de două ori mai mare decît la cele mai bune oțeluri.

In realitate, aceasta nu se întîmplă, atît din cauza neregularităților interne, cît și din cauza micilor crăpături superficiale, care amorsează ruperea.

Ca să suprime aceste crăpături, profesorul *A. F. Ioffe* de la *Leningrad* introduce cristalul în apă, îl supune unei tracțiuni și lasă dizolvarea lentă să-l aducă treptat pînă la secțiunea corespunzătoare limitei de rezistență, pe care o găsește, în cazul acesta, de peste 150 de kgf/mm^2.

Rezistența la tracțiune a corpurilor policristaline, de pildă a metalelor, depinde de mărimea, forma și aranjarea internă a microcristalelor.

Tratamentele termice sau mecanice: *călirea, forjarea, laminarea* etc. schimbă aceste date și de aceea modifică proprietățile elastice.

§ 85. **Ciocnirea corpurilor.** Să presupunem, pentru simplificare, că o sferă de masă m_1, care se mișcă cu viteza $\overline{u}_1$, ajunge din urmă și ciocnește central altă sferă de masă m_2, care se mișcă pe aceeași direcție, cu viteza $\overline{u}_2$ (fig. 157).

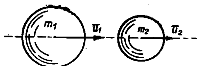


Fig. 157. Ciocnirea a două sfere.

In cele ce urmează vom vedea că problema se pune la fel dacă cele două sfere vin una împotriva celeilalte.

Tot pentru simplificare vom considera două cazuri limită:

1. *Ciocnirea elastică*. Dacă sferele sînt considerate *perfect elastice*, deformarea este reversibilă și absoarbe o energie potențială, pe care o restituie integral după ciocnire.

Cele două sfere, după ce mai întîi se turtesc, revin la forma inițială și se resping una pe alta, în sensuri contrarii.

Din această cauză, vitezele la sfîrșitul procesului vor deveni $\overline{v}_1$ și $\overline{v}_2$, în loc de $\overline{u}_1$ și $\overline{u}_2$.

In ciocnirea elastică se conservă atît cantitatea de mișcare, cît și energia mecanică.

In aceste condiții, fenomenul fiind de natură pur mecanică, principiul conservării cantității de mișcare, în sistemul izolat, împreună cu principiul conservării energiei mecanice, duc la relațiile:

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

și

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2.$$

Avem astfel un sistem de două ecuații, în care necunoscutele sînt vitezele finale $\overline{v}_1$ și $\overline{v}_2$. Rezolvarea lui [1]) duce la soluțiile

$$v_1 = 2 \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2} - u_1 \qquad (85.1)$$

și

$$v_2 = 2 \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2} - u_2. \qquad (85.1\ a)$$

Dacă cele două sfere vin una împotriva celeilalte, vitezele sînt de sens contrar și, în relațiile de față, va trebui să schimbăm semnul lui u_1 sau u_2.

D i s c u ț i e. Dacă masele sînt egale, $m_1 = m_2 = m$, obținem atunci $v_1 = u_2$ și $v_2 = u_1$, ceea ce înseamnă că ele își schimbă reciproc vitezele.

Dacă sferele au mase egale și sfera ciocnită se găsea în repaus, $u_2 = 0$. Găsim atunci că, la sfîrșitul ciocnirii, $v_1 = 0$ și $v_2 = u_1$. Aceasta înseamnă că sfera care ciocnește se oprește și transmite celeilalte viteza ei.

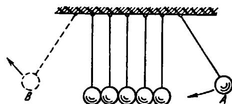


Fig. 158. Transmiterea ciocnirii elastice.

Verificarea experimentală se poate face cu o serie de bile de fildeș, suspendate așa cum arată fig. 158.

Dacă ciocnirea o face bila A, atît ea cît și toate celelalte rămîn în repaus, afară de bila ultimă B.

Fenomenul este cunoscut de toți muncitorii care fac manevrele vagoanelor în stații. Locomotiva ciocnește primul vagon, iar ultimul continuă mișcarea, transmisă prin elasticitatea tampoanelor.

[1]) Pentru rezolvare, se grupează separat termenii în m_1 și m_2, care se scot în factor comun. Se împart apoi relațiile membru cu membru și se obține o ecuație de gradul întîi, pe care o combinăm cu prima ecuație a sistemului.

Dacă o sferă ciocneşte elastic un perete fix, $m_2 = \infty$ şi $u_2 = 0$; obţinem atunci $v_1 = -u_1$, ceea ce înseamnă că sfera se întoarce înapoi cu aceeaşi viteză cu care a venit.

2. *Ciocnirea moale.* Dacă sferele sînt considerate *perfect moi*, deformarea prin ciocnire devine permanentă. Ea absoarbe o parte din energia cinetică şi o transformă în căldură, aşa că nu mai putem aplica principiul conservării energiei mecanice.

După ciocnire, cele două sfere se lipesc una de alta şi experienţa ne arată că ele continuă mişcarea cu o viteză comună v.

Scriind că, în sistemul izolat, cantitatea de mişcare se conservă avem:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = v(m_1 + m_2),$$

La ciocnirea moale se absoarbe o parte din energia cinetică şi se conservă numai cantitatea de mişcare.

de unde deducem viteza finală comună

$$v = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}. \qquad (85.2)$$

Discuţie. Dacă sfera de masă m_1 ciocneşte moale un perete fix, $m_2 = \infty$ şi $u_2 = 0$, găsim atunci că $v = 0$, ceea ce înseamnă că bila rămîne în repaus.

Dacă sferele au mase egale şi una este iniţial în repaus, viteza comună după ciocnire este $v = \frac{u_1}{2}$.

In fine, dacă cele două sfere de mase egale vin una împotriva alteia cu viteze egale, viteza finală este nulă.

Absorbţia de energie cinetică. Inainte de ciocnire, energia cinetică totală era

$$W_1 = \frac{m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2}{2},$$

iar după o ciocnire perfect moale devine

$$W_2 = \frac{v^2 (m_1 + m_2)}{2}.$$

Cantitatea de energie cinetică transformată în căldură în urma deformării plastice va fi deci $W_1 - W_2$. Experienţa ne arată că, în adevăr, sferele se încălzesc după ciocnire.

3. *Ciocnirea reală.* Cazurile tratate mai sus reprezintă numai situaţii limită ideale, pe care nu le întîlnim în prac-

tică, fiindcă nu există corpuri perfect elastice, nici corpuri perfect moi.

De aceea, în ciocnirile reale, absorbția de energie cinetică este mai mare decît zero și mai mică decît valoarea calculată mai sus.

Din relațiile (85.1) și (85.2) se vede ușor că, la ciocnirea perfect elastică

$$\frac{v_1-v_2}{u_2-u_1}=1,$$

indiferent de masa corpurilor, iar la ciocnirea perfect moale acest raport este nul, fiindcă $v_1=v_2$.

Înseamnă că, în toate cazurile intermediare întîlnite în practică

$$0<\frac{v_1-v_2}{u_2-u_1}<1.$$

Raportul $\frac{(v_1-v_2)}{(u_2-u_1)}$ definește, prin urmare, calitatea ciocnirii. El se notează de obicei cu k și se numește *coeficient de restituire*.

Raportul

$(v_1-v_2)\,/\,(u_2-u_1)$

reprezintă coeficientul de restituire și este cuprins între 0 și 1.

Experimental găsim următoarele valori aproximative ale coeficientului de restituire:

Lemn tare	$k=0{,}5$
Oțel	$k=0{,}6$—$0{,}8$
Fildeș	$k=0{,}9$
Sticlă	$k=0{,}94$

4. *Exemple numerice.* 1) *O bară de oțel de un metru lungime, cu secțiunea de 2 mm², este supusă unei tracțiuni de 20 kgf. Să i se calculeze alungirea știind că $E=20\,000$ kgf/mm².*

Din relația (83.2) rezultă

$$\Delta L=\frac{LF}{ES},$$

iar dacă înlocuim datele numerice, găsim

$$\Delta L=\frac{1\,000}{20\,000}\cdot\frac{20}{2}=0{,}5\ \text{mm}.$$

2) *Să se calculeze săgeata de flexiune a unei bare de oțel cu secțiunea dreptunghiulară, la care $b=2$ cm și $h=0{,}3$ cm, iar lungimea 0,5 m. Se va lua pentru forța deformantă 10 kgf, iar $E=20\,000$ kgf/mm².*

Introducînd valorile numerice în relaţia (83.5), găsim:

$$x=\frac{10\cdot 500^3}{4\cdot 20\,000\cdot 20\cdot 3^3}=28{,}9 \text{ mm}.$$

3) *Să se calculeze unghiul de torsiune al unui fir de oţel cu raza de 0,01 mm şi lungimea de 20 cm, supus unui cuplu de 0,02 dyn·cm. Se va lua N=0,4 şi E=8 000 kgf/mm².*

Din relaţia cunoscută

$$2Fr=-\frac{\pi N r^4}{2L}\alpha,$$

în care produsul $2Fr$ este egal cu momentul cuplului aplicat, rezultă, în valoare absolută,

$$\alpha=\frac{2Fr\cdot 2L}{\pi N r^4},$$

unde urmează să introducem datele numerice ale problemei.

În unităţi CGS avem:

$2Fr=0{,}02$ dyn · cm,

$L=20$ cm,

$$N=8\,000 \text{ kgf/mm}^2=8\,000\frac{9{,}81\cdot 10^5}{10^{-2}}=8\cdot 9{,}81\cdot 10^{10} \text{ dyn/cm}^2,$$

$r=10^{-3}$ cm.

Rezultă că

$$\alpha=\frac{0{,}02\cdot 2\cdot 20}{3{,}14\cdot 8\cdot 9{,}81\cdot 10^{10}\cdot 10^{-12}}=0{,}324 \text{ rad};$$

$$\alpha=18^\circ 36'.$$

4) *O masă de plumb de 15 kg este atîrnată de un fir lung de 2 m. Se împuşcă în ea, după orizontală, un glonte de 10 g cu viteza de 50 m/s, care rămîne înăuntru.*

Să se calculeze unghiul de deviaţie al firului (v. fig. 159).

Ciocnirea glontelui cu masa de plumb fiind presupusă perfect moale, viteza finală comună va fi

$$v=\frac{m_1u_1+m_2u_2}{m_1+m_2}, \qquad (85.2)$$

în care $u_1=0$. Rezultă că

$$v=\frac{0{,}01\cdot 500}{15{,}01}=0{,}33 \text{ m/s}.$$

Energia cinetică a ansamblului masă de plumb-glonte

$$W_c=\frac{m_1+m_2}{2}v^2$$

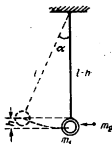


Fig. 159.

se transformă în energia potențială

$$W_p=(m_1+m_2)\,gh,$$

unde înălțimea h este dată de

$$h=l-l\cos\alpha=l\,(1-\cos\alpha),$$

de unde, egalînd energiile W_c și W_p, obținem

$$\frac{m_1+m_2}{2}\,v^2=l\,(m_1+m_2)\cdot(1-\cos\alpha)\,g,$$

sau

$$\cos\alpha=\frac{2gl-v^2}{2lg}=\frac{2\cdot 9{,}81\cdot 2-0{,}33^2}{2\cdot 9{,}81\cdot 2}=0{,}997.$$

Prin urmare,

$$\alpha=4°19'.$$

5) *Să se evalueze pierderea de energie cinetică, în cazul de mai sus.* Energia cinetică înainte de ciocnire era

$$W_1=\frac{m_1u_1^2+m_2u_2^2}{2},$$

iar după ciocnire

$$W_2=\frac{m_1+m_2}{2}\,v^2.$$

Cu ajutorul datelor numerice găsim

$$W_1-W_2=\frac{0{,}01\cdot 500^2}{2}-\frac{15{,}01\cdot 0{,}33^2}{2}\approx 1\,249\ \text{J}.$$

6) *Două sfere elastice de 4 kg și 6 kg se ciocnesc central, venind din direcții opuse cu vitezele respective de 12 m/s și 8 m/s.*

Să se calculeze vitezele finale.

Relațiile (85.1) și (85.1 a), în care introducem valorile numerice, ne dau, ținînd seamă de semnul vitezelor,

$$v_1=2\,\frac{4\cdot 12-6\cdot 8}{4+6}-12=-12\ \text{m/s}$$

și

$$v_2=2\,\frac{4\cdot 12-6\cdot 8}{4+6}+8=8\ \text{m/s}.$$

Rezultă că masele își schimbă reciproc vitezele.

PARTEA A DOUA

MECANICA CORPURILOR FLUIDE

CAPITOLUL VII

HIDROSTATICA [1])

A. Noțiuni generale

§ 86. **Lichide reale și lichide ideale.** Sub numele de *lichid perfect* sau *lichid ideal* înțelegem:

1) *un corp ale cărui pături sînt capabile să alunece încet una pe alta fără frecare, deci fără absorbție de lucru mecanic și*

Lichidele ideale sînt incompresibile și lipsite de viscozitate.

2) *al cărui volum nu poate fi schimbat prin comprimare, adică un corp incompresibil.*

Experiența ne arată că lichidele obișnuite, sau *reale,* sînt totuși compresibile și că orice mișcare întîmpină, în interiorul lor, o frecare, datorită *viscozității,* care tinde să se anuleze abia la viteze foarte mici.

Vom neglija însă, în primă aproximație, aceste proprietăți și le vom considera pe toate ca incompresibile și fără viscozitate.

O consecință imediată a lipsei de frecări, la vitezele foarte mici, este faptul că lichidele iau cu ușurință forma vasului în care le punem; o altă consecință este că suprafața liberă a unui lichid nu poate fi decît orizontală, cînd el se găsește în starea de echilibru.

Din cauza lipsei de frecări interne, lichidele curg, iar la echilibru suprafața liberă este orizontală.

În adevăr, dacă ar fi înclinată, greutatea mg a unei particule superficiale din lichid ar da naștere unei componente tangențiale F care, oricît ar fi de mică, ar face-o să lunece în sensul ei (fig. 160).

[1]) Denumirea vine de la cuvîntul grecesc *hydor,* care înseamnă *apă.* Hidrostatica este studiul lichidelor în echilibru.

Lichidul ar curge atunci la vale şi echilibrul se va stabili numai cînd suprafaţa liberă s-ar dispune perpendicular pe direcţia forţei verticale *mg*, fiindcă numai astfel componenta ei tangenţială dispare.

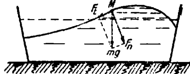


Fig. 160. Suprafaţa liberă a unui lichid în echilibru nu poate fi decît orizontală.

Acelaşi lucru se întîmplă dacă, în loc de un singur lichid, am avea mai multe lichide care nu se amestecă unul cu altul, de pildă ulei, apă şi mercur.

Toate suprafeţele de separaţie se vor dispune atunci orizontal.

B. Presiunea hidrostatică

§ 87. **Presiune, unitatea de presiune.** *Prin definiţie, se numeşte presiune raportul dintre intensitatea unei forţe şi suprafaţa pe care se exercită perpendicular.*

Forţa normală, raportată la suprafaţă, defineşte presiunea.

Este uşor de înţeles de ce, cînd forţa face un unghi α cu normala la suprafaţa considerată, va trebui să luăm, în locul ei, *proiecţia* pe direcţia normalei, care reprezintă componenta *activă*.

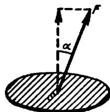


Fig. 161. Componenta normală a apăsării pe o suprafaţă.

Dacă notăm presiunea cu p, vom avea deci

$$p = \frac{F}{S} \cos \alpha, \qquad (87.1)$$

care se reduce la F/S cînd forţa devine normală (fig. 161).

Din însuşi felul în care a fost definită ca mărime orientată *presiunea poate fi reprezentată vectorial.*

1. *Unităţi şi dimensiuni.* Relaţia de definiţie ne arată că, în sistemele CGS şi MKS,

$$[p] = \left[\frac{F}{S}\right] = MLT^{-2}L^{-2} = L^{-1}MT^{-2}.$$

Unitatea CGS, pe care o numim *barye*, reprezintă deci o *dynă pe centimetru pătrat*.

Mai ales în meteorologie se foloseşte de obicei un multiplu al ei, care se numeşte *bar* şi reprezintă 10^6 baryi, precum şi *milibarul*, adică 10^3 baryi.

O barye=o dynă pe centimetru pătrat, iar un newton pe metru pătrat reprezintă 10 baryi.

1 bar$=10^6$ baryi.

1 kgf/cm^2=981 000 dyn/cm^2 (atmosferă tehnică).

In sistemul MKS, unitatea este *newton pe metru pătrat*.

Ea reprezintă zece baryi şi nu are nume special.

Trecînd la sistemul MKfS, dimensiunile presiunii sînt

$$[p]=\left[\frac{F}{S}\right]=\mathrm{FL}^{-2},$$

iar unitatea respectivă este kgf/m^2. In practica industrială se foloseşte însă de obicei kgf/cm^2, adică o unitate de 10 000 de ori mai mare. Ea reprezintă 981 000 dyn/cm^2 şi se numeşte *atmosferă tehnică*, fiindcă este aproape egală cu presiunea atmosferică normală.

2. *O b s e r v a ţ i e.* In interiorul unui lichid în echilibru, fiecare pătură serveşte ca suport pentru cele de deasupra ei şi de aceea suferă o presiune cu atît mai mare, cu cît e mai departe de suprafaţa liberă. Ne propunem să cercetăm cum acţionează

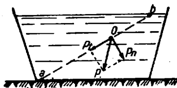


Fig. 162. Presiunea se exercită normal pe orice suprafaţă întîlnită de un lichid în echilibru.

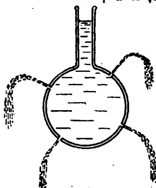


Fig. 163. Presiunile într-un lichid sînt normale pe pereţii vasului.

aceste presiuni hidrostatice şi ce intensitate au, la diferite adîncimi.

Este evident că, în situaţia unui lichid în echilibru, nimic nu se schimbă dacă, mintal, am privi unele părţi ale lui ca solidificate.

Fie deci o suprafaţă *ab* (fig. 162) sub care vom considera lichidul ca solidificat şi să admitem, pînă la proba contrarie, că presiunea *p*, într-un punct oarecare al acestei suprafeţe, ar acţiona înclinat.

În acest caz, am putea-o descompune în componentele *normală*, notată cu p_n şi *tangenţială*, notată cu p_t, sub acţiunea căreia particulele de lichid aflate în *O* ar tinde să lunece, după direcţia *ab*.

S-ar naşte atunci, de la sine, curenţi în masa lichidului, care n-ar mai putea fi în echilibru şi acelaşi fenomen s-ar petrece dacă presiunea ar fi orientată oblic, pe suprafaţa pereţilor vasului.

Presiunile în interiorul unui lichid în echilibru se exercită normal pe orice suprafaţă întîlnită.

Prin urmare, *presiunile din interiorul unui lichid în echilibru nu pot să acţioneze decît normal, atît pe suprafaţa pereţilor, cît şi pe orice altă suprafaţă întîlnită.*

Verificarea experimentală se poate face cu un vas găurit.

Constatăm atunci că lichidul care ţîşneşte prin găuri urmează, în primul moment, direcţiile perpendiculare pe suprafaţa pereţilor, în punctele respective (fig. 163).

Aceeaşi constatare o putem face cînd lichidul pătrunde de la exterior, spre interiorul vasului gol.

§ 88. **Expresia presiunii hidrostatice.** Să ne închipuim că, într-un lichid în echilibru, am solidifica mintal un cilindru drept *ab*, cu baza de un centimetru pătrat, aşezat orizontal (fig. 164).

Cum presiunile pe suprafaţa laterală a acestui cilindru sînt normale şi nu pot să dea naştere la componente în sensul lungimii, înseamnă că, deoarece el nu se mişcă pe această direcţie, presiunile pe cele două baze sînt egale şi direct opuse.

La un nivel dat, presiunile hidrostatice au valoare constantă.

Prin urmare, *într-un lichid în echilibru, presiunile hidrostatice la acelaşi nivel sînt egale.*

Verificarea experimentală se poate face cufundînd un tub de sticlă, închis la capătul de sus, într-un vas cu apă (fig. 165).

Presiunea hidrostatică ridică lichidul în tub şi comprimă aerul închis acolo, iar dacă mişcăm tubul, menţinîndu-i capătul de jos la aceeaşi adîn-

cime, constatăm că înălţimea coloanei lichide *ab* rămîne constantă, semn că presiunea nu variază.

Să considerăm acum ca virtual solidificat un cilindru vertical, în cuprinsul unui lichid în echilibru (fig. 166).

Cum acest cilindru stă în repaus, înseamnă că rezultanta forţelor ce acţionează simultan asupra lui este nulă.

Iar dacă baza lui este de un centimetru pătrat, forţele ce acţionează normal pe cele două capete opuse au aceeaşi valoare numerică pe care o au şi presiunile respective.

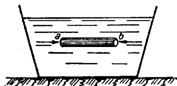


Fig. 164. Presiunea hidrostatică la un nivel dat.

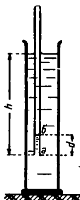


Fig. 165. Presiunea hidrostatică la diferite nivele.

Aceste două forţe vor fi deci reprezentate numeric prin:

1) presiunea verticală p_1, normală pe baza *a;*

2) presiunea verticală p_2, normală pe bază *b;*

iar la ele se adaugă:

3) greutatea proprie *p* a cilindrului aplicată în centrul de greutate *G* şi

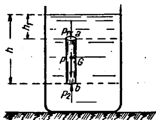


Fig. 166. Deducerea legii fundamentale a hidrostaticii.

4) acţiunea presiunilor normale pe suprafaţa laterală, ce dau naştere la forţe care, din motive de simetrie, se anulează reciproc.

Ţinînd seamă de sensul orientării şi scriind că rezultanta tuturor forţelor în prezenţă este nulă, avem

$$p_2 - p_1 + p = 0$$

şi deducem că diferenţa presiunilor ce se exercită pe cele două baze are valoarea

$$\Delta p = p_2 - p_1 = p.$$

Ea este, deci, numeric egală cu greutatea proprie a cilindrului considerat.

Cum secţiunea acestui cilindru este de un centimetru pătrat, iar cele două baze se găsesc la nivelele h şi h_1, rezultă că

$$\Delta p = p = V \rho g = (h - h_1) \rho g,$$

unde V este volumul cilindrului, ρ densitatea lichidului şi g acceleraţia gravitaţiei.

Am arătat că, într-un lichid în echilibru, toate punctele unui plan orizontal dat suportă presiuni egale.

Urmează că oricum şi oriunde am trece de la nivelul h la nivelul h_1, sau invers, presiunea hidrostatică variază cu cantitatea

$$\boxed{\Delta p = (h - h_1) \rho g} \cdot \qquad (88.1)$$

In cazul special, cînd capătul de sus al cilindrului se găseşte la suprafaţa lichidului, $h_1 = 0$, iar presiunea la adîncemea h va fi dată de relaţia

$$\boxed{p_h = h \rho g} \cdot \qquad (88.2)$$

La adîncimea h, presiunea hidrostatică este $h \rho g$ şi se exercită normal pe orice suprafaţă întîlnită.

Prin urmare, *intensitatea presiunii hidrostatice, la o adîncime h, este egală cu greutatea unei coloane verticale de lichid, cu secţiunea de un centimetru pătrat şi înălţimea h.*

Ea se orientează normal pe orice suprafaţă.

Considerînd acum o suprafaţă oarecare S, este evident că presiunile hidrostatice vor dezvolta forţa totală

$$\boxed{F = S h \rho g} \cdot \qquad (88.3)$$

Relaţiile deduse mai sus nu se aplică decît cu condiţia ca diferitele puncte ale suprafeţei considerate, în contact cu lichidul, să fie măcar aproximativ la acelaşi nivel.

Pentru suprafeţele care nu sînt orizontale, va trebui deci să considerăm porţiuni de întindere cît mai mică sau să adoptăm valoarea medie a presiunii, în centrul de greutate.

Forţele şi presiunile hidrostatice depind de adîncime, dar nu şi de forma vasului.

Aceleaşi relaţii ne mai arată că, deoarece la un lichid în echilibru *forţele şi presiunile nu depind decît de adîncimea h, forma vasului este indiferentă.*

Prin urmare, pe fundul celor două vase reprezentate în fig. 167, presiunea hidrostatică este aceeaşi, iar forţele sînt egale.

Verificarea experimentală a acestei concluzii se poate face cu dispozitivul din fig. 168.

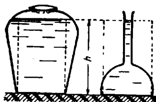


Fig. 167. Pe fundul celor două vase, presiunile hidrostatice sînt egale.

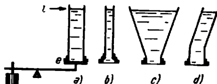


Fig. 168. Presiunea hidrostatică depinde numai de înălţimea coloanei lichide.

La capătul de jos al unui tub de sticlă este adaptat un inel metalic *e*, pe care apasă un disc, legat de braţul unei balanţe.

Punem apă în tub pînă la un reper *l* şi încărcăm celălalt braţ al balanţei, atît cît este necesar ca discul să oprească curgerea apei.

Inlocuind apoi tubul prin altele: *b, c, d* etc., de aceeaşi suprafaţă la bază dar de forme diferite, constatăm că forţa care apasă asupra discului nu variază, cîtă vreme înălţimea coloanei este aceeaşi.

Prin urmare, presiunea nu depinde de forma tubului.

Pe aceeaşi cale putem verifica experimental că *presiunea creşte proporţional cu înălţimea coloanei şi cu densitatea lichidului.*

De asemenea, ne putem servi de cîteva tuburi de forme diferite, deschise la ambele capete (fig. 169).

Astupăm unul din capete cu un carton, îl cufundăm în apă pînă la o adîncime dată şi constatăm că:

a) Presiunea din exterior lipeşte cartonul de gura tubului şi nu lasă apa să intre înăuntru.

b) Adîncimea de cufundare fiind aceeaşi, ca să desprindem cartonul trebuie să turnăm apă în toate tuburile pînă la aceeaşi înălţime, indiferent de forma lor.

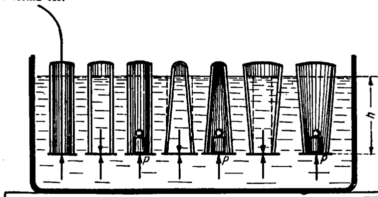


Fig. 169. Apăsarea de jos in sus este aceeaşi la toate vasele din această figură.

§ 89. **Principiul lui Pascal.** Să presupunem că un lichid este închis într-un rezervor, prevăzut cu două pistoane mobile, de arii S_1 şi S_2 (fig. 170).

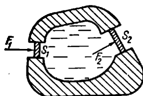


Fig. 170. Principiul lui Pascal.

Neglijînd greutatea proprie a pistoanelor şi eventuale frecări, este evident că, dacă o forţă oarecare F_1 împinge unul din pistoane, pe suprafaţa celuilalt apare o altă forţă F_2, care-l mişcă în aşa fel încît variaţia de volum dintr-o parte să fie compensată de cealaltă parte.

Prin urmare, distanţele parcurse de pistoane vor fi invers proporţionale cu ariile respective, aşa că:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{S_1}{S_2}.$$

Totodată, principiul conservării lucrului mecanic impune condiţia ca

$$F_1 d_1 = F_2 d_2$$

şi rezultă astfel că

$$\boxed{\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}}. \qquad (89.1)$$

Prin urmare, *forţele care acţionează pe cele două pistoane sînt direct proporţionale cu suprafeţele respective.*

Dar cum forţa, raportată la suprafaţă, reprezintă prin definiţie presiunea, înseamnă că:

Presiunile executate din exterior asupra unui lichid se transmit integral în toată masa lichidului.

Orice presiune exercitată din afară asupra unui lichid se transmite integral şi cu intensitate constantă asupra oricărei suprafeţe în contact cu lichidul.

In ce priveşte *orientarea* acestor presiuni, condiţia de echilibru cere ca ele să acţioneze perpendicular pe orice suprafaţă întîlnită.

Acesta este *principiul lui Pascal* [1]).

Verificarea experimentală se poate face cu dispozitivul din fig. 171, în care două pistoane de suprafeţe S_1 şi S_2 pătrund păsuit în doi cilindri metalici, plini cu ulei, care comunică pe la partea inferioară.

Experienţa ne arată că sistemul este în echilibru cînd aceste pistoane sînt încărcate cu greutăţi direct proporţionale cu suprafeţele lor.

Presa hidraulică este o aplicaţie directă a principiului lui Pascal (fig. 172).

Ea se compune dintr-o pompă, cu cilindrul de secţiune mică, legată cu alt cilindru de secţiune mai mare.

Forţele fiind direct proporţionale cu suprafeţele pistoanelor, se vor amplifica după raportul respectiv S/s.

Ventilele V_1 şi V_2 împiedică întoarcerea apei înapoi spre pompă.

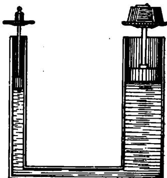


Fig. 171. Verificarea principiului lui Pascal.

1) *Blaise Pascal* (1623—1662), celebru matematician şi fizician francez.

Presele hidraulice au numeroase aplicații practice, între altele la extragerea uleiului din semințe, la comprimarea în baloturi a lînei, a paielor sau bumbacului, la forjarea metalelor, în monetării etc.

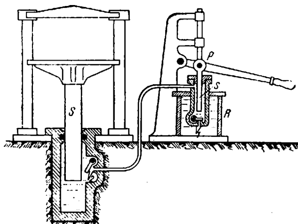


Fig. 172. Presa hidraulică.

Ecuația generală a hidrostaticii. Este evident că dacă o pătură de lichid, aflată la o adîncime h, este supusă nu numai apăsării păturilor superioare, dar și unei presiuni exercitate din afară, această presiune se adună la presiunea hidrostatică și va da presiunea totală

$$\boxed{p_t = h\rho g + p_0}, \qquad (89.2)$$

în care p_0 este presiunea exterioară suplimentară.

In consecință, o suprafață S, aflată la adîncimea h va fi supusă forței

$$\boxed{F_t = S\,(h\rho g + p_0)}. \qquad (89.2\ a)$$

Presiunea totală este suma presiunilor exterioare și hidrostatice.

Relația (89.2) este cunoscută sub numele de *ecuația generală a hidrostaticii*. Ea ne spune că *presiunea totală într-un lichid, la o adîncime h, este egală cu suma presiunii hidrostatice și a presiunii exterioare.*

§ 90. **Principiul vaselor comunicante.** Este evident că echilibrul unui lichid într-un vas n-ar suferi nici o schimbare dacă s-ar solidifica o pătură verticală, care să împartă conținutul vasului în două, sau dacă în această pătură am practica diferite găuri (fig. 173).

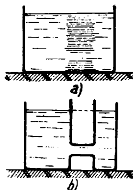


Fig. 173. Principiul vaselor comunicante.

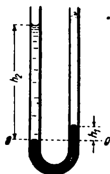


Fig. 174. Lichide diferite în vase comunicante.

Avem astfel două mase lichide, care comunică între ele şi al căror nivel de ambele părți ale peretelui despărțitor se menține la poziția inițială de echilibru, în acelaşi plan orizontal.

Acest raționament simplu ne explică faptul constatat experimental că: *nivelul unui lichid în două sau mai multe vase comunicante se fixează la aceeaşi înălțime, adică în acelaşi plan orizontal.*

In vase comunicante, nivelul unui lichid in echilibru se fixează la aceeaşi înălțime.

In cazul particular cînd în două vase comunicante punem lichide de densități diferite, care nu se amestecă între ele, de pildă apă şi mercur, experiența ne arată că, dacă lăsăm la o parte porțiunea de lichid aflată sub nivelul *OO', înălțimile coloanelor în echilibru sînt invers proporționale cu densitățile respective* (fig. 174).

Prin urmare

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1} \qquad (90.1)$$

La lichide diferite, înălțimile coloanelor în vase comunicante sînt invers proporționale cu densitățile.

Explicația este următoarea: presiunea exercitată de coloana de înălțime h_2 este:

$$p_2 = h_2 \rho_2 g.$$

Cealaltă coloană dezvoltă presiunea:

$$p_1 = h_1 \rho_1 g.$$

Echilibrul se stabilește cînd presiunile sînt egale, așadar cînd

$$h_2 \rho_2 g = h_1 \rho_1 g,$$

de unde ajungem la relația (90.1), găsită experimental.

Dacă măsurăm înălțimile coloanelor și cunoaștem densitatea unuia dintre lichide, putem determina pe a celuilalt.

Această metodă de determinare a densității este comodă, dar nu din cele mai precise.

Aplicații practice. Ne vom limita numai la cîteva exemple:

1) *Nivela cu apă.* Ea servește inginerilor topometri, la ridicările de teren. Se compune dintr-un tub metalic, la capetele căruia sînt fixate două tuburi de sticlă (fig. 175).

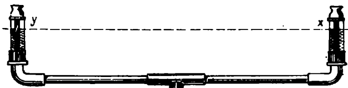


Fig. 175. Nivela cu apă.

Aparatul se umple cu apă colorată și se așază orizontal pe un trepied. Nivelele în cele două vase comunicante, fiind pe aceeași orizontală, nu rămîne decît să vizăm după linia *xy*, ca să ne dăm seama de înclinația terenului.

2) *Fîntîni arteziene.* Uneori, cînd săpăm o fîntînă pe o coastă de deal sau în fundul unei văi, apa țîșnește pînă la o înălțime oarecare.

Asemenea fîntîni se numesc *arteziene*, fiindcă există în număr mare în regiunea *Artois* din Franța.

Explicația fenomenului este următoarea: în pămînt există straturi permeabile pentru apă, cum sînt prundișul sau nisipul și straturi impermeabile, cum e argila. Dacă un strat permeabil este cuprins între două straturi impermeabile, sistemul se comportă ca vasele comunicante și apa țîșnește pînă aproape de înălțimea la care se găsește în pătura de pe coastă (fig. 176).

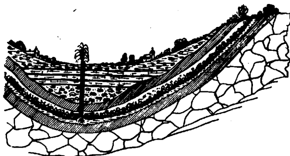


Fig. 176. Explicarea formării fîntînilor arteziene.

3) *Apeductele.* Orașele sînt alimentate de apeducte care trec de multe ori peste văi și dealuri, ca apoi să ajungă pînă la ultimele etaje ale clădirilor.

Principiul vaselor comunicante ne arată că nu se cere decît condiția ca izvoarele captate să se afle la un nivel mai ridicat decît înălțimile de trecut, ținînd seamă, bineînțeles și de anumite pierderi de presiune pe drum.

§ 91. **Principiul lui Archimede.** Este evident că, în situația unui lichid în echilibru, nimic nu se schimbă dacă, mintal, am considera ca solidificată o porțiune oarecare, de greutate F (fig. 177).

Cum această porțiune nu se cufundă mai departe în lichidul rămas, trebuie să admitem că forțele hidrostatice care se exercită din toate părțile pe suprafața ei au o rezultantă egală și direct opusă greutății F.

Să presupunem că extragem acum porțiunea solidificată și apoi introducem, în locul ei, un corp oarecare, de aceeași formă și același volum, dar de greutate F_1.

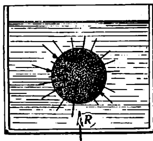


Fig. 177. Principiul lui Archimede.

Asupra acestui corp se va exercita mai departe aceeași forță F, opusă greutății, așa că forța R care-l trage la fund va fi, de astă dată

$$\boxed{R = F_1 - F}, \qquad (91.1)$$

în care F reprezintă, cum am văzut mai sus, greutatea unui volum egal de lichid.

Prin urmare, corpul cufundat va părea mai uşor decît în aer.

Un corp cufundat este împins de jos în sus cu o forță egală cu greutatea volumului de lichid dezlocuit.

În concluzie: *orice corp cufundat este împins de jos în sus cu o forță egală cu greutatea volumului de lichid pe care-l dezlocuieşte.*

Acesta este *principiul lui Archimede.*

Verificarea experimentală se face de obicei cu *balanța hidrostatică*, reprezentată în fig. 178. De unul din talgere atîrnăm un cilindru gol, de tablă, şi sub el un al doilea cilindru plin, care are acelaşi volum şi poate să intre exact în primul.

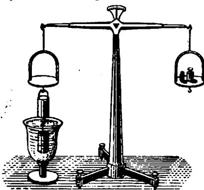


Fig. 178. Verificarea experimentală a principiului lui Archimede.

Echilibrăm întîi balanța, apoi cufundăm în apă cilindrul plin şi constatăm că:

1) pîrghia balanței se înclină ca şi cum cilindrul cufundat ar fi devenit mai uşor;

2) ca să restabilim echilibrul e destul să umplem cu apă cilindrul gol.

Aşadar, *pierderea aparentă de greutate a cilindrului cufundat este în adevăr egală cu greutatea volumului de apă dezlocuit.*

1. *Reciproca principiului lui Archimede.* Principiul acțiunii şi reacțiunii prevede că, deoarece lichidul împinge corpul

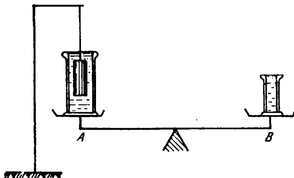


Fig. 179. Reciproca principiului lui Archimede.

cufundat de jos în sus, la rîndul lui, corpul trebuie să exercite asupra lichidului o forță egală, orientată de sus în jos.

Această deducție o putem verifica tot cu balanța, în felul următor.

Punem pe un talger un vas cu apă, iar pe celălalt talger cilindrul gol din experiența precedentă. După ce stabilim echilibrul, atîrnăm cilindrul plin de un suport și-l cufundăm în vasul cu apă.

Constatăm atunci că balanța se apleacă în A și ne arată că cilindrul cufundat apasă asupra ei, iar echilibrul se restabilește dacă umplem cu apă cilindrul gol din B (fig. 179).

Corpul cufundat dezvoltă prin reacțiune o forță de sus în jos egală cu greutatea lichidului dezlocuit.

Prin urmare, *corpul cufundat dezvoltă prin reacțiune o forță orientată de sus în jos, egală cu greutatea volumului de lichid dezlocuit.*

Aceasta este *reciproca principiului lui Archimede.*

Centrul de apăsare. Punctul de aplicație al forței cu care lichidul împinge de jos în sus un corp cufundat se numește *centru de apăsare* sau de *împingere.*

Punctul de aplicație al forței cu care lichidul tinde să împingă un corp cufundat este centrul de apăsare sau de împingere.

El se confundă cu centrul de greutate al volumului dezlocuit, iar în cazul special al corpurilor omogene, se află chiar în centrul de greutate al porțiunii de corp cufundate.

2. *Plutirea corpurilor.* Relația

$$R=F_1-F, \qquad (91.1)$$

care exprimă principiul lui Archimede, ne arată că:

1) Dacă greutatea corpului cufundat este mai mare decît a lichidului dezlocuit, așadar dacă

După cum apăsarea lichidului este mai mică, mai mare sau egală cu greutatea corpului, acesta se duce la fund, se ridică la suprafață sau plutește între două ape.

$$F_1>F,$$

rezultanta R îl trage la fund.

2) Dacă

$$F_1=F,$$

rezultanta R este *nulă* și corpul, ne mai fiind solicitat de nici o forță verticală, rămîne în repaus la orice adîncime.

3) Dacă, în sfîrşit,

$$F_1 < F,$$

corpul pluteşte, fiindcă rezultanta R îl duce la suprafaţă. In acest caz echilibrul se stabileşte în momentul cînd porţiunea cufundată cîntăreşte exact atîta cît şi lichidul dezlocuit.

Numeroase fapte practice sînt o consecinţă directă a acestor consideraţii. Iată cîteva exemple:

a) Un ou proaspăt, pus în apă curată se duce la fund. Un ou stricat pluteşte însă, fiindcă putrefacţia dezvoltă gaze care scapă afară prin coajă şi-l uşurează.

In apă sărată, putem potrivi concentraţia soluţiei aşa ca oul să stea în echilibru indiferent, la orice adîncime.

b) Cînd plămînii sînt plini cu aer, corpul omenesc este ceva mai uşor decît apa dezlocuită şi tinde să plutească, dacă-i cufundat aproape complet.

Cînd scoatem capul din apă, ca să respirăm, dezlocuim lichid mai puţin şi gravitaţia ne trage la fund. Ca să ne menţinem la suprafaţă, trebuie atunci să *înotăm*, adică să facem anumite mişcări ordonate, cu mîinile sau cu picioarele.

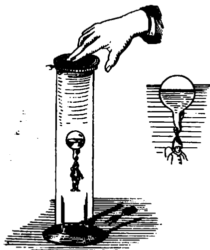


Fig. 180. Ludionul.

Cel ce nu le cunoaşte nu poate scoate capul afară şi atunci, obligat să tragă în plămîni apă, în loc de aer, se îneacă şi se duce la fund, de unde nu-l mai scot la suprafaţă decît gazele de putrefacţie, care-l umflă.

c) Se cunoaşte sub numele de *Ludion* dispozitivul următor:

O păpuşă de porţelan, atîrnată de un balon de sticlă plin cu aer şi găurit la partea inferioară, este introdusă într-un vas cu apă, astupat cu o membrană de cauciuc (fig. 180).

Dacă apăsăm pe membrană, apa intră în balon, îl îngreuiază şi îl trage la fund. Cînd apăsarea încetează, presiunea aerului din balon alungă apa şi păpuşa se ridică la suprafaţă.

Această experienţă simplă ne lămureşte principiul *submarinelor*, vapoare de formă lungăreaţă, care pot să circule pe sub apă.

Invelişul lor, făcut din tablă groasă de oţel, este dublu şi, în spaţiul acesta, pompe speciale, purtate de motoare electrice, introduc fie apă — ca să îngreuieze vasul şi să-l ducă spre adînc, fie aer — ca să-l uşureze şi să-l ridice la suprafaţă.

3. *Echilibrul unui corp cufundat.* Să considerăm un corp solid, cufundat cu totul într-un lichid (fig. 181). Asupra lui acţionează, după cum am văzut, două forţe verticale şi opuse: una este greutatea proprie a corpului, F_1, aplicată în centrul de greutate G, iar cealaltă este forţa de împingere în sus F, aplicată în centrul de apăsare O.

1) Cînd corpul este omogen, cele două puncte G şi O se confundă. Orientarea lui este atunci indiferentă, fiindcă în orice poziţie, forţele F şi F_1 sînt opuse şi nu pot să dea naştere unei

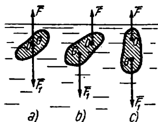


Fig. 181. Echilibrul unui corp cufundat.

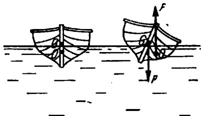


Fig. 182. Echilibrul unei bărci este asigurat de profilul ei.

mişcări de rotaţie sau răsturnare, ci doar unei mişcări verticale de cufundare sau ridicare.

2) Dacă corpul nu este omogen, punctele de aplicaţie ale forţelor F şi F_1 sînt diferite. Sub acţiunea lor suprapusă, el suferă, pe lîngă o eventuală mişcare verticală, o mişcare de rotaţie care tinde să-l aducă în poziţia de echilibru stabil, în care centrul de greutate se află sub centrul de împingere şi pe aceeaşi verticală cu dînsul.

Echilibrul unui corp cufundat parţial sau total este stabil dacă centrul de greutate se află sub centrul de împingere şi pe aceeaşi verticală cu dînsul.

3) Aceleaşi consideraţii se aplică şi corpurilor care plutesc. De aceea vapoarele se încarcă totdeauna cu greutăţile mari la fund.

Se poate întîmpla însă ca echilibrul să fie stabil şi cînd centrul de greutate s-ar găsi deasupra centrului de împingere.

De pildă, profilul bărcilor este aşa fel studiat, încît orice înclinare să mărească volumul apei dezlocuite (fig. 182).

Cum variaţia de volum cufundat este asimetrică faţă cu linia mediană, centrul de împingere se mută lateral şi rezultă astfel un cuplu care tinde să readucă barca la poziţia iniţială.

C. Densitatea. Greutatea specifică

Experienţa ne arată că, sub volum egal, corpuri diferite au în genere mase şi greutăţi diferite.

De asemenea, o substanţă dată poate, *sub acelaşi volum,* să aibă masa şi greutatea variabilă, după condiţiile de temperatură sau presiune, după tratamentele mecanice pe care le-a suferit, după starea internă de cristalizare etc.

§ 92. **Densitatea.** *Prin definiţie, se numeşte densitate sau masă specifică masa unităţii de volum.*

Masa unităţii de volum se numeşte densitate sau masă specifică.

După standardul legal, ea se notează cu litera grecească ρ.

Vom avea deci, prin definiţie,

$$\boxed{\rho = \frac{\text{masă}}{\text{volum}} = \frac{m}{V}}. \qquad (92.1)$$

1. *Unităţi şi dimensiuni.* Relaţia de definiţie ne arată că, în sistemele CGS şi MKS, dimensiunile densităţii sînt:

$$[\rho] = L^{-3}M,$$

iar unităţile respective vor fi g/cm^3 sau kg/m^3.

În sistemul MKfS, ştiind că:

$$[m] = L^{-1}FT^2$$

vom avea

$$[\rho]=L^{-4}FT^{2},$$

iar unitatea va fi kgf · s^2/m^4.

2. *Determinarea densității.* Masa specifică (sau densitatea), definită cu ajutorul unităților absolute de masă și volum este tot o mărime absolută.

Cunoașterea ei, pentru un material dat, implică determinarea prealabilă a masei, prin cîntărire și a volumului, printr-o măsurare directă sau indirectă.

La corpurile cu forma geometrică regulată: cub, sferă, cilindru etc., volumul se poate calcula cu ajutorul dimensiunilor geometrice.

La lichide, această operație se simplifică, fiindcă lichidul ia forma vasului, pe care-l putem grada în volume.

Cînd e vorba de un corp solid, cu forma neregulată, îl cufundăm într-un vas gradat, plin cu apă sau cu un lichid oarecare și citim direct creșterea de volum. Această operație nu e însă totdeauna posibilă, din cauza dizolvării sau impregnării corpului. Recurgem atunci la alte metode indirecte, pe care nu este cazul să le mai descriem în amănunte.

§ 93. **Greutatea specifică.** *Prin definiție, se numește greutate specifică greutatea unității de volum.*

Greutatea specifică este greutatea unității de volum.

După standardul de stat, ea se notează cu litera grecească γ.

Vom avea deci, prin definiție

$$\boxed{\gamma=\frac{\text{greutate}}{\text{volum}}=\frac{F}{V}}\,. \qquad (93.1)$$

Unități și dimensiuni. Relația de definiție ne arată că, in sistemele CGS și MKS,

$$[\gamma]=L^{-2}MT^{-2},$$

iar unitățile vor fi dyn/cm^3 sau N/m^3.

Pe de altă parte, se vede imediat că deoarece greutatea este

$$F = mg,$$

greutatea specifică rezultă din înmulţirea densităţii cu accelera-ţia gravitaţiei.

Aşadar,

$$\gamma = \varrho g.$$

În sistemul MKfS

$$[\gamma] = L^{-3}F,$$

şi unitatea va fi kgf/m³.

§ 94. **Densitatea relativă.** *Prin definiţie, se numeşte densitate relativă raportul dintre densitatea unui corp şi densitatea apei la +4 °C.*

Densitatea relativă este raportul dintre densitatea unui corp şi densitatea apei la +4 °C. Ea este un simplu număr abstract.

Dacă o notăm cu *d*, vom avea deci prin definiţie

$$d = \frac{\text{densitatea corpului}}{\text{densitatea apei la} + 4\,°\text{C}} = \frac{\rho}{\rho_0}.$$

Astfel definită, densitatea relativă apare ca rezultatul împărţirii a două mărimi similare. De aceea, spre deosebire de masa şi greutatea specifică, *ea nu are dimensiuni fizice* şi reprezintă un simplu *număr abstract.*

Pe de altă parte, dacă considerăm un volum de apă egal cu volumul *V* al unui corp dat, vom avea evident:

$$d = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{m/V}{m_0/V} = \frac{m}{m_0}. \qquad (94.1)$$

Densitatea relativă rezultă din raportul numeric între masa corpului şi masa unui volum egal de apă distilată, la +4 °C.

Prin urmare, *densitatea relativă rezultă din raportul numeric al masei corpului şi masa unui volum egal de apă distilată, la temperatura de* +4 °C.

Totodată, fiindcă masele sînt proporţionale cu greutăţile, este evident că *acelaşi rezultat numeric îl putem obţine din împărţirea greutăţii corpului cu greutatea volumului corespunzător de apă distilată,* la temperatura prescrisă.

Din felul special în care s-a făcut alegerea etalonului internațional de masă, 1 cm^3 de apă distilată la $+4°$ C cîntărește aproximativ 1 g.

Înseamnă că, în limita erorilor experimentale, densitatea apei la această temperatură este egală cu unitatea.

Relația (94.1) de mai sus ne arată atunci că, *din punct de vedere numeric, densitățile absolute și relative sînt egale.*

Din punct de vedere numeric, densitățile absolute și relative sînt egale.

Fără a confunda sensurile fizice, putem scrie deci relația numerică:

$$d = \rho = \frac{m}{m_0} = \frac{mg}{m_0 g} = \frac{\gamma}{\gamma_0}. \quad (94.2)$$

Cu ajutorul ei, determinarea densității absolute ρ se reduce la determinarea raportului între masa sau greutatea unui corp și masa sau greutatea unui volum egal de apă distilată, la temperatura de $+4$ °C.

Rezultatul, înmulțit cu accelerația gravitației, ne dă apoi valoarea greutății specifice.

Observație. La temperatura de $+25$ °C densitatea apei este 0,997 07 g/cm^3, adică numai cu aproximativ 0,003 mai mică decît la $+4$ °C. În măsurările curente vom admite deci, cu eroare neglijabilă, că densitatea apei la temperatura camerii este practic egală cu unitatea și nu vom mai face corecțiile de temperatură, decît în cazuri cu totul speciale.

1. *Determinarea densității relative.* Dăm mai jos cîteva din metodele curente, fără a insista asupra complicațiilor eventuale sau asupra corecțiilor de făcut.

a) *Metoda flaconului* (picnometrul) se aplică atît la lichide, cît și la corpurile solide.

Picnometrele pentru lichide au aspectul din fig. 183, sînt făcute din sticlă și poartă un reper *a* pe un tub capilar. Uneori, pentru măsurări mai precise, au și un termometru.

Dacă masa flaconului gol se notează cu *m*, masa flaconului umplut cu apă este M_0 și masa flaconului plin cu lichid este *M*, vom avea, evident

$$d = \frac{M - m}{M_0 - m}.$$

Picnometrele pentru solide au deschiderea ceva mai largă, şi în ea pătrunde un dop şlefuit, care se continuă cu un tub capilar (fig. 184).

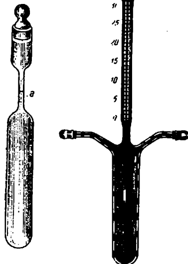


Fig. 183. Picnometre pentru lichide.

— Cîntărim întîi corpul şi găsim, de pildă, masa m.

— Cîntărim din nou corpul, *alături* de flaconul plin cu apă, pînă la reper şi găsim de astă dată masa M_0.

— Introducem corpul în flaconul plin cu apă, pînă la reper şi repetăm cîntărirea.

Dacă, de astă dată, masa este M_1, diferenţa $M_0 - M_1$ reprezintă masa apei dezlocuite.

Rezultă atunci că densitatea relativă a corpului este

$$d = \frac{m}{M_0 - M_1}.$$

Metoda flaconului este cea mai precisă din toate metodele cunoscute. Celelalte metode se bazează pe principiul lui Archimede.

b) *Metoda cîntăririi în apă* se aplică, de asemenea, atît la solide cît şi la lichide.

Dacă este vorba de un corp solid, îl cîntărim întîi în aer şi găsim, de exemplu, greutatea *F*, exprimată în grame-forţă.

Atîrnăm apoi corpul sub talgerul unei balanţe hidrostatice, cu un fir subţire, îl cufundăm în apă şi-l cîntărim în această situaţie (fig. 185).

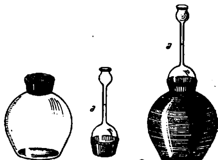


Fig. 184. Picnometru pentru solide.

De astă dată găsim o greutate mai mică, F_1.

Cum diferenţa $F—F_1$ reprezintă greutatea apei dezlocuite, vom avea, evident

$$d = \frac{F}{F-F_1}\,.$$

Pentru a reduce la minimum erorile, trebuie să folosim un fir de suspensie cît mai subţire şi să evităm depunerea bulelor de aer, pe corpul cufundat.

Aceeaşi metodă se poate aplica la corpurile lichide, în felul următor:

— Atîrnăm de un talger al balanţei un corp oarecare, îl cufundăm în apă distilată şi-l cintărim. Găsim astfel greutatea aparentă F.

— Cufundăm acelaşi corp în lichidul de densitate necunoscută şi-l cîntărim din nou. Găsim de astă dată greutatea aparentă F_1.

— Cîntărim corpul în aer şi găsim greutatea F_0. Densitatea lichidului va fi atunci:

$$d = \frac{F_0-F_1}{F_0-F}\,.$$

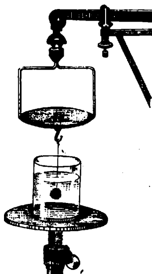


Fig. 185. Determinarea densităţii prin cufundare

Metoda se simplifică, dacă dispunem de un corp solid cu forma geometrică regulată, al cărui volum poate fi calculat:

— Cîntărim corpul în aer şi găsim greutatea F_0.

— Cîntărim acelaşi corp, cufundat în lichid şi găsim greutatea aparentă F_1.

Volumul corpului fiind V, vom avea:

$$d = \frac{F_0-F_1}{V}\,.$$

fiindcă diferenţa $F_0—F_1$ reprezintă greutatea în grame, deci numeric masa în grame a lichidului dezlocuit.

2. *Densimetre cu imersiune.* Principiul este următorul:

Un tub de sticlă, îngreuiat la capătul de jos cu alice de plumb, se cufundă în lichid şi ia poziţia de echilibru pentru care greutatea proprie este egală cu greutatea volumului de lichid dezlocuit (fig. 186).

Dacă M este masa densimetrului, ρ este densitatea lichidului și V este volumul porțiunii cufundate, vom avea:

$$M = \rho V,$$

iar pentru alt lichid

$$M = \rho' V'.$$

Rezultă că

$$\frac{V}{V'} = \frac{\rho'}{\rho}.$$

Volumul porțiunii cufundate este invers proporțional cu densitatea lichidului.

Prin urmare, *volumul porțiunii cufundate este invers proporțional cu densitatea lichidului.*

Gradația o putem face cufundînd aparatul în diverse lichide de densitate cunoscută.

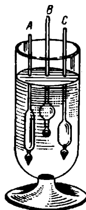


Fig. 186. Densimetre cu imersiune.

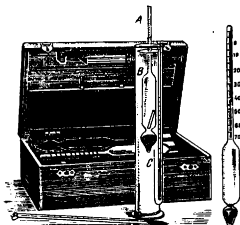


Fig. 187. Areometrul Beaumé.

Areometrul Beaumé este un densimetru de aceeași specie, dar cu o gradație arbitrară. (fig.187).

El se cufundă aproape complet în apa distilată, iar punctul respectiv de pe tubul de sticlă se notează cu *zero*.

Introducem apoi areometrul într-o soluţie care conţine 15 g de sare de bucătărie la 85 g apă şi notăm cu 15 nivelul pînă la care se cufundă.

Distanţa între 0 şi 15 se împarte apoi în 15 părţi egale, numite *grade Beaumé*.

Obişnuit, scara gradată se prelungeşte pînă dincolo de diviziunea 66, care corespunde punctului de cufundare în acidul sulfuric concentrat.

Experienţa ne arată că, dacă un lichid are *n* grade Beaumé, densitatea lui este

$$\rho = \frac{144}{144-n}.$$

Deşi gradat arbitrar, areometrul Beaumé se mai întrebuinţează încă în industrii, mai ales pentru siropuri, acizi etc.

3. *Areometre speciale.* Pe aceleaşi principii se construiesc areometre şi densimetre cu destinaţii speciale, pentru determinat calitatea laptelui (lactodensimetre), concentraţia alcoolului amestecat cu apă (alcoolmetre) etc.

Gradaţia lor se face prin comparaţie, cufundîndu-le în lichide cu concentraţii sau proprietăţi cunoscute.

Balanţa Mohr-Westphal este o modificare a balanţei hidrostatice şi se întrebuinţează la determinarea rapidă a densităţii lichidelor (fig. 188).

Pîrghia balanţei se sprijină cu cuţitul pe un suport. La un capăt se atîrnă un *plutitor* de sticlă, iar la celălalt capăt se află o contragreutate care îl echilibrează.

De partea plutitorului, braţul este împărţit în zece părţi egale, prin tot atîtea crestături.

Dacă cufundăm plutitorul într-un lichid el suferă o pierdere aparentă de greutate şi, ca să restabilim echilibrul, trebuie să punem pe braţul balanţei o serie de *cavaleri* de sîrmă. Fiecare din ei cîntăreşte 1/10 din precedentul.

Cel mai mare echilibrează balanţa cînd îl atîrnăm la capătul extrem al pîrghiei şi cufundăm plutitorul în apă distilată.

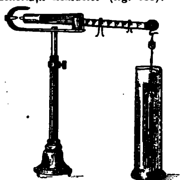


Fig. 188. Balanţa Mohr-Westphal.

Dacă, pentru alt lichid, condiţia de echilibru ar cere să-l punem, bunăoară, pe a opta diviziune, densitatea lichidului ar fi 0,8.

Cu ajutorul celorlalţi cavaleri mai mici, perfectăm echilibrul şi adăugăm treptat zecimalele corespunzătoare.

De exemplu, în cazul figurii, densitatea lichidului este 1,37.

O asemenea balanţă, cînd este de bună calitate, poate să ne dea rezultatul cu patru zecimale exacte.

Dăm mai jos valorile medii ale densităţilor pentru cîteva corpuri uzuale, în $g/^3$:

Platină	21,40	Sulf	2,0
Aur	19,3	Sticlă ordinară	2,4—2,6
Mercur	13,59	Gheaţă	0,92
Plumb	11,34	Lemn de stejar	0,7
Argint	10,5	Lemn de brad	0,5
Cupru	8,94	Alcool	0,79
Fier	7,86	Petrol	0,8
Aluminiu	2,71	Oxigen lichid	1,14
Magneziu	1,74	Hidrogen lichid	0,07
Potasiu	0,86	Bioxid de carbon solid	1,53

D. Elasticitatea lichidelor

§ 95. **Compresiunea lichidelor.** In toate capitolele precedente am considerat lichidul ideal ca incompresibil. In aceste condiţii, păturile inferioare ale unei coloane de lichid nu-şi modifică volumul, sub apăsarea păturilor superioare, ceea ce face posibilă aplicarea ecuaţiei generale a hidrostaticii (89.2), unde densitatea este considerată constantă, în toată masa lichidului.

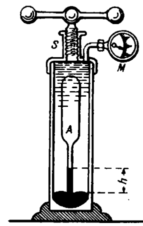


Fig. 189. Piezometrul.

In realitate, lichidele nu sînt cu totul incompresibile şi concepţia unui lichid ideal reprezintă numai o aproximaţie.

Studiul compresibilităţii lichidelor se face cu *piezometrul,* reprezentat schematic în fig. 189.

Lichidul de studiat se introduce într-un rezervor de sticlă, terminat cu un tub capilar, care se cufundă într-un vas cu mercur.

Tot sistemul se introduce apoi în alt rezervor mai mare, cu pereţii de sticlă groasă, care se umple complet cu apă.

Şurubul S ne permite să variem presiunea, care se transmite lichidului din A, prin intermediul mercurului.

In felul acesta, rezervorul A, fiind supus unei presiuni exterioare egală cu cea interioară, nu suferă nici o deformare.

Cunoscînd secțiunea tubului capilar, înălțimea h la care se urcă mercurul și volumul total al rezervorului A, putem determina variația relativă de volum și constatăm atunci că:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{p}{\chi} \quad (95.1)$$

sau

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{F}{\chi S} \quad (95.1\ a)$$

unde p reprezintă presiunea (F/S) și χ[1]) un factor de proporționalitate, numit *modul de compresibilitate*.

Inversul acestei cantități se numește *coeficient de compresibilitate*.

Variația relativă de volum este direct proporțională cu presiunea.

Prin urmare, *variația relativă de volum este direct proporțională cu presiunea*.

Regăsim deci o lege analogă cu legea lui Hooke, pe care am studiat-o la comprimarea corpurilor solide.

La comprimarea lichidelor nu există deformare remanentă.

Coeficientul de compresibilitate nu este constant decît la presiuni care nu trec peste o limită maximă, dar experiența nu ne arată nici un fel de remanență la lichidele comprimate, oricare ar fi presiunea și, dacă acțiunea de comprimare încetează, lichidul revine la volumul inițial, ceea ce nu era cazul la corpurile solide.

Ca și la modulul de elasticitate, valoarea modulului de compresibilitate se exprimă de obicei în kgf/cm^2.

Mai jos dăm valorile coeficientului de compresibilitate $1/\chi$ pentru cîteva lichide, la temperatura normală:

Apă	0,000 047	*Eter*	0,000 14
Alcool	0,000 089	*Mercur*	0,000 003 5.

Ca ordin de mărime, lichidele sînt cam de zece ori mai compresibile decît solidele.

[1]) χ —literă grecească mică. Se citește *Khi*.

De pildă, un litru de apă, supus presiunii de o atmosferă, adică de 1 kgf/cm², își reduce volumul cu aproximativ 0,05 cm³, așa că este nevoie de o presiune de 20 at, pentru ca volumul să scadă cu 1 cm³.

1. *Ultrapresiuni.* In ultimul timp s-au realizat la gaze și mai ales la lichide presiuni de aproape 100 000 at.

Dispozitivul experimental, cu care se pot obține aceste *ultrapresiuni*, derivă din principiul cunoscut al presei hidraulice și este reprezentat schematic în fig. 190.

Se înțelege ușor că dacă, sub pistonul mare, ar exista o presiune de p at, deasupra pistonului mic am avea presiunea:

$$P = p\frac{S}{s},$$

unde S și s sînt suprafețele acestor pistoane. Cu chipul acesta, presupunînd că:

$$p = 500 \text{ at};$$
$$S = 10 \text{ cm}^2;$$
$$s = 0{,}2 \text{ cm}^2,$$

vom avea, deasupra pistonului mic, o presiune de 25 000 at.

Dificultățile constau în realizarea unei păsuiri cît mai perfecte a pistoanelor și în procurarea materialului care să reziste la aceste presiuni enorme, pentru că un lichid, bunăoară uleiul, comprimat în asemenea grad, străbate prin metale ca un cuțit.

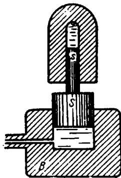


Fig. 190. Realizarea ultrapresiunilor.

Iată cîteva din rezultatele cercetărilor:

1) S-a constatat că gazele pot fi comprimate pînă ce densitatea lor întrece pe a solidelor. Ele rămîn totuși în stare gazoasă, cîtă vreme nu le răcim sub anumită temperatură.

2) La 25 000 at, apa își reduce volumul aproape la jumătate. Dincolo de această limită, volumul nu se mai poate reduce, pentru că spațiile intermoleculare dispar și moleculele înseși nu mai sînt compresibile.

3) Sub acțiunea ultrapresiunilor se pot realiza unele reacții chimice, care nu se petrec la temperatura normală decît în condiții cu totul speciale și cu foarte mare încetineală.

4) Unele corpuri își schimbă cu totul proprietățile fizice: de pildă, fosforul devine bun conducător de căldură și electricitate.

5) Este de sigur interesantă și observația că unele bacterii rezistă perfect la presiuni de peste 17 000 at timp îndelungat.

6) Şcoala sovietică de biochimie de la *Leningrad*, sub conducerea lui *Bresler* a izbutit să realizeze la 5 000—10 000 at presiune, resintetizarea moleculelor de proteine, care au fost în prealabil distruse prin fermentare.
Aceasta constituie un pas important în studiul trecerii de la materia moartă, la materia vie.

2. *Exemple numerice.* 1) *In vecinătatea coastelor Japoniei, Oceanul Pacific atinge adîncimea de 8 800 m.*
Dacă 1 cm³ de apă marină cîntăreşte 1,03 g, care-i presiunea hidrostatică la această adîncime, socotind apa ca incompresibilă?

Ştiind că $p=\rho gh$, avem

$$p=880\,000\cdot 1{,}03\cdot 981\approx 89\cdot 10^{7} \text{ bari}$$

adică aproximativ 900 at.

2) *Ce forţă totală s-ar exercita, la această adîncime, pe suprafaţa unei sfere cu raza de 10 cm?*
Aria sferei fiind

$$S=4\pi R^2=4\cdot 3{,}14\cdot 100=1\,256 \text{ cm}^2,$$

forţa totală va fi:

$$F\approx 900\cdot 1\,256=1\,129\,400 \text{ kgf},$$

adică $\approx$ 1 129 tf.

3) *Cu cît scade volumul unui litru de apă, supus acestei presiuni?*
Coeficientul de compresibilitate al apei fiind aproximativ 0,000 05, scăderea relativă de volum va fi:

$$\frac{\Delta V}{V}=\frac{p}{\chi}=900\cdot 0{,}000\,05=0{,}045,$$

care, pentru volumul de 1 000 cm³, reprezintă 45 cm³.

4) *O bucată de metal dezlocuieşte 43 cm³ de apă şi cîntăreşte 382,7 g. Să i se calculeze densitatea relativă.*
Avem

$$d=\frac{382{,}7}{43}=8{,}9.$$

5) *Un cub cu latura de 3 cm are masa de 102 g. Care este masa specifică?*
Volumul cubului este de 27 cm³, aşa că densitatea absolută va fi:

$$\rho=\frac{102}{27}=3{,}77 \text{ g/cm}^3.$$

6) *Să se calculeze densitatea absolută a unui corp care cîntăreşte 4,4 g în aer şi 1,2 g cînd este cufundat într-un lichid cu densitatea 1,7.*

Greutatea lichidului dezlocuit este

$$F=4,4-1,2=3,2 \text{ gf},$$

iar volumul lui este

$$V=\frac{3,2}{1,7}=1,8 \text{ cm}^3.$$

Prin urmare, densitatea absolută va fi, ţinînd seamă de egalitatea numerică dintre gramul-masă şi gramul-forţă,

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{4,4}{1,8}=2,4 \text{ g/cm}^3.$$

7) *Un corp cîntăreşte 35 gf cînd e cufundat în apă şi 28 gf cînd e cufundat într-un alt lichid.*

Să se afle densitatea relativă a acelui lichid, ştiind că greutatea corpului în aer este de 60 gf.

Greutatea corpului fiind F, avem:

$$d=\frac{F-28}{F-35}=\frac{32}{25}=1,28.$$

8) ***Un aliaj de aur şi argint are densitatea absolută 18. Care-i proporţia dintre cele două metale?***

Masa specifică a aurului este 19,3 g/cm³, iar a argintului 10,5 g/cm³.

Să considerăm 1 cm³ de aliaj. Volumele de aur şi argint cuprinse în el fiind V_1 şi V_2, vom avea:

$$1=V_1+V_2,$$

iar masa acestui centimetru cub este:

$$18=V_1\cdot 19,3+V_2\cdot 10,5.$$

Din prima relaţie obţinem:

$$V_1=1-V_2,$$

care, introdusă în a doua, ne dă:

$$18=(1-V_2)\ 19,3+V_2\cdot 10,5.$$

Prin urmare

$$V_2=\frac{1,3}{8,8}\approx 0,15 \text{ cm}^3.$$

Acest volum de argint cîntăreşte

$$M_2=0,15\cdot 10,5\approx 1,58 \text{ g}.$$

Volumul de aur este

$$V_1\approx 1-0,15=0,85 \text{ cm}^3$$

şi cîntăreşte

$$M_1=0,85\cdot 19,3\approx 16,41 \text{ g}.$$

CAPITOLUL VIII

STATICA GAZELOR

A. Noțiuni generale

§ 96. **Proprietăți generale.** Coeziunea neglijabilă, împreună cu mișcarea dezordonată de agitație termică, dau gazelor însușirea caracteristică a *expansiunii*, care le face să ia nu numai *forma*, dar și *volumul* pe care-l au la dispoziție.

Pe de altă parte, distanțele mult mai mari între atomi sau molecule permit gazelor să-și micșoreze volumul prin comprimare, adică să fie mult mai *compresibile* decît lichidele sau solidele.

Prin comprimare, gazele dezvoltă o *presiune*, care se datorește necontenitelor ciocniri, exercitate de moleculele în agitație, asupra pereților vasului în care sînt închise.

Experiența ne arată că ***această presiune urmează, ca și la lichide, principiul lui Pascal***, adică se transmite integral, în toată masa gazului și, la echilibru, se exercită perpendicular pe orice suprafață întîlnită.

• **Gazele comprimate dezvoltă o presiune, care se transmite integral și normal pe orice suprafață întîlnită. Această presiune se datorește agitației termice. Ea crește cu temperatura și cu micșorarea de volum.**

De altă parte, știind că viteza de agitație termică devine mai mare, cînd se ridică temperatura, urmează că ***presiunea exercitată de un gaz, închis într-un volum dat, va crește o dată cu încălzirea.***

Este de asemenea ușor de înțeles că, deoarece *o dată cu reducerea volumului*, același număr de molecule se îngrămădesc într-un spațiu mai mic, numărul de ciocniri pe o suprafață dată va fi mai mare și astfel va rezulta, de asemenea, o *creștere de presiune*.

Presiunea unui gaz depinde, prin urmare, de două variabile: *volumul* și *temperatura.*

Izocor = volum constant
Izobar = presiune constantă
Izoterm = temperatură constantă

În studiul acestor fenomene se întrebuințează obișnuit și se extind și altor domenii, următoarele denumiri:

Izocor, pentru procesele ce decurg sub *volum constant.*
Izobar, cînd *presiunea este constantă.*
Izoterm, dacă *temperatura rămîne invariabilă.*

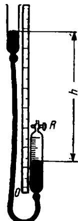


Fig. 191. Verificarea legii lui Boyle-Mariotte.

In cele ce urmează, ne vom ocupa deocamdată numai de fenomenele izoterme.

§ 97. **Comprimarea izotermă.** Cercetarea experimentală aproximativă se poate face cu dispozitivul simplu, reprezentat în fig. 191.

Un tub cilindric de sticlă, gradat în volume, are un robinet la partea superioară și este legat la partea inferioară cu un rezervor, printr-un tub flexibil de cauciuc.

Se deschide robinetul, se toarnă mercur în rezervor și se potrivește înălțimea lui astfel ca mercurul să ajungă la un reper de plecare 0.

Ridicînd apoi treptat rezervorul, după ce închidem robinetul, aerul este comprimat și diferența de nivel, *h*, la care se adaugă presiunea atmosferică, ne permite să evaluăm presiunea.

Experiența ne arată că, ***dacă evităm variațiile de temperatură, presiunea gazului variază invers proporțional cu volumul.***

La comprimarea izotermă a gazelor, volumul variază invers proporțional cu presiunea.

Aceasta este legea lui *Boyle-Mariotte* [1]).

Dacă notăm volumele cu V și presiunile măsurate cu p, vom avea deci

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}.$$

Obișnuit, această relație se scrie sub forma

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = \text{constantă},$$

sau, în general,

$$\boxed{pV = \text{const.}} \qquad \textbf{(97.1)}$$

[1]) *Robert Boyle* (1626—1691) fizician și chimist englez.
Edmé Mariotte (1620—1684) fizician francez.
Legea enunțată a fost descoperită de ambii, independent.

La comprimarea izotermă, produsul dintre volum și presiunea corespunzătoare este constant, dar legea nu este decît aproximativă.

Prin urmare, *la comprimarea izotermă, produsul dintre volumul și presiunea corespunzătoare a unui gaz este constant.*

Aceasta înseamnă că, dacă am reprezenta variația produsului pV, în funcție de presiune, ar trebui să rezulte o dreaptă, paralelă cu axa absciselor, pe care am reprezentat-o punctat în fig. 192.

Cercetările mai amănunțite, făcute în domenii largi de presiune, au arătat însă că, în general, la presiunile mici sau mijlocii, gazele sînt mai compresibile decît prevede legea de mai sus și produsul pV scade, pe cînd la presiunile mari ele rezistă din ce în ce mai bine la comprimare și produsul pV crește.

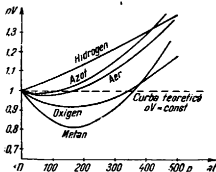


Fig. 192. La gazele reale, legea lui Boyle-Mariotte este numai aproximativă.

Numai hidrogenul face excepție și arată o creștere continuă a acestui produs.

Explicația este următoarea:

a) Atracția dintre moleculele gazului, care nu este cu totul neglijabilă nici la presiunea normală, crește în prima fază a comprimării, din cauza îngrămădirii lor într-un spațiu mai restrîns. Apar astfel forțe care creează o presiune suplimentară, ce *se adaugă* la presiunea exterioară și de aceea gazul se comprimă mai tare, iar produsul pV scade.

b) In faza următoare, la presiunile mari, îngrămădirea excesivă suprimă spațiile intermoleculare și, fiindcă moleculele înseși nu sînt compresibile, gazul rezistă micșorării de volum, iar produsul pV crește.

Prin urmare, ***legea lui Boyle-Mariotte este numai aproximativă și nu se aplică decît la variațiile mici de presiune, cînd este vorba de un gaz real.***

1. *Gazul ideal.* Pentru simplificare, vom admite că totuşi există un gaz, pe care îl vom numi *perfect* sau *ideal*, unde această lege se aplică fără restricţie, în ori şi ce condiţii.

Gazul ideal nu are nici coeziune, nici volum propriu al moleculelor, pe care le considerăm ca puncte geometrice.

Acest gaz va trebui să fie cu totul lipsit de coeziune, iar moleculele lui vor fi considerate ca simple puncte geometrice, fără volum propriu, care să limiteze comprimarea.

Curba reprezentativă a variaţiei volumului, în funcţie de presiune, după legea lui Boyle-Mariotte, are aspectul din fig. 193 şi este un arc de hiperbolă echilateră, raportată la asimptotele ei.

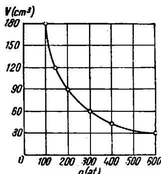


Fig. 193. Izoterma unui gaz perfect.

Ea reprezintă o *izotermă* a gazului perfect, corespunzătoare unei temperaturi date.

Pentru exemplificare, am ales un caz arbitrar, cînd volumul gazului ar fi de 180 cm³, la presiunea iniţială de 100 at.

2. *Modulul de compresibilitate.* Să considerăm un gaz, la presiunea iniţială p, sub volumul V şi să-l supunem unei comprimări, în urma căreia presiunea variază cu Δp, iar volumul cu ΔV, la temperatură constantă.

Aplicînd legea lui Boyle-Mariotte, vom avea:

$$pV=(p+\Delta p)\cdot(V+\Delta V),$$

sau

$$pV=pV+p\cdot\Delta V+V\cdot\Delta p+\Delta p\cdot\Delta V.$$

Dacă variaţiile de volum şi presiune sînt foarte mici, produsul lor va fi şi mai mic, aşa că poate fi neglijat în comparaţie cu ceilalţi termeni.

Obținem astfel relația finală:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{p} = -\frac{\Delta F}{pS} \qquad (97.2)$$

unde ΔF reprezintă variația *forței de expansiune* a gazului, pe o suprafață oarecare S.

Modulul de compresibilitate al gazelor este egal cu presiunea.

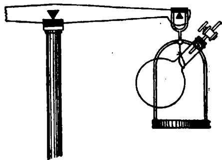
Ea este analogă cu legea cunoscută a lui Hooke și ne spune că *modulul de compresibilitate al gazului comprimat izoterm este egal cu presiunea exercitată asupra lui.*

Ca și la lichide, comprimarea gazelor nu implică deformații remanente și volumul revine la valoarea inițială, o dată cu presiunea.

Este evident că, prin comprimare, gazul înmagazinează energie potențială, pe care o restituie prin destindere, ca orice corp elastic.

§ 98. **Densitatea gazelor.** Putem arăta ușor că gazele au greutate, ca orice corpuri materiale, cîntărind un balon de sticlă înainte și după ce am scos aerul dintr-însul (fig. 194).

Constatăm astfel că, la temperatura de 0 °C și presiunea atmosferică normală, masa unui decimetru cub de aer este 1,293 g, adică de 773 de ori mai mică decît a unui volum egal de apă.


Fig. 194. Cîntărirea aerului.

De altfel, faptul că atmosfera Pămîntului, deși expansibilă, nu se împrăștie în spațiu, dovedește ca aerul are masă și este atras de Pămînt.

Dar greutatea unui gaz este atît de mică, încît nu-i în stare să exercite presiuni apreciabile, în genul presiunilor hidrostatice, decît sub diferențe de nivel mult mai mari.

De aceea, *într-un vas închis, presiunea se datorește practic numai forței elastice de expansiune.*

In adevăr, un calcul simplu ne arată că e nevoie de o coloană de aer înaltă de aproape 10 m, ca să rezulte la baza ei o presiune de numai 1 gf/cm^2.

Tabela de mai jos cuprinde densitățile cîtorva gaze mai obișnuite, exprimate în g/cm^3, la temperatura de 0°C și presiunea de 76 cm coloană de mercur.

Uneori, pentru a evita valorile numerice prea mici, se iau densitățile relative față de aer, oxigen sau hidrogen.

Tabela 2

Gazul	Masa specifică	Densitatea față de aer	Densitatea față de hidrogen
Aer	0,001 293	1,000	14,445
Azot	0,001 251	0,975	14,022
Oxigen	0,001 429	1,105	15,964
Hidrogen	0,000 089	0,069	1,000
Bioxid de carbon	0,001 977	1,529	21,950

1. *Principiul lui Archimede* fiind o consecință a greutății proprii a fluidelor, se aplică la gaze întocmai ca și la lichide.

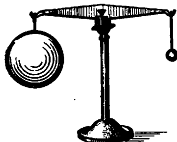


Fig. 195. Baroscopul.

Verificarea se face obișnuit cu *baroscopul,* care este o mică balanță cu brațe egale, la extremitățile cărora sînt atîrnate două sfere care-și fac echilibru în aer (fig. 195).

Una din ele este *plină* și deci are volumul mai mic decît cealaltă, care este *goală* la interior.

Experiența ne arată că, sub un clopot de sticlă din care scoatem aerul, această balanță se înclină de partea sferei goale, care dezlocuiește un volum mai mare.

Dacă, în loc să facem vidul, mărim presiunea sub clopot sau introducem bioxid de carbon, balanța se înclină, din contra, de partea sferei pline.

Prin urmare:

Un corp cufundat într-un gaz este apăsat de jos în sus cu o forță egală cu greutatea gazului dezlocuit.

Un corp cufundat într-un gaz suferă o împingere de jos în sus, egală cu greutatea gazului dezlocuit.

2. *Consecințe și aplicații.* Dintre numeroasele aplicații posibile, vom cita numai următoarele:

a) *Baloane.* O consecință imediată a principiului lui Archimede la gaze este că un corp mai ușor decît aerul dezlocuit se ridică în atmosferă pînă la înălțimea la care găsește o pătură de aer de aceeași densitate ca și dînsul.

Forța de împingere, numită *forță ascensională* este, evident, egală cu diferența dintre greutatea proprie și greutatea aerului dezlocuit.

Pe acest principiu se construiesc *baloanele* umplute cu hidrogen, cu heliu, cu gaz de iluminat sau cu aer cald, care sînt mai puțin dense decît aerul, la presiunea normală.

Primul balon, construit de frații *Montgolfier* la 1783, era făcut din hîrtie și umplut cu aer cald.

Baloanele moderne se fac din pînză de mătase cauciucată și se umplu cu hidrogen sau cu heliu, care are avantajul că nu se poate aprinde.

Fiindcă presiunea atmosferică scade cu înălțimea, balonul nu se umple complet și se lasă o deschidere, la partea inferioară, care să permită expansiunea și să evite o explozie a învelișului.

O rețea de sfoară susține o *nacelă* cît mai ușoară, făcută din nuele sau din aluminiu, în care iau loc *aeronauții*, împreună cu aparatele de bord.

Urcarea și coborîrea se obțin fie aruncînd afară *lestul*, adică niște saci cu nisip, fie deschizînd o *supapă*, aflată la partea superioară, prin care o parte din gaz scapă în aer.

Fig. 196 reprezintă un balon, construit special pentru ascensiunile la înălțimi cît mai mari, în regiunile stratosferice, adică la peste 10 000 m.

In armată se întrebuințează, pentru observații și supravegherea frontului de luptă, *baloane captive*, legate cu o funie rezistentă, care pot fi înălțate sau coborîte după voie.

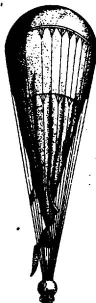


Fig. 196. Balon pentru ascensiuni stratosferice.

Asemenea baloane, înălțate în timpul nopții, ca și funiile lor, prezintă, pentru avioanele de bombardament inamice, pericolul enorm al unui obstacol neprevăzut și de aceea se folosesc pentru apărarea orașelor.

In meteorologie, pentru explorarea regiunilor mai înalte ale atmosferei, se întrebuinţează *baloane-sondă*, adică baloane libere, care transportă cu ele aparate înregistratoare şi chiar mici posturi automate de radioemisie.

Ca să evităm distrugerea acestor aparate prin cădere, baloanele—sondă se leagă de obicei cîte două la un loc. Unul din ele, umflat mai tare, crapă cînd ajunge sus, iar celălalt serveşte ca să încetinească căderea.

Cu asemenea baloane s-au atins înălţimi de peste 30 000 m.

b) *Reducerea cîntăririlor la vid.* Din cauza împingerii de jos în sus, două corpuri de mase egale, dar de volume diferite par neegal de grele în aer. Rezultatul unei cîntăriri va fi deci cu atît mai neexact, cu cît volumul unui corp va fi mai mare, faţă cu al greutăţilor etalonate de comparaţie.

Ca să eliminăm asemenea erori, cîntărirea trebuie corectată, prin *reducere la vid.*

Dacă: m este greutatea *aparentă* a corpului, adică valoarea greutăţilor etalonate cu care-l echilibrăm pe balanţă;

a — densitatea aerului;

c — densitatea corpului şi

e — densitatea greutăţilor etalonate,

greutatea corpului este, în realitate,

$$M = m\left(1 + \frac{a}{c} - \frac{a}{e}\right).$$

In adevăr, ştiind că volumul corpului este $V = M/c$ şi că volumul greutăţilor etalonate este $V_1 = m/e$, pierderea aparentă de greutate va fi:

pentru corp $aV = aM/c$

şi pentru greutăţi $aV_1 = am/e$.

Deoarece, prin cîntărire, greutăţile păreau egale, înseamnă că

$$M\left(1 - \frac{a}{c}\right) = m\left(1 - \frac{a}{e}\right),$$

de unde rezultă tocmai formula de corecţie arătată mai sus.

Ca exemplu numeric, se poate calcula că eroarea ce o facem cîntărind cu greutăţi de alamă un kilogram de apă, *fără reducerea la vid,* este de aproximativ un gram, adică 1/1 000, în valoare relativă.

Ea este mult mai mare decît gradul de precizie atins de balanţele de laborator şi de aceea corecţia se impune, la orice cîntărire mai precisă.

§ 99. **Presiunea atmosferică.** Faptul că aerul este greu implică existenţa unei presiuni, pe care atmosfera o exercită asupra corpurilor, tot aşa cum lichidele dezvoltă o presiune hidrostatică asupra unui corp cufundat.

La echilibru, această presiune nu poate fi decît normală pe orice suprafaţă întîlnită, din aceleaşi motive ca la lichide.

Primul care a evidenţiat existenţa presiunii atmosferice şi a izbutit să o determine a fost *Torricelli* [1]), printr-o experienţă devenită clasică în fizică:

Umplem cu mercur un tub de sticlă, închis la un capăt şi lung de 80—100 cm, avînd grijă să nu rămînă aer înăuntru, îl astupăm cu degetul şi-l cufundăm într-un vas cu mercur, aşa cum arată fig. 197.

Dacă luăm degetul, constatăm că mercurul se coboară, sub acţiunea gravitaţiei şi, după cîteva oscilaţii, se fixează la o înălţime de aproximativ 76 cm, deasupra nivelului din cuvă.

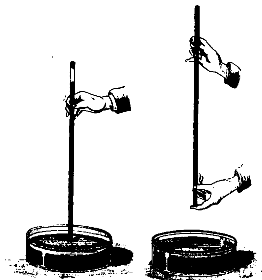


Fig. 197. Experienţa lui Torricelli.

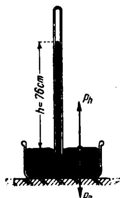


Fig. 198. Presiunea atmosferică echilibrează greutatea coloanei de mercur.

Această diferenţă de nivel suferă mici variaţii, după loc şi timp, dar nu depinde nici de forma tubului, nici de diametrul lui, dacă-i destul de larg ca să putem neglija unele fenomene secundare.

[1]) *Evangelista Torricelli* (1608—1647) fizician italian, fost elev al lui *Galileu*. Experienţa descrisă datează din 1643.

Explicația este următoarea: presiunea hidrostatică, de intensitate p_h, datorită coloanei din tub, se transmite integral în toată masa lichidă și perpendicular pe orice suprafață întîlnită.

Sub acțiunea ei, nivelul din vasul exterior ar trebui să crească, dacă mercurul ar putea să curgă din tub (fig. 198).

Pe de altă parte, presiunea atmosferică de intensitate p_a apasă în sens invers pe aceeași suprafață și tinde s-o coboare, ca să împingă mercurul înapoi în tub.

Echilibrul se stabilește cînd cele două acțiuni contrarii se compensează reciproc. În acest moment, presiunea hidrostatică și presiunea atmosferică au, evident, aceeași intensitate.

În fundul tubului, la partea superioară, rămîne un spațiu gol, pe care-l numim *vid barometric.* În el domnește doar presiunea foarte mică a vaporilor de mercur, cu totul neglijabilă, la temperatura normală.

Presiunea atmosferică normală este capabilă să echilibreze o coloană de mercur de 76 cm înălțime.

Experiența lui Torricelli duce, prin urmare, la concluzia că *presiunea atmosferică este capabilă să echilibreze o coloană de mercur înaltă de aproximativ 76 cm.*

Cu alte cuvinte, *o coloană de aer, înaltă pînă unde se isprăvește atmosfera Pămîntului, dezvoltă la baza ei aceeași presiune ca și o coloană de mercur înaltă de 76 cm.*

Este ușor de înțeles că, dacă repetăm experiența lui Torricelli cu alt lichid, în loc de mercur, înălțimea coloanei echilibrate va fi de atîtea ori mai mare, de cîte ori densitatea lichidului va fi mai mică decît a mercurului.

Prin urmare, dacă notăm densitățile cu d și înălțimile respective ale coloanelor cu h, vom avea relația de proporționalitate inversă:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{d_2}{d_1}.$$

De pildă, știind că densitatea mercurului este aproximativ 13,6 înălțimea unei coloane de apă echilibrată de presiunea atmosferică ar fi

$$13{,}6 \cdot 76 = 1\,033 \text{ cm},$$

adică aproximativ 10 m. Verificarea acestei deducții a fost făcută de *Pascal* (nu cu apă, ci cu vin roșu, ca să se vadă mai bine).

1. *Intensitatea presiunii atmosferice.* Prin definiție, intensitatea unei presiuni se exprimă prin forța, raportată la mărimea suprafeței.

Ca să exprimăm intensitatea presiunii atmosferice, va trebui deci să evaluăm intensitatea forței, pe unitatea de suprafață, sau, ceea ce e tot una, să calculăm greutatea unei coloane de mercur, cu secțiunea de 1 cm², înaltă de 76 cm.

Vom avea deci

$$p_a = 76 \cdot 13{,}6 = 1\,033 \text{ gf/cm}^2 = 1{,}033 \text{ kgf/cm}^2,$$

adică aproximativ (v. § 87):

$$1\,033 \cdot 981 = 10^6 \text{ baryi}$$
$$= 1 \text{ bar}.$$

In fizică se întrebuințează, de asemenea, ca unitate de presiune la gaze, *milimetrul de mercur*, adică *presiunea care echilibrează o coloană de mercur înaltă de un milimetru*. Această unitate se numește *torr*, în onoarea lui Torricelli.

1 torr = 1 mm Hg
= 1 300 μbar
= 1,3 mbar

Ea reprezintă aproximativ:

$$\frac{10^6}{760} = 1\,300 \text{ baryi } (\mu\text{bar}).$$

In meteorologie se folosește obișnuit, pentru exprimarea presiunii atmosferice, unitatea numită *bar* și submultiplul 1/1 000 bar, adică *milibarul*, care se notează cu mbar.

Din cele arătate mai sus, se vede imediat că:

$$760 \text{ mm Hg} = 760 \text{ torr} = 1\,000 \text{ mbar}.$$

Presiunea atmosferică normală, de 1,033 kgf/cm², reprezintă *atmosfera fizică* (At).

Am arătat în § 87 că, pentru nevoile industriale, se rotunjește această valoare la 1 kgf/cm², care se ia ca unitate de măsură și se numește *atmosferă tehnică* (at).

Existența presiunii atmosferice poate fi demonstrată calitativ nu numai cu tubul lui Torricelli, dar și prin numeroase alte dispozitive experimentale, dintre care vom cita numai cîteva exemple:

1) Astupăm cu o membrană impermeabilă gura unui flacon și scoatem aerul din el. Presiunea atmosferică apasă membrana spre interior și poate chiar s-o spargă (fig. 199).

Ventuzele sînt o variantă prea bine cunoscută a acestei experiențe[1].

[1]) Aici vidul parțial apare prin contractarea aerului care se răcește, după ce a fost încălzit.

2) Umplem cu apă un pahar, îl astupăm cu o foaie de hîrtie şi-l întoarcem cu gura în jos (fig. 200). Presiunea atmosferică ţine hîrtia lipită de gura paharului şi apa nu poate să curgă.

Pe acest principiu se bazează dispozitivul numit *pipetă*, de care ne servim în laborator, ca să transvazăm o cantitate dată de lichid, după ce am supt-o cu gura pe la partea superioară (fig. 201).

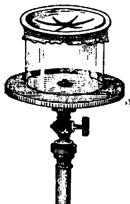


Fig. 199. Presiunea atmosferică sparge membrana.



Fig. 200. Presiunea atmosferică împiedică apa să curgă din pahar.

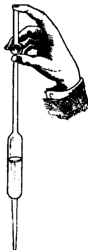


Fig. 201. Pipetă.

3) In sfîrşit, o a treia experienţă, importantă ca valoare istorică, este a *emisferelor de Magdeburg.*

Două emisfere metalice, goale în interior, se adaptează una pe alta şi se lipesc aşa de tare, încît e nevoie de o forţă considerabilă, ca să le desfacă.

Această experienţă a fost realizată pentru prima dată în 1654 la Magdeburg, de *Otto de Gericke*[1]), pe atunci primarul oraşului, într-o formă deosebit de spectaculoasă.

Fig. 202 o reproduce după o gravură a timpului.

Emisferele aveau diametrul de aproape 50 cm şi se poate calcula uşor că presiunea atmosferică dezvoltă pe suprafaţa lor o forţă totală de peste 6 500 kgf.

In aceste condiţii, se explică de ce cîte opt cai, înhămaţi de o parte şi de alta, nu puteau să le desfacă.

[1]) *Otto de Gericke* (sau *Guericke*) fizician german (1601—1686).



Fig. 202. Experienţa emisferelor de la Magdeburg după o gravură a timpului.

Această experiență ne face să ne gîndim, prin legătură de idei, la forța totală pe care o exercită presiunea atmosferică pe suprafața corpului omenesc.

Dacă socotim această suprafață la 1,5 m^2, se poate calcula imediat că suportăm o forță totală de peste 15 000 kgf, pe care nu o simțim fiindcă este compensată de contrapresiunea lichidelor din organism.

2. *Variațiile presiunii atmosferice.* Torricelli a observat, din capul locului, că presiunea atmosferică suferă variații continue, în jurul unei valori mijlocii.

Din studiul meteorologiei se știe că aceste variații sînt legate de mișcările ciclonilor și anticiclonilor atmosferici, precum și de influențe locale, sau climatologice.

Pe de altă parte, presiunea atmosferică fiind o consecință a greutății aerului, este evident că trebuie să scadă cu altitudinea locului de observație, așa cum scade și presiunea hidrostatică, pe măsură ce ne ridicăm către suprafața unui lichid.

Experiența verifică această deducție, dar ne arată că, spre deosebire de lichide, scăderea nu este proporțională cu variația de înălțime.

Presiunea atmosferică scade cu altitudinea locului, dar nu proporțional.

Pentru altitudinile mici, variația este aproximativ uniformă de 9 mm Hg la 100 m.

Deosebirea se datorește faptului că lichidele sînt practic incompresibile, deci uniforme în toată masa lor, pe cînd aerul se comprimă sub apăsarea păturilor superioare și devine din ce în ce mai dens, pe măsură ce ne apropiem de pămînt.

Valoarea dată, de 76 cm de mercur, este o medie, valabilă numai pentru nivelul mării, la temperatura de 0 °C.

***Pentru altitudinile mici,* putem admite însă *cu aproximație* că densitatea aerului nu variază apreciabil. În aceste condiții, presiunea atmosferică scade aproape uniform, cam cu 9 mm, pentru fiecare sută de metri înălțime.**

Există formule de calcul și pentru variații mai mari de altitudine. Vom discuta problema într-un capitol viitor.

Deocamdată, dăm mai jos numai cîteva date numerice, valabile la temperatura de 0 °C.

Înălțimea în km	Presiunea în milimetri de mercur	Variația presiunii în milimetri de mercur pe kilometru
0	760	—89
1	671	—79
2	592	—70
3	522	—61
4	461	—54
5	407	

Cu ajutorul acestor date, se poate trasa o curbă a presiunii, în funcție de înălțime, pe care găsim, prin interpolare, datele intermediare.

3. *B a r o m e t r e l e.* Acestea sînt aparate cu care putem determina presiunea atmosferică și observa schimbările ei.

Există diverse tipuri de barometre, pe care le vom grupa în două categorii:

a) *Barometrul cu mercur* este o variantă a tubului lui Torricelli, adaptată nevoilor practice.

Pentru ca indicațiile lui să poată fi exacte, se impune în primul rînd ca mercurul să fie bine purificat, fiindcă mercurul impur tinde să adere la pereții tubului.

De asemenea trebuie să evităm prezența bulelor de aer sau a vaporilor de apă.

Umplerea tubului barometric este o operație delicată și se face de obicei condensînd în el vapori de mercur, prin distilare în vid.

Presiunea atmosferică o citim fie prin comparație, pe o riglă gradată alăturată, fie de la distanță, cu o lunetă specială.

Tubul este cufundat într-o *cuvă,* care trebuie să fie destul de largă, pentru ca nivelul mercurului dintr-însa să nu varieze simțitor, cînd coloana se urcă sau se coboară.

La barometrele de mare precizie, așa-zise *normale,* diametrul tubului trebuie să fie de cel puțin 2 cm, ca să evite fenomenele de capilaritate.

Există și barometre cu mercur transportabile. Modelul imaginat de *Fortin* este unul din cele mai obișnuite. Fundul cuvei este făcut din piele de căprioară și poate fi ridicat sau coborît, cu un șurub *S*, pe care-l strîngem în timpul transportului, așa ca mercurul să umple complet și tubul și rezervorul (fig. 203).

Cînd vrem să facem observații, așezăm aparatul vertical, pe un suport, și coborîm fundul, pînă cînd nivelul mercurului din cuvă ajunge tangent la un reper dat.

Tubul barometric este închis într-o teacă de alamă, prevăzută cu o fereastră, pe marginea căreia se găsește o gradație cu vernier.

b) *Barometrul metalic* este mai puțin precis, dar mult mai robust și ușor de transportat. Fig. 204 îl reprezintă în secțiune.

O cutie metalică *M*, cu pereții subțiri și ondulați, în care s-a făcut vidul, se turtește sau se umflă, sub acțiunea variațiilor de presiune din exterior.

O lamă elastică *L* împiedică turtirea completă. Mișcarea ei se transmite unei pîrghii, care trage de un fir, depănat pe un tambur și deplasează un ac indicator, în fața unei scale gradate.

Etalonarea aparatului se face prin comparație cu un barometru cu mercur.

Uneori gradaţia este făcută în funcţie de altitudine. Asemenea barometre speciale se numesc *altimetre*.

Le găsim obişnuit pe avioane şi sînt, de asemenea, întrebuinţate de alpinişti.

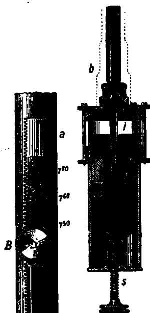


Fig. 203. Barometrul Fortin.

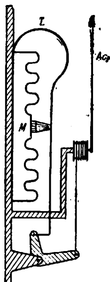


Fig. 204. Principiul barometrului metalic.

In staţiunile meteorologice, se folosesc barometre metalice, la care acul indicator poartă o peniţă cu cerneală, în faţa unui cilindru, pe care se înfăşoară o bandă de hîrtie (fig. 205).

Cilindrul este purtat de un mecanism de ceasornicărie şi face o rotaţie completă în 8 zile sau în 24 de ore.

Asemenea barometre înregistratoare se numesc *barografe*.

4. *Corecţii barometrice.* Presiunea atmosferică fiind o funcţie de altitudinea locului de observaţie, pentru a putea compara determinările făcute simultan, în locuri diferite, se impune ca rezultatele să fie reduse la nivelul mării, adică aduse la valoarea pe care ar trebui s-o aibă la altitudinea zero.

Pe de altă parte, dilatarea coloanei de mercur, la o temperatură dată, fiind alta decît a riglei gradate de comparație, rezultă erori de citire, care nu pot fi evitate decît calculînd lungimile respective la temperatura de 0 °C.

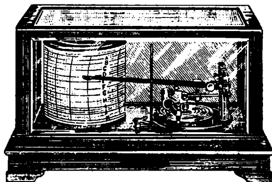


Fig. 205. Barograf.

Obișnuit, la barometrele cu mercur scala gradată e făcută din alamă. În cazul acesta, folosim obișnuit formula de corecție:

$$h_0=h\ (1-0{,}000\,161\,24\ t),$$

în care h_0 este înălțimea coloanei, corectată la 0 °C și h înălțimea citită la temperatura t.

5. *Manometre.* Aparatele cu care măsurăm presiunile în gaze sau lichide se numesc *manometre*. Forma și construcția lor depinde de condițiile de funcționare și de gradul de precizie urmărit.

Vom descrie numai cîteva din numeroasele modele cunoscute.

a) *Manometrul cu aer liber.* Un tub de sticlă, curbat în formă de U, comunică prin A cu atmosfera și prin B cu recipientul în care se găsește gazul sau lichidul a cărui presiune vrem s-o determinăm (fig. 206).



Fig. 206. Manometru cu aer liber.

In tubul acesta se toarnă mercur.

Dacă nivelul mercurului este același, deoparte și de alta, înseamnă că presiunea din recipient este egală cu presiunea atmosferică. Imediat ce apare o diferență, mercurul se urcă în ramura cu presiune mai mică, pînă se stabilește un echilibru.

Să presupunem că mercurul s-a urcat în A şi că diferenţa de nivel este h milimetri.

În ramura deschisă, pe lîngă presiunea atmosferică, acţionează atunci presiunea h, pe cînd în B acţionează numai presiunea p din recipient.

La echilibru, avem atunci, în milimetri de mercur,

$$p = 760 + h.$$

Dacă avem de măsurat presiuni foarte apropiate de presiunea atmosferică, putem mări sensibilitatea aparatului, înlocuind mercurul cu apă. În cazul acesta, o diferenţă de nivel de 13,59 mm echivalează cu un milimetru de mercur.

b) *Manometrul cu aer comprimat.* La presiuni mai mari, manometrul cu aer liber ar trebui să aibă o lungime exagerată.

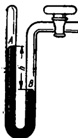


Fig. 207. Manometru cu aer comprimat.

Putem înlătura inconvenientul, dacă închidem capătul A şi introducem în el o cantitate de aer, la presiunea atmosferică.

În cazul acesta, cînd ramura B rămîne deschisă, mercurul stă la acelaşi nivel de ambele părţi.

O presiune mai mare, care s-ar exercita în B, respinge mercurul, stabileşte o diferenţă de nivel h, comprimă aerul din A şi-i reduce volumul într-un raport oarecare $1/n$ din valoarea iniţială (fig. 207).

Legea lui Boyle-Mariotte ne arată că presiunea aerului din ramura închisă este atunci de n atmosfere, adică de $n \cdot 760$ mm de mercur.

Dacă p este presiunea de măsurat, vom avea deci

$$p = n \cdot 760 + h \text{ mm Hg}.$$

Calculul se face o dată pentru totdeauna la etalonare, iar tubul se gradează direct în presiuni.

c) *Manometrul metalic.* Acesta se bazează pe deformarea la presiune a unui tub metalic în spirală (fig. 208).

Gradaţia se face prin comparaţie cu un manometru cu mercur sau cu alt aparat, deja etalonat.

Dacă presiunea în cazanul unei maşini ar fi egală cu presiunea atmosferică, n-am putea obţine lucru mecanic.

De aceea, *manometrele industriale se gradează avînd ca punct de plecare presiunea atmosferică normală, care se notează cu zero.*

d) *Manometre pentru gaze rarefiate.* Cînd avem de măsurat presiuni ce reprezintă o fracţiune relativ mică din presiunea atmosferică, ne servim de manometre speciale construite aşa cum arată fig. 209.

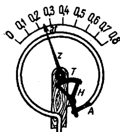


Fig. 208. Principiul manometrului metalic.

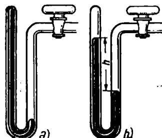


Fig. 209. Manometru pentru vid.

Ramura închisă a tubului are 10—15 cm lungime şi se umple în întregime cu mercur.

Cînd vidul e deajuns de înaintat, mercurul se desprinde şi se lasă în jos, iar diferenţa de nivel *h* ne arată presiunea de măsurat.

O cauză importantă de eroare poate să provină din prezenţa unui rest de aer în ramura închisă. De aceea se cere o grijă deosebită la umplerea ei cu mercur.

Cu asemenea manometru, dacă ar fi să măsurăm, bunăoară, o presiune de 10 mm Hg, cu o eroare absolută de ± 0,5 mm, eroarea relativă este de ordinul a ± 5%, aşa dar destul de mare. Ea devine însă şi mai mare pentru presiunile mai mici decît aceea luată ca exemplu.

Pentru a mări gradul de precizie, la presiunile foarte mici s-au imaginat şi construit numeroase alte tipuri de manometre speciale, din care vom descrie pe cel mai simplu.

Manometrul lui Mac Leod este construit aşa fel încît ne permite să separăm, din gazul a cărui presiune trebuie măsurată, o porţiune de volum dat, pe care apoi o comprimăm într-un spaţiu închis, pînă la presiunea ce poate fi măsurată cu eroare mai mică (fig. 210).

El se compune dintr-un balon de sticlă, terminat cu un tub capilar închis şi care comunică prin *A* cu spaţiul în care domneşte presiunea de măsurat.

In *C* se leagă, printr-un tub de cauciuc cu pereţii destul de groşi, lung de 80—90 cm, un rezervor cu mercur, pe care-l putem ridica sau coborî.

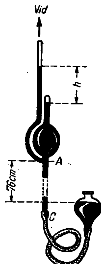


Fig. 210. Manometrul lui Mac Leod.

La început îl coborîm atîta încît deschiderea A să fie liberă.

Apoi îl ridicăm şi, coloana de mercur, după ce izolează în balon un volum de gaz cunoscut V, îl comprimă mai departe în capilară pînă la volumul V_1.

Presiunea porţiunii de gaz izolate va fi atunci dată de diferenţa de nivel a mercurului, notată în figură cu h, iar legea lui Boyle-Mariotte ne spune că presiunea gazului înaintea comprimării, pe care o avem de măsurat, este:

$$p=\frac{V_1h}{V}\ \text{mm Hg}.$$

Manometrul descris funcţionează în condiţii destul de bune, pînă la presiuni de ordinul a 10^{-5} mm Hg. Pentru presiuni mai mici ne servim de alte aparate, bazate pe principii cu totul diferite.

6. *Exemple numerice.* 1) *Un manometru cu aer liber este umplut cu apă, care se ridică în ramura deschisă cu 54,4 mm mai sus decît în cealaltă.*

Să se evalueze, în diferite unităţi, presiunea totală în recipientul la care e adaptat acest manometru.

Făcînd raportul densităţilor, găsim că 54,4 mm de apă echivalează cu 4 mm de mercur.

Presiunea totală în recipient va fi deci:

$$p=760+h=764\ \text{mm Hg}.$$

Ştiind că 760 mm Hg înseamnă 1,033 kgf/cm², avem

$$p\approx 1{,}04\ \text{kgf/cm}^2,$$

ceea ce face, în baryi

$$p=1{,}04\cdot 9{,}81\cdot 10^5=1{,}02\cdot 10^6\ \text{baryi},$$

sau

$$p=1{,}02\ \text{bar}.$$

2) *Volumul de aer, închis într-un manometru cu aer comprimat, este redus la 1/5 din valoarea iniţială, iar diferenţa de nivel a mercurului este de 30 mm. Care este presiunea?*

Relaţia cunoscută (§ 99)

$$p=n\cdot 760+h,$$

ne dă

$$p=5\cdot 760+30=3\,830\ \text{mm Hg},$$

adică

$$p=1{,}033\cdot\frac{3\,830}{760}\approx 5{,}22\ \text{kgf/cm}^2.$$

3) *Greutatea moartă, la un balon umplut cu hidrogen, este de 200 kgf. Ce volum trebuie să aibă, ca să poată urca un om de 75 kgf cu o forță ascensională de 20 kgf?*

Fie: V = volumul balonului;
d = greutatea gazului pe metru cub;
d' = greutatea unui metru cub de aer;
p = greutatea moartă (înveliș, nacelă, lest);
p' = greutatea persoanei;
F = forța-ascensională.

Avem, evident, în baza principiului lui Archimede,

$$F = Vd' - Vd - p' - p$$

și fiindcă 1 m^3 de aer cîntărește 1,3 kgf,

$$F = V(1{,}3 - d) - (p + p'),$$

în care, introducînd valorile numerice, obținem:

$$F = V(1{,}3 - 0{,}089) - (200 + 75),$$

unde 0,089 este greutatea pe metru cub a hidrogenului, la presiunea normală și 0 °C.

De unde,

$$V \approx 244 \text{ m}^3.$$

4) *Ce eroare absolută și relativă facem, cîntărind cu greutăți de aluminiu 1,5 kg dintr-o soluție apoasă de densitate 1,2, fără reducere la vid? Se va lua densitatea aluminiului 2,7 g/cm³.*

Relația cunoscută din (§ 98)

$$M = m\left(1 + \frac{a}{c} - \frac{a}{e}\right),$$

în care a = 0,001 3, ne dă, introducînd valorile numerice

$$m \approx 1{,}499\,1, \text{ în loc de } 1{,}5.$$

Eroarea absolută este deci 0,9 g, iar eroarea relativă este 0,6/1 000.

B. Scurtă privire istorică asupra staticii fluidelor

Fenomenele de echilibru la lichide au fost, evident, observate din cele mai vechi timpuri. Totuși ele nu au devenit decît relativ tîrziu obiectul unor preocupări speciale.

Primele indicații le găsim la *Aristotel*, dar concepțiile lui sînt greșite. Între altele, școala lui susținea că de aceea se ridică apa, cînd e suptă printr-o țeavă, fiindcă se lipește de aer.

Găsim de asemenea în scrierile lui, părerea că apa este compresibilă, ceea ce corespunde realității, dar afirmația nu e decît metafizică, fiindcă nu se sprijină pe fapte concrete.

O eroare fundamentală o comite cînd afirmă că aerul ocupă orice spaţiu liber şi că *natura are oroare de vid.*

Primele concepţii corecte le găsim la şcoala din Alexandria, fundată de *Ptolomei*, după întinderea helenismului în Egipt, precum şi la unul dintre cei mai străluciţi elevi ai acestei şcoli: *Archimede* din *Syracusa*.

Se ştie că el a scris chiar un tratat despre plutirea corpurilor, dar acesta n-a ajuns pînă la noi, decît prin relatările altora şi cu totul incomplet.

Vitruvius, arhitectul roman care a trăit în timpul imperiului, povesteşte în celebrul lui tratat de arhitectură, anectoda, bine cunoscută acum de toţi şcolarii, cu coroana de aur a regelui Hieron din Syracusa, în care Archimede a izbutit să determine, prin cîntărire în apă, cantitatea de aur sustrasă de făurar şi înlocuită cu argint.

Dar între Archimede şi Vitruvius au trecut aproape 200 de ani, aşa că povestea cu alergatul gol pe stradă, sub emoţia descoperirii, poate fi crezută sau nu, dar nu prezintă nici o garanţie de autenticitate.

In tot cazul, concepţiile lui Archimede despre apă, ca lichid practic incompresibil şi capabil să exercite o împingere verticală asupra corpurilor cufundate, sînt în perfect acord cu faptele şi cu vederile noastre de astăzi.

Juste sînt, de asemenea, atît interpretarea fenomenului, cît şi explicaţiile relative la plutirea corpurilor. El nu se ocupă însă de condiţiile de stabilitate a echilibrului.

Noţiunea de *densitate* apare tot din opera lui Archimede, în legătură directă cu principiul enunţat.

Se cunoaşte, de asemenea, un tip special de pompă pentru irigaţii în care apa se ridică din rîu prin rotaţia unei ţevi în spirală, aşezată înclinat. Ea se numeşte *şurubul lui Archimede.*

Cu 100 de ani mai tîrziu, trăieşte la Alexandria filozoful *Heron*. El nu se alătură vreunei şcoli filozofice a timpului, dar înfiinţează, în anul 133 î.e.n., vestita *Politehnică*, şcoală de nivel înalt, în care se predau, de o parte ştiinţele cu caracter teoretic, de altă parte aplicaţiile lor practice.

Heron este unul dintre cele mai luminate capete ale timpurilor, spirit revoluţionar şi inventiv care depăşeşte cu mult epoca în care a trăit. Din nefericire, opera lui n-a ajuns pînă la noi decît fragmentar şi pe cale indirectă, mai ales prin şcolile arabe.

Lăsînd la o parte preocupările lui de mecanică, în care se întrevede o înţelegere a compunerii vitezelor sau ideea de moment la forţe, alături de concepţia că nici o maşină nu poate să amplifice munca, deşi amplifică forţa, amintim numai unele invenţii practice ca presa cu şurub pentru fructe, angrenajele şi diverse modele de pompe. Mai menţionăm că a construit, sub formă rudimentară, prima turbină cu vapori din lume, din păcate pe vremuri cînd munca sclavilor o făcea nedorită pentru stăpînitori.

In *Pneumatica* vorbeşte despre compresibilitatea şi expansiunea aerului şi le interpretează prin existenţa spaţiilor pe care noi astăzi le numim *intermoleculare*. De asemenea explică destul de corect originea vînturilor şi cîteva fenomene meteorologice.

Prin încălzirea aerului dintr-un recipient, îl face să arunce apa, ca o fîntînă ţişnitoare şi aplică procedeul la deschiderea automată a uşilor templului, o dată cu aprinderea focului pe altar.

Heron este ceea ce numim astăzi un *inventator*.

Nu este cazul să intrăm în amănunte prea multe, dar trebuie să remarcăm că el reprezintă punctul culminant al ştiinţei helenice, de la care înainte începe decăderea.

Cînd, în secolul al XVI-lea, o dată cu *Renaşterea*, s-a reluat firul întrerupt al cercetării ştiinţifice experimentale, nici lucrările lui Archimede, nici aplicaţiile practice ale lui Heron n-au fost înţelese în adevărata lor lumină.

Pergamentele *palimpseste*[1]) ale evului mediu şi distrugerea bibliotecii din Alexandria, o dată de armatele romane, a doua oară de fanatismul arab, au fost lovituri grele pentru transmiterea culturii antice.

De aceea multe lucruri au trebuit să fie luate de la capăt.

Principiul lui Archimede a primit o nouă demonstraţie, prin care *Stevin* introduce, pentru prima dată, procedeul *solidificării virtuale* a unei părţi din lichid, de care ne-am folosit şi noi, în capitolul *Hidrostatica*. El fundamentează condiţia de echilibru pe imposibilitatea unui *perpetuum mobile*.

Galileu reia o veche problemă, atacată pe vremuri de Heron şi încearcă să demonstreze principiul vaselor comunicante, pornind de la ideea că oricare ar fi diametrul acestor vase, ridicarea coloanei în unul din ele transportă aceeaşi cantitate de lichid ca şi mişcarea inversă în celălalt, aşa că nu se modifică poziţia centrului de greutate comun.

Un raţionament analog l-a dus pe *Pascal* pe calea descoperirii cunoscutului principiu al transmiterii presiunii prin lichide.

Pînă către mijlocul veacului al XVIII-lea se credea că lichidele ar fi cu totul incompresibile, iar primele experienţe precise au fost făcute abia după 1800 de *Oersted*[2]), care a inventat piezometrul şi a găsit mijlocul de a elimina erorile datorite deformării recipientului.

Dependenţa presiunii hidrostatice numai de înălţimea coloanei lichide pare să fi fost înţeleasă pentru prima dată de *Pascal*, care a şi făcut o experienţă ca să arate că un butoi poate să crape sub presiunea dezvoltată de o coloană de apă foarte îngustă, dar destul de înaltă.

In ce priveşte *statica gazelor*, am văzut că Heron le considera compresibile şi că a interpretat corect aceste fenomene.

Tot Heron descrie şi experienţele înaintaşilor, între altele funcţionarea sifonului sau mecanismul de prindere al ventuzelor.

Chiar *Anaxagoras*[3]), care a trăit cu 300 de ani înaintea lui, îşi dădea seama că aerul este material, fiindcă împiedică apa să pătrundă într-un vas, cufundat cu gura în jos.

Cu toate acestea, ideile despre natura materială şi proprietăţile aerului au rămas pînă tîrziu destul de obscure.

Doar atît că, în 1610, un chimist olandez, *Van Helmont*, a inventat un cuvînt nou şi i-a zis „gaz".

Pe vremea lui Galileu, aspiraţia pompelor şi lipirea ventuzelor erau interpretate în sensul aristotelian, prin oroarea de vid. El a rămas uimit

---

[1]) *Palimpsest*=manuscris antic, de pe care s-a şters textul „păgîn", ca să servească la transcrierea textelor creştine.

[2]) *Oersted Johann Christian* (1777—1851) fizician danez, cunoscut mai ales prin descoperirea acţiunii curenţilor asupra magneţilor.

[3]) *Anaxagoras* (mort în 428 î.e.n.) filozof al şcolii ioniene, fost profesor al lui *Socrate* şi *Pericle*.

cînd un fîntînar din Florenţa i-a spus că nişte pompe, noi construite, nu ridică apa mai sus de 10 m, dar fiindcă ajunsese să-şi dea seama de existenţa greutăţii aerului, a bănuit că faptul trebuie să fie în legătură cu presiunea atmosferei.

Torricelli este, în adevăr, acela care a imaginat experienţa cu tubul barometric, dar nu el a realizat-o pentru prima dată, ci *Viviani*, în 1643.

Urmează apoi descoperirea legii lui *Boyle-Mariotte* şi realizarea de către *Gericke* a unei pompe de vid practice, cu care a putut să înfăptuiască experienţa de la Magdeburg, în 1654.

Prin scolastica medievală, ideea ororii de vid prinsese rădăcini atît de adînci şi era ocrotită de autoritatea lui Aristotel în aşa măsură, încît aceste experienţe au stîrnit în masele largi o senzaţie, tot atît de mare ca, de pildă, radioactivitatea în zilele noastre. Ele au dat un impuls nebănuit cercetării ştiinţifice şi eliminării tuturor ideilor preconcepute.

Cu toate greutăţile şi nesiguranţa unei călătorii, pe acea vreme, spectacolul experienţelor de la Magdeburg a atras peste zece mii de participanţi, între care şi pe împăratul Ferdinand III.

Pînă atunci se credea că aerul nu ar fi decît *emanaţia* corpurilor sau *mirosul* lor, pe care nu-l simţim fiindcă sîntem deprinşi de la naştere cu dînsul. După aceea, multă vreme nu s-a ştiut că mai există şi alte gaze. Abia în 1755 *Black* descoperă *bioxidul de carbon*, care s-a numit *aer fix* iar în 1776 *Cavendish* descoperă hidrogenul, care s-a numit *aer inflamabil*.

Urmează apoi, către sfîrşitul veacului al XVIII-lea, primele ascensiuni cu balonul, nu mai puţin senzaţionale, după care cercetarea ştiinţifică asupra echilibrului fluidelor intră pe făgaşul progresului încet, dar continuu, care a dus treptat la cunoştinţele noastre teoretice şi practice de astăzi.

In capitolul al XVIII-lea *Termodinamica*, vom reveni asupra proprietăţilor legate de mişcarea moleculară de agitaţie termică.

CAPITOLUL IX

DINAMICA FLUIDELOR

A. Proprietăţi generale

Lipsa de formă proprie, datorită posibilităţii de alunecare a păturilor succesive, dă gazelor şi lichidelor *însuşirea comună de a curge*. De aceea, clasăm aceste două stări de agregare sub numele general de *fluide*.

Atît gazele, cît şi lichidele au însuşirea de a curge şi de aceea se numesc fluide.

Curgerea gazelor, dintr-un vas în altul, este mascată adesea de fenomene secundare, de pildă *difuziunea*, care tinde să le amestece, mai ales cînd au densităţi apropiate. Aceasta e o consecinţă directă a mişcării de agitaţie termică.

Ne putem convinge totuși că un gaz poate fi turnat într-un vas, la fel ca lichidele, dacă umplem un pahar mare cu bioxid de carbon și-l răsturnăm încet în altul, în care am pus un cărbune aprins. Constatăm atunci că bioxidul de carbon înlocuiește aerul, și cărbunele se stinge.

La fel se întîmplă în unele peșteri, în care degajarea naturală de anhidridă carbonică face irespirabile numai păturile din imediata apropiere a solului și omoară numai animalele mici.

Curgerea unui fluid întîmpină totdeauna o *rezistență de frecare,* datorită *viscozității.*

Această rezistență se face simțită mai ales la lichidele așa numite *vîscoase:* uleiuri grele, siropuri, glicerină etc., precum și la vitezele mai mari de curgere.

Totuși, în cele mai multe cazuri, ea poate fi neglijată, în primă aproximație, mai ales la vitezele mici.

Deocamdată vom considera deci numai *fluidul ideal,* făcînd abstracție și de frecările interne și de compresibilitate.

La gaze însă, ca să evităm erorile prea mari, sau formulele de corecție prea complicate, va trebui să ne limităm la vitezele de curgere care nu depășesc 50—60 m/s și la presiunile statice ale coloanelor de cel mult 100 m înălțime, fiindcă altfel comprimările produse ar aduce schimbări apreciabile de densitate.

La curgerea fluidelor apar două faze distincte: una *tranzitorie* și alta *staționară.*

La curgerea fluidelor apare o fază inițială de tranziție, urmată de alta staționară.

De pildă, cînd se dă drumul apei printr-o conductă goală, în faza tranzitorie se umple conducta, iar în faza staționară, cîtă apă intră printr-un capăt al conductei, tot atîta iese prin celălalt capăt, primenindu-se continuu, printr-un proces de echilibru dinamic.

Studiul fazei tranzitorii este mult prea complicat pentru nivelul manualului de față, așa că *ne vom ocupa numai de faza staționară.*

Mișcarea gazelor face obiectul *aerodinamicii,* iar a lichidelor se studiază în *hidrodinamică.*

Un subcapitol al hidrodinamicii este ***hidraulica,*** **în care,** cu ajutorul unor ipoteze simplificatoare, se studiază, din punct de vedere practic, circulația apei prin conducte și canale.

§ 100. **Linii de curent.** Intr-un fluid care curge, fiecare moleculă descrie o traiectorie anumită.

Traiectoriile particulelor sînt continue şi definesc liniile de curent, iar în mănunchi liniile de curent formează tuburi de curent.

Aceste traiectorii reprezintă cîte o *linie de curent*, iar un fascicul de linii de curent, luate împreună, formează un *tub de curent*, care se limitează la suprafaţa laterală închisă ce le înfăşoară.

Fiindcă liniile de curent nu se întrerup cîtă vreme particula respectivă nu dispare din fluid, este evident că toate secţiunile transversale ale unui tub de curent, cu suprafeţele S_1, S_2, S_3 etc., vor fi străbătute, în timpuri egale, de cantităţi egale de fluid (fig. 211).

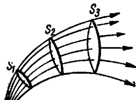


Fig. 211 Tub de curent.

Prin definiţie, cantitatea de fluid care trece, în unitatea de timp, printr-o secţiune dată, se numeşte *debit*.

Dacă viteza de curgere, prin secţiunea considerată, este v, se vede imediat că debitul va fi

$$q=Sv,$$

aşa că, în diferite secţiuni

$$S_1v_1=S_2v_2=S_3v_3=\dots$$

iar in general,

$$\boxed{Sv=\text{constant}} \qquad (100.1)$$

In toate secţiunile transversale ale unui tub de curent, debitul este acelaşi, iar viteza de curgere este invers proporţională cu aria secţiunii.

Această relaţie formulează principiul fundamental al *continuităţii* şi ne spune că, *în regim staţionar, debitul este acelaşi în toate secţiunile unui tub de curent, iar viteza de curgere este invers proporţională cu aria secţiunii considerate.*

§ 101. **Ecuaţia lui Bernoulli.** Să considerăm un tub de curent, într-un lichid de densitate ρ (fig. 212).

Forma lui este indiferentă şi eventual poate fi limitat lateral prin pereţi rigizi, dar aceasta nu e absolut necesar.

Lichidul curge sub acțiunea unei presiuni inițiale, la care se adaugă presiunea hidrostatică, pe care orice pătură o exercită asupra altora inferioare.

Pentru simplificare, vom considera însă numai acțiunea unei porțiuni a coloanei, limitată între secțiunile drepte S și S_1.

La nivelul secțiunii S acționează atunci presiunea inițială p și presiunea hidrostatică ρgh, iar forța totală, pe suprafața ei, va fi

$$F=(\rho gh+p)S.$$

Dacă, în dreptul acestei secțiuni, coloana suferă o deplasare Δl, destul de mică pentru ca forța să nu varieze sensibil în lungul ei, se produce lucru mecanic și energia potențială variază cu

$$\Delta W_1=(\rho gh+p)\,S\cdot\Delta l=\rho gh\cdot\Delta V+p\cdot\Delta V\text{ [1]}.$$

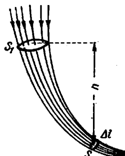


Fig. 212. Pentru demonstrarea ecuației lui Bernoulli.

Totodată, porțiunea lichidă de masă $\rho\Delta V$ capătă viteza v, deci energia cinetică

$$\Delta W_2=\frac{1}{2}\rho v^2\cdot\Delta V.$$

Principiul conservării energiei ne spune că suma acestor energii, în tubul de curent considerat ca sistem izolat, trebuie să fie constantă.

Prin urmare, cantitatea:

$$\Delta W_1+\Delta W_2=p\cdot\Delta V+\rho gh\cdot\Delta V+\frac{1}{2}\rho v^2\cdot\Delta V$$

este constantă sau, ceea ce e tot una,

$$\boxed{p+\rho gh+\frac{1}{2}\rho v^2=\text{constant}} \qquad (101.1)$$

Această relație, fundamentală în hidrodinamică, este cunoscută sub numele de *ecuația lui Daniell Bernoulli.*

[1]) In raționamentul de față, volumul a fost notat cu V și viteza cu v, consecvent notărilor anterioare.

Se poate vedea imediat că termenul

$$\frac{1}{2}\rho v^2$$

are, ca şi ceilalţi termeni ai sumei, dimensiunile unei presiuni, pe care o numim *presiune hidrodinamică*, fiindcă se datoreşte mişcării fluidului.

La presiunile statice, mişcarea unui lichid adaugă presiunea hidrodinamică $\frac{1}{2}\cdot\rho v^2$.

Ecuaţia lui Bernoulli ne spune deci că, *la presiunile iniţială p şi hidrostatică ρgh, mişcarea lichidului adaugă o presiune hidrodinamică, reprezentată prin jumătatea produsului dintre densitate şi pătratul vitezei de curgere.*

În cazul particular, cînd secţiunile S şi S_1 se află pe acelaşi nivel, presiunea hidrostatică dispare şi ecuaţia lui Bernoulli capătă forma simplificată:

$$p+\frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constantă} \qquad (101.1\text{ a})$$

Este evident că, atît în relaţia de faţă, cît şi în relaţia precedentă, *constanta din membrul al doilea trebuie să aibă de asemenea dimensiunile unei presiuni.* Ea reprezintă, de aceea, *presiunea totală.*

La gaze, presiunea datorită greutăţii coloanei se neglijează, iar la presiunea iniţială se adaugă o presiune aerodinamică.

La gaze, presiunea datorită greutăţii proprii a coloanei, analogă presiunii hidrostatice, poate de asemenea să fie neglijată, în condiţiile obişnuite şi relaţia (101.1a) se aplică întocmai ca la lichide, dacă viteza de curgere nu depăşeşte o limită maximă, ce depinde de natura gazului.

Presiunea datorită mişcării se numeşte atunci *presiune aerodinamică.*

Aplicaţii ale ecuaţiei lui Bernoulli apar în toate cazurile în care se mişcă fie un fluid oarecare, fie un corp cufundat în el.

Vom considera numai cîteva cazuri particulare:

1) *Formula lui Torricelli.* Să presupunem că într-un vas cu diametru mare, punem un lichid, care curge printr-o deschidere mică, deasupra căreia coloana are înălţimea h (fig. 213).

Dacă vasul este destul de larg, putem admite că lichidul păstrează, timp destul de îndelungat, nivelul iniţial, aşa că viteza de coborîre a suprafeţei libere poate fi considerată ca practic nulă.

La nivelul deschiderii acţionează atunci, din interior, presiunea atmosferică b, care apasă pe suprafaţa liberă a lichidului şi presiunea hidrostatică a coloanei de înălţime h.

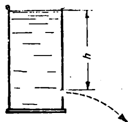


Fig. 213. Pentru deducerea formulei lui Torricelli.

De cealaltă parte a deschiderii, găsim iarăşi presiunea atmosferică, la care se adaugă presiunea hidrodinamică de curgere.

După ecuaţia lui Bernoulli, suma presiunilor trebuie să fie aceeaşi de ambele părţi. Prin urmare

$$b+\rho gh=b+\frac{1}{2}\rho v^2.$$

De aici deducem viteza de curgere:

$$\boxed{v=\sqrt{2gh}.} \qquad (101.2)$$

Această relaţie, cunoscută sub numele de *formula lui Torricelli,* care a dedus-o empiric, ne arată că:

Viteza de curgere a unui lichid fără viscozitate nu depinde de natura lui şi are valoarea $v=\sqrt{2gh}$.

a) *Viteza de curgere a lichidului dintr-un vas nu depinde de densitatea sau de natura lui, cu condiţia să putem neglija frecările interne.*

b) *Ea este aceea pe care ar căpăta-o un corp în cădere liberă, după ce a parcurs o distanţă egală cu înălţimea coloanei.*

Din aceeaşi relaţie cunoscînd suprafaţa S a deschiderii, putem calcula imediat debitul

$$q=Sv=S\cdot\sqrt{2gh}. \qquad (101.2\ a)$$

Experienţa ne arată însă că acest calcul dă, în general, valori mai mari decît cele reale. Aceasta se datoreşte faptului că, la ieşirea din vas vîna suferă o contracţie şi totul se petrece ca şi cînd orificiul ar fi ceva mai mic.

Contracţia provine de acolo că liniile de curent marginale nu atacă deschiderea perpendicular pe suprafaţa ei.

Toricelli, care bineînţeles, cunoştea formula lui Galileu de la căderea corpurilor, a ajuns la aceleaşi rezultate, pe calea unui raţionament foarte simplu.

Dacă vîna de lichid care curge din vas ar fi orientată în sus, printr-o tubulură adaptată la deschidere, ar trebui să se ridice pînă la nivelul din interior, după principiul vaselor comunicante (fig. 214).

Dacă, după aceea, ar cădea înapoi, ar trebui să atingă, la nivelul orificiului, viteza unei căderi libere de la înălţimea *h*.

De aici apare şi similitudinea totală dintre formula lui **Torricelli şi** formula lui Galileu.

Se înţelege de la sine că nu se ţine seama de frecări.

2) Să presupunem că într-un tub de curent se află un obstacol rigid (fig. 215 *a*).

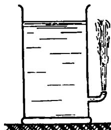


Fig. 214. Lichidul ţîşneşte cu viteza cu care ar cădea de la nivelul suprafeţei libere.

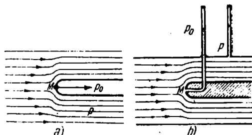


Fig. 215. Obstacol în calea liniilor de curent.

In punctul frontal *M* curgerea este împiedicată, liniile de curent sînt deviate tangenţial şi presiunea hidrodinamică este nulă.

Acolo apare deci numai o presiune statică p_0.

In alte regiuni ale fluidului, domneşte altă presiune hidrostatică *p*, la care se adaugă presiunea hidrodinamică.

După formula lui Bernoulli, suma presiunilor trebuie să fie aceeaşi în toate punctele.

Prin urmare,

$$p_0 = p + \frac{1}{2}\rho v^2,$$

sau

$$p_0 - p = \frac{1}{2}\rho v^2.$$

Presiunile p şi p_0 pot fi determinate cu orice manometru şi din diferenţa lor calculăm viteza de curgere.

Fig. 215 *b* ne arată unul din dispozitivele obişnuit întrebuinţate la lichide. El poate fi aplicat şi la gaze, sub forma arătată în fig. 216. Deschiderea laterală *O* face legătura cu a doua ramură a manometrului.

Dispozitivul se numeşte *tubul lui Pitot* şi are numeroase întrebuinţări practice, între altele pentru măsurarea vitezei avioanelor.

3) Un caz deosebit de interesant este acela în care un fluid circulă printr-un tub, unde o gîtuitură este urmată de o porţiune mai largă, aşa cum arată fig. 217.

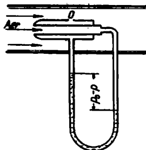


Fig. 216. Tubul lui Pitot.

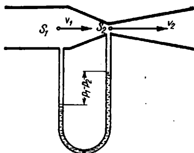


Fig. 217. Tubul lui Venturi.

In dreptul gîtuiturii, viteza de curgere fiind mai mare, presiunea hidrodinamică va creşte, pe socoteala presiunii statice.

Egalînd presiunile totale, în secţiunile S_1 şi S_2, vom avea deci, după formula lui Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2.$$

Pe de altă parte, legea continuităţii ne spune că:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

şi eliminînd pe v_2 între aceste două ecuaţii, ajungem la relaţia finală

$$p_1-p_2=\frac{1}{2}\rho v_1^2\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}-1\right). \qquad (101.3)$$

Cu ajutorul ei putem determina viteza v_1, fiindcă celelalte cantităţi pot fi măsurate direct.

Procedeul se aplică atît la gaze, cît şi la lichide, iar figura reprezintă realizarea practică numită ***tubul lui Venturi***.

Din cauza termenului din paranteze, sensibilitatea este mai mare decît la tubul lui Pitot. Aplicaţiile sînt aceleaşi.

4) Scăderea de presiune statică ce apare în dreptul unei strangulări a coloanei fluide produce o acţiune de sugere, care poate fi aplicată în numeroase dispozitive practice.

Fig. 218 reprezintă cunoscuta *trompă cu apă*, folosită curent în laboratoare.

Acţiunea de sugere apare la trecerea prin porţiunea strangulată şi vîna lichidă trage după dînsa gazele sau aerul dintr-un recipient.

Vidul obţinut se limitează la presiunea vaporilor lichidului întrebuinţat, corespunzătoare temperaturii respective.

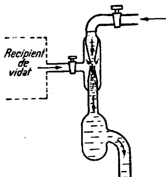


Fig. 218. Trompa cu apă.

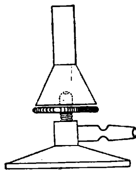


Fig. 219. Becul de gaz Teclu.

La apă, sub temperatura normală, se pot atinge 12–14 mm Hg, dar dacă înlocuim apa cu mercurul, putem ajunge, în aceleaşi condiţii, la viduri mult mai înaintate.

Pe acelaşi principiu funcţionează becurile de gaz, inventate de *Bunsen* [1]) şi perfecţionate de *Teclu* [2]) (fig. 219).

---

[1]) *Robert Bunsen* (1811—1899) fizician şi chimist german, unul din fondatorii analizei spectrale.

[2]) *Nicolae Teclu* (1839—1916) chimist romîn, fost profesor la Viena şi membru al Academiei Romîne.

Gazul trece printr-un mic orificiu, într-un tub mai larg și trage cu el, printr-o deschidere inelară reglabilă, cantitatea de aer necesară unei bune combustii.

Tot pe acțiunea de sugere a unui curent gazos funcționează *vaporizatorul* pentru lichide, reprezentat în fig. 220.

Sub forma cea mai simplă, îl putem construi cu două tuburi de sticlă, trase la vîrf și înfipte într-un dop de plută.

Dacă împlîntăm tubul c în lichid și suflăm cu putere prin a, lichidul se urcă pînă în b, unde curentul de aer îl preface în picături mărunte.

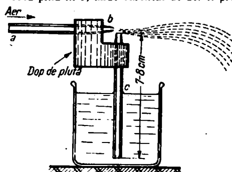


Fig. 220. Principiul vaporizatorului.

Pe scară mai mare, vaporizatorul are numeroase întrebuințări curente în industrie, între altele la injectoarele de combustibil lichid, folosite la cazane și calorifere, precum și la motoarele Diesel.

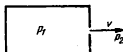


Fig. 221. Curgerea unui gaz.

5) Dacă închidem un gaz, într-un rezervor, la presiunea p_1 și-l lăsăm să iasă afară, la presiunea p_2 printr-o deschidere mică, practicată în perete, avem în interior numai presiunea statică, iar la ieșire se adaugă presiunea dinamică (fig. 221).

Potrivit ecuației lui Bernoulli,

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v^2,$$

iar pentru alt gaz, între aceleași presiuni statice.

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho' v'^2$$

Împărțind aceste relații membru cu membru, rezultă că

$$\boxed{\frac{v}{v'} = \sqrt{\frac{\rho'}{\rho}} = \frac{q}{q'}}, \qquad (101.4)$$

unde q și q' reprezintă debitele, care sînt direct proporționale cu vitezele.

Intre două presiuni statice date, vitezele de curgere ale gazelor sînt invers proporţionale cu rădăcina pătrată a densităţilor.

Această relaţie formulează *legea lui Bunsen* şi ne spune că: *între două presiuni statice date, vitezele de curgere a gazelor, printr-un orificiu dat, ca şi debitele respective, sînt invers proporţionale cu rădăcina pătrată a densităţilor.*

Putem deci compara densităţile gazelor, prin simpla măsurare a debitelor sau vitezelor de curgere.

Cum densităţile sînt, la rîndul lor, direct proporţionale cu greutăţile moleculare, dispunem astfel de o metodă simplă şi comodă pentru determinarea lor, prin comparaţie directă cu oxigenul, luat ca termen de bază cu masa atomică 16.

B. DINAMICA FLUIDELOR VISCOASE

§ 102. **Curgerea laminară.** Ecuaţia lui Bernoulli devine cu totul aproximativă, atunci cînd fluidul circulă prin tuburi de secţiune mică.

Luînd ca exemplu apa care circulă printr-o conductă, pătura lichidă în contact cu peretele *aderă la suprafaţa lui* şi experienţa ne arată că *nu se mişcă din loc.*

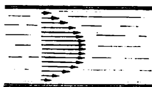


Fig. 222. Curgerea laminară.

Pe măsură ce ne depărtăm de perete, viteza de curgere devine din ce în ce mai mare şi abia de la o distanţă oarecare înainte rămîne invariabilă (fig. 222).

Aceasta ne obligă să admitem că, în apropierea pereţilor, mişcarea lichidului s-ar face prin pături paralele, sau *lamele,* care lunecă una pe alta, ca filele unei cărţi.

Curgerea se numeşte atunci *laminară.*

Dacă injectăm, în curentul de apă, cu un tub foarte subţire, o soluţie colorată, putem măsura viteza de curgere, la distanţe diferite de perete, dar constatăm totodată că fişiile de curent rămîn paralele şi nu se amestecă unele cu altele, decît la viteze mai mari.

La vitezele mici, curgerea este laminară, din cauza frecărilor interne şi adeziunii la perete.

La asemenea viteze, curgerea, din laminară, devine *turbulentă.*

Curgerea laminară se datoreşte *viscozităţii* fluidului care, ca să treacă de la viteza nulă, la vitezele mai mari ale păturilor depărtate de pereţi, are de învins o *frecare internă.*

Forța de frecare, la curgerea laminară, este direct proporțională cu suprafața și cu gradientul vitezei, iar factorul de proporționalitate este coeficientul de viscozitate.

Experiența ne arată că, între două pături vecine, care vin în contact prin suprafața S, forța de frecare este dată de relația simplă

$$\boxed{F=\eta\cdot S\cdot\frac{dv}{dx}}\ ^{1)},\quad (102.1)$$

în care derivata dv/dx a vitezei, în raport cu distanța x, măsurată perpendicular pe direcția ei, reprezintă, prin definiție, *gradientul* vitezei de curgere, iar factorul de proporționalitate η se numește *coeficient de viscozitate.*

În cazul particular, cînd viteza crește direct proporțional cu distanța, gradientul poate fi exprimat și prin raportul cantităților finite Δv și Δx. În cazul acesta:

$$F=\eta S\frac{\Delta v}{\Delta x}\,. \quad (102.1\text{ a})$$

La gaze, agitația termică transformă foarte repede curgerea laminară în turbulentă, iar liniile de curent se încîlcesc.

Fenomenul poate fi observat de oricine privește fumul care se ridică dintr-o țigară, în aer liniștit. Firele de curent sînt, la început, paralele, iar după o distanță destul de mică apare turbulența.

Gazele au și ele o viscozitate, care se exprimă prin relația teoretică verificată experimental,

$$\eta=\frac{1}{3}\rho v\lambda,\ ^{2)}$$

în care ρ este densitatea;
v — viteza mijlocie de agitație termică;
λ — distanța medie dintre molecule.

Nu este cazul să intrăm în amănunte. Am dat numai rezultatul final, fiindcă relația de mai sus ne permite să calculăm pe λ, cu ajutorul coeficientului de viscozitate, care poate fi măsurat experimental.

1. *Unități și dimensiuni.* Relația (102.1) ne dă, pentru coeficientul de viscozitate, valoarea:

$$\eta=\frac{F}{S}\cdot\frac{dx}{dv}\,.$$

---

[1]) η = literă grecească mică; se citește *eta.*
[2]) λ = literă grecească mică; se citește *lambda.*

De aici rezultă că, în sistemele CGS şi MKS, el are dimensiunile

$$[\eta]=\frac{MLT^{-2}}{L^2}\cdot\frac{L}{LT^{-1}}=\frac{MLT^{-2}}{L^2T^{-1}}=L^{-1}MT^{-1},$$

iar unităţile vor fi: dyn · s/cm² care se numeşte *poise*[1]) şi N · s/m², care nu are nume special.

Obişnuit nu se aplică sistemul MKfS la aceste fenomene.

2. *Legea lui Poiseuille.* **In 1839,** ***Poiseuille*** **a** calculat volumul de lichid care poate curge, într-un timp dat, printr-un tub îngust, de lungime l şi rază r.

El a ajuns la relaţia

$$V=\frac{\pi r^4}{8\eta l}(p_1-p_2)t, \qquad (102.2)$$

în care p_1 şi p_2 sînt presiunile la intrarea şi ieşirea din tub, iar t este timpul de curgere.

Volumul de lichid care trece printr-un tub îngust este direct proporţional cu timpul, cu diferenţa de presiune şi cu puterea a patra a razei tubului şi invers proporţional cu lungimea şi cu coeficientul de viscozitate.

Prin urmare: *volumul de lichid care trece prin tub este direct proporţional cu timpul, cu diferenţa presiunilor şi cu puterea a patra a razei. El este invers proporţional cu lungimea şi cu coeficientul de viscozitate.*

Relaţia de faţă nu se aplică decît la lichidele care udă pereţii tubului şi pentru o curgere destul de înceată, ca să păstreze caracterul laminar.

Dacă notăm cu:

$I=\frac{V}{t}$ şi numim acest raport *intensitatea curentului lichid* şi cu

$R=\frac{p_1-p_2}{I}=\frac{8\eta l}{\pi r^4}$ şi numim această cantitate *rezistenţa la curgere a tubului*, legea lui Poisseuille se mai poate scrie sub forma

$$p_1-p_2=I\cdot R, \qquad (102.3)$$

care ne spune că *diferenţa de presiune este egală cu intensitatea curentului, înmulţită cu rezistenţa.*

[1]) De la numele lui *Poiseuille* (1799—1869), care a studiat fenomenele de viscozitate şi a formulat legea de curgere prin tuburi subţiri.

O relaţie analogă apare la trecerea curentului electric prin fire conductoare, unde este cunoscută sub numele de legea *lui Ohm*.

Curgerea lichidelor prin tuburi subţiri ne permite să determinăm experimental viscozitatea lor, prin comparaţie cu alt lichid, bunăoară cu apa.

Printre numeroasele dispozitive care funcţionează pe acest principiu, vom descrie numai *viscozimetrul lui Ostwald*[1]).

Aparatul este construit din sticlă şi are forma din fig. 223.

Un tub capilar *ab* face legătura între un mic rezervor *ae* şi un tub mai larg *c*, cu alt rezervor, la partea inferioară.

Se introduce înăuntru o cantitate fixă de lichid, pînă la reperul *r* şi se aspiră prin *d* pînă ce lichidul se urcă la nivelul *e*.

Lăsăm apoi lichidul să curgă prin capilară, sub acţiunea greutăţii proprii şi măsurăm timpul necesar ca nivelul să coboare pînă în *a*.

Repetăm operaţia cu lichidul pe care l-am ales ca termen de comparaţie şi relaţia

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\rho_1 t_1}{\rho_2 t_2},$$

în care am notat cu ρ densităţile şi cu t timpurile de curgere, ne permite să comparăm viscozităţile.

Tabela 3 dă cîteva date, exprimate în poise, sau în raport cu apa la 0 °C.



Fig. 223. Viscozimetrul lui Ostwald.

Tabela 3

Substanţa	Viscozitatea la 0°C		Viscozitatea la 20°C	
	absolută	relativă	absolută	relativă
apă	0,0179	1,000	0,0100	0,561
acetonă	0,0039	0,217	0,0033	0,184
alcool	0,0170	0,949	0,0119	0,66÷
benzen	0,0090	0,502	0,0064	0,357
cloroform	0,0070	0,391	0,0056	0,315
mercur	0,0170	0,949	0,0157	0,877
toluen	0,0077	0,429	0,0058	0,327
aer	—	—	0,000 18	—
hidrogen	—	—	0,000 093	—
oxigen	—	—	0,000 21	—

[1]) *Wilhelm Ostwald* (1853—1932) chimist german, fost profesor la Leipzig, premiu Nobel (1909).

Din examinarea datelor numerice, rezultă că, de obicei, viscozitatea lichidelor scade cînd creşte temperatura, dar regula nu este generală.

Scăderea viscozităţii prin încălzire este deosebit de mare la uleiurile vegetale sau minerale, chiar pentru variaţii destul de mici ale temperaturii.

Un fenomen de importanţă ştiinţifică deosebită poate fi constatat la heliul lichid.

Experienţa ne arată că, în anumite condiţii de temperatură şi presiune, el apare sub două forme, deosebite ca proprietăţi fizice, pe care le numim *heliu I* şi *heliu II*.

La —271 °C, heliul II devine suprafluid.

Fizicianul sovietic *P. L. Kapiţa* a descoperit că, la —271 °C, heliul II capătă o viscozitate practic nulă şi devine *suprafluid,* adică se manifestă aproape ca un fluid ideal.

Teoria fenomenului, dezvoltată de profesorul sovietic *L. L. Landau,* depăşeşte nivelul manualului de faţă, aşa că nu putem să insistăm asupra ei.

Curgerea laminară a lichidelor vîscoase joacă un rol important în *procesele de ungere.*

Cînd o pătură de ulei se interpune între două suprafeţe care lunecă una pe alta, uleiul aderă şi se fixează pe dînsele.

Ungerea micşorează frecarea, fiindcă lunecarea interesează numai păturile de ulei.

În cazul acesta, *frecarea devine mult mai mică, fiindcă lunecarea nu mai interesează piesele solide, ci păturile de ulei aderente, care se manifestă prin viscozitatea lor.*

Condiţiile de ungere se studiază în aşa fel, încît pătura de ulei să nu poată fi smulsă ori întreruptă, prin eforturi excesive [1]).

---

[1]) Unii şoferi de automobile au nefastul obicei să ambaleze motorul, adică să-l supuie la variaţii rapide şi repetate ale turaţiei, pînă la viteza maximă.

Pe lîngă ruperea păturii de ungere, care duce la uzura rapidă a suprafeţelor de frecare, organele motorului sînt supuse unor acceleraţii care implică forţe de inerţie mult mai mari decît acelea pentru care au fost dimensionate.

In acest domeniu, cităm lucrările lui *N. P. Petrov,* care a studiat experimental şi sistematic grosimea şi calităţile optime ale păturii lubrifiante.

Studiul teoretic al ungerii este destul de complex. Rezultatele la care s-a ajuns au nu numai o importanţă tehnică deosebită, dar şi una ştiinţifică, fiindcă sînt legate de structura moleculară a păturilor subţiri.

3. *Pierderea de presiune.* Revenind la relaţia

$$p_1 - p_2 = I \cdot R, \tag{102.3}$$

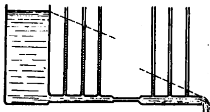
în care

$$I = \frac{V}{t} \quad \text{şi} \quad R = \frac{8\eta l}{\pi r^4},$$

să considerăm un lichid real, care curge printr-un tub orizontal, unde adaptăm o serie de manometre (fig. 224).

Experienţa ne arată că presiunea hidrostatică nu este constantă, ci suferă o cădere liniară, care se accentuează în porţiunile de secţiune mai mică.

Aceasta se datoreşte faptului că mişcarea lichidului, făcînd să apară forţe de frecare internă, duce la transformarea în căldură a unei părţi din energia disponibilă şi că, totodată, presiunea statică trece parţial în presiune dinamică.


Fig. 224. Căderea de presiune statică, la un lichid care curge.

In lungul unei conducte, presiunea statică a unui lichid care curge nu este constantă, ci scade în funcţie de debit şi de dimensiunile conductei.

Relaţiile de mai sus ne permit să ne dăm seama în ce măsură căderea de presiune depinde de viscozitatea lichidului sau de dimensiunile geometrice ale conductei.

Aceste fenomene joacă un rol important în instalaţiile de apeducte, cu atît mai mult cu cît căderea de presiune depinde nu numai de dimensiunile conductei, dar şi de cantitatea de lichid, care trebuie să treacă, într-un timp dat.

Concluziile sînt valabile, în aceeaşi măsură, şi la gaze.

4. *Trecerea gazelor prin pereţi poroşi.* Dacă închidem un gaz, sub o presiune oarecare, într-un vas cu pereţii poroşi, de pildă într-un vas de porţelan nesmălţuit, putem constata că gazul difuzează, trece prin pori şi scapă la exterior.

Viteza de difuziune a gazelor, prin pereţi poroşi, este direct proporţională cu diferenţa de presiune şi variază invers proporţional cu rădăcina pătrată a densităţii.

Experienţa ne arată că *viteza de difuziune este direct proporţională cu diferenţa presiunilor, de o parte şi de alta a peretelui şi invers proporţională cu rădăcina pătrată a densităţii gazului.*

Fenomenul se datoreşte mişcării de agitaţie termică.

Dacă avem un amestec de gaze, moleculele fiecăruia ciocnesc pereţii şi probabilitatea de trecere prin pori va fi mai mare la moleculele mai mici.

Raportul cantitativ al celor două gaze din vas va creşte deci treptat, în avantajul gazului de densitate mai mare.

Difuziunea fracţionată permite separarea treptată a gazelor, dacă densităţile sînt diferite.

Repetînd operaţia de mai multe ori, putem astfel separa gaze de densităţi diferite.

Acest procedeu de *difuziune fracţionată* are aplicaţii vaste, pe scară industrială [1]).

El dă rezultate nu numai la gazele de densităţi foarte diferite, cum ar fi aerul şi hidrogenul, dar şi la gaze de densităţi foarte apropiate.

Se folosesc atunci o serie de difuzii succesive, prin pereţi de suprafaţă foarte mare.

Calitativ, fenomenele de difuziune la gaze de densităţi diferite pot fi arătate experimental cu dispozitivul din fig. 225.

In *a* apa se urcă în tub, fiindcă iese mai mult hidrogen din vasul poros, decît aerul care pătrunde în el.

In *b* situaţia se inversează şi creşterea de presiune aruncă apa afară.

In *c* presiunea din vasul poros tinde să scadă, fiindcă aerul difuzează mai repede decît bioxidul de carbon.

§ 103. **Curgerea turbulentă.** Cînd viteza relativă dintre un fluid şi un obstacol întîlnit este destul de mare, sau cînd fluidul

---

[1]) In ultimul timp, la universitatea din Cluj, defunctul profesor *Aurel Ionescu*, împreună cu *V. Mercea*, au pus la punct o serie de dispozitive practice, pentru difuziunea facţionată. Folosind analogia dintre curgerea gazelor şi curentul electric, ei au izbutit să aplice în aceste fenomene procedee analoge cu cele din măsurările electrice, ca să determine diferenţe mici de presiune sau de viteză de curgere.

depăşeşte anumită viteză de curgere printr-un tub, se formează *vîrtejuri* şi curgerea, din laminară, devine *turbulentă*.

Frecările interne devin atunci mai mari şi ascultă de alte legi decît acelea stabilite mai sus.

Rezistenţa întîmpinată depinde în cazul acesta nu numai de forma obstacolului, dar şi de pătratul, cubul sau altă putere a vitezei, după cum vom vedea mai departe.

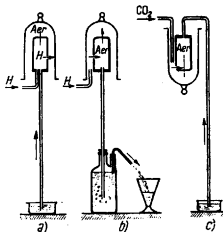


Fig. 225. Difuziunea gazelor prin pereţi poroşi.

Vîrtejurile se formează în spatele obstacolului, sau la trecerea bruscă, dintr-o porţiune mai îngustă, în alta mai largă a unei conducte. (fig. 226 *a* şi *b*). De asemenea, le găsim acolo unde conducta formează o cotitură; ele sînt o consecinţă directă a viscozităţii, adică a frecărilor interne, care întîrzie pătrunderea fluidului în regiunile respective, atunci cînd viteza depăşeşte o limită dată.

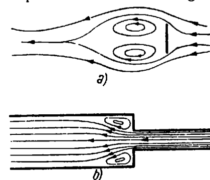


Fig. 226. Formarea vîrtejurilor.

Formarea lor implică, evident, un consum de energie mecanică, transformată în căldură.

Totodată, în aceste regiuni apare scăderea de presiune, urmată de o năvălire de ansamblu a păturilor vecine[1]).

La vitezele destul de mari, scăderea de presiune poate să producă un vid mai înaintat, în care năvălirea fluidului devine deosebit de violentă.

---

[1]) Bicicliştii profită de aceste fenomene de sugere şi pedalează uneori în urma unui automobil sau motociclete. Viteza atinsă este atunci mai mare decît în condiţiile obişnuite.

Fenomenul acesta, cunoscut sub numele de *cavitație*, are drept urmare o coroziune rapidă a obstacolului, în regiunea opusă celei frontale, foarte dăunătoare la turbine sau la elicele vapoarelor.

La viteze destul de mari apar vîrtejurile, iar la viteze și mai mari apare cavitația.

O formă deosebit de interesantă a vîrtejurilor este cea *inelară*. Ea apare, în condiții speciale, atît la gaze, cît și la lichide. O cunosc toți fumătorii care știu să facă colaci de fum.

În cele ce urmează, vom cerceta trei cazuri deosebite:

1. *Rezistența proporțională cu viteza.* La vitezele mici, vîrtejurile și turbulența nu apar încă, iar trecerea fluidului pe lîngă obstacol păstrează cunoscuta formă laminară.

În regimul laminar, rezistența nu depinde de densitatea fluidului.

Viscozitatea creează atunci o rezistență la mișcare, proporțională cu viteza, care depinde de forma, mărimea sau orientarea corpului, în raport cu sensul și direcția mișcării, dar nu depinde de densitatea fluidului.

Considerînd o suprafață plană S, înclinată de un unghi α față cu direcția mișcării, experiența ne arată că, în acest regim fără vîrtejuri, rezistența întîmpinată este

$$R = K\eta S v \sin \alpha,$$

unde K este un factor de proporționalitate, iar v viteza (fig. 227).

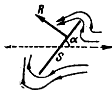


Fig. 227. Asimetria liniilor de curent.

Tot experiența ne mai arată că punctul de aplicație al acestei rezistențe se găsește deplasat către marginea anterioară a planului, numită *margine de atac.*

Drept urmare, corpul nu-și păstrează orientarea inițială, ci suferă o *legănare*, pe care o putem vedea ușor, observînd o frunză, care cade în aerul calm, ori un ban, care se duce spre fundul unui vas cu apă.

Fenomenul se datorește, după cum arată figura, disimetriei liniilor de curent.

Un interes practic deosebit îl prezintă mișcarea lentă a unei sfere, într-un mediu vîscos.

Experienţa ne arată atunci că, dacă raza sferei este *r*, rezistenţa întîmpinată are valoarea

$$R = 6\pi r\eta v. \qquad (103.1)$$

Relaţia de faţă este cunoscută sub numele de *legea lui Stokes* [1]).

$R=6\pi r\eta v$ şi viteza se limitează la valoarea pentru care forţa acceleratoare devine egală cu rezistenţa de frecare.

Vom vedea îndată cum, cu ajutorul ei, se poate determina viscozitatea unui lichid, în care lăsăm să cadă liber o mică sferă de rază şi densitate cunoscute şi cum efectul viscozităţii limitează viteza de cădere.

Viteza-limită. Să considerăm un corp care se mişcă în interiorul unui lichid vîscos, sub acţiunea unei forţe date şi să presupunem că viteza este destul de mică, pentru ca să nu apară vîrtejuri.

Corpul capătă o mişcare accelerată şi, de la o vreme, viteza crescînd, ajungem în situaţia ca rezistenţa să egaleze forţa acceleratoare.

De aici înainte, mişcarea continuă cu viteză constantă şi vom spune că s-a atins *viteza-limită.*

Ca exemplu, să considerăm o sferă de rază *r* ce cade liber într-un lichid, sub acţiunea gravitaţiei.

Ţinînd seamă de forţele lui Archimede şi notînd cu ρ densitatea sferei şi cu ρ' pe a lichidului, forţa acceleratoare este:

$$F = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho') g,$$

iar cînd s-a atins viteza-limită, legea lui Stokes ne spune că

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho') g = 6\pi r\eta v,$$

de unde rezultă că această viteză-limită este

$$v = \frac{2}{9}\frac{r^2}{\eta}(\rho - \rho') g. \qquad (103.2)$$

[1]) *George Gabriel Stokes* (1819—1903) fizician şi matematician englez, fost profesor la Cambridge.

Ca aplicație, dacă punem un lichid vîscos, de pildă ulei, într-un tub vertical și lăsăm să cadă în el o sferă ușoară de aluminiu, mișcarea este destul de lentă, ca să putem determina comod viteza-limită, cu o riglă gradată și cu un cronometru. După aceea calculăm coeficientul de viscozitate.

Metoda este curent folosită în industrie, cu singura diferență că cilindrul este înconjurat cu o manta lichidă, care permite să lucrăm la temperatura dorită.

Limitări analoge ale vitezei apar nu numai în regimul laminar, dar și în alte regimuri. Ca să le putem calcula, e destul să cunoaștem relația dintre viteză și rezistența de frecare. Vom cercela și aceste cazuri, la timpul lor.

2. *Rezistență proporțională cu pătratul vitezei.* Cînd viteza crescînd, atinge o valoare critică, la care încep să apară vîrtejurile, fenomenele se complică, iar teoria lor este de domeniul matematicilor superioare.

Ne vom limita deci doar la cîteva fapte experimentale de bază.

In primul rînd, se constată că rezistența care se opune mișcării poate fi exprimată prin relația fundamentală

$$\boxed{R = K\rho S v^2}, \qquad (103.3)$$

în care, de astă dată, intervine *pătratul vitezei și densitatea mediului* ρ.

K este o constantă de proporționalitate, caracteristică formei corpului și orientării lui față de direcția și sensul mișcării, iar suprafața S este aceea sub care se vede *conturul* corpului, cînd îl privim în lungul traiectoriei.

Odată cu apariția vîrtejurilor

$R = K\rho S v^2$.

In cazul unui plan, înclinat cu un unghi α față de direcția mișcării, această relație devine

$$\boxed{R = K\rho S v^2 \sin\alpha}. \qquad (103.3\text{ a})$$

Fig. 228 reprezintă diferite tipuri de profile, în dreptul cărora este notată valoarea experimentală aproximativă a constantei K. Vîrtejurile se formează în spatele corpului.

Această constantă nu are dimensiuni fizice şi este un simplu număr abstract, a cărui valoare se păstrează în toate sistemele coerente de unităţi.

Ultimul din figură este aşa-numitul *profil aerodinamic*.

Cu el se poate atinge cea mai mică valoare a constantei *K*, prin urmare cele mai mici rezistenţe în regimul turbulent, cînd e orientat cu partea teşită înainte.

Tehnica modernă l-a adoptat la avioane, dirijabile, automobile, locomotive şi în genere la toate vehiculele de viteză mare.

Corpul păsărilor şi al peştilor se apropie de asemenea foarte mult de această formă.

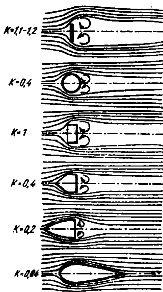


Fig. 228. Constanta aerodinamică la diferite profile

Fig. 229 reprezintă o locomotivă modernă *carenată*, adică îmbrăcată într-un înveliş de formă aerodinamică.

Locomotivele electrice carenate au putut să atingă astfel, de curînd, viteze de peste 300 km/h.

Studiul profilelor se face de obicei pe *machete*, adică pe modele reduse, în canale *hidrodinamice* şi în *tuneluri aerodinamice*, unde vitezele şi forţele dezvoltate pot fi măsurate şi controlate cu precizia dorită.

Fig. 230 reprezintă două fotografii ale vîrtejurilor produse în urma unei plăci şi a unui profil aerodinamic.

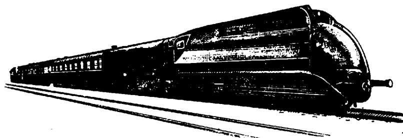


Fig. 229. Locomotivă modernă carenată.

Din comparaţie, se vede imediat avantajul profilului aerodinamic.
Fotografiile au fost luate într-un curent de apă, unde vîrtejurile au fost evidenţiate cu o suspensie de pulbere de aluminiu.

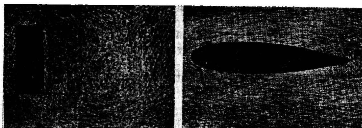


Fig. 230. Efectul profilului asupra vîrtejurilor.

O aplicaţie practică imediată a rezistenţei întîmpinate la profilele de forme diferite o găsim la *anemometre*, cu care se măsoară viteza vîntului, în staţiunile meteorologice.

Patru cupe semisferice, dispuse aşa cum arată fig. 231, formează împreună o morişcă, pe care vîntul o face să se învîrtă, cu partea convexă înainte, fiindcă partea concavă opune o rezistenţă mult mai mare.

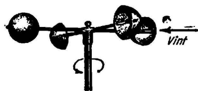


Fig. 231. Anemometru.

Pe acelaşi principiu se construiesc şi aparate speciale pentru măsurarea vitezei apei în conducte mari şi in canale.

l) *Efectul Magnus*[1]). Toţi jucătorii de tenis şi de fotbal ştiu că o minge, lovită aşa ca să capete o mişcare de rotaţie, deviază de la forma obişnuită a traiectoriei.

Acest fenomen, caracteristic mişcării în mediile vîscoase, poartă numele de *efectul Magnus* şi explicaţia lui este următoarea:

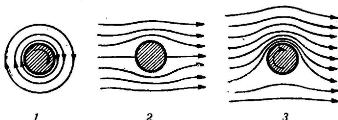


Fig. 232 a. Originea efectului Magnus.

[1]) *Gustav Magnus* (1802—1870), fizician şi chimist german.

Rotația simplă a mingii, fără translație, antrenează, prin viscozitate, păturile de aer vecine și formează linii de curent circulare și concentrice (fig. 232 a, *1*).

Pe de altă parte, mișcarea de înaintare dă naștere liniilor de curent reprezentate în fig 232 a, *2* și astfel, prin suprapunerea celor două mișcări, aceste linii capătă forma din fig. 232 a, *3*.

Ca urmare, păturile fluide se răresc, în regiunea cu linii de curent mai distanțate și sînt comprimate de cealaltă parte, iar diferența de presiune dă naștere devierii.

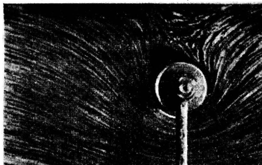


Fig. 232 b. Efectul Magnus.

Fig. 232 *b* reprezintă o fotografie a liniilor de curent obținute pe această cale, într-un canal hidrodinamic.

Efectul Magnus joacă un rol important în balistică, la gurile de foc, unde proiectilul iese din țeavă cu rotația imprimată de ghinturi. De altfel aici a și fost observat și cercetat, pentru prima oară.

Prin 1924 s-a încercat o aplicație practică interesantă a efectului Magnus, la propulsia bărcilor, cu ajutorul unui cilindru vertical, de dimensiuni mari, pe care un motor îl rotește în jurul axei de simetrie.

Orice vînt lateral imprimă atunci bărcii o mișcare înainte sau înapoi, după sensul rotației cilindrului.

Teoretic, sistemul acesta, imaginat de *Flettner*, ar fi trebuit să fie mai eficace decît pînzele obișnuite, dar încercările n-au fost încurajatoare, din cauza dificultăților tehnice de realizare.

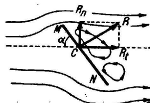


Fig. 233. Placă subțire într-un fluid ce se mișcă în regim turbulent.

2) *Aripa de avion.* Să considerăm o placă subțire, cu fețe plane, situată într-un fluid, care se mișcă în sensul săgeților, cu regim turbulent (fig. 233).

Experimental, constatăm că vîrtejurile capătă aproximativ aspectul din figură, cînd planul este înclinat pe direcția curentului.

Distribuția lor nesimetrică, în dosul plăcii, face ca rezistența întîmpinată să se încline, așa cum arată vectorul respectiv și, din aceleași motive, punctul ei de aplicație se găsește deplasat în C, către marginea de atac M.

Oricare ar fi situația, forța R poate fi descompusă în două componente, așa ca una dintre ele, R_n să fie orientată perpendicular, iar cealaltă, R_t, să fie paralelă cu direcția curentului.

Intre altele, acesta e și cazul unei aripi de avion, în mișcare relativă față de păturile de aer.

Componenta R_t reprezintă atunci o rezistență la înaintare, iar componenta R_n tinde să ridice avionul și asigură susținerea lui, în timpul zborului.

Raportul R_n/R_t reprezintă finețea unei aripi de avion.

Prin definiție, raportul R_n/R_t reprezintă ceea ce numim *finețea* unui profil de aripă.

Siguranța zborului cere, între altele, ca raportul acesta să fie cît mai mare și totodată ca rezistența la înaintare să fie cît mai mică.

Pe vremuri, aripile de avion erau plane, făcute din pînză întinsă pe un cadru rigid.

Cu asemenea procedee nu se putea depăși finețea maximă 7, așa că, la orice moment, avionul risca să se prăbușească și pilotajul era o adevărată acrobație.

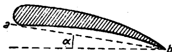


Fig. 234. Profilul Jukovski.

Situația s-a schimbat fundamental, de cînd *Jukovski*[1] a pus bazele științifice ale aviației și a calculat forma optimă de profil, reprezentată în fig. 234, adoptată la toate avioanele moderne.

Pe lîngă că este aerodinamică, această formă, numită *profilul lui Jukovski* are însușirea remarcabilă că asigură susținerea avionului nu numai cînd linia *ab* este orizontală, dar și cînd este înclinată pînă la —5°, cu marginea de atac în jos.

Fig. 234 a reprezintă vîrtejurile formate, în poziția normală de zbor. Ele sînt practic neglijabile.

La o înclinare prea mare, vîrtejurile capătă aspectul din fig. 234 b. In cazul acesta rezistența la înaintare crește și este aproximativ de 100 de ori mai mare.

Profilul Jukovski atinge finețea 26—27, aproape de patru ori mai mare decît aripile plane.

Tot lui Jukovski îi datorăm teoria modernă a elicei de avion, așa că dezvoltarea uimitoare a aviației de astăzi este legată, în primul rînd, de numele lui.

---

[1]) *Nikolai Egorovici Jukovski* (1847—1921), fost profesor la universitatea și la școala superioară tehnică din Moscova.

Tot el a organizat și primul institut științific de aerodinamică de la *Kucino*, lîngă Moscova, în 1902.

3) *Viteza-limită în regimul turbulent.* Dacă o forță motoare F accelerează un corp, într-un mediu viscos, pînă la regimul de turbulență,



Fig. 234 a, b. Vîrtejurile produse de profilul Jukovski.

viteza atinsă se va limita, evident, la valoarea pentru care această forță devine egală cu rezistența întîmpinată R.

Vom avea atunci

$$F=R=K\rho Sv^2. \tag{103.3}$$

Prin urmare viteza-limită depinde de forma corpului, care dictează asupra valorii constanței K, de suprafața lui, de densitatea mediului și de forța acceleratoare.

In cazul particular, cînd un corp de masă m cade în aer, sub acțiunea greutății proprii, putem neglija forțele lui Archimede, dacă densitatea lui este mult mai mare decît a aerului.

Vom avea atunci

$$mg=K\rho Sv^2.$$

Știind că densitatea aerului este aproximativ 0,001 3 g/cm³, se poate calcula ușor că viteza-limită a unei picături sferice de ploaie, de 3 mm diametru, este de ordinul metrilor pe secundă.

Dacă nu ar exista limitarea, aceeași picătură de ploaie, plecată dintr-un nor, de la 1 000 m înălțime, ar ajunge la pămînt cu viteza unui glonte de revolver.

O aplicație practică, deosebit de interesantă, o găsim la *parașută*, umbrelă imensă de mătase ușoară, care se deschide singură, sub acțiunea rezistenței aerului (fig. 235).

Viteza de cădere se limitează atunci la cîțiva metri pe secundă, indiferent de înălțimea de la care s-a pornit.

3. *Rezistența în regimul supersonic.* La vitezele care se apropie de viteza sunetului, în mediul considerat, rezistența întîmpinată nu mai crește cu pătratul, ci cu *cubul* vitezei.

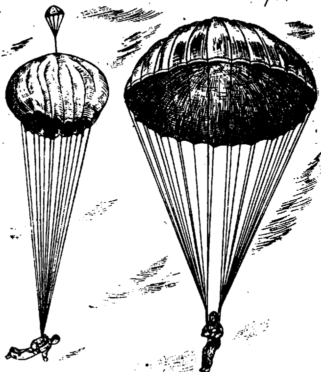


Fig. 235. Paraşute deschise.

Aproape de viteza sunetului, rezistenţa creşte cu cubul vitezei. La viteze supersonice, redevine proporţională cu pătratul vitezei, dar fenomenele nu mai sînt aceleaşi.

O dată această limită depăşită, creşterea redevine proporţională cu pătratul vitezei.

Greutatea principală este deci de a o depăşi.

In aceste regimuri *supersonice*, fenomenul se schimbă cu totul şi se formează aşa-numita *undă de şoc*, pe care fig. 236 o reproduce după o fotografie instantanee, în cazul unui glonte ce trece prin aer. In urma glontelui se vede o dîră, datorită vîrtejurilor.

Pentru asemenea viteze, profilul aerodinamic nu mai este avantajos şi se cere, din contra, ca proiectilul să aibă vîrful ascuţit.

Viteza sunetului în aer, la presiunea şi temperatura normală, este de aproximativ 340 m/s adică de 1 220 km/h.

Asemenea viteze au fost atinse şi chiar depăşite de rachete şi de avioanele speciale, purtate de motoare *cu reacţie*, pe care le vom descrie sumar, numai în ce priveşte principiul de bază.

a) *Racheta*, cunoscută cu sute de ani în urmă, era întrebuinţată la început numai în focurile de artificii. Principiul este următorul:

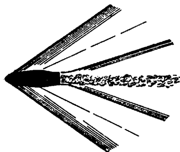


Fig. 236. Unda de şoc a unui glonte la viteză supersonică.



Fig. 237. Principiul rachetei.

Intr-o cameră de ardere se introduce un amestec ce conţine praf de puşcă, iar într-un orificiu de la fund se introduce un fitil, căruia îi dăm foc (fig. 237).

Sub acţiunea presiunii dezvoltate, gazele de ardere ţîşnesc afară cu viteză mare, iar dacă această viteză este V şi masa lor este m, racheta, de masă M, se va mişca în sens contrar, cu viteza v, după principiul conservării cantităţii de mişcare, aşa că

$$m \cdot V = M \cdot v.$$

Funcţionarea rachetei este posibilă şi în vid, cu condiţia ca în amestecul exploziv să fie înglobate substanţele care să producă oxigenul necesar pentru ardere, fără să-l mai scoată din aer. Praful de puşcă îndeplineşte această condiţie.

Inventatorul rus *K. E. Ţiolkovski*[1]) este primul care a avut ideea folosirii rachetei la propulsia vehiculelor şi chiar la locomoţia interplanetară.

El a formulat, încă din 1897, ecuaţiile de bază, pentru aceste sisteme de propulsie[2]).

Pentru studiul teoretic şi practic al rachetelor şi pentru încercările de folosire pe scară largă, cităm de asemenea lucrările, deosebit de importante, ale lui *Franz Oberth*, fost profesor la liceul din *Mediaş*, executate de la 1925 încoace.

Vestitele *Katiuşa* **sovietice, cît şi proiectilele** *V*, folosite de armatele hitleriste, în timpul războiului de agresiune, se bazează pe acelaşi principiu.

Cu aceste proiectile s-a putut atinge, de curînd, înălţimea de peste 400 km. Înzestrate cu aparate înregistratoare şi folosite în scopuri paşnice, ele pot să ne dea indicaţii preţioase asupra păturilor superioare ale atmosferei, despre care cunoştinţele noastre sînt acum foarte limitate.

b) *Motoarele cu reacţie*, întrebuinţate pe avioanele moderne, funcţionează după un principiu asemănător, cu deosebire că aerul necesar combustiei este luat din exterior.

El intră prin *A* şi, printr-un sistem de supape *D*, este comprimat în camera de ardere *B*, în care se injectează treptat benzină, prin deschiderile laterale, arătate schematic în fig. 238.

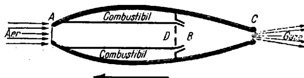


Fig. 238. Principiul motorului cu reacţie.

Gazele de ardere ţişnesc apoi afară prin *C*. Masa lor, cît şi viteza de ieşire depăşeşte cu mult masa şi viteza aerului care a intrat, iar diferenţa cantităţilor de mişcare se compensează prin deplasarea înainte a întregului sistem.

---

[1]) *Konstantin Eduardovici Ţiolkovski* (1857—1935), fost învăţător într-o şcoală primară din regiunea Kaluga, nu şi-a văzut recunoscute meritele decît după Marea Revoluţie Socialistă din Octombrie.

[2]) Tot în Rusia, pe la 1881, *N. I. Kibalcici* a elaborat proiecte analoge dar, condamnat la moarte de regimul ţarist, pentru activitate revoluţionară, n-a avut răgazul să le continuie.

C. Pompe. Sifonul

§ 104. **Pompe pentru lichide.** După scopul urmărit, modelele diferă numai prin amănuntele de construcţie. Principiul de bază este acelaşi la toate.

a) *Pompa aspiratoare* este construită aşa cum arată fig. 239. Mişcarea pistonului în sus produce un vid parţial, în care presiunea atmosferică ridică lichidul, iar supapele notate cu S_1

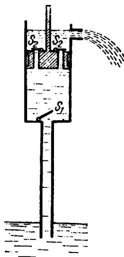


Fig. 239. Pompa aspiratoare.

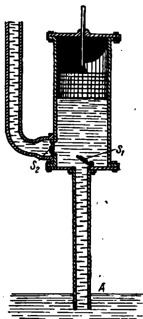


Fig. 240. Pompa aspiratoare-respingătoare.

şi S_2 care se deschid în sensul curentului, împiedică întoarcerea lui înapoi.

Cu aceste pompe, coloana lichidă poată să atingă cel mult înălţimea echilibrată de presiunea atmosferică: ceva mai puţin de zece metri, în cazul apei.

b) *Pompa aspiratoare-respingătoare* se întrebuinţează pentru pomparea la înălţime mai mare şi amănuntele de construcţie sînt arătate de fig. 240.

Mişcarea pistonului în sus ridică lichidul, iar mişcarea în jos închide ventilul S_1, deschide pe S_2 şi trimite mai departe lichidul în sus.

În unele cazuri, pompa stă cufundată cu cilindru cu tot în lichid şi coloana de aspiraţie se suprimă, devenind astfel o *pompă respingătoare.*

§ 105. **Pompe pentru gaze.** La gaze se pot folosi aceleaşi tipuri de pompe ca şi la lichide, doar atît că se cere o păsuire mult mai exactă a pistoanelor şi a ventilelor.

Fig. 241 arată schema de principiu a unei pompe, care scoate aerul din rezervorul R_1 şi-l comprimă în R_2.

Ventilele cu capac, de tipul arătat în fig. 241 *b*, nefiind avantajoase, folosim aici, de preferinţă, ventilele conice (fig. 241, *a*), la care închiderea se face mult mai bine.

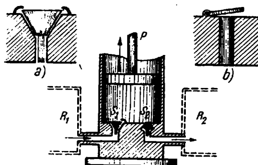


Fig. 241. Pompă pentru gaze.

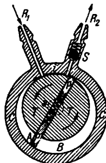


Fig. 242. Principiul pompei rotative cu palete.

Există diferite variante ale acestei pompe, între care şi *maşina pneumatică,* folosită pe vremuri în laboratoarele de fizică.

În prezent, ea nu mai contează decît ca piesă de muzeu, aşa că este inutil să o mai descriem.

Toate aceste pompe au inconvenientul că lasă în fundul cilindrului, cînd pistonul ajunge la capătul cursei, un mic spaţiu, din

care gazul nu mai poate fi evacuat cu totul şi nici pistonul însuşi nu poate fi destul de bine păsuit.

De aceea nu putem atinge cu ele un vid prea înaintat.

Pompele moderne sînt construite pe cu totul alte principii şi, pentru exemplificare, vom descrie două tipuri:

1. *Pompa rotativă cu palete*, inventată de *Gaede*[1]) şi reprodusă în secţiune, în fig. 242, se compune dintr-un cilindru de oţel *C*, pe peretele căruia se sprijină un tambur *T*, care se roteşte excentric.

Două palete *P* lunecă într-o tăietură a tamburului şi un resort le apasă necontenit în pereţii cilindrului.

Tamburul şi paletele au aceeaşi lungime ca şi cilindrul, ale cărui capete sînt închise cu două discuri, înşurubate ermetic.

Intregul sistem este umplut cu ulei mineral şi stă cufundat într-o cuvă cu ulei, care asigură ungerea şi corectează toate defectele de ajustare.

Un motor electric imprimă tamburului cîteva sute de rotaţii pe minut şi, în timpul fiecărei rotaţii, volumul cavităţii *A* creşte, pe cînd al cavităţii *B* scade, iar gazul pompat este aruncat afară, prin supapa *S*.

In felul acesta, putem obţine, într-un recipient oarecare, fie *vidul*, dacă e legat în R_1, fie *presiune*, dacă este legat în R_2.

Limita vidului atins cu această pompă este de ordinul a 0,002 mm col. Hg, dar dacă legăm două pompe în serie, aşa ca una să ajute pe cealaltă, putem atinge 0,000 01 mm col. Hg, cu condiţia ca uleiul folosit să aibă o tensiune de vapori cît mai mică la temperatura de funcţionare.

2. *Pompa cu vapori de mercur*, inventată tot de *Gaede* şi perfecţionată de *Langmuir*[2]) are avantajul că evită folosirea organelor mecanice.

Ea este făcută din sticlă sau din oţel şi nu poate funcţiona decît asociată cu o pompă ajutătoare, capabilă să facă un vid preliminar de ordinul milimetrului de mercur.

Această pompă este legată în R_2 (fig. 243).

In *A* fierbe, sub presiune redusă, o cantitate de mercur, pe care o încălzim cu o flacără sau cu o sobă electrică.

Vaporii cari se degajă trec prin tubul *B*, în tubul mai larg *C*, răcit cu apă, iar picăturile formate curg înapoi în *A*, prin tuburile notate cu *t*.

Executăm astfel o simplă distilare a mercurului, în ciclu închis, dar vaporii care trec prin *B* iau cu dînşii gazul dintr-un recipient legat în R_1 şi-l transportă în *C*, ca să-l treacă pompei ajutătoare (preliminare).

Prin răcirea cu aer lichid, în care cufundăm rezervorul *R*, urmele de vapori de mercur din canalizare sînt condensate şi astfel putem atinge vidul final de ordinul a 10^{-6} mm Hg.

La pompele de construcţie mai recentă, mercurul se înlocuieşte cu uleiuri speciale, cu tensiune de vapori foarte mică, sau chiar cu parafină.

---

[1]) *Wolfgang Gaede* (născut în 1867), fizician german, fost profesor la Marburg.

[2]) *Irving Langmuir* (născut în 1881), fizician american.

Limita vidului realizabil cu asemenea pompe, depăşeşte 10^{-10} mm col. Hg, dar tehnica acestor viduri înaintate este deosebit de dificilă, fiindcă implică numeroase precauţii suplimentare.

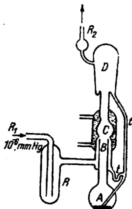


Fig. 243. Pompă de difuziune.

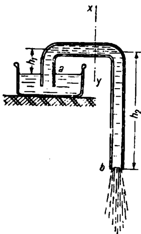


Fig. 244. Sifonul.

§ 106. **Sifonul** este un dispozitiv simplu, format dintr-un tub curbat, cu ramurile neegale şi ne serveşte ca să transvazăm un lichid, peste marginea vasului în care se află (fig. 244).

Ca să funcţioneze, trebuie să-l *amorsăm,* adică să aspirăm prin capătul mai lung pînă cînd lichidul începe să curgă. După aceea curgerea continuă de la sine.

Explicaţia este următoarea: să considerăm o secţiune transversală, după direcţia xy (fig. 244).

Pe această secţiune acţionează, deoparte, presiunea atmosferică b, din care se scade presiunea hidrostatică a coloanei de înălţime mai mică h_1.

De cealaltă parte a aceleiaşi secţiuni acţionează tot presiunea atmosferică, din care se scade presiunea hidrostatică a coloanei mai lungi h_2.

Stabilind, prin convenţie, un sens pozitiv (şi altul negativ), suma lor algebrică este

$$p=b-\rho g h_1-b+\rho g h_2=\rho g(h_2-h_1).$$

Apare astfel o presiune care împinge lichidul în sensul ramurii mai lungi.

Sifonul nu funcționează în vid, nici la înălțimi prea mari ale coloanelor.

Este ușor de înțeles de ce sifonul nu poate să funcționeze în vid, nici dacă înălțimea coloanelor depășește posibilitățile de susținere, din partea presiunii atmosferice.

D. Energia apei și a vîntului

§ 107. **Turbine hidraulice.** Apa dintr-un rezervor, așezat la o înălțime oarecare, conține o energie potențială, care poate fi transformată în lucru mecanic.

Dacă, în fiecare secundă, curg m kg de apă și ajung la pămînt cu viteza de v m/s, puterea debitată va fi, evident,

$$P=\frac{1}{2}mv^2 \text{ (W)}.$$

Cînd apa cade în voie, ca o cascadă, viteza de cădere este limitată de rezistența aerului, dar dacă o facem să curgă prin tuburi, frecările sînt aproape neglijabile.

Viteza atinge atunci aproape valoarea teoretică

$$v=\sqrt{2gh},$$

dată de formula lui *Torricelli.*

Puterea disponibilă va fi astfel practic egală cu energia potențială a cantității de apă debitată într-o secundă.

Prin urmare

$$P=mgh \text{ (W)},$$

unde h este înălțimea, exprimată în metri, iar g se exprimă în metri pe secundă la pătrat.

Puterea unei căderi de apă este proporțională cu debitul și cu înălțimea.

Puterea depinde așadar de debit și de înălțimea de cădere.

Dacă debitul e prea mic, va trebui deci să căutăm o înălțime mai mare.

De aceea se construiesc *baraje,* în dosul cărora se formează lacuri artificiale de *acumulare,* de unde apa curge prin tuburi, pînă la uzina din vale.

Aceste lacuri mai au şi rolul de a regulariza debitul, ca să-l facă independent de fluctuaţiile naturale.

La unele hidrocentrale, înălţimea de cădere atinge peste 1 500 m. Rezultă astfel, la capătul de jos al conductei, o presiune statică de peste 150 at.

La fluviile cu debit mare, barajele ating uneori dimensiuni spectaculoase, cum este cazul cunoscutei hidrocentrale de la *Dnieprostroi*, care produce 750 000 CP şi mai ales a uzinelor de la *Stalingrad* şi *Kuibîşev*, pe Volga, din care cea de a doua este cea mai mare din lume şi produce peste 3 000 000 CP.

Cele mai primitive forme de turbine le găsim la morile de apă. Ele sînt de două tipuri: *cu cupe* şi *cu aripi* (fig. 245).

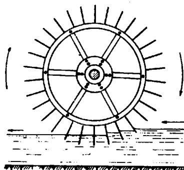


Fig. 245 a. Roata cu aripi.

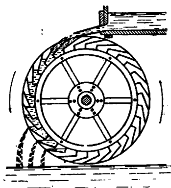


Fig. 245 b. Roata cu cupe.

Principiul funcţionării este simplu şi nu mai e nevoie de explicaţii suplimentare.

Randamentul e însă destul de mic, atît din cauza frecărilor, cît şi mai ales din pricină că apa, după ce s-a scurs din cupe sau a trecut pe sub roată, mai păstrează încă o energie cinetică apreciabilă, pe care o lăsăm nefolosită.

La tipul cu palete, el atinge cel mult 35%, iar la cel cu cupe se poate ridica, excepţional, pînă la 75% din energia totală.

Pe scară mare şi cu randamente mult mai bune, folosim turbinele, care se clasează în trei tipuri principale:

1. *Turbina cu vînă liberă* sau turbina *Pelton* serveşte la căderile de apă de la înălţime mare.

Principiul ei se vede destul de clar din fig. 246. Apa intră cu viteză mare prin deschiderea *D* şi loveşte într-o roată cu cupe,

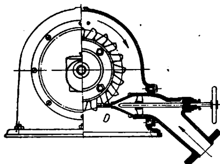


Fig. 246. Turbina Pelton.

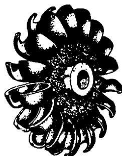


Fig. 247. Rotorul unei turbine Pelton.

calculată aşa fel, încît energia cinetică a curentului să ajungă aproape nulă, la ieşire.

Fig. 247 reprezintă rotorul unei turbine Pelton.

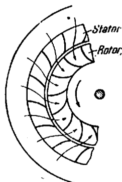


Fig. 248. Principiul turbinei cu reacţie.

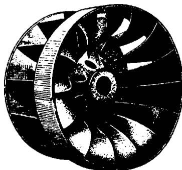


Fig. 249. Rotorul unei turbine cu reacţie.

2. *Turbina cu reacţie* sau turbina *Francis* este întrebuinţată la debite mari şi înălţime de cădere mică.

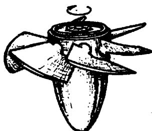
Partea fixă, numită *stator* are o serie de canale, curbate aşa cum arată fig. 248, iar rotorul o serie de palete, curbate în sens invers.

Schimbarea direcţiei curentului face să apară forţe de reacţiune, care obligă rotorul să se învîrtească în sens invers curentului de apă, care iese dintr-însul.

Fig. 249 reprezintă rotorul unei astfel de turbine.

Apa intră pe la periferie şi iese în lungul axei, dar se poate adopta şi soluţia inversă.

3. *Turbina Kaplan* are avantajul unei viteze mai mari de rotaţie.


Fig. 250. Rotorul unei turbine Kaplan.

Rotorul are forma unei elice de vapor, cu pasul reglabil şi cu mai multe palete, aşa cum arată fig. 250.

Randamentul turbinelor moderne depăşeşte 80% la unităţile mici şi chiar 90%, la unităţile mari.

Uzina hidroelectrică de la Kuibîşev dispune de 20 de turbine a cîte 165 000 CP [1]).

§ 108. **Turbine eoliene.** Tipul iniţial este vechea moară de vînt, care acum tinde să dispară în regiunile noastre.

Sub forma modernă, ea are aspectul din fig. 251 şi se orientează automat după direcţia vîntului.

Turbinele eoliene sînt foarte răspîndite în Europa apuseană, unde vecinătatea oceanului asigură o permanenţă a vînturilor.

De asemenea în *Crimeia,* Uniunea Sovietică dispune de un grup de turbine, în stare să producă peste 2 000 000 kWh anual, numai cu ajutorul vîntului.

In ţară la noi, vînturile fiind foarte neregulate, folosirea turbinelor eoliene nu este avantajoasă decît în nord-estul Moldovei, în regiunea Buzău şi pe litoral.

---

[1]) Amintim că Institutul Politehnic din Timişoara se mîndreşte cu laboratorul cel mai bine instalat din sud-estul Europei, pentru studiul profilelor şi turbinelor hidraulice.

În special în Dobrogea, o singură turbină de 6 m diametru ar putea să producă peste 5 000 kWh anual [1]), în stare să deservească oricare gospodărie agricolă, cu cheltuială minimă.

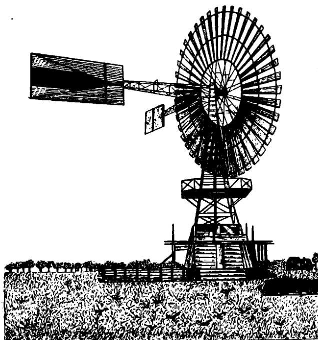


Fig. 251. Turbină eoliană.

Exemple numerice. 1) *Să se calculeze viteza inițială și cantitatea de apă ce curge în 3 s, printr-o deschidere de 4 cm², practicată în fundul unui butoi plin, înalt de 150 cm.*

Formula lui Torricelli (101.2) ne dă

$$v = \sqrt{2 \cdot 981 \cdot 150} \approx 543 \text{ cm/s},$$

iar cantitatea de apă care se scurge va fi:

$$Q = Stv = 4 \cdot 3 \cdot 543 = 6\,516 \text{ cm}^3.$$

[1]) Un studiu complet al posibilităților de folosire a energiei vîntului în țara noastră a fost făcut de *A. Cișman* și colaboratorii.

2) *Să se calculeze rezistența aerului, în regim turbulent, pe o suprafață de 1,5 m², care se mișcă cu 20 m/s, sub înclinația de 30°.*

Se va lua $K=0{,}6$ *și* $\rho=0{,}001\,3$ g/cm³.

Formula (103.3 a) ne dă:

$$R=0{,}6\cdot 0{,}001\,3\cdot 15\,000\cdot 2\,000^2\cdot 0{,}5=23{,}4\cdot 10^6 \text{ dyn}=24 \text{ kgf}.$$

3) *O parașută cu raza de 3 m, are forma unei calote sferice, cu concavitatea în jos.*
Greutatea proprie fiind 4 kgf și a parașutistului de 70 kgf, să se calculeze viteza-limită.
Se va lua $K=0{,}96$ *și densitatea aerului* 0,001 3 g/cm³.

Masa totală este de 74 kg = $74\cdot 10^3$ g.

Din relația

$$mg=K\rho S v^2,$$

avem

$$v=\sqrt{\frac{mg}{K\rho\pi r^2}},$$

sau

$$v=\sqrt{\frac{74\cdot 10^3\cdot 981}{0{,}96\cdot 0{,}001\,3\cdot 3{,}14\cdot 300^2}};$$

$$v\approx 455 \text{ cm/s}.$$

4) *O sferă de rază 1,2 cm și densitate 1,4 g/cm³ cade liber, într-un ulei de densitate 0,909 g/cm³, cu viteza-limită de 20,6 cm/s.*
Să se calculeze viscozitatea uleiului.

Legea lui Stokes ne dă, ținînd seamă de forțele lui Archimede:

$$\eta=\frac{2}{9}\ \frac{r^2}{v}(\rho-\rho')\,g,$$

sau

$$\eta=\frac{2}{9}\cdot\frac{1{,}2^2}{20{,}6}\,(1{,}4-0{,}909)\,981=9 \text{ P (poise)}.$$

5) *Un tub Venturi are raportul între cele două secțiuni egal cu 1/1,4. El este legat de un avion în zbor și manometrul arată o diferență de presiune de 7,6 cm col. Hg.*
Să se calculeze viteza avionului.

Relația (101.3) ne dă imediat

$$v=\sqrt{\frac{2\,(p_1-p_2)}{\rho\left(\dfrac{S_1^2}{S_2^2}-1\right)}}.$$

Pe de altă parte

$$p_1-p_2=7{,}6 \text{ cm Hg}=1{,}015\cdot 10^5 \text{ dyn/cm}^2.$$

Densitatea aerului fiind 0,001 3 g/cm³, vom avea:

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}015\cdot 10^5}{0{,}001\,3\,(1{,}4^2-1)}},$$

sau

$$v=12\,750 \text{ cm/s adică } 459 \text{ km/h}.$$

E. Scurtă privire istorică asupra dinamicii fluidelor

Intinsele rețele de irigații ale Egiptului și Babilonului, precum și vastele instalații de apeducte, lăsate de vechea civilizație cretană, dispărută acum 3 000 de ani, arată cunoștințe destul de înaintate despre curgerea lichidelor, la popoarele vechi.

Cu toate acestea, problema n-a intrat în preocupările filozofilor greci, care s-au limitat numai la condițiile de echilibru.

Afară de unele speculații greșite ale lui Aristotel, care credea că nici apa, nici aerul nu apasă asupra pămîntului și că natura are oroare de vid, urmate de observațiile juste ale lui *Heron* din *Alexandria*, despre curgerea treptată a apei dintr-un vas și despre înglobarea de aer în vîna lichidă, nu mai găsim aproape nimic, în literatura antică.

Abia în anul 1 al erei noastre, arhitectul roman *Vitruvius*, în celebrul lui tratat de arhitectură, vorbește despre vechile lucrări de irigație ale trecutului și despre instalațiile de apeducte care, în vremea lui, ajunseseră la un grad înaintat de dezvoltare.

Tot aici găsim pentru prima dată amintite, morile de apă care, cu siguranță, erau mult mai vechi.

Cît despre morile de vînt, ele apar în Europa abia după cruciade, însă erau cunoscute, probabil, înainte de arabi.

Evul Mediu, pînă în secolul al XVI-lea, adică pînă dincolo de începuturile Renașterii, n-a mai adus nimic nou, iar încercările lui *Bacon* [1]), de a combate ca eronate părerile lui Aristotel, i-au adus zece ani de închisoare, pentru erezie.

Primele lucrări științifice de hidrodinamică se datoresc lui *Lionardo da Vinci*. Ele au rămas multă vreme necunoscute și păstrate numai sub formă de manuscrise. In acestea găsim o serie de desene precise și admirabil executate, alături de un text cu litere mărunte, scrise cu mîna stîngă, ca să nu poată fi citite decît în oglindă.

---

[1]) ***Roger Bacon*** (1214—1294) învățat englez și creatorul metodei de cercetare experimentală.

Tratatul lui *Despre mişcarea şi măsurarea apei* vorbeşte de mişcarea valurilor, despre vîrtejurile ce se formează la coturi sau în dosul unui obstacol, studiază căderile de apă, morile şi curgerea prin tuburi, alături de aplicaţii practice deosebit de ingenioase.

De asemenea, observă fenomenele de propagare, de reflexie şi de interferenţă a valurilor, înţelege legea continuităţii şi ajunge să-şi dea seamă de rolul pe care-l joacă forma unui obstacol care se mişcă într-un fluid.

Cercetările lui culminează cu descoperirea *profilului aerodinamic*, exact în forma adoptată şi astăzi, cu descrierea *paraşutei* şi cu *primele încercări de zbor*, cunoscute în istorie.

Din păcate, manuscrisele lui n-au fost publicate decît în 1826, după ce *Venturi* a izbutit să atragă atenţia asupra lor.

Începînd cu *Galileu*, metoda experimentală se generalizează în fizică, înlocuind metoda speculativă aristoteliană, cu toată opoziţia bisericii.

Contribuţia lui, la studiul proprietăţilor aerului, înlătură definitiv credinţa greşită că nu ar fi un corp material.

Bătrîn şi orb, el sugerează lui *Torricelli* cunoscuta experienţă cu tubul barometric, precum şi legea de curgere a lichidului dintr-un vas.

Această lege a rămas multă vreme contestată, prin autoritatea lui *Newton*, care ajunsese experimental la concluzia că viteza este egală cu rădăcina pătrată din gh, în loc de $2gh$.

Tot Newton a descoperit însă şi a explicat corect contracţia vinei lichide.

Cu secolul al XVII-lea, începe o perioadă de cercetări sistematice pentru adunarea datelor experimentale, fără de care nu se putea porni la o interpretare matematică. Această perioadă continuă şi astăzi fiindcă teoria încă nu este satisfăcătoare şi completă.

Studiul liniilor de curent începe de la *Huyghens* (1681), care încearcă să le urmărească, folosind bucăţele de ceară, ca *trasori*.

Primele încercări de calcule, la roţile de apă şi la morile de vînt, au fost făcute de *Mariotte*. Completate de *Euler*, într-o lucrare celebră, apărută în 1754, ele au dus la ideea turbinelor de apă, în forma lor modernă.

Denumirea de *turbină* apare în literatura inginerească abia în 1824, dar Euler este de fapt inventatorul ei.

Tubul lui *Pitot* datează din 1732 şi deschide, pentru prima dată, drumul măsurărilor mai precise ale vitezelor de curgere.

Cît despre tubul lui *Venturi*, care datează din 1797, teoria lui a fost făcută cu 90 de ani mai tîrziu de *Herschell* [1]).

Inginerul american *Francis* a imaginat modelul de rotor în 1845, dar războiul de secesiune care a urmat a împiedicat aplicarea practică pe scară mai mare [2]).

---

[1]) *William Herschell* (1738—1822) matematician şi astronom, născut la Hanovra şi mort în Anglia. A descoperit planeta Uranus.

[2]) *Războiul de secesiune*, între nordul şi sudul Statelor-Unite, a izbucnit în urma alegerii preşedintelui *Lincoln*, care decretase abolirea sclavajului negrilor. El s-a terminat cu victoria nordului, urmată de asasinarea lui Lincoln, de către un fanatic sclavagist, în 1865.

Abia în 1891, cu ocazia unei expoziţii la Frankfurt pe Mein, inginerul rus *Dolivo-Dobrovolski*[1]) construieşte prima centrală hidroelectrică din lume şi izbuteşte să transporte la distanţă mare curentul electric trifazat, de înaltă tensiune (25 000 V).

Această centrală nu avea decît 200 CP, dar data marchează începutul dezvoltării prodigioase de mai tîrziu a reţelelor electrice.

Rămîne acum să vorbim despre problema rezistenţei la înaintare, în medii vîscoase.

Inceputurile acestor cercetări se leagă de numele lui *Galileu, Mariotte* şi ***Newton***. Pe ceilalţi îi lăsăm la o parte.

Galileu a făcut primele experienţe şi a studiat amortizarea oscilaţiilor unui pendul şi căderea liberă a corpurilor, în aer sau în apă, ajungînd la concluzia că rezistenţa depinde de viteză şi de densitatea mediului, fără să poată formula o relaţie cantitativă.

Mariotte recurge la determinări directe, cu balanţa, şi demonstrează că rezistenţa la înaintare a unei plăci drepte, într-un lichid, este proporţională cu pătratul vitezei şi cu densitatea. El dă şi o valoare destul de apropiată a coeficientului de proporţionalitate.

Newton, între 1713 şi 1726, confirmă rezultatele acestea, le extinde la corpuri de alte forme şi încearcă să intre mai adînc în miezul problemei.

Lăsînd la o parte unele concluzii greşite, cu privire la influenţa formei obstacolului, el introduce concepţia curgerii laminare şi a rezistenţei proporţionale cu gradientul vitezei, de care ne servim şi astăzi.

Incepînd cu secolul al XVIII-lea, mărirea tonajului la corăbiile cu pînze a impus o cercetare mai amănunţită, atît a mişcării în aer, cît şi a rezistenţei în apă.

Metodele de experimentare au devenit din ce în ce mai precise şi mai ingenioase, iar în 1775 Academia Franceză a instituit o comisie, din care făcea parte şi *d'Alembert*, pentru studiul profilelor la corăbii.

Cu această ocazie s-au construit şi primele canale hidrodinamice, pentru studiul machetelor.

Aceste cercetări, împreună cu acelea făcute, între alţii, de ***Ch. Hutton***, au dus la concluzia că vederile lui Newton nu sînt exacte, decît în regimul neturbulent şi că vîrtejurile au influenţă incomparabil mai mare decît simpla lunecare a păturilor.

Totodată s-a stabilit în ce măsură forma obstacolului împiedică sau favorizează aceste vîrtejuri.

Cercetările făcute sînt atît de variate şi de numeroase, încît nu mai e posibil să le menţionăm pe fiecare în parte. Ele s-au întins pe tot lungul veacului trecut.

Dezvoltarea navigaţiei cu abur şi începuturile aviaţiei le-au dat un nou imbold şi astfel s-a creat metoda modernă de cercetare cantitativă, au

---

[1]) *Mihail Osipovici Dolivo-Dobrovolski*, născut în 1862, a fost eliminat din Institutul Politehnic de la Riga, de către guvernul autocrat ţarist, pentru activitate revoluţionară, şi a plecat în străinătate, ca emigrant politic, unde a devenit unul din cei mai străluciţi ingineri ai timpului. Tot el a inventat şi motorul de curent alternativ trifazat, în forma care se păstrează şi astăzi.

apărut metode noi de calcul şi s-au construit an de an tunele aerodinamice şi canale hidraulice din ce în ce mai perfecţionate.

Am amintit în altă parte despre contribuţia fundamentală a lui Jukovski, în domeniul aviaţiei şi al aerodinamicii.

Cît priveşte studiile de hidrodinamică, experimentale sau teoretice, rezultatele practice apar de la sine, prin dezvoltarea prodigioasă a turbinelor hidraulice moderne.

Graţie unor studii migăloase şi extrem de dificile, avioanele au depăşit mai mult de două ori viteza sunetului în aer, iar descoperirea energiei nucleare ne face să întrevedem de pe acum justeţea ideilor lui *Ţiolkovski* asupra folosirii rachetei ca vehicul.

Cu titlu de informaţie, cele două tabele de mai jos ne arată cum a crescut viteza avioanelor şi cît de repede s-au dezvoltat tunelele aerodinamice.

Tabela 4 a

Viteza avioanelor

Anul	1906	1910	1913	1920	1934	1955
Viteza maximă (km/h)	41	106	204	302	709	2 000

Nu avem informaţii asupra vitezei maxime atinse de rachete.

Tabela 4 b

Tunele aerodinamice

Constructorul	Anul	Diametrul, în m	Viteza curentului, în m/s
Phipipps	1884	0,25	18
La Cour	1890	0,50	?
Renard	1896	0,50	?
Stanton	1903	0,60	9
Riabuşinski[1])	1906	1,20	6,50
Hiram Maxim	1909	0,52	22
Rateau	1909	0,70	35
Eiffel[2])	1909	2,00	20/12
Prandtl	1909	1,96	10

Anul 1909 a adus aviaţiei succesul trecerii peste Canalul Mînecii *(Blériot)*. De aici înainte tunelele aerodinamice au devenit aşa de numeroase, încît nu mai pot fi menţionate separat.

[1]) Construit în institutul lui Jukovski de la *Kucino*, lîngă Moscova.

[2]) *Gustave Eiffel* (1832—1923), inginer francez, constructorul cunoscutului turn de la Paris şi al primelor poduri metalice din lume.

Viteza curentului de aer a crescut mereu, ca să permită studiul machetelor pentru avioane din ce în ce mai rapide. Nu avem datele tehnice asupra tunelelor de construcţie recentă, dar se pare că în unele dintre ele se atinge viteza de 4 000 km/h.

În legătură cu începuturile aviaţiei, amintim cu mîndrie succesele românilor *Aurel Vlaicu* şi *Traian Vuia.*

Actualminte Institutul Politehnic din Bucureşti este înzestrat cu un tunel aerodinamic modern, în care se fac cercetări sub conducerea Profesorului *E. Carafoli,* cunoscut ca specialist de o valoare deosebită, în domeniul aerodinamicii.

În hidrodinamică, cităm lucrările profesorului *Victor Vîlcovici* făcute la Universitatea din Iaşi, apoi la Politehnica din Timişoara, asupra gîtuirii vinelor şi antrenării fluidelor de către corpurile în rotaţie, precum şi lucrările teoretice mai recente ale profesorului *Caius Iacob,* de la Bucureşti.

În sfîrşit, mai amintim că Institutul Politehnic din Timişoara dispune de unul din cele mai complete laboratoare de maşini hidraulice din Sud-Estul- Europei, organizat de profesorul *Aurel Bîrglăzan* şi de colaboratorii lui.

CAPITOLUL X

FENOMENE MOLECULARE ÎN LICHIDE

§ 109. **Structura internă a lichidelor.** În § 81 am arătat că starea păstoasă şi corpurile amorfe reprezintă o tranziţie de la starea solidă, la cea lichidă.

Tot acolo am văzut că, în vreme ce la cristali poziţia ionilor, atomilor sau moleculelor este dictată de o structură reticulară, care nu permite decît mişcări de vibraţie de amplitudine mică, în jurul unei poziţii de echilibru, la corpurile amorfe structura este mult mai labilă, de unde rezultă însuşirile *plastice.*

Trecînd la lichide, studiul fenomenelor de difuziune, mult mai lente decît la gaze, cît şi curgerea laminară, au dus la concluzia că şi acolo există o regularitate relativă de structură internă, care dă totuşi moleculelor o libertate mai mare de mişcare, decît la solide, dar mult mai mică decît la gaze.

Lichidele fac tranziţia între solide şi gaze, iar moleculele lor se află în stări sedentare.

După concepţiile profesorului *I. I. Frenkel* de la Leningrad, agitaţia termică în lichide se face astfel, încît fiecare moleculă vibrează, un timp limitat, în jurul unei poziţii de echilibru provizoriu, ca după aceea să se mute, ca să continue vibraţia în jurul altei poziţii vecine. El numeşte o asemenea situaţie provizorie ***stare sedentară.***

Desfăşurarea acestor fenomene este consecinţa unei coeziuni, de sigur mai mici decît la solide, dar totuşi destul de mare, în comparaţie cu gazele.

De aceea, *lichidele pot fi considerate ca o tranziţie între starea solidă şi cea gazoasă.*

Vom vedea mai tîrziu că, în anumite condiţii de presiune şi temperatură, trecerea unui lichid la starea gazoasă poate fi tot aşa de continuă ca şi trecerea unui solid, prin forma păstoasă, la starea lichidă.

Obişnuit, moleculele lichidelor formează asociaţii.

În tot cazul, moleculele unui lichid nu rămîn singulare, ci se leagă mai multe împreună, ca să formeze *asociaţii,* a căror mărime depinde de natura lichidului şi de condiţiile în care se află.

Aceste asociaţii nu sînt definitive, fiindcă orice moleculă poate să părăsească, prin efectul agitaţiei termice, grupul din care face parte, ca să treacă la grupul vecin, sau invers.

Pentru studiul acestor asociaţii moleculare trebuie să cităm şi lucrările făcute la noi în ţară de profesorul *Petru Bogdan* [1]).

§ 110. **Ecuaţia lui Van-der-Waals.** Vorbind despre comprimarea izotermă a gazelor, am arătat, în § 97, că legea lui Boyle-Mariotte

$$pV = \text{const} \tag{97.1}$$

este numai aproximativă, dacă o aplicăm la gazele reale.

Abaterile constatate le-am interpretat prin acţiunea *coeziunii,* care ajută presiunea exterioară în procesul de comprimare, şi prin existenţa *volumului propriu al moleculelor,* care, din contra, împiedică comprimarea, cînd a fost împinsă prea departe.

Abateri analoge apar şi la comprimarea lichidelor şi se datoresc aceloraşi cauze.

---

[1]) *Petru Bogdan* (1873—1944), fost profesor la Universitatea din Iaşi, a introdus, pentru prima dată la noi în ţară, studiul chimiei fizice. În dezvoltarea ştiinţei romîneşti, el a jucat un rol important atît prin valoroasele lucrări proprii, cît şi prin grupul de cercetători pe care l-a condus şi animat.

De aceea, relaţiile cunoscute

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{p}{\chi} \tag{95.1}$$

şi

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{V}, \tag{97.2}$$

în care intră modulii de compresibilitate χ, pentru lichide, şi p, pentru gaze, ***nu sînt valabile decît în domenii restrînse de presiune,*** fiindcă numai astfel aceşti moduli păstrează valori aproximativ constante.

În cele ce urmează vom căuta să stabilim o relaţie de interdependenţă a presiunii şi volumului, care să fie valabilă în domenii mai largi, atît la gaze, cît şi la lichide.

Să considerăm, deci, o moleculă care se găseşte inglobată *în interiorul* fluidului (fig. 252). Ea este atrasă simultan de celelalte molecule dimprejur, dar rezultanta acestor atracţii este nulă, din motive de simetrie.

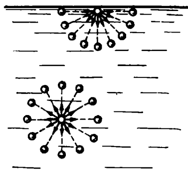


Fig. 252. Moleculele superficiale sînt atrase către interiorul lichidului.

Cu totul alta este situaţia pentru moleculele de la *periferia* fluidului, fiindcă aici nu mai există simetria şi forţele de atracţie tind să le tragă spre interior.

Ca urmare, *păturile superficiale exercită spre interior o presiune suplimentară π, care se adaugă la presiunea p, exercitată prin simpla comprimare.*

Este uşor de înţeles că această presiune suplimentară este direct proporţională cu numărul de molecule de pe unitatea de suprafaţă care *sufăr* atracţia spre interior. Cum acest număr scade, cînd fluidul se destinde, presiunea este invers proporţională cu volumul.

Pe de altă parte, va trebui să considerăm şi numărul de molecule care *exercită* această atracţie şi care de asemenea este invers proporţional cu volumul.

Ca urmare, *presiunea π fiind legată de două cantități invers proporționale cu volumul, va fi invers proporțională cu pătratul volumului,* fiindcă aceste cantități intervin prin *produsul* lor.

Vom putea scrie, deci, că presiunea totală P este

$$P = p + \pi = p + \frac{a}{V^2},$$

unde a este un factor de proporționalitate, care depinde de natura fluidului.

Pe de altă parte, știind că moleculele sînt incompresibile și că au un volum propriu b, care nu participă la comprimare, va trebui să introducem și această corecție.

Van-der-Waals demonstrează că *totul se petrece ca și cum moleculele ar interveni cu de patru ori volumul lor propriu* și această cantitate se numește *covolum.*

Comprimarea unui mol interesează, deci, numai volumul $V-4b$.

Să ne întoarcem acum la legea lui Boyle-Mariotte. Experiența ne arată că, dacă ne servim de așa-numita *scară absolută* a temperaturilor, pe care le notăm cu T, produsul pV, care este constant la o temperatură dată, *variază direct proporțional cu temperatura absolută* [1]).

În cazul particular, *cînd cantitatea de gaz reprezintă o moleculă-gram,* constanta de proporționalitate se notează cu R și avem

$$\boxed{pV = RT}. \qquad (110.1)$$

Cînd procesul este izoterm, temperatura fiind constantă, produsul RT este de asemenea constant.

Relația de față, cunoscută sub numele de *ecuația lui Mendeleev-Clapeyron,* formulează deci, implicit, și *legea lui Boyle-Mariotte,* pentru o moleculă-gram de gaz, la o temperatură dată.

$pV = RT$. Din motive cunoscute, ea nu este valabilă decît cu aproximație și în domenii restrînse de presiune.

---

[1]) Amintim că scara absolută a temperaturilor începe la —273 °C.

Ca să o extindem la domenii mai largi, vom introduce corecțiile arătate mai sus și ajungem astfel la o expresie mai generală

$$\boxed{\left(p+\frac{a}{V^2}\right)\cdot(V-4b)=RT}. \qquad (110.2)$$

$$\left(p+\frac{a}{V^2}\right)(V-4b)=RT$$

în care a/V^2 reprezintă presiunea suplimentară, b este volumul moleculelor, iar $4b$ covolumul.

Prin corecțiile făcute, care țin seama atît de presiunea suplimentară, datorită coeziunii, cît și de volumul real al moleculelor, această relație, cunoscută sub numele de *ecuația lui Van-der-Waals* [1]), este valabilă atît la lichide cît și la gaze.

Domeniul ei de aplicare este mult mai larg decît al legii lui Boyle-Mariotte, dar și ea nu constituie decît altă aproximație, care ne apropie ceva mai mult de realitatea faptelor experimentale.

Presiunea suplimentară a/V^2, aplicată pe toată suprafața fluidului, dă naștere la forțe, pe care le numim *forțele lui Van-der-Waals*.

La gaze, în condiții normale, această presiune moleculară este foarte mică și practic neglijabilă. Dar dacă gazul trece în starea lichidă, aceeași cantitate de substanță se îngrămădește într-un spațiu mult mai redus și forțele lui Van-der-Waals pot să atingă valori enorme.

La apă, de pildă, unde constanta

$$a=5{,}47\,\frac{\text{at}\cdot\text{l}^2}{\text{mol}}$$

și

$$V=18\ \text{cm}^3=0{,}018\ \text{l}.$$

găsim că

$$\pi=\frac{a}{V^2}=\frac{5{,}46}{0{,}018^2}\approx 17\,000\ \text{at}.$$

Presiunile pe care noi le exercităm, obișnuit, asupra lichidelor sînt aproape neglijabile, în raport cu presiunile moleculare. De aceea, lichidele ne par atît de puțin compresibile.

[1]) *Johannes Dietrich Van-der-Waals* (1837—1923), fizician olandez, fost profesor la *Amsterdam*, apoi la *Berlin*. Este titular al premiului Nobel.

§ 111. **Tensiunea superficială.** Comprimarea pe care o exercită forțele moleculare, prin pătura superficială, asupra unui lichid, implică, evident, existența unei *energii potențiale.*

Energia potențială minimă impune ca o picătură de lichid să ia forma sferică, de stabilitate maximă.

Dacă lichidul este izolat în spațiu, sub formă de picături, *condiția de echilibru stabil impune ca aceste picături să ia forma sub care energia potențială atinge cea mai mică valoare posibilă.*

Dar cum presiunea moleculară depinde de numărul de molecule de la suprafață, înseamnă că suprafața însăși trebuie să tindă către valoarea minimă.

Dintre toate corpurile geometrice, sfera are, la un volum dat, cea mai mică suprafață. De aceea, și *picăturile vor tinde către forma sferică.*

Experiența confirmă în totul această concluzie, nu numai la picăturile mici, dar și la masele enorme ale corpurilor cerești, indiferent dacă sînt în stare lichidă sau gazoasă.

Cînd o cantitate mai mare de lichid se sprijină pe un suport rigid, acțiunea greutății proprii nu mai permite forma de echilibru sferică și lichidul curge sau ia forma vasului.

În aceste condiții, nici picăturile nu mai păstrează forma sferică, ci se turtesc sau aderă și se întind pe suprafața de sprijin.

Dacă le punem în alt lichid, de densitate egală, ales așa ca să nu le dizolve, rămîn mai departe sferice.

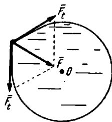


Fig. 253. Tensiunea superficială acționează tangențial.

Verificarea o putem face cu picături de untdelemn, într-un amestec de apă și alcool.

Să ne închipuim acum că o forță exterioară deformează suprafața unei picături și îndepărtează de centru un grup de molecule (fig. 253).

Imediat ce acțiunea deformantă încetează, forța moleculară $\bar{F}$, prin componentele tangențiale $\bar{F}_t$ tinde să restabilească forma inițială.

Totul se petrece, deci, ca și cînd lichidul ar fi îmbrăcat într-o membrană sub tensiune care, prin contracție, tinde să ia suprafața cea mai mică posibilă și a cărei deformare face să apară forțe tangențiale de opunere.

Tensiunea superficială este rezultanta pe unitatea de lungime a forțelor tangențiale la suprafața lichidului. Ea se exprimă în dyne pe centimetru.

Aceste forțe, totalizate pe unitatea de lungime, reprezintă tensiunea superficială, care se notează obișnuit cu γ și se exprimă în dyn/cm.

Următoarele experiențe învederează destul de clar acțiunea tensiunii superficiale:

1) Dacă introducem un cadru de sîrmă într-o soluție apoasă de săpun, amestecată cu glicerină, constatăm, cînd îl scoatem afară, că în interiorul lui s-a format o lamă subțire de lichid (fig. 254).

Un fir de ață, legat cap la cap și aruncat pe această lamă, se lipește de dînsa, prin adeziune, și formează o figură cu conturul neregulat. Dar dacă, în interiorul acestui contur, spargem lama, porțiunea exterioară caută să-și reducă suprafața la minimum și se contractă, iar firul ia forma circulară.

Este evident că, deoarece lama are două fețe, tensiunea superficială acționează deopotrivă pe amîndouă.

2) Un balon de săpun, format la capătul unui tub, se contractă și expulzează aerul din el, sub acțiunea tensiunii superficiale ,care și de astă dată se exercită pe ambele fețe.

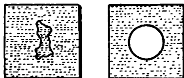


Fig. 254. Pelicule lichide.

3) O vînă foarte subțire de apă, care curge încet de la robinet, nu rămîne cilindrică, ci se strînge în picături, tot ca să-și reducă suprafața la minimum.

4) Bulele de aer care se ridică spre suprafața unui lichid, adesea nu izbutesc să se degaje, fiindcă presiunea din ele nu este suficientă ca să spargă membrana superficială. Așa se explică formarea spumei.

5) Din același motiv, putem face să plutească ace de cusut pe suprafața apei, dacă le așezăm cu băgare de seamă, și unele insecte ușoare se plimbă pe suprafața lacurilor, fără să se cufunde.

1. *Lucrul mecanic al tensiunii superficiale.* Prin definiție, am numit tensiune superficială rezultanta forțelor tangențiale, care acționează perpendicular pe unitatea de lungime, la suprafața unui lichid.

Tensiunea superficială reprezintă energia absorbită cînd suprafața unui lichid ar crește cu un centimetru pătrat.

Aceasta înseamnă că, pe o lungime oarecare l, forța superficială va fi

$$\boxed{F=\gamma l}. \quad (111.1)$$

Să presupunem acum că o cauză exterioară a mărit suprafaţa lichidului, aşa fel încît porţiunea marginală, de lungime l, s-a deplasat paralel cu ea însăşi, pe distanţa Δx (fig. 255).

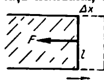


Fig. 255. Tensiunea superficială definită prin lucrul mecanic.

Se absoarbe atunci lucru mecanic, şi energia potenţială a sistemului creşte cu cantitatea

$$\Delta W = F \cdot \Delta x = \gamma l \cdot \Delta x = \gamma \cdot \Delta S,$$

unde ΔS reprezintă creşterea ariei.

De aici rezultă că

$$\boxed{\gamma = \frac{\Delta W}{\Delta S}}. \qquad (111.2)$$

Această relaţia ne arată că *tensiunea superficială este egală cu creşterea energiei potenţiale, cînd suprafaţa unui lichid s-ar mări cu un centimetru pătrat.*

Tensiunea superficială se poate exprima şi in erg/cm².

Rezultă că *tensiunea superficială poate fi exprimată nu numai în dyn/cm, dar şi în erg/cm².*

Este uşor de constatat că dimensiunile ambelor unităţi sînt aceleaşi.

A doua unitate este avantajoasă numai în cazurile cînd vrem să cunoaştem variaţiile de energie legate de variaţiile suprafeţei.

Obişnuit, se întrebuinţează mai mult unitatea statică *dyn/cm*.

Faptul că energia potenţială creşte, cînd se măreşte suprafaţa, ne duce la concluzia că pulverizarea unui lichid în picături mărunte implică o absorbţie de energie, care se face pe socoteala căldurii proprii, iar, ca urmare, lichidul se răceşte.

Contrariul se întîmplă dacă mai multe picături mărunte se unesc în una mare. Eliberarea de energie potenţială duce atunci la o situaţie mai stabilă decît înainte.

2. *Influența mediului vecin.* În cele discutate pînă acum am considerat lichidul ca izolat, făcînd abstracție de mediul care vine în contact cu suprafața lui.

Presiunea moleculară și tensiunea superficială depind de natura mediului în contact cu suprafața lichidului.

În faptă, acest mediu exercită și el o atracție, prin moleculele proprii, asupra lichidului considerat. Fig. 256 ne face să înțelegem ușor mecanismul fenomenului.

Ca urmare, după mărimea și gradul de îndesire a moleculelor din exterior, *atît presiunea moleculară, datorită forțelor lui Van-der-Waals, cît și tensiunea superficială a lichidului, trebuie să sufere o scădere.*

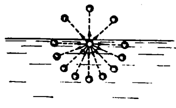


Fig. 256. Mediul vecin modifică tensiunea superficială.

Experiența confirmă în totul această concluzie și de aceea valorile numerice trebuie să fie totdeauna însoțite de specificarea mediului de contact.

3. *Determinarea tensiunii superficiale.* Dintre metodele cunoscute vom descrie numai două:

1) *Metoda balanței.* Sub talgerul unei balanțe atîrnăm un fir subțire și rectiliniu de metal, cu capetele îndoite în jos, așa cum arată fig. 257. După ce echilibrăm balanța, aducem firul în contact cu lichidul, pe toată lungimea lui, și dacă încercăm să-l ridicăm se formează sub el o membrană lichidă.

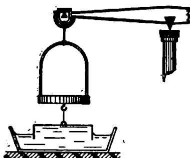


Fig. 257. Determinarea tensiunii superficiale cu balanța.

Încărcînd balanța de cealaltă parte cu greutăți etalonate mg, membrana se va rupe în momentul cînd

$$2\gamma l = mg,$$

unde l este lungimea firului, pe care am luat-o de două ori, fiindcă membrana are două fețe.

2) *Metoda picăturilor* este folosită mai ales în laboratoarele de biologie. Ea ne permite să comparăm o tensiune superficială cunoscută, cu alta necunoscută și se bazează pe următorul principiu:

Într-o pipetă introducem un volum cunoscut de lichid și-l lăsăm să curgă picătură cu picătură (fig. 258).

Fiecare din aceste picături se rupe şi cade în momentul cînd greutatea proprie mg ajunge să egaleze acţiunea tensiunilor superficiale, care se desfăşoară pe toată periferia $2\pi r$ a orificiului de curgere.

Vom avea, deci,

$$2\pi r\gamma = mg$$

şi pentru alt lichid

$$2\pi r\gamma' = m'g.$$

Aceste relaţii, împărţite membru cu membru, ne dau

$$\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{m}{m'}.$$

Masele picăturilor se pot calcula uşor, dacă înmulţim volumul pipetei cu densitatea lichidului şi împărţim prin numărul lor total.

Fig. 258. Tensiunea superficială echilibrează greutatea picăturii.

Totul se reduce, deci, la numărarea picăturilor care se formează dintr-un volum cunoscut de lichid.

Metoda este puţin precisă, fiindcă picăturile de lichide diferite se gîtuie neegal, în momentul detaşării de la gura tubului.

Biologii numesc acest aparat *stalagmometru*. Este mai simplu să-i zicem *numărător de picături*.

Tabela de mai jos dă tensiunile superficiale la cîteva lichide, faţă de medii diferite, la temperatura de +20 °C.

Datele sînt exprimate în dyne pe centimetru.

Tabela 5

Lichidul	Mediul	Tensiunea superficială
Apă	Aer	73,5
Apă	Benzen	33,6
Apă	Cloroform	29,5
Apă	Eter	12,2
Apă	Untdelemn	20,6
Mercur	Aer	540
Mercur	Alcool	399
Untdelemn	Aer	aproximativ 34
Eter	Aer	29,4
Glicerină	Aer	65

§ 112. **Presiunea sub o suprafață curbă de lichid.** Să considerăm o porțiune limitată din suprafața liberă a unui lichid, care poate fi convexă sau concavă, și să facem abstracție de suprafețele vecine (fig. 259).



Fig. 259. Presiunea pe suprafața curbă a lichidului.

Acțiunea tensiunilor superficiale tinde să reducă această suprafață la minimum posibil permis de situație și, dacă poate, o va aduce pînă la forma plană.

După sensul în care se orientează aceste tendințe, vor apare pe suprafața dată *forțe normale*, care apasă asupra lichidului, sau trag spre exterior, așa cum arată figura.

Sub o suprafață convexă apare o presiune asupra lichidului, iar sub una concavă, o depresiune.

La o suprafață convexă, ele vor da naștere unei presiuni suplimentare, iar la una concavă se va produce, din contra, o depresiune, care se vor adăuga algebric la orice altă presiune ce ar exista în lichid.

Să considerăm acum cazul cel mai simplu, cînd lichidul se mărginește cu o calotă sferică, de exemplu convexă, din care vom izola o porțiune de rază r, destul de mică pentru ca suprafața ei să poată fi confundată cu a cercului de bază (fig. 260).

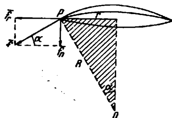


Fig. 260. Pentru calcularea presiunii suplimentare pe suprafața curbă a lichidelor.

După însăși definiția tensiunii superficiale, pe fiecare centimetru liniar al conturului acestei mici calote acționează o forță tangențială $\bar{f}$, numeric egală cu γ.

Această forță dă naștere la o componentă $\bar{f}_r$, care trage în lungul razei r, și unei a doua componente, $\bar{f}_n$, de valoare numerică

$$f_n = f \sin \alpha = \gamma \sin \alpha,$$

orientată normal pe baza calotei și care contribuie la formarea presiunii suplimentare.

Pe întregul contur vom avea, deci, forța normală

$$F_n = 2\pi r \gamma \sin \alpha.$$

Pe de altă parte, triunghiul hașurat ne arată că

$$\sin \alpha = \frac{r}{R},$$

în care R este raza sferei din care face parte calota.

Rezultă că

$$F_n = \frac{2\pi r^2 \gamma}{R},$$

pe care, dacă o raportăm la aria πr^2, găsim presiunea suplimentară:

$$\boxed{p = \frac{2\gamma}{R}}. \qquad (112.1)$$

Presiunea suplimentară este invers proporțională cu raza de curbură a suprafeței.

Ea ne arată că *lichidul suferă o presiune sau depresiune cu atît mai mare, cu cît raza de curbură a suprafeței este mai mică, iar în cazul cînd suprafața poate să atingă forma plană, această presiune se anulează.*

Menționăm că aici este vorba numai de o *presiune suplimentară, legată de forma suprafeței libere,* pe care nu trebuie să o confundăm cu presiunile exercitate de forțele lui Van-der-Waals, care sînt incomparabil mai mari.

Pentru exemplificare, dacă ne raportăm la cazul unei picături de apă, cu raza de 0,2 cm și tensiunea superficială 73 dyn/cm, găsim presiunea suplimentară

$$p = \frac{2\gamma}{R} = \frac{2 \cdot 73}{0{,}2} = 730 \text{ bari}.$$

Un control experimental calitativ se poate face cu două baloane de săpun, formate la capetele unui tub.

Contrar de ce ne-am aștepta, la o simplă examinare superficială, presiunea aerului dinăuntrul baloanelor nu este aceeași, iar *balonul mai mic se descarcă în cel mare.*

§ 113. **Adeziunea lichidelor, capilaritate.** In hidrostatică, am considerat suprafața liberă a unui lichid, într-un vas, ca orizontală, fiindcă nu am ținut seamă de forțele moleculare ce pot să apară între pereții vasului și lichid.

O examinare mai atentă ne arată însă că, în imediata vecinătate a pereților, foarte rar se întîmplă ca suprafața lichidului să rămînă plană. Obişnuit, ea se curbează şi capătă fie o formă *convexă*, fie una *concavă*. Vom spune atunci că s-a format un *menisc* (fig. 261).

Tot observația directă ne arată că *meniscul este concav la lichidele care udă pereții* (de pildă la apă, în vas de sticlă, sau la mercur în vas de cositor) *şi convex la lichidele care nu-i udă* (de pildă la apă, în vas de parafină, sau la mercur, în vas de sticlă).

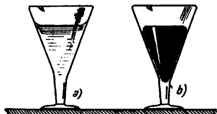


Fig. 261. Meniscul concav şi meniscul convex.

Fenomenul se datorește acțiunii combinate a forțelor de *coeziune*, adică de atracție dintre moleculele lichidului, și de *adeziune*, adică de atracția exercitată de moleculele pereților.

La lichidele care udă pereții, meniscul este concav, iar la celelalte convex. Faptul se datorește acțiunii suprapuse a coeziunii şi adeziunii.

Pentru o mai bună înțelegere, să considerăm forma suprafeței libere, în imediata apropiere a peretelui (fig. 262).

Din motive de simetrie, rezultanta forțelor de coeziune, îndreptată spre *interior*, se va orienta după bisectoarea unghiului format între suprafață și perete. Pe figură am notat-o cu $\overline{F}_c$.

Ea se compune cu rezultanta forțelor de adeziune F_a, perpendiculară pe perete, orientată spre *exterior*.

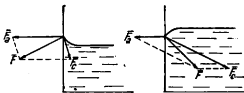


Fig. 262. Formarea meniscului.

Din compunere rezultă forța totală $\overline{F}$, față de care, la echilibru, suprafața lichidului trebuie să ia poziția perpendiculară.

Totul depinde, prin urmare, de raportul de forțe dintre cele două acțiuni contrare.

1. *Lichidele în tuburi capilare.* O consecință imediată a acestor fenomene o constituie abaterea de la principiul vaselor comunicante, ce o putem constata la tuburile de diametru mai mic, pe care le numim *capilare*.

În astfel de tuburi, cufundate într-un lichid care *udă pereții*, meniscul se urcă *mai sus* decît în exterior.

Contrariul se întîmplă, cînd lichidul *nu udă pereții* (fig. 263).



Fig. 263. Lichide în tuburi capilare.

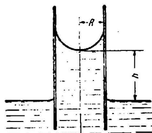


Fig. 264. Pentru deducerea legii lui Jurin.

Să luăm ca exemplu *un lichid care udă pereții* și, pentru simplificare, să admitem că raza R a tubului este așa de mică, încît meniscul să capete forma unei semisfere concave, reprezentată în fig. 264.

Relația (112.1) ne spune că, în acest caz, lichidul suferă o *depresiune*, care tinde să-l ridice în tub, pînă la înălțimea h, la care presiunea hidrostatică a coloanei ajunge să echilibreze această depresiune.

Vom avea deci

$$\rho g h = \frac{2\gamma}{R}, \qquad (113.1)$$

iar pentru alt tub, de rază R_1, și *același lichid*,

$$\rho g h_1 = \frac{2\gamma}{R_1} .$$

Aceste două relaţii, împărţite membru cu membru, ne dau

$$\boxed{\frac{h}{h_1} = \frac{R_1}{R}}. \qquad (113.2)$$

Această relaţie simplă exprimă *legea lui Jurin* [1]) şi ne spune că, *pentru unul şi acelaşi lichid, diferenţa de nivel a meniscului, faţă cu exteriorul, este invers proporţională cu raza tubului capilar.*

Pentru un lichid dat, denivelarea este invers proporţională cu raza tubului capilar.

Ea se mai poate scrie şi sub forma

$$\boxed{Rh = \text{const.}}, \qquad (113.2\text{ a})$$

iar dacă reprezentăm variaţia diferenţei de nivel h în funcţie de raza tubului, căpătăm o ramură de hiperbolă echilateră, raportată la asimptotele ei.

Experienţa ne arată, în adevăr, că, prin cufundarea în lichid a două lame de sticlă plane, care fac între ele un unghi destul de mic, putem să materializăm această hiperbolă, fiindcă meniscul capătă forma arătată în fig. 265.

Mai menţionăm că relaţia scrisă mai sus

$$\rho g h = \frac{2\gamma}{R},$$

ne permite să determinăm tensiunea superficială din simpla măsură a razei tubului şi a denivelării h.

In viaţa de toate zilele, întîlnim numeroase manifestări ale capilarităţii: urcarea umezelii prin pereţi, ridicarea sevei în plante, pătrunderea cernelii în hîrtia sugativă, trecerea sîngelui prin vasele capilare sînt numai cîteva exemple.

Raţa nu-şi udă penele, fiindcă sînt grase şi apa nu intră în ele. Dar dacă o punem să înoate pe apă cu săpun, sau pe apă cu fiere de bou, se duce la fund, fiindcă grăsimea se dizolvă.

Experienţa este deosebit de amuzantă pentru noi, dar cît se poate de surprinzătoare pentru raţă.

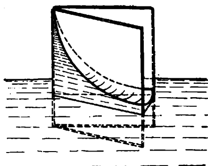


Fig. 265. Inălţimea coloanei este invers proporţională cu distanţa plăcilor.

[1]) *James Jurin* (1684—1750), medic şi matematician englez.

2. *Flotația minereurilor*. Industria metalurgică folosește un procedeu deosebit de ingenios pentru separarea minereurilor: *flotația* cu care se tratează anual milioane de tone. Sistemul se bazează pe fenomenele de *adeziune selectivă*.

Flotația permite separarea minereurilor și se bazează pe adeziunea selectivă.

Unele minereuri, de pildă sulfurile, manifestă o adeziune mai mare pentru uleiuri decît pentru apă. Altele, cum ar fi silicații, aderă mai bine la apa acidulată.

Un amestec de sulfuri și silicați, pus în ulei și supus barbotării, printr-un curent de aer, formează o spumă care plutește și cară la suprafață numai sulfurile.

Obișnuit se folosește uleiul extras din acele de pin.

3. *Adsorbția* este un caz particular de adeziune al gazelor sau vaporilor, pe suprafețele solide. Pătura adsorbită are o grosime de dimensiuni moleculare.

Adsorbția este un fenomen molecular de fixare a gazelor și vaporilor pe suprafețele solide.

Fenomenul are aplicații numeroase, între altele la măștile de gaz cu cărbune activ. Ele au fost inventate în 1915, de către chimistul rus *N. D. Zelinski* [1]) și adoptate în toată lumea, pentru apărarea populației civile și a trupelor împotriva atacurilor cu gaze.

Cărbunele activ este un cărbune vegetal, provenit din cojile de nucă și supus unui tratament special, la 800—900 °C, cu clorură de zinc sau cu acid fosforic, în vapori de apă.

Granulele devin atunci foarte poroase și capătă o suprafață enormă, iar adsorbția poate să fixeze pînă la un litru de clor gazos, pentru fiecare gram de cărbune.

Aceste fenomene au și aplicații vaste, pe scară industrială, mai ales la decolorări, fiindcă moleculele substanței colorante sînt adsorbite ca și moleculele gazoase.

Se folosește atunci, de preferință, cărbune de oase.

In vopsirea fibrelor textile, procesul este în totul analog.

Adsorbția este un fenomen de suprafață, pe care nu trebuie să-l confundăm cu absorbția, care se petrece în adîncime.

---

[1]) *Nikolai Dmitrievici Zelinski* (1861—1953), fost profesor de chimie organică la Universitatea din Moscova.

4. *Pături monomoleculare.* Dacă răspîndim, pe suprafaţa unui lichid, un alt lichid care pluteşte, tensiunea superficială este dictată de pătura superioară.

Putem face însă ca această pătură să devină atît de subţire, încît să conţină un singur strat de molecule. De aici înainte, dacă o întindem mai departe, găsim tensiunea superficială a lichidului-suport.

Determinarea acestei limite ne permite astfel să măsurăm dimensiunile moleculelor, fiindcă grosimea păturii poate fi calculată cînd cunoaştem volumul substanţei răspîndite şi suprafaţa ocupată.

Această metodă, folosită la acizii graşi de către *Langmuir*[1]), a dus la rezultate în perfectă concordanţă cu concepţiile chimiştilor despre structura moleculară a acestor substanţe.

Pe de altă parte, *Jean Perrin*[2]), studiind coloraţiile ce apar pe lame lichide foarte subţiri, cum sînt baloanele de săpun, a stabilit că aceste lame sînt formate din pături monomoleculare suprapuse şi trec prin salturi, de la o grosime la alta.

Aceasta i-a permis de asemenea o determinare directă a mărimii moleculelor.

---

[1]) *Irving Langmuir* (n. 1881), fizician şi chimist american, cunoscut mai ales pentru cercetarea fenomenelor în vidul înaintat.

[2]) *Jean Perrin* (1870—1942), fost profesor la Facultatea de Ştiinţe din Paris, titular al premiului Nobel. S-a distins prin cercetări fundamentale asupra dimensiunilor atomului şi a evidenţierii lui directe, pe calc fizică. A cercetat de asemenea structura razelor catodice.

PARTEA A TREIA

CĂLDURA ŞI TERMODINAMICA

CAPITOLUL XI

TERMOMETRIE, DILATARE

A. Fenomene fundamentale

§ 114. **Noţiunea de temperatură.** Cînd pipăim corpurile din jurul nostru ne dăm seama că unele sînt mai calde şi altele mai reci. Căpătăm astfel noţiunea de *temperatură* şi zicem că această temperatură este cu atît mai ridicată, cu cît corpul pare mai cald.

Noţiunea de temperatură izvorăşte din senzaţia de cald şi rece.

Dar aprecierea temperaturii, prin simplă atingere directă, nu se poate face exact, fiindcă, de fapt, apreciem numai diferenţa faţă de temperatura mîinii, care poate să varieze.

De altfel, cînd un corp este fie prea cald, fie prea rece, nu ne mai putem da seama de temperatura lui, fiindcă frigul intens, ca şi căldura intensă, produc aceeaşi senzaţie dureroasă de arsură.

Putem face însă ca aprecierea subiectivă a temperaturii să devină obiectivă, dacă o legăm de anumite fenomene fizice, la care participăm ca simpli spectatori.

§ 115. **Dilatarea corpurilor**. Printre numeroasele fenomene care ne permit să măsurăm variaţiile de temperatură şi să comparăm două temperaturi date, cele mai comune sînt *fenomenele de dilatare,* prin care aproape toate corpurile îşi măresc dimensiunile, cînd le încălzim.

Variaţia temperaturii schimbă dimensiunile corpurilor.

1) *La solide,* dilatarea poate fi observată calitativ cu o bară de metal mai lungă, sau cu o sîrmă, pe care o fixăm la un capăt şi punem la celălalt capăt un indicator şi o scală gradată (fig. 266).

Eventual se poate folosi şi un sistem de pîrghii, care să amplifice deplasarea capătului liber.

De asemenea, putem încălzi o sferă metalică, dimensionată aşa ca, la rece, să treacă exact printr-un inel, şi constatăm atunci că, după încălzire, nu mai trece (fig. 267).

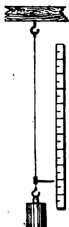


Fig. 266. Dilatarea unei sîrme.

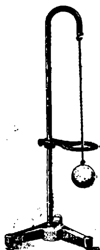


Fig. 267. Sfera dilatată nu mai trece prin inel.

Există şi unele excepţii rare, de pildă la cauciuc sau la iodura de argint, care se contractă prin încălzire, în loc să se dilate.

In alte cazuri, de pildă la cuarţ sau la unele aliaje speciale de fier şi nichel, dilatarea este aproape neglijabilă.

2) *La lichide*, putem evidenţia dilatarea încălzind cu mîna un balon, prevăzut cu un tub capilar (fig. 268).

3) *La gaze*, putem folosi acelaşi balon, pe fundul căruia se găseşte o mică cantitate de lichid (fig. 269).

Atît la lichide, cît şi la gaze va trebui să facem distincţie între *dilatarea proprie*, pe care o numim *absolută*, şi *dilatarea relativă* sau *aparentă*, mai mică decît precedenta, din cauza dilatării vasului.

§ 116. **Termometre, puncte fixe.** Orice aparat care ne serveşte să măsurăm temperatura este, prin definiţie, un termometru.

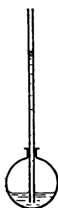


Fig. 268. Dilatarea unui lichid.



Fig. 269. Dilatarea unui gaz.



Fig. 270. Umplerea unui termometru.

Cele mai obişnuite sînt termometrele care se bazează pe dilatarea lichidelor.

Ele se compun dintr-un rezervor de sticlă, terminat cu un tub capilar gradat. Lichidul din rezervor poate fi apă, alcool, petrol etc., dar cel mai întrebuinţat este mercurul.

Ca să-l introducem înăuntru, încălzim rezervorul şi obligăm o parte din aer să iasă afară, prin dilatare (fig. 270).

Cufundăm apoi capătul deschis în lichid şi aşteptăm ca vidul parţial, produs prin răcire, să-l tragă înăuntru.

Operaţia se repetă de mai multe ori, pînă ce se atinge nivelul dorit.

După aceea, topim la flacără vîrful capilarei şi o închidem definitiv.

Eventuale urme de aer, ce ar mai rămîne în capilară, nu deranjează cu nimic funcţionarea corectă. Uneori avem chiar interesul să le păstrăm, sau să introducem un gaz inert, de exemplu *azot,* fiindcă ridicarea presiunii, prin comprimarea gazului, măreşte temperatura de fierbere a lichidului şi extinde scara termometrului.

Termometrul, o dată construit, trebuie gradat. După diferite încercări făcute în cursul vremurilor s-au ales anumite tempera-

luri, pe care le putem reproduce cu uşurinţă şi folosi ca puncte de reper.

Dispunem astfel, pentru gradare, de aşa-numitele *puncte fixe* ale scării termometrice.

Unul dintre ele este temperatura de topire a gheţii, iar celălalt temperatura vaporilor de apă, cînd aceasta fierbe sub presiunea normală. Au fost alese prin convenţie.

Distanţa pe capilară, între punctele fixe, se împarte după aceea în părţi egale, al căror număr depinde de alte convenţii, care definesc trei tipuri curente de scări termometrice.

a) *Scara lui Fahrenheit* [1]) marchează $+212°$ la punctul de fierbere al apei şi $+32°$ la punctul de topire al gheţii. Folosirea ei nu s-a generalizat în viaţa curentă, decît în Olanda, în Anglia şi în Statele Unite ale Americii.

b) *Scara lui Réaumur* [2]) marchează ~~$+212°$~~ $+80°$ la punctul de fierbere al apei şi $0°$ la punctul de topire al gheţii.

c) *Scara lui Celsius* [3]), numită şi *centesimală* sau *centigradă*, marchează $0°$ la punctul de topire al gheţii şi $+100°$ la punctul de fierbere al apei.

Fiind legată de sistemul zecimal de numărare, s-a generalizat atît în viaţa curentă, cît şi în cercetările de laborator.

Fahrenheit:	**32°—212°**
Réaumur:	**0°— 80°**
Centesimal:	**0°—100°**

Temperaturile se notează cu semnul $t°$, urmat de iniţiala majusculă a scării la care se referă.

Fig. 271 reprezintă comparativ cele trei scări amintite. Prin extrapolare, le putem prelungi şi în afara punctelor fixe. *Convenţional, temperaturile sub* $0°$ *se consideră negative.*

Relaţiile de mai jos ne permit să trecem cu uşurinţă de la o scară la alta:

$$t°C = \frac{4}{5}\, t°R = \left(\frac{9}{5}\, t° + 32°\right) F,$$

$$t°R = \frac{5}{4}\, t°C = \left(\frac{9}{4}\, t° + 32°\right) F,$$

$$t°F = \frac{5}{9}\,(t° - 32°)\, C = \frac{4}{9}\,(t° - 32°)\, R.$$

[1]) *Gabriel Daniel Fahrenheit* (1685—1736), fizician german. A folosit, se pare, pentru prima dată mercurul, în locul alcoolului la termometre.

[2]) *Antoine de Réaumur* (1683—1757), fizician şi naturalist francez.

[3]) *Andrea Celsius* (1701—1744), fizician suedez, născut la Upsala.

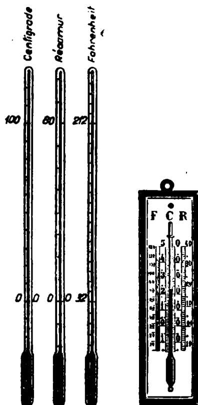


Fig. 271. Scările termometrice.

Temperatura este o mărime scalară şi de aceea punctul de plecare, notat cu 0°, poate fi ales numai prin convenţie.

Temperatura este o mărime scalară. Dimensiunile ei sînt grad.

Ea nu poate fi definită cu ajutorul sistemelor de unităţi cunoscute şi de aceea i se atribuie o dimensiune specială *grad*, oriunde o vedem apărînd într-o relaţie oarecare.

Termometre speciale. Tipul obişnuit de termometru descris mai sus, poate să sufere diverse adaptări sau perfecţionări.
Vom descrie deci cîteva tipuri particulare.

a) *Termometre pentru temperaturi joase.* Mercurul îngheaţă la —39 °C. De aici înainte va trebui să folosim alte lichide, de pildă: *alcoolul* şi *toluenul,* pînă pe la —100 °C, apoi *eterul de petrol* şi *pentanul lichid,* pînă pe la —190 °C.

b) *Termometre pentru temperaturi mai înalte.* Sub presiunea normală, mercurul fierbe la +357 °C. Ca să-l împiedicăm să fiarbă, introducem în capilară bioxid de carbon sau azot sub presiune. În felul acesta, termometrul cu mercur poate fi folosit pînă pe la +750 °C, cu condiţia să înlocuim sticla ordinară cu sticlă greu fuzibilă sau cu cuarţ.

La asemenea temperaturi, presiunea din interior poate să atingă 100 at, de unde pericol de explozie.

c) *Termometre de maximă şi minimă.* Mai ales în observaţiile meteorologice avem interesul să cunoaştem cea mai înaltă şi cea mai joasă temperatură, atinse într-un interval de timp dat.

Folosim atunci termometre speciale, numite de maximă şi de minimă.

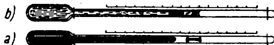
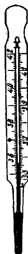


Fig. 272. Termometre de maximă şi minimă.


Fig. 273. Termometrul medical.

Pentru maximă, termometrul este umplut cu mercur şi are în capilară un mic bastonaş de sticlă colorată, în care s-a înglobat o sîrmă de fier (fig. 272, *a*).

Ridicarea mercurului îl împinge înainte, iar coborîrea îl lasă pe loc. După un timp oarecare, vom găsi deci bastonaşul la diviziunea maximă, la care l-a dus coloana.

Pentru minimă, termometrul se umple cu alcool, iar bastonaşul se află sub nivelul meniscului din capilară (fig. 272, *b*).

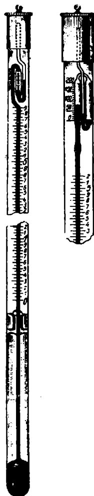


Fig. 274. Termometrul Beckmann.

Cînd coloana se contractă, îl trage în jos, prin capilaritate, iar cînd se urcă îl lasă pe loc.

Cu un magnet, putem deplasa din exterior şi după voie bastonaşele, dacă vrem să reluăm observaţiile de la capăt.

Aceste termometre se aşază în poziţie orizontală, pentru ca bastonaşele să nu se mişte sub acţiunea greutăţii proprii.

d) *Termometrul medical*. Este tot un termometru de maximă, gradat în zecimi de grad, cu scara limitată între +36 şi +42 °C.

Tubul are în *a* o gîtuitură (fig. 273).

Cînd mercurul se dilată, coloana se ridică pînă la înălţimea dictată de temperatura corpului. Cînd luăm termometrul de la bolnav, ea se rupe în dreptul gîtuiturii şi rămîne atîrnată în capilară. Ca să o coborîm înapoi în rezervor, e destul să scuturăm termometrul.

e) *Termometre de precizie*. Dacă facem capilara cît mai îngustă şi rezervorul cît mai mare, termometrul cu mercur ne permite să apreciem zecimile, sutimile şi chiar miimile de grad.

Scara acestor termometre nu cuprinde însă decît un domeniu cu atît mai restrîns, cu cît se cere o precizie mai mare. Ne servim atunci de *serii de termometre*, la care scările merg în continuare.

Cînd nu ne interesează decît *variaţiile de temperatură*, ne servim de termometre speciale, unde cantitatea de mercur din rezervor poate fi modificată după voie, îndoind în jos capătul capilarei şi adăugînd acolo un al doilea rezervor suplimentar (fig. 274). În felul acesta putem folosi un singur termometru, în orice domeniu mai restrîns de temperatură.

Acestea sînt termometrele de tipul *Beckmann*, utilizate curent în laborator.

Folosirea termometrelor de precizie implică anumite corecţii şi măsuri de precauţie speciale.

În primul rînd, trebuie să ţinem seamă de faptul că sticla însăşi păstrează totdeauna o *dilataţie remanentă*, la variaţiile de temperatură mai mari şi uneori se contractă chiar spontan, într-un timp mai îndelungat, ceea ce aduce o deplasare a punctelor fixe.

Punctul zero va trebui deci să fie controlat din cînd în cînd, prin cufundare în apă cu gheață.

In al doilea rînd, este evident că indicațiile citite vor fi altele dacă încălzim numai rezervorul, sau atît rezervorul cît și capilara. Înseamnă că va trebui să introducem, eventual, o nouă corecție, care să țină seamă de dilatarea capilarei.

La termometrele foarte precise ni se indică de obicei nivelul la care trebuie să fie cufundate și se folosește o sticlă specială, cu remanențe mici la dilatație. Aceasta nu ne scutește însă de obligația de a le verifica periodic.

Dacă gradația unui termometru se întinde prea mult peste +100°, sau sub 0°, simpla extrapolare în afara acestor limite ar duce la erori destul de mari.

Gradarea se face atunci cu ajutorul unor substanțe pure, la care temperatura de fierbere sau de toprie s-a determinat prin alte metode speciale.

Dăm mai jos cîteva din aceste puncte fixe.

a) *Temperaturi de topire* (în grade centigrade)

Mercur	— 38,80	Argint	+ 960,5
Staniu	+231,85	Aur	+1 063
Cadmiu	+320,9	Cupru	+1 084
Zinc	+419,5	Platină	+1 773,5
Stibiu	+630,5	Wolfram	+3 380

b) *Temperaturi de fierbere,* la presiunea normală (în grade centigrade)

Sulf	+444,6	Oxigen	—183
Bioxid de carbon	— 78,5	Hidrogen	—252,8

De asemenea, cînd lichidul din termometru nu se dilată uniform, cum ar fi bunăoară cazul alcoolului, gradarea nu se poate face prin împărțirea coloanei în porțiuni egale, ci numai prin comparație, din aproape în aproape, cu alte termometre deja verificate.

In sfîrșit, la orice termometru mai precis trebuie să ținem seamă că diametrul capilarei nu poate fi riguros uniform și să introducem, înainte de umplere, o *corecție de calibraj.*

Pentru aceasta, împărțim capilara în porțiuni de volume egale, purtînd în lungul ei o picătură de mercur și notînd lungimile ocupate de dînsa, în fiecare regiune.

In paragrafele următoare vom avea prilejul să revenim asupra termometrelor si scărilor termometrice.

§ 117. **Coeficienți de dilatație.** Am arătat mai sus că, în afară de rare excepții, dimensiunile geometrice ale corpurilor cresc prin încălzire.

Rămîne să cercetăm aceste fenomene, din punctul de vedere al legilor cantitative, pentru solide, lichide și gaze.

1. *Cazul corpurilor solide.* Vom deosebi două situații, care derivă una din alta:

a) *Dilatația liniară.* Experimental se constată că *variația lungimii unei bare este direct proporțională cu variația temperaturii.*

Dacă, la 0 °C, lungimea barei este L_0, iar la +1 °C această lungime devine $L_0+\Delta L_0$, înseamnă că unitatea de lungime a crescut cu cantitatea

$$\alpha=\frac{\Delta L_0}{L_0}.$$

Creșterea unității de lungime pentru un grad de temperatură este coeficientul de dilatație liniară.

Această cantitate reprezintă, prin definiție, *coeficientul de dilatație liniară.* Ea este caracteristică materialului din care e făcută bara.

Dacă temperatura ar crește cu $t°$, lungimea barei ar deveni

$$L_t=L_0+L_0\alpha t,$$

care se mai poate scrie sub forma

$$\boxed{L_t=L_0(1+\alpha t)}. \qquad (117.1)$$

Cantitatea $1+\alpha t$ este binomul de dilatație. Dacă o înmulțim cu lungimea la 0°, obținem lungimea la $t°$.

Această relație ne permite să calculăm lungimea barei la temperatura de $t°$, cînd cunoaștem coeficientul de dilatație al materialului și lungimea ei la 0 °C.

Cantitatea

$$1+\alpha t$$

se numește *binom de dilatație.*

Dacă nu cunoaștem lungimea barei la 0°, dar cunoaștem lungimea ei la altă temperatură t_1 și o notăm cu L_1, relația (117.1) devine

$$L_t=L_1[1+\alpha(t-t_1)].$$

Bara se va scurta sau se va lungi, după semnul diferenței de temperatură.

In orice sistem de unități am exprima lungimea, omogeneitatea relației

$$L_t = L_0(1 + \alpha t) \qquad (117.1)$$

ne obligă să dăm coeficientului de dilatație dimensiunile grd^{-1}.

Coeficientul de dilatație se exprimă printr-un număr raportat la grad.

Rezultă că acest coeficient nu depinde de sistemul de unități, în ce privește lungimea, și se va exprima printr-un număr abstract, raportat la grad.

Mai jos dăm coeficienții de dilatație liniară ai cîtorva substanțe, în domeniul temperaturilor normale.

	α		α
Oțel	0,000 010/°C	Cupru	0,000 016 /°C
Fier	0,000 012/°C	Platină	0,000 009 /°C
Aluminiu	0,000 022/°C	Sticlă	0,000 009 /°C
Argint	0,000 019/°C	Invar	0,000 000 2/°C
Alamă	0,000 018/°C	Cuarț	0,000 000 5/°C

De aici se vede, între altele, că sticla are același coeficient de dilatație ca și platina. De aceea, putem lipi fire de platină în sticlă, fără ca ea să crape.

De asemenea, se vede că aliajul *invar* (30% nichel + 70% fier) se dilată de 100 de ori mai puțin decît aluminiul.

Aceste valori nu trebuie să fie considerate ca niște constante, decît într-un interval de cîteva zeci de grade, în jurul temperaturii normale; *ele se modifică, dacă variațiile de temperatură sînt mai mari.*

Coeficientul de dilatație nu este constant decît în limite restrînse de temperatură.

De aceea, orice indicație numerică trebuie să fie însoțită de specificarea temperaturii la care s-a făcut determinarea.

Dar dacă nu urmărim o precizie mai mare, le putem totuși considera constante și în limite ceva mai largi de temperatură.

b) *Dilatația în volum.* Să presupunem că un cub are, la 0 °C, latura egală cu unitatea de lungime și să-i ridicăm temperatura cu un grad.

Coeficientul de dilatație liniară al substanței fiind α, latura cubului devine

$$l = 1 + \alpha,$$

iar volumul devine, la rîndul lui,

$$V=(1+\alpha)^3=1+3\alpha+3\alpha^2+\alpha^3;$$

α fiind foarte mic, α^2 și α^3 vor fi și mai mici. Putem deci neglija termenii respectivi, în comparație cu ceilalți și vom scrie, cu aproximație, că

$$V=1+3\alpha.$$

Cum volumul inițial al cubului, la 0°, era de 1 cm³, rezultă că unei creșteri α a laturii îi corespunde o creștere 3α a volumului.

Coeficientul de dilatație cubică este triplul coeficientului de dilatație liniară și reprezintă variația unității de volum cînd temperatura variază cu un grad.

Cantitatea 3α, adică triplul coeficientului de dilatație liniară, reprezintă creșterea unității de volum pe gradul de temperatură și se numește coeficient de dilatație cubică.

Dacă unitatea de volum crește cu 3α pentru fiecare grad, rezultă că, pentru un volum oarecare V_0 și o creștere de temperatură de la 0° la t°, vom avea

$$\boxed{V_t=V_0(1+3\alpha t)}. \qquad (117.2)$$

Cantitatea 3α se poate nota cu γ și atunci relația de față devine

$$V_t=V_0(1+\gamma t), \qquad (117.2a)$$

unde $1+\gamma t$ reprezintă *binomul de dilatație cubică.*

Volumul la temperatura t° se obține din produsul dintre volumul la 0° și binomul de dilatație cubică, unde $\gamma=3\alpha$.

Așadar, *ca să calculăm volumul la temperatura t°, vom face produsul dintre volumul la* 0° *și binomul de dilatație cubică.*

Cînd cunoaștem numai volumul la o temperatură oarecare t_1°, putem scrie, ca și la dilatația liniară, că

$$V_t=V_1[1+3\alpha(t-t_1)].$$

Tabela precedentă ne poate da coeficienții de dilatație cubică, prin înmulțirea cu 3 a coeficienților de dilatație liniară.

2. *Anizotropie.* Experienţa ne arată că, după cum proprietăţile elastice ale cristalelor nu sînt aceleaşi în toate direcţiile, tot aşa coeficienţii de dilataţie depind de orientarea faţă de axele de simetrie ale cristalului, care este *anizotrop*.

Fig. 275 reprezintă un cristal de cuarţ. Dilataţia decurge altfel după direcţia *XY*, decît după celelalte direcţii.

La saptul de *Islanda*, diferenţa este şi mai mare, fiindcă cristalul se dilată după o direcţie şi se contractă după altele.

Asemenea fenomene apar şi la corpurile amorfe, cu structură fibroasă, de pildă la o scîndură.



Fig. 275. Cristal de cuarţ.

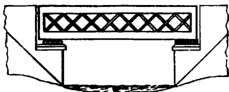


Fig. 276. Pod pe galeţi.

3. *Aplicaţii ale dilataţiei.* Dacă încălzim puternic o bară de metal şi o fixăm la cele două capete, contracţia după răcire dezvoltă o forţă atît de mare, încît poate să o rupă.

De aceea, construcţiile metalice sînt în aşa fel încheiate încît să permită dilataţia liberă a părţilor componente.

Astfel, podurile de fier sînt fixate numai la un capăt, iar celălalt se poate mişca pe nişte rotiţe, numite *galeţi* (fig. 276).

Tot aşa, conductele metalice supuse la variaţii mai mari de temperatură sînt curbate din loc în loc, în formă de buclă, ca să se poată dilata şi contracta în voie.

Din acelaşi motiv, tabla de pe casă nu se bate în cuie, ci se *fălţuieşte*.

Fierarul, ca să aşeze şina pe roată, o încălzeşte întîi şi o bagă păsuit, ca să strîngă obezile, cînd se răceşte.

Fenomenele de dilataţie au influenţă covîrşitoare asupra scoarţei globului. Contractarea păturilor centrale a determinat formarea munţilor, iar variaţiile mari de temperatură ajung cu încetul să fărămiţeze stîncile.

4. *Variaţia densităţii cu temperatura.* Densitatea fiind, prin definiţie, raportul dintre masă şi volum, să considerăm un corp la temperatura de 0°.

Densitatea lui va fi

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0}\ .$$

Dacă îl încălzim la $t°$, volumul crește și densitatea devine

$$\rho_t = \frac{m}{V_0(1+\gamma t)}\ .$$

Din aceste relații deducem imediat că densitatea la $t°$ este

$$\boxed{\rho_t = \frac{\rho_0}{1+\gamma t}}\ . \qquad (117.3$$

Densitatea la temperatura $t°$ se obține prin împărțirea densității la 0° cu binomul de dilatație cubică.

Prin urmare, *densitatea unui corp la temperatura $t°$ se obține prin împărțirea densității la 0° cu binomul de dilatație cubică.*

Această concluzie ne explică, între altele, de ce păturile unui fluid încălzit pe la fund caută să se ridice la suprafață.

5. *Dilatația lichidelor.* Dilatația la lichide interesează numai volumul. Ea are însă, drept consecință, o ridicare corespunzătoare a nivelului suprafeței libere, care nu trebuie să fie confundată cu o dilatație liniară.

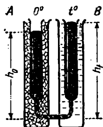


Fig. 277. Dilatarea absolută a mercurului.

Cunoașterea coeficientului de dilatație absolută implică o determinare prealabilă a dilatației vasului. Această operație poate fi, totuși, evitată prin următorul artificiu experimental, folosit pentru prima dată de *Dulong* și *Petit* [1]).

Lichidul, de exemplu mercurul, se introduce în două vase comunicante, din care unul este răcit cu gheață la 0 °C, iar celălalt este încălzit la temperatura $t°$ (fig. 277).

[1]) *Pierre Louis Dulong* (1735—1803), *Alexis Thérèse Petit* (1791—1820), fizicieni francezi.

Măsurînd înălțimile coloanelor și știind că ele sînt invers proporționale cu densitățile, avem

$$\frac{h_1}{h_0} = \frac{\rho_0}{\rho_1}$$

și ținînd seamă de relația (117.3) de mai sus, obținem

$$\frac{h_1}{h_0} = \frac{\rho_0 (1+\gamma t)}{\rho_0},$$

de unde deducem coeficientul de dilatație cubică absolută

$$\gamma = \frac{1}{t}\left(\frac{h_1}{h_0} - 1\right).$$

O dată cunoscută această valoare, pentru un singur lichid, putem, cu ajutorul ei, să determinăm dilatația unui vas, numit *dilatometru*, prevăzut cu un tub capilar gradat în volume (fig. 278), iar apoi să măsurăm dilatațiile absolute la orice alt lichid.

La dilatația aparentă vom adăuga atunci dilatația proprie a vasului.

Măsurările au arătat că lichidele se dilată, în mijlociu, cam de 100 ori mai mult decît solidele.

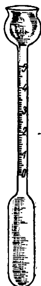


Fig 278. Dilatometru

Mai jos dăm coeficienții de dilatație la cîteva lichide .

	γ		γ
Apă	0,000 18/°C	Toluen	0,001 20/°C
Petrol (aprox.)	0,001 04/°C	Sulfură de carbon	0,001 21/°C
Alcool	0,001 05/°C	Mercur	0,000 18/°C

Dilatația mică a mercurului, în comparație cu alte lichide, ne explică de ce termometrele cu mercur, cu toate avantajele lor, sînt mai puțin sensibile decît cele cu alcool.

6. *Dilatația apei.* Se știe că apa îngheață la 0 °C. In anumite condiții, însă, pe care le vom cerceta mai tîrziu, putem coborî temperatura mult sub 0°, fără să se producă înghețul.

Fenomenul este cunoscut sub numele de *supratopire.*

Dacă studiem dilatația apei, între +4 °C și cea mai joasă temperatură la care o putem păstra în starea lichidă, constatăm că, în acest interval, apa *se contractă,* în loc să se dilate, cînd crește temperatura.

În schimb, la temperaturi mai mari de +4 °C, dilatația este normală, ca la orice alt lichid.

Apa are densitatea maximă la +4 °C.

Dacă plecăm deci de la +4 °C, atît urcarea temperaturii, cît și scăderea ei produc o creștere de volum, deci o micșorare a densității.

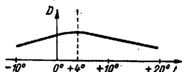


Fig. 279. Variația densității apei cu temperatura.

Rezultă că apa are densitatea maximă la temperatura de +4 °C.

Curba din fig. 279 și tabela de mai jos arată destul de limpede cum variază densitatea apei cu temperatura.

Tabela 6

Temperatura	Densitatea	Variația densității
−10° C	0,998 15	↑
− 5°	0,999 30	crește
0°	0,999 868	↓
+ 4°	1,000 000	maxim
+ 8°	0,999 876	↑
+10°	0,999 727	scade
+20°	0,998 230	↓

O verificare simplă se poate face cu un vas mai înalt, în care punem apă și deasupra gheață. Un termometru cufundat pînă la fund, ne arată că aceste pături au temperatura mai ridicată decît 0° și pot să atingă limita de +4 °C, iar după ce gheața se topește, încălzirea începe de la suprafață. Aceasta ne dovedește că pătura de la fund are densitatea mai mare decît celelalte.

Același fenomen se petrece, pe scară mare, în natură și permite animalelor acvatice să găsească, sub gheața lacurilor, o temperatură favorabilă, în timpul iernii.

7. *Dilatația gazelor.* Vom deosebi două situații extreme:

a) Dacă încălzim gazul și-l lăsăm să se dilate în voie, presiunea rămîne aceeași, dar variază volumul. Are loc atunci o *dilatație la presiune constantă.*

b) Dacă gazul se află într-un spațiu închis, al cărui volum nu depinde de temperatură, variază numai presiunea. Are loc atunci o *dilatație la volum constant.*

La gaze deosebim o dilatație la presiune constantă și alta la volum constant, cu diferite situații intermediare.

Intre aceste două extreme pot să existe diverse alte situații intermediare, în care să varieze atît presiunea, cît și volumul.

In primul caz, luînd un volum V_0 de gaz și ridicîndu-i temperatura de la 0° la 1 °C, constatăm experimental că, *oricare ar fi gazul,* volumul crește cu 1/273,15 din valoarea inițială.

La presiune constantă, toate gazele au coeficientul de dilatație în volum $\alpha = 1/273,15 \cdot grd^{-1}$.

Așadar, *spre deosebire de solide și de lichide, toate gazele se dilată la fel și au coeficientul de dilatație în volum* $\alpha = 1/273,15$ *pe gradul centigrad, sub presiune constantă* [1]).

De fapt, *această concluzie nu se aplică la gazele reale decît cu aproximație,* cînd nici presiunea nu este prea mare, nici temperatura prea coborîtă.

In domenii mai largi, va trebui să ne referim numai la gazele ideale.

Obișnuit, pentru nevoile curente, valoarea coeficientului α se rotunjește la valoarea aproximativă

$$\alpha = \frac{1}{273} = 0,00367 \cdot grd^{-1}.$$

In aceste condiții, vom putea scrie că, pentru toate gazele, volumul la temperatura t devine

$$\boxed{V = V_0(1 + \alpha t).} \qquad (117.4)$$

In al doilea caz, cînd dilatația se face *la volum constant,* legea de variație a presiunii se poate deduce din precedenta:

I. Să presupunem că, într-o primă fază, lăsăm gazul să se dilate liber, *la presiunea constantă p_0.*

Volumul lui devine, conform relației de mai sus

$$V = V_0(1 + \alpha t). \qquad (117.4)$$

[1]) Coeficientul de dilatație al gazelor nu trebuie să fie confundat cu acela de dilatație liniară al solidelor, cu toate că ambii se notează la fel.

II. Menținem acum *temperatura constantă* și-l comprimăm pînă revine la volumul inițial V_0. Presiunea crește și capătă valoarea p.

In cazul acesta, presiunii p îi corespunde volumul V_0, iar presiunii p_0 îi corespunde volumul $V_0(1+\alpha t)$.

Comprimarea fiind izotermă, putem aplica legea lui *Boyle-Mariotte* și presiunile fiind invers proporționale cu volumele, avem

$$\frac{p}{p_0}=\frac{V_0(1+\alpha t)}{V_0},$$

de unde deducem că

$$\boxed{p=p_0(1+\alpha t)}, \qquad (117.5)$$

adică o relație analogă cu (117.4).

Prin urmare, în cazul dilatației la volum constant, presiunea crește cu 1/273 din valoarea inițială, pentru fiecare grad de temperatură.

Coeficienții de dilatație la presiune constantă și volum constant sînt egali:

$$V=V_0(1+\alpha t)$$

și

$$p=p_0(1+\alpha t).$$

In concluzie, *coeficientul de dilatație la volum constant este egal cu coeficientul de dilatație la presiune constantă.*

Relațiile (117.4) și (117.5) exprimă legile lui *Gay-Lussac* [1]).

Ele se aplică, fără restricții, la gazele perfecte și sînt numai aproximative pentru gazele reale.

Uneori, pentru a face deosebirea dintre dilatația la volum constant și aceea la presiune constantă, relația (117.5) se scrie sub forma

$$p=p_0(1+\beta t)^{2)}, \qquad (117.5a)$$

unde β este coeficientul de dilatație la volum constant, fără a pierde din vedere că $\alpha=\beta$.

---

[1]) *Gay-Lussac* (1778—1850), fizician și chimist francez. Se pare că legile de față, deși îi poartă numele, au fost descoperite de compatriotul lui, *Amontons* (1663—1705), care a definit și temperatura de zero absolut.

[2]) β=literă grecească mică; se citește *beta*.

Mai rămîne să considerăm situaţia intermediară, mai generală, cînd variază atît *volumul*, cît şi *presiunea*, cu *temperatura*. Raţionamentul este identic aceluia din cazul precedent.

I. Volumul V_0 de gaz este încălzit, la presiune constantă p_0, pînă la temperatura t. El devine

$$V_t = V_0(1+\alpha t).$$

II. Îl comprimăm apoi, la temperatura constantă t pînă ce volumul devine V şi presiunea p.

Prin urmare, presiunii p_0 îi corespunde volumul $V_0(1+\alpha t)$, iar presiunii p îi corespunde volumul V.

Comprimarea fiind izotermă, legea lui *Boyle-Mariotte* ne dă

$$\frac{p_0}{p} = \frac{V}{V_0(1+\alpha t)},$$

sau

$$\boxed{pV = p_0V_0(1+\alpha t)}. \qquad (117.6)$$

Ecuaţia generală a gazelor este $pV = p_0V_0(1+\alpha t)$.

Această relaţie, care leagă volumul şi presiunea de variaţia temperaturii, în toate situaţiile posibile, se numeşte *ecuaţia generală a gazelor*.

Ea cuprinde implicit cazurile particulare cînd variază numai volumul sau numai presiunea. În adevăr:

— dacă presiunea este constantă, $p=p_0$ şi regăsim relaţia (117.4);

— dacă volumul rămîne constant, $V=V_0$ şi ajungem la relaţia (117.5).

Ecuaţia generală a gazelor ne serveşte de cîte ori vrem să calculăm volumul unui gaz, la o temperatură dată şi la o presiune dată (de pildă la 0 °C şi 760 mm), cînd cunoaştem presiunea şi volumul la altă temperatură.

§ 118. **Temperatura absolută.** Să reluăm ecuaţiile

$$V = V_0(1+\alpha t) \qquad (117.4)$$

şi

$$p = p_0(1+\alpha t). \qquad (117.5)$$

Dacă introducem în ele valoarea numerică a lui α, avem

$$V=V_0\left(1+\frac{t}{273,15}\right) \quad \text{şi} \quad p=p_0\left(1+\frac{t}{273,15}\right).$$

De aici se vede imediat că, *dacă temperatura scade pînă la —273,15 °C, atunci atît volumul cît şi presiunea respectivă a unui gaz perfect se anulează.*

La —273,15 °C volumul şi presiunea unui gaz perfect se anulează. Această temperatură o alegem ca zero absolut. Pe scara absolută $T° \approx 273 \pm t$ °C.

Această temperatură o alegem ca punct de plecare pentru o nouă scară de temperaturi, pe care o numim *scară absolută,* şi reprezintă *zero absolut.*

Pe scara absolută temperaturile se notează convenţional cu $T°$ şi vom avea, evident,

$$T° = 273,15 \pm t \text{ °C}.$$

Este de asemenea evident că *pe această scară nu pot să existe temperaturi negative,* fiindcă ar fi absurd să concepem volume sau presiuni negative. De aici şi numele de *absolut.*

În literatură găsim uneori temperatura absolută notată cu $T°$K, adică în *grade Kelvin* [1]), dar această notaţie nu s-a generalizat.

Ne putem apropia oricît de zero absolut, dar nu putem atinge această temperatură.

Cercetările teoretice au arătat că *ne putem apropia treptat oricît de temperatura de zero absolut, dar ea reprezintă o limită pe care nu o putem atinge.*

Vom vedea mai departe cum se pot realiza temperaturile foarte joase şi pînă unde s-a putut ajunge, în ultimele încercări.

§ 119. **Ecuaţia de stare a gazelor.** Să reluăm ecuaţia generală a gazelor, introducînd iarăşi valoarea numerică a coeficientului α.

Printr-o transformare simplă, avem atunci

$$pV = p_0 V_0 \left(\frac{273,15+t}{273,15}\right).$$

[1]) *William Thomson* (lord *Kelvin*) (1824—1907), fizician englez, cunoscut prin cercetări fundamentale în căldură şi electricitate.

Numărătorul fracţei din paranteze reprezintă temperatura absolută corespunzătoare temperaturii de t C, iar numitorul exprimă. tot în grade absolute, temperatura de 0 °C.

Vom putea scrie deci

$$pV = p_0 V_0 \frac{T}{T_0}$$

sau, ceea ce este tot una,

$$\boxed{\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} = \text{const}} \cdot \qquad (119.1)$$

Produsul presiunii şi volumului, raportat la temperatura absolută, este constant.

Această relaţie se numeşte *ecuaţia de stare a gazului perfect.* Ea ne spune că *produsul presiunii şi volumului, raportat la temperatura absolută, este constant* şi rezultă ca o consecinţă directă din legile lui *Gay-Lussac* şi *Boyle-Mariotte.*

1. *Izotermele gazelor perfecte.* In § 97, vorbind despre legea lui *Boyle-Mariotte* şi comprimarea izotermă a gazelor, am văzut că funcţia

$$pV = \text{const} \qquad (97.1)$$

se reprezintă grafic printr-un arc de hiperbolă echilateră, raportată la asimptote.

Pe de altă parte, în cele arătate mai sus am stabilit că

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \qquad \text{sau} \qquad pV = T \cdot \text{const}.$$

Această relaţie completează legea lui Boyle-Mariotte şi exprimă ecuaţia izotermelor, pentru diferite valori constante ale temperaturii absolute.

Fig. 280 reprezintă aceste izoterme, între 200 şi 2 400 °K (grade absolute). Volumul gazului este exprimat în litri, iar presiunea în atmosfere.

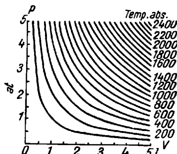


Fig. 280. Izotermele unui gaz perfect.

Ea ne arată că, *pe măsură ce temperatura creşte, izotermele se*

mută lateral, îndepărtîndu-se treptat de centrul axelor de coordonate.

Odată cu creșterea temperaturii, izotermele gazului perfect se îndepărtează de centrul axelor de coordonate.

Anticipînd asupra ecuației de stare, am mai arătat, în § 110, că, pentru molecula-gram de gaz, constanta se notează cu R și că ecuația se scrie sub forma

$$pV=RT; \qquad (110.1)$$

rămîne să calculăm valoarea acestei constante R, pe care o numim *constanta universală a gazelor.*

Dacă luăm o moleculă-gram de gaz, la presiunea normală și temperatura absolută de $273{,}15°=0\,°C$, *volumul* este de 22 414 cm³, iar *presiunea* este de 1 033 gf/cm², adică de 10^6 unități CGS (baryi).

Numeric, valoarea constantei R va fi, deci,

$$R=\frac{p_0V_0}{T_0}=\frac{22\,414\cdot 10^6}{273{,}15}=8{,}314\cdot 10^7.$$

În ce privește dimensiunile și unitățile CGS în care se exprimă, se vede imediat că

$$[pV]=\frac{MLT^{-2}}{L^2}\cdot L^3=L^2MT^{-2}.$$

Prin urmare,

$$\boxed{R=8{,}314\cdot 10^7\cdot\frac{\text{erg}}{\text{grd}\cdot\text{mol}}}$$

$R=8{,}314\cdot 10^7$ erg/grd·mol.

Așadar, *constanta universală a gazelor perfecte are dimensiunile unui lucru mecanic pe grd-mol.*

2. *Termometrul cu gaz.* Cu toate abaterile gazelor reale de la legile gazelor perfecte, dilatația lor este incomparabil mai regulată decît a lichidelor și poate fi urmărită în domenii mult mai largi de temperatură.

Folosind această însuşire, *Jolly*[1]) a construit, în 1874, un termometru cu aer, a cărui folosire s-a generalizat pentru toate măsurările de mare precizie.

Un balon *a*, de sticlă, de porţelan sau de platină (în ultimul timp se face din sticlă de cuarţ), cu o capacitate aproximativă de 50 cm³, comunică, printr-un tub de cauciuc, cu un rezervor de sticlă *R*, care se poate mişca în lungul unei rigle gradate (fig. 281).

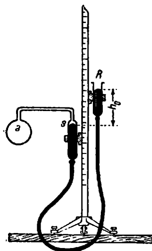


Fig. 281. Termometrul cu aer.

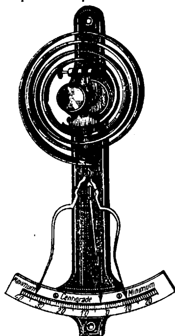


Fig. 282. Termometrul metalic.

Tubul de cauciuc şi rezervorul sint pline cu mercur.

Introducem balonul în gheaţă care se topeşte şi potrivim înălţimea rezervorului astfel ca mercurul să ajungă pînă la un reper *s*.

In acest moment, presiunea aerului din balon este dată de diferenţa de nivel h_0, la care se adaugă presiunea atmosferică *b*, citită pe un barometru.

---

[1]) *G. Ph. von Jolly* (1809—1884), fost profesor la universitatea din München. S-a făcut cunoscut şi prin măsurări de precizie asupra constantei atracţiei universale.

Vom avea deci

$$p_0 = h_0 + b.$$

Dacă acum ridicăm temperatura balonului la t' şi readucem nivelul mercurului în dreptul reperului s, diferenţa de nivel devine h_t şi

$$p_t = h_t + b.$$

Ştiind că

$$p_t = p_0(1 + \alpha t),$$

rezultă că

$$\boxed{t = \frac{h_t - h_0}{\alpha (h_0 + b)}} \qquad (119.2)$$

Dilataţia hidrogenului fiind mai regulată decît a aerului, comisia internaţională de măsuri şi greutăţi a decis, în 1887, ca *temperatura să se măsoare prin comparaţie cu un termometru cu hidrogen, luînd ca puncte fixe îngheţarea şi fierberea apei sub presiunea normală şi împărţirea centesimală a scării.*

Cu un astfel de termometru, domeniul de măsurare se întinde între —200° şi +1 000 °C, cu o precizie mult mai mare decît la termometrele obişnuite.

3. *Termometrul metalic.* Dacă sudăm împreună două lame metalice, cu coeficienţi de dilataţie diferiţi, încălzirea ei o curbează, cu concavitatea de partea metalului care se dilată mai puţin (fig. 282).

Pe acest principiu se pot construi termometre metalice, introducînd o gradaţie la capătul liber al lamei, sau *termoregulatoare*, în care mişcarea lamei stabileşte sau întrerupe automat un circuit electric de încălzire directă, sau comandă funcţionarea injectorului la un calorifer.

De asemenea, se construiesc *avertizoare de incendiu*, în care lama pune în funcţiune o sonerie electrică, dacă temperatura depăşeşte limitele normale.

Adaptînd o peniţă cu tuş la capătul lamei, o putem face să înscrie continuu variaţia temperaturii, pe o bandă de hîrtie, mişcată de un mecanism de ceasornicărie. Asemenea înregistratoare se numesc *termografe* şi sînt folosite mai ales în industrie şi în observaţiile meteorologice.

4. *Exemple numerice.* 1) *Pilonul unei antene de radio are înălţimea de 300 m. Admiţind că vara se încălzeşte pînă la +50 °C şi iarna se răceşte pînă la —20 °C, cu cît variază înălţimea prin dilataţie?*

Coeficientul de dilataţie al fierului este 0,000 01/°C.

Variaţia lungimii va fi

$$\Delta L = \alpha (t_1 - t_2) L = 0{,}000\,01 \cdot 70^{\circ} \cdot 300 = 0{,}21 \text{ m}.$$

2) *Un bloc de aluminiu are 0,5 m³ la 0 °C. Ce devine volumul la +100 °C?*

Se va lua $\gamma = 0{,}000\,066/°C$.

Avem

$$V_{100} = V_0 (1 + \gamma \cdot 100) = 0{,}5\,(1 + 0{,}0066) = 0{,}5033\ \text{m}^3.$$

3) *Un gaz are presiunea de 5 at, la 0 °C. Ce devine presiunea lui la +400 °C, dacă-l încălzim sub volum constant?*

În relaţia

$$p = p_0\,(1 + \alpha t)$$

înlocuim datele numerice şi găsim că

$$p = 5\,(1 + 0{,}003\,67 \cdot 400) = 12{,}34\ \text{at}.$$

4) *Un gaz ocupă volumul de 2 m³ la 0 °C. Îl dilatăm la presiune constantă, pînă la +200 °C. Ce devine volumul său?*

Ştiind că

$$V = V_0\,(1 + \alpha t),$$

avem, după înlocuirea datelor numerice,

$$V = 2\,(1 + 0{,}003\,67 \cdot 200) = 3{,}468\ \text{m}^3.$$

5) *Un gaz ocupă 1 000 l sub presiunea de 2 at şi temperatura de 0 °C. Ce volum ocupă la +100 °C sub presiunea de 4 at?*

Ecuaţia generală a gazelor

$$pV = p_0 V_0\,(1 + \alpha t)$$

ne dă

$$4 \cdot V = 2 \cdot 1\,000\,(1 + 0{,}003\,67 \cdot 100),$$

şi deducem că

$$V = 683\ \text{l}.$$

B. Scurtă privire istorică

Dilataţia corpurilor, cunoscută din timpuri străvechi şi folosită în practică mai ales de făurari, nu a intrat în preocupările filozofilor antichităţii, care considerau focul doar ca unul din elementele naturii, alături de pămînt, apă şi aer.

Primul care a înţeles noţiunea de temperatură pare să fi fost *Philon* din *Bizanţ*, către sfîrşitul veacului al doilea î.e.n.

Opera lui n-a ajuns pînă la noi, dar *Heron* din *Alexandria* îi atribuie construcţia unui *termoscop*, în care variaţiile de temperatură pot fi evidenţiate prin dilataţia aerului dintr-un balon, transmise unei coloane de apă.

Observaţiile nu puteau fi decît calitative, fiindcă nu exista o scară termometrică.

Viviani, elevul lui *Galileu*, îi atribuie acestuia construirea primului termometru. De fapt, Galileu însuşi nu a revendicat nici o dată această invenţie. Este mai probabil că el cunoştea bine termoscopul, după descrierea lui Heron, transmisă prin traducerile arabe.

Alţii îl atribuie olandezului *Drebbel*, contemporan cu Galileu.

Este greu de stabilit cine a construit în realitate primul termometru închis, în genul celor de astăzi.

Este sigur însă că, pe la 1600, se foloseau la Florenţa termometre cu alcool, la care gradaţia era limitată între temperaturile maxime şi minime ale aerului.

Totodată, medicul italian *Santorio*, colegul lui Galileu la universitatea din Padua, pare să le fi aplicat, pentru prima dată, în practica medicală.

Brewster (1781—1868), *Halley* (1656—1742), *Boyle* (1626—1691) au observat constanţa temperaturilor de fierbere sau de solidificare, la apă şi la alte corpuri, iar aplicaţiile pendulului la ceasuri au impus o cercetare mai amănunţită a dilataţiei solidelor.

Însuşi *Newton* s-a gîndit că temperatura de topire a gheţii ar putea să fie luată ca reper pentru o scară termometrică.

Aplicarea practică a acestor fenomene se atribuie însă lui *Hooke*, pentru topirea gheţii (1664), şi lui *Huyghens*, pentru fierberea apei (1665).

Fahrenheit, pe la 1709, arată inconvenientele alcoolului ca lichid termometric şi avantajele mercurului, care se dilată mult mai regulat. El foloseşte, ca punct de zero, temperatura unui amestec refrigerent, cu gheaţă şi ţipirig. Motivul a fost că această temperatură corespundea oarecum cu minimele observate în timpul iernii, la Danzig, unde locuia.

Notînd cu +212° temperatura de fierbere a apei, punctul de topire al gheţii corespundea cu +32°.

Réaumur, pe la 1730, revine la umplerea cu alcool. El notează, la început, punctul de fierbere al apei cu 1 080° şi punctul de topire al gheţii cu 1 000°. Gradaţia 0—80° a introdus-o mai tîrziu.

Celsius (1740) introduce definitiv scara centesimală, de care se mai serveau şi alţii, pe acea vreme.

El notează punctul de topire al gheţii cu 100° şi punctul de fierbere al apei cu 0°. Notaţia inversă a fost introdusă de *Linné*[1]).

Cercetarea amănunţită a coeficienţilor de dilataţie, impusă de instituirea etaloanelor internaţionale de lungime, masă, timp, temperatură, s-a întins pe tot lungul veacului trecut.

Aceste cercetări continuă şi acum, pentru stabilirea valorilor din ce în ce mai exacte, mai ales în domeniul dificil de studiat al temperaturilor joase sau înalte, fiindcă pot să aducă informaţii preţioase despre structura corpurilor şi despre modificările pe care le suferă.

Ele sînt impuse şi de nevoia cunoaşterii cît mai amănunţite a materialelor folosite în tehnica modernă.

---

[1]) *Karl Linné* (1707—1778), medic şi naturalist suedez, cunoscut mai ales pentru lucrări importante de botanică.

CAPITOLUL XII

CANTITATEA DE CĂLDURĂ

§ 120. **Călduri specifice.** Intr-un vas cu apă clocotită încălzim mai multe bile de mase egale, dar din substanţe diferite, de exemplu fier, cupru şi plumb.

Dacă le scoatem apoi şi le punem pe un bloc de gheaţă, ele cedează căldură gheţii, o topesc şi se cufundă înăuntru, pînă ce temperatura lor coboară la 0 °C (fig. 283).

Experienţa ne arată însă că nu toate bilele topesc aceeaşi cantitate de gheaţă, fiindcă bila de fier se cufundă cel mai mult, iar cea de plumb cel mai puţin, cu toate că au mase egale şi au plecat de la aceeaşi temperatură iniţială.

Pe de altă parte, dacă repetăm operaţia cu mai multe bile din aceeaşi substanţă, dar de mase diferite şi încălzite la temperaturi diferite, mai putem constata că ele topesc o cantitate de gheaţă proporţională cu masa lor şi cu variaţia temperaturii.

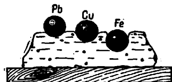


Fig. 283. Cele trei corpuri au călduri specifice diferite.

Admiţînd că masa apei din topire este, la rîndul ei, proporţională cu cantitatea de căldură primită şi că, între două temperaturi date, încălzirea necesită aceeaşi cantitate de căldură ca şi răcirea, deducem că:

Cantitatea de căldură cedată sau primită de un corp depinde de natura lui şi este direct proporţională cu masa şi cu variaţia temperaturii.

Incălzirea sau răcirea unui corp absoarbe sau eliberează o cantitate de căldură care depinde de natura lui şi este direct proporţională cu masa şi cu diferenţa temperaturilor iniţială şi finală.

Cunoscînd aceste fapte, putem introduce acum noţiunea de *căldură specifică*.

Căldura specifică este cantitatea de căldură necesară pentru ca temperatura unui gram dintr-un corp să varieze cu un grad centigrad.

Ea este, prin definiţie, cantitatea de căldură necesară pentru ca gramul-masă dintr-un corp oarecare să-şi modifice temperatura cu un grad centigrad.

Căldura specifică nu poate fi considerată constantă decît în limite mai restrînse de temperatură. De aceea, valoarea ei numerică trebuie însoţită de specificarea temperaturii la care a fost determinată.

Ca să o putem evalua, este nevoie de o unitate de măsură.

Această unitate, aleasă convenţional, este căldura specifică a apei şi se numeşte *calorie*. După standardul legal, ea se măsoară între temperaturile de 19,5° şi 20,5 °C.

Caloria este căldura specifică a apei, între 19,5° şi 20,5 °C.

Vom numi, deci, calorie cantitatea de căldură necesară pentru ca temperatura unui gram de apă distilată să varieze între 19,5° şi 20,5 °C.

In măsurările mai puţin precise, definiţia caloriei poate fi, eventual, extinsă, fără eroare apreciabilă, şi în limite mai depărtate de temperatură, în raport cu datele standardizate.

Aceasta este *caloria mică* şi se scrie prescurtat *cal.*

In tehnică se foloseşte şi *caloria mare* sau kilocaloria, care se scrie ***kcal.***

Ea reprezintă cantitatea de căldură necesară unui kilogram de apă distilată, pentru ca temperatura să varieze cu un grad centigrad şi ***cuprinde 1 000 cal.***

Căldura specifică a unui corp oarecare se va exprima deci în calorii pe gram-grad, sau *în kilocalorii pe kilogram-grad.*

Este evident că valoarea numerică va fi aceeaşi în ambele cazuri, fiindcă numărătorul şi numitorul cresc în **aceeaşi proporţie.**

Căldura molară este căldura specifică înmulţită cu greutatea moleculară.

Se folosesc adesea noţiunile de *căldură molară* şi *căldură atomică.* Ele rezultă din înmulţirea căldurii specifice cu greutatea moleculară sau atomică relativă şi se exprimă în *cal/mol · grd,* respectiv în *cal/atom-g · grd.*

1. *Capacitatea calorifică.* Dacă un corp de masă *m* are căldura specifică *c* şi dacă temperatura lui variază cu un grad centigrad, cantitatea de căldură liberată sau absorbită este

$$C = mc.$$

Căldura specifică a apei fiind luată ca unitate, este evident că produsul *mc* reprezintă totodată cantitatea de apă care, în ace-

leaşi condiţii, ar putea să absoarbă sau să libereze aceeaşi cantitate de căldură C şi de aceea îl vom numi *echivalentul în apă* al corpului de masă m şi căldură specifică c sau *capacitate calorifică.*

Produsul mc reprezintă echivalentul în apă al substanţei cu căldura specifică c, numit şi capacitate calorifică.

In aceste condiţii, dacă temperatura corpului variază cu t grade centigrade, *cantitatea de căldură* eliberată sau absorbită este

$$\boxed{Q = m \cdot c \cdot t = C \cdot t.} \quad (120.1)$$ [1])

2. *Determinarea căldurii specifice.* Aceasta se face, prin comparaţie, în aparatul numit *calorimetru,* care poate să aibă numeroase variante şi adaptări. Vom descrie numai pe cele mai obişnuite.

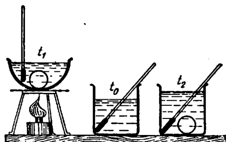


Fig. 284. Principiul calorimetriei.

Calorimetrul cu amestec este un simplu vas de metal, cu pereţii subţiri, în care se introduce o cantitate cunoscută de apă (fig. 284).

Fie M masa apei şi t_0 temperatura ei iniţială, măsurată cu un termometru.

Potrivit celor arătate mai sus, la aceasta se adaugă echivalentul în apă al substanţei de masă m şi căldură specifică c_1, din care este făcut vasul, aşa că totul se petrece ca şi cum cantitatea de apă ar avea masa totală

$$M_a = M + c_1 m.$$

[1]) Noţiunea de *cantitate de căldură* a fost introdusă de fizicianul rus *Georg Wilh. Richmann* (1711—1755), membru al Academiei din *Petersburg,* care a murit trăsnit, în timpul unor cercetări asupra electricităţii atmosferice. El a făcut şi primele măsurări de căldură specifică.

Aceste determinări au fost reluate apoi de *Joseph Blake* (1728—1799), fost profesor la universităţile din *Glasgow* şi *Edinburgh* şi de *Joh. Karl Wilcke* (1732—1796), fost secretar al Academiei din *Stockholm.*

Masa corpului fiind M_c şi căldura lui specifică, încă necunoscută, fiind c, îl încălzim într-o baie de apă sau de vapori, la temperatura t_1, apoi îl cufundăm în calorimetru.

El cedează atunci căldură apei şi temperatura finală se stabilizează la t_2.

Scriind că toată căldura cedată de corp a fost luată de apă şi de substanţa calorimetrului, vom avea, evident,

$$M_c c\,(t_1-t_2)=M_a\,(t_2-t_0),$$

de unde deducem căldura specifică

$$c=\frac{M_a\,(t_2-t_0)}{M_c\,(t_1-t_2)}\,. \qquad (120.2)$$

Obişnuit, vasul calorimetric se introduce în altul mai mare, de care-l izolăm printr-o pătură de aer, ca să reducem erorile datorite pierderilor de căldură spre exterior.

Metoda poate fi aplicată fără modificări şi la lichidele care nu dau combinaţii chimice cu apa. Eventual se pot folosi şi alte lichide în locul apei, bunăoară mercurul, cu condiţia să le cunoaştem căldurile specifice.

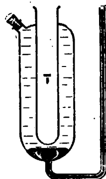


Fig. 285. Calorimetrul Bunsen.

Calorimetrul lui Bunsen măsoară căldura specifică la temperatura de 0 °C. El se compune dintr-un mic rezervor de sticlă, legat la un tub capilar gradat în volume (fig. 285).

In interiorul lui este sudat un tub *T* de mărimea unei eprubete.

Rezervorul se umple cu apă şi cu mercur, aşa cum arată figura, apoi se cufundă cu totul în apă cu gheaţă, la tempertaura de 0 °C.

In tubul *T* introducem întîi o cantitate de eter ordinar, prin care suflăm un curent de aer, care-l evaporă.

Evaporarea produce răcire şi o parte din apa închisă în rezervor îngheaţă, îşi măreşte volumul şi împinge mercurul în capilară, pînă la o diviziune pe care o notăm.

Introducem apoi, în locul eterului evaporat complet, corpul a cărui căldură specifică vrem să o aflăm, după ce l-am cîntărit şi l-am încălzit la o temperatură cunoscută.

O parte din gheaţa formată se topeşte, iar mercurul se retrage în capilară, pînă la o altă diviziune, pe care de asemenea o notăm.

Variaţia de volum ΔV, astfel observată, este proporţională cu cantitatea de gheaţă topită, care, la rîndul ei, este proporţională cu căldura cedată de corpul care s-a răcit pînă la 0 °C.

Vom avea deci

$$\Delta V = k \cdot m \cdot c \cdot t,$$

unde *m* este masa corpului, *c* căldura lui specifică, iar *t* temperatura la care l-am încălzit.

Constanta de proporţionalitate *k* depinde de construcţia aparatului. O determinăm o dată pentru totdeauna, cu ajutorul unui corp de căldură specifică cunoscută.

Metoda este mult mai precisă decît precedenta, fiindcă baia de gheaţă, in care am cufundat aparatul, împiedică pierderile de căldură spre exterior. Ea mai are şi avantajul că ne permite să operăm cu cantităţi mici de substanţă.

Deoarece atît temperatura iniţială, cît şi cea finală a aparatului este de 0 °C, nu mai este nevoie să introducem în calcul echivalentul în apă, fiindcă toată căldura primită serveşte numai la topit gheaţa.

Calorimetrul cu vid al lui *Nernst*[1]) serveşte pentru determinările la temperaturi foarte joase. Corpul la care vrem să facem determinarea este încălzit în vid, la temperatură cunoscută, prin trecerea unui curent electric, şi răcit apoi în gaze lichefiate.

Nu este cazul să intrăm în amănunte. Am menţionat metoda numai pentru importanţa deosebită a acestor măsurări.

Ingeniozitatea şi diversitatea metodelor folosite au permis determinarea căldurii specifice a corpurilor, de la temperaturi foarte joase, pînă la +1 600 °C, cu precizie de ordinul a ± 0,1%.

Măsurările s-au extins şi la temperaturi mai înalte, dar aici erorile sînt incomparabil mai mari.

Determinările sistematice au arătat că, în linii generale,

a) *Pentru acelaşi corp, căldura specifică este mai mare la starea lichidă, decît la starea solidă.*

De exemplu, căldura specifică a apei fiind 1, căldura specifică a gheţii este de numai 0,5 cal/g · grd.

b) *La corpurile cu stări alotropice, fiecărei stări îi corespunde altă căldură specifică.*

De pildă, diamantul are căldura specifică 0,15, iar grafitul 0,24 cal/g · grd.

c) *Căldura specifică scade cu temperatura şi tinde către zero la temperaturile foarte joase.*

[1]) ***Walter Nernst*** **(1864—1941)**, fizician german, fost profesor la universităţile din ***Göttingen*** şi ***Berlin***, cunoscut prin lucrări însemnate în diferite domenii ale fizicii. Premiu Nobel (1921).

3. *Legea lui Dulong şi Petit.* Pe baza datelor experimentale, Dulong şi Petit au arătat că, *la temperaturi suficient de ridicate, căldura atomică a elementelor chimice în stare solidă cristalină este de aproximativ 6 cal/grd·mol.*

La o temperatură destul de ridicată, căldura atomică a elementelor chimice în stare solidă cristalină este de aproximativ 6 cal/grd·mol.
Ea tinde către zero la temperaturile foarte joase.

Aşadar, dacă notăm căldura specifică cu *c*, masa atomică relativă cu *A* şi căldura atomică cu *C*, avem

$$C = c \cdot A \approx 6 \quad (120.3)$$

Pentru elementele mai grele, temperatura ordinară este deja destul de ridicată ca să le putem aplica legea de față.

Pentru cele uşoare, nu putem stabili anticipat limita inferioară de temperatură, ci trebuie să o căutăm experimental.

Tabela 7 dă căldurile atomice la cîteva elemente, măsurate la temperaturi diferite.

Tabela 7

Elementul	Temperatura în °C	Căldura atomică
Aluminiu	− 254	0,066
Aluminiu	+ 10	6,13
Plumb	− 257	1,8
Plumb	0	6,31
Fier	− 241	0,152
Fier	+ 28	5,94
Cărbune (diamant)	− 188	0,32
Cărbune (diamant)	+ 33	1,58
Cărbune (diamant)	+ 985	5,51
Cărbune (grafit)	− 50	1,37
Cărbune (grafit)	+ 11	1,92
Cărbune (grafit)	+ 977	5,60
Cupru	− 259	0,039
Cupru	+ 177	6,09

Curbele din fig. 286, trasate pe baza datelor experimentale, ne arată, ca exemplu, cum variază căldura atomică *C* în funcție de temperatură, la *cupru, plumb* şi *diamant*.

Ele completează datele din tabela de mai sus şi ne spun că:

1) *căldura atomică scade şi tinde către zero, la temperaturile foarte joase;*

2) *după o creştere rapidă, spre temperaturile ridicate, apare o variaţie bruscă a pantei, cu tendinţă de stabilizare, în jurul valorii numerice 6;*

3) *la elementele grele* (cupru, plumb), *aceasta se întîmplă chiar în domeniul temperaturilor normale;*

4) *la diamant* (cărbune cristalizat), *fiind vorba de un element uşor, trebuie să ridicăm temperatura pînă la 1 000 °C, ca să ne putem apropia de valoarea 6.*

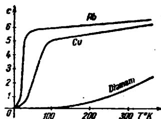


Fig. 286. Variaţia căldurii specifice atomice cu temperatura.

Aceste fenomene sînt legate de posibilităţile de oscilaţie ale atomilor, în reţeaua cristalină. Interpretarea lor teoretică pleacă de la condiţiile în care se desfăşoară agitaţia termică şi este în deplin acord cu experienţa.

Pentru orice element, acelaşi număr de atomi necesită aceeaşi cantitate de căldură, pentru ridicarea temperaturii cu un grad.

Dezvoltarea teoriei depăşeşte cadrul acestui manual. Vom remarca totuşi, în treacăt, că deoarece, la toate elementele, un atomgram conţine acelaşi număr de atomi, înseamnă că, *acelaşi număr de atomi necesită aceeaşi cantitate de căldură, pentru ca temperatura să se ridice cu un grad, indiferent de natura lor.*

Legea lui Dulong şi Petit, pe lîngă valoarea ei ca punct de plecare pentru dezvoltările teoretice, mai are şi o importanţă practică deosebită, fiindcă ne permite să deducem masa relativă a atomilor din simpla cunoaştere a căldurii specifice.

Căldura molară este aproximativ egală cu suma căldurilor atomice.

O completare la această lege ne-o dă legea lui *Joule* şi *Kopp*, după care *căldura molară a unui corp compus este aproximativ egală cu suma căldurilor atomice,* dacă le măsurăm la o temperatură suficient de ridicată.

Datele de mai jos ne arată în ce măsură legea de față este în acord cu experiența.

Tabela 8

Corpul compus	C (teoretic)	C (experimental)	$t°$
CuO	$2\cdot6=12$	11,3	+500
NaCl	$2\cdot6=12$	12,1	normală
$CaCl_2$	$3\cdot6=18$	18,2	normală
$BaCl_2$	$3\cdot6=18$	18,6	normală

La molecule mai mari, concordanța nu mai este satisfăcătoare.

Revenind la tendința către zero a căldurilor atomice, la temperaturile foarte joase, mai menționăm că aceste fapte au servit lui *Nernst* ca să demonstreze *imposibilitatea teoretică a realizării temperaturii de zero absolut.*

4. *Căldura specifică a gazelor.* După condițiile în care facem determinarea, va trebui să deosebim aici două situații extreme, cu o infinitate de altele intermediare, și anume:

La gaze deosebim o căldură specifică la presiune constantă, alta la volum constant și o infinitate de situații intermediare.

1) *o căldură specifică la presiune constantă,* pe care o notăm cu c_p;

2) *o căldură specifică la volum constant,* notată cu c_v.

La presiune constantă, determinarea se poate face prin metodele calorimetrice obișnuite. O cantitate cunoscută de gaz trece printr-o spirală, cufundată în apa calorimetrului (fig. 287).

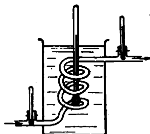


Fig. 287. Determinarea lui c_p.

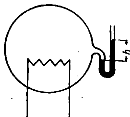


Fig. 288. Determinarea lui c_v.

Se măsoară temperatura gazului la intrare și la ieșire, precum și variația temperaturii apei.

Trecerea prin spirală trebuie să decurgă cît mai încet, ca să nu apară variaţii de presiune.

La volum constant, determinarea este ceva mai dificilă, fiindcă vasul în care închidem gazul are o capacitate calorifică mult mai mare decît dînsul.

Ea se poate face, totuşi, în condiţii destul de bune, dacă încălzim gazul atît de repede, încît pereţii vasului să nu aibă timp să fure din căldura transmisă.

Această încălzire rapidă se face cu o spirală metalică, parcursă de un curent electric (fig. 288).

Legile cunoscute din electricitate ne permit să calculăm cantitatea de căldură dezvoltată, iar variaţia temperaturii gazului se determină prin variaţia de presiune, măsurată cu un manometru.

Obişnuit se preferă însă metodele indirecte, prin care determinăm întîi raportul c_p/c_v şi calculăm pe c_v cu ajutorul lui c_p determinat pe cale directă.

Una din aceste metode indirecte este a lui *Clément-Desormes* [1]).

Aparatul constă dintr-un vas mare de sticlă, prevăzut cu un robinet şi cu un manometru (fig. 289).

1) Se suflă întîi aer în flacon sau se introduce un gaz, sub o presiune ceva mai mare decît cea exterioară.

Aşteptăm apoi ca gazul să ia temperatura mediului şi notăm diferenţa de nivel h_1 arătată de manometru.

2) Se deschide, pentru o clipă, robinetul, apoi îl închidem la loc.

Gazul se destinde brusc, iar lucrul mecanic necesar pentru învingerea presiunii exterioare absoarbe căldură şi-l răceşte.

Aşteptăm iarăşi egalizarea temperaturilor şi citim noua indicaţie a manometrului h_2.

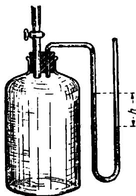


Fig. 289. Metoda Clément-Desormes pentru determinarea raportului c_p/c_v.

Se poate demonstra că raportul căldurilor specifice, pe care-l notăm cu $\varkappa$, este dat de relaţia

$$\varkappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

[1]) *Nicolas Clément-Desormes* (1779—1842), fizician francez.

O altă metodă folosită curent se bazează pe determinarea vitezei sunetului. Asupra ei vom discuta mai tîrziu.

Mai jos dăm căldurile molare C_p și C_v ale cîtorva substanțe gazoase, exprimate în *cal/grd·mol* și determinate la temperatura de +15 °C.

Tabela 9

Substanța	Simbolul	C_p	C_v	$\varkappa = \frac{C_p}{C_v}$
Heliu	He	5,00	2,98	1,67
Argon	Ar	5.07	2,98	1,65
Hidrogen	H_2	6,87	4,87	1,41
Azot	N_2	6,84	4,96	1,41
Oxigen	O_2	6,90	4,99	1,40
Oxid de carbon	CO	7,01	5,01	1,40
Vapori de apă	H_2O	8,65	6,65	1,31
Metan	CH_4	8,51	6,51	1,30
Cloroform	$CHCl_3$	17,2	15,2	1,13
Alcool etilic	C_2H_5OH	20,9	18,9	1,11

Examinarea datelor experimentale ne permite să deducem o serie de fapte deosebit de interesante:

$C_p > C_v$.

$C_p - C_v \approx$ const.

$C_p / C_v \approx 1{,}66$ la gazele monoatomice și scade o dată cu creșterea numărului atomilor din moleculă.

a) În general, *căldura specifică și cea molară, la presiune constantă, sînt mai mari decît la volum constant.*

Faptul se datorește lucrului mecanic pe care trebuie să-l efectueze gazul în dilatație, ca să învingă presiunea exterioară și să-și mențină presiunea proprie constantă.

b) *Diferența $C_p - C_v$ este aproximativ aceeași pentru toate gazele,* fiindcă egalitatea coeficienților de dilatație implică același lucru mecanic, împotriva presiunii exterioare.

c) *Gazele cu același număr de atomi în moleculă au aproximativ aceleași călduri molare,* atît la presiune constantă, cît și la volum constant.

d) *Raportul*

$$\varkappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{c_p}{c_v}$$

depinde de numărul atomilor din molecula gazului.

El atinge valoarea maximă, de aproximativ 1,6, la gazele cu molecula monoatomică (de pildă la vaporii metalici sau la gazele nobile), coboară pe la 1,4 la cele biatomice (H_2, O_2, N_2 etc.) şi scade mai departe, tinzînd către unitate, pe măsură ce molecula devine din ce în ce mai complexă.

Această lege, stabilită experimental de *Clément-Desormes,* serveşte ca punct de plecare pentru diverse consideraţii teoretice, asupra cărora vom reveni mai tîrziu.

Cu ajutorul ei putem afla uşor numărul atomilor din molecula unui gaz, din simpla determinare a raportului C_p/C_v.

5. *Exemple numerice.* 1) *Un corp de 100 g are căldura specifică 0,5 cal/g.grd şi este încălzit la +100° C. Îl introducem în 500 g apă, la temperatura de +10 °C. Care este temperatura finală?*

Relaţia

$$M_c \cdot c\,(t_1 - t_2) = M_a \cdot (t_2 - t_0)$$

ne dă

$$0{,}5 \cdot 100\,(100 - t_2) = 500 \cdot (t_2 - 10)$$

şi rezultă

$$10\,000 = 550\ t_2,$$

sau

$$t_2 = 18{,}18\ ^\circ\text{C}.$$

2) *În 25 g apă la +12 °C punem un corp de 10 g cu temperatura de +80 °C. Amestecul ia temperatura finală de +14 °C. Care este căldura specifică a corpului?*

Relaţia

$$c = \frac{M_a\,(t_2 - t_0)}{M_c\,(t_1 - t_2)}, \qquad (120.2)$$

ne dă

$$c = \frac{25\,(14-12)}{10\,(80-14)} = 0{,}07\ \text{cal/g}\cdot\text{grd}.$$

CAPITOLUL XIII

SCHIMBĂRI DE STARE

§ 121. **Topirea şi solidificarea.** Trecerea corpurilor, prin încălzire, de la starea solidă la cea lichidă se numeşte *topire,* iar fenomenul invers este *solidificarea.*

La corpurile amorfe, această trecere se face treptat, prin intermediul stării păstoase.

Există şi corpuri numeroase care nu se topesc, ci se descompun prin încălzire.

In cele ce urmează nu ne vom ocupa decît de corpurile cristalizate, în stare pură, la care topirea este bruscă şi are loc la o temperatură bine determinată, întotdeauna aceeaşi, la presiune dată.

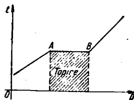


Fig. 290. In timpul topirii, căldura primită de un corp nu-i modifică temperatura.

Studiind procesul încălzirii la aceste corpuri şi reprezentînd printr-o curbă variaţia temperaturii, în funcţie de cantitatea de căldură primită, aspectul acestei curbe este acela din fig. 290, pe care distingem trei porţiuni:

a) cîtă vreme corpul este încă solid, temperatura suferă o creştere continuă şi liniară;

b) în *A* începe topirea; de aici înainte temperatura staţionează, oricîtă căldură am da corpului, pînă la transformarea lui totală în lichid;

c) în *B* topirea s-a terminat, iar temperatura lichidului creşte mai departe liniar, cu altă pantă decît la solid.

In timpul topirii, căldura transmisă nu se manifestă prin ridicare de temperatură şi este absorbită numai pentru schimbarea de stare.

Deducem că, *atîta vreme cît durează topirea, căldura primită de corp nu se manifestă prin urcare de temperatură, ci serveşte numai ca să producă schimbarea de stare.*

Răcirea urmează curba în sensul invers, iar temperatura de solidificare coincide cu aceea de topire.

Supratopirea întîrzie solidificarea, dar constituie o situaţie nestabilă care dispare dacă agităm lichidul sau introducem particule solidificate.

Adesea, corpul răcit poate să rămînă mai departe sub forma lichidă, chiar dacă temperatura coboară sub punctul de topire. Fenomenul se numeşte *supratopire* şi reprezintă o situaţie nestabilă, fiindcă solidificarea începe imediat ce agităm lichidul sau introducem înăuntru o particulă deja solidificată.

Temperatura se urcă atunci de la sine, pînă la punctul de topire cunoscut și se menține apoi constantă, pînă la solidificarea completă.

Repetînd operația de mai multe ori și cu corpuri diferite, ne putem convinge că *temperatura de topire este o caracteristică a fiecărei substanțe și totdeauna aceeași, dacă nu modificăm presiunea care se exercită asupra ei.*

Temperatura de topire este caracteristică substanței și totdeauna aceeași, la o presiune dată.

Am arătat că topirea este urmarea directă a ruperii de echilibru a rețelei cristaline, datorită intensificării mișcărilor de agitație termică, survenite prin ridicarea temperaturii.

De asemenea, la pag. 367 am dat temperaturile de topire la diferite corpuri și folosirea lor ca puncte de reper pentru gradarea termometrelor.

Deosebit de interesant este studiul topirii aliajelor, atît ca fenomen în sine, cît și prin aplicațiile lui practice.

Referindu-ne la cazul particular mai simplu al aliajelor așa-zise *binare,* compuse din două metale, se constată în primul rînd că temperatura lor de topire depinde de proporția în care intră metalele de bază.

Pe curba reprezentativă apar însă, de cele mai multe ori, puncte particulare de întoarcere bruscă, ce ne arată formarea de *combinații chimice bine definite.*

Ca exemplu, am reprezentat în fig. 291 variația temperaturii de topire a aliajelor *cupru-magneziu,* în funcție de cantitatea de magneziu, exprimată în procente.

Se formează aici combinațiile Cu_2Mg și $CuMg_2$ cu punctele de topire de 730° și 555 °C, precum și o a treia combinație cu punctul de topire la 485 °C.

Iată deci cum, uneori, aliajul se topește mult mai ușor decît oricare din metalele ce intră în compunerea lui.

Temperatura de topire a aliajelor poate fi mai coborîtă decît a oricăruia din metalele care intră în compoziția lor.

Tot așa, bronzul cu 33% staniu și 67% cupru se topește la 750°, în timp ce cuprul curat se topește la 1 084 °C.

Tinichigii întrebuințează la sudură un aliaj cu 36% plumb și 74% cositor. Plumbul se topește la 327°, cositorul la 232°, iar aliajul acesta la 181°.

Cu aliajele ternare sau cuaternare putem obţine puncte de topire şi mai joase. De pildă aliajul lui *Wood,* compus din staniu, plumb, cadmiu şi bismut, se topeşte la 65 °C.

Temperaturile din cuptoarele de ars porţelanul se măsoară adesea cu nişte conuri de 1—2 cm înălţime, făcute din metale sau aliaje, cu temperatura de topire cunoscută, pe care le introducem acolo şi observăm topirea lor.

Astfel, conurile din fig. 292 arată o temperatură de aproximativ +900 °C.

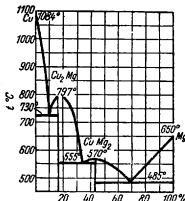


Fig. 291. Temperatura de topire a aliajelor depinde de proporţia în care intră metalele componente.



Fig. 292. Conuri Seger.

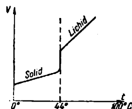


Fig. 293. Variaţia volumului în timpul topirii.

Acestea sînt aşa-numitele *conuri Seger.* Metoda nu este precisă, dar este simplă, comodă şi evită întrebuinţarea aparatelor costisitoare.

1. *Variaţia de volum la topire.* Experienţa ne arată că, afară de rare excepţii, *corpurile îşi măresc volumul cînd se topesc şi se contractă prin solidificare.*

Cu rare excepţii, topirea măreşte volumul corpurilor.

Astfel, dacă turnăm parafină topită într-un tipar, după solidificare apare în mijlocul ei o concavitate.

Aceste variaţii de volum nu trebuie să fie confundate cu fenomenele de dilatare propriu-zisă .

Rămînînd la exemplul parafinei, dacă îi reprezentăm variația volumului în funcție de temperatură, curba are aspectul din fig. 293.

După dilatarea regulată a fazei solide, urmează o creștere bruscă, la punctul de topire, și apoi altă dilatare regulată a lichidului.

Comprimarea, împiedicînd creșterea de volum, ridică temperatura de topire.

Împiedicînd creșterea de volum, printr-o comprimare din exterior, va trebui deci să ne așteptăm ca temperatura de topire să fie ceva mai ridicată decît la presiunea normală.

Experiența confirmă în totul această prevedere.

Datele de mai jos arată variația temperaturii de topire cu presiunea, la parafină, pînă la 100 at.

Presiunea în atmosfere	Temperatura de topire
1	+46,3°
85	+48,9°
100	+49,9°

Apa își micșorează volumul prin topire și presiunea micșorează temperatura de solidificare.

O excepție de la regulă o găsim la apă, fiindcă volumul ei crește prin înghețare, în loc să scadă.

Faptul are aceeași explicație ca și densitatea maximă, observată la +4 °C. El se datorește formării de asociații moleculare, la temperaturile joase.

Putem prevedea deci că, în urma comprimării, apa îngheață sau se topește la o temperatură ceva mai joasă decît la presiunea normală și experiența ne arată, în adevăr, o scădere de 0,0075 °C cînd presiunea crește cu o atmosferă.

Dacă sprijinim o sîrmă pe un bloc de gheață și atîrnăm de dînsa niște greutăți, o putem face să străbată blocul dintr-o parte în alta, fiindcă gheața se topește prin apăsare și apoi se solidifică la loc (fig. 294).

O verificare și mai simplă o facem iarna, pe vreme moale, cînd se apropie dezghețul și crește lunecușul.

Greutatea corpului topește gheața și lunecăm pe un strat subțire de apă, care apoi îngheață din nou.

Cît despre creşterea de volum prin îngheţare, ea este de aproape 10%. De aceea, gheaţa pluteşte şi vasele cu apă crapă la ger. Presiunea dezvoltată este atît de mare, încît poate să despice pietrele şi chiar să spargă un obuz de artilerie.

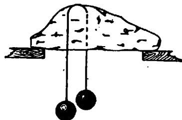


Fig. 294: Prin apăsare gheaţa se topeşte şi lasă sîrma să o străbată.

Fenomene analoge pot fi observate la bismut şi la fontă, dar într-o măsură mai mică.

Această însuşire aduce foloase în turnătorii, fiindcă fonta ia mai bine forma tiparelor.

2. *Căldura de topire.* Constanţa temperaturii, în timpul procesului de topire, ne arată că viteza de agitaţie termică şi energia cinetică a moleculelor nu mai cresc, deşi se absoarbe căldură.

Căldura primită în timpul topirii nu modifică energia cinetică a moleculelor, ci se absoarbe ca energie potenţială.

Înseamnă că *toată energia calorică transmisă corpului serveşte numai ca să rupă echilibrul reţelei cristaline şi să creeze o situaţie nouă, cu mai multă libertate de mişcare. Aceasta implică o absorbţie de lucru mecanic împotriva forţelor de coeziune, deci o creştere a energiei potenţiale interne.*

Căldura sensibilă modifică temperatura, iar căldura latentă o lasă neschimbată.

În cele ce urmează vom numi *căldură sensibilă* aceea care modifică temperatura corpului, prin variaţia energiei cinetice a moleculelor, şi *căldură latentă* aceea care lasă temperatura neschimbată şi se absoarbe ca energie potenţială.

Prin urmare, dacă avem un corp la temperatură mai joasă decît aceea de topire, schimbarea de stare absoarbe atît căldură sensibilă, cît şi căldură latentă.

Dacă el se găseşte chiar la punctul de topire, căldura absorbită este numai latentă.

Căldura latentă necesară pentru topirea unui gram de substanţă se numeşte căldură de topire

Vom numi deci căldură de topire cantitatea de căldură latentă, necesară pentru topirea unui gram de substanţă.

Ea se exprimă în *calorii pe gram* sau în ***kilocalorii pe kilogram*** şi se notează convenţional cu litera L.

Adesea folosim şi noţiunea de *căldură molară de topire*. Ea reprezintă căldura latentă necesară pentru topirea unei ***molecule-gram*** de substanţă şi se exprimă în ***calorii pe mol***.

Dacă substanţa se găseşte la o temperatură t_0, inferioară aceleia de topire t, trebuie întîi să o încălzim şi se absoarbe căldura sensibilă

$$Q_s = c\,(t - t_0)\ \text{cal/g}.$$

Pe de altă parte, topirea însăşi necesită căldura latentă

$$Q_l = L\ \text{cal/g}.$$

Suma acestor cantităţi de căldură, pentru un gram de substanţă, reprezintă, prin definiţie, căldura totală de topire.

Suma căldurilor sensibilă şi latentă, pentru un gram de substanţă, ne dă căldura totală de topire.

Este evident că, în timp ce căldura latentă de topire este constantă, pentru o substanţă dată, căldura totală de topire depinde de temperatura iniţială.

[1] **Determinarea căldurii de topire se face calorimetric şi aparatul trebuie să fie adaptat condiţiilor de temperatură, fiindcă punctul de topire poate să fie foarte ridicat sau foarte coborît. Uneori putem folosi apa ca substanţă calorimetrică. Alteori vom recurge la mercur, gaze lichide, blocuri metalice cu căldură specifică cunoscută, etc.**

De asemenea, putem încălzi substanţa pe cale electrică şi calcula cantitatea de căldură transmisă.

Ca exemplu, dăm o metodă simplă pentru măsurarea căldurii de topire a apei.

Într-un calorimetru care conţine M grame de apă, la temperatura t_1, introducem m grame de gheaţă, cu temperatura de 0°C.

Apa din calorimetru se răceşte pînă la temperatura t_2 şi cedează cantitatea de căldură

$$Q_1 = M\,(t_1 - t_2).$$

Topirea celor m grame de gheaţă absoarbe căldura

$$Q_2 = mL,$$

iar apa rezultată din topire se încălzeşte de la 0° pînă la temperatura finală t_2 şi absoarbe căldura

$$Q_3 = mt_2.$$

Căldura cedată fiind egală cu căldura primită, vom avea

$$Q_1 = Q_2 + Q_3;$$

din care, făcînd înlocuirile, deducem căldura de topire

$$L=(t_1-t_2)\frac{M}{m}-t_2 \text{ cal/g}.$$

Mai jos dăm căldurile de topire la cîteva corpuri:

Tabela 10

Substanța	Temperatura de topire, în °C	Căldura de topire, în cal/g
Apă	0	80
Fosfor	46	5
Staniu	231,8	14
Plumb	327	5,5
Argint	960,5	26
Aur	1 063	15,9
Cupru	1 084	42
Fier	1 530	49
Platină	1 773,5	27

În comparație cu alte corpuri din natură, apa are căldura specifică și căldura de topire neobișnuit de mari.

Pentru viața de pe pămînt, aceasta are importanță deosebită, fiindcă astfel se regularizează variațiile de temperatură.

§ 122. **Vaporizarea și condensarea.** Trecerea unui lichid la starea gazoasă se numește *vaporizare,* iar fenomenul invers este *condensarea* sau *lichefierea.*

Unele lichide, ca alcoolul, eterul sau benzina, se vaporizează foarte repede în aer. Ele sînt *volatile.*

Altele, ca uleiul, mercurul sau glicerina, se vaporizează foarte încet și se numesc *lichide fixe.*

1. *Vaporizarea în vid.* Un lichid volatil, pus în vid. se vaporizează aproape instantaneu, dacă are la dispoziție un spațiu destul de mare, dar dacă spațiul este limitat, vaporizarea decurge după anumite legi, pe care ne propunem să le cercetăm.

1) Intr-un tub barometric introducem cu o pipetă o cantitate mică de eter (fig. 295).

Eterul se ridică spre suprafața mercurului, se vaporizează și coloana barometrică se coboară.

Rezultă că vaporii ce s-au format în camera barometrică exercită o presiune pe care o măsurăm prin coborîrea coloanei de mercur.

Continuînd să introducem cantități noi de lichid, mercurul se lasă din ce în ce mai jos (fig. 295, *a, b, c*), apoi rămîne la o înălțime constantă și eterul introdus de aci înainte nu se mai vaporizează, dacă temperatura rămîne constantă (fig. 295, *d, e, f*).

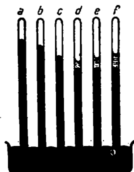


Fig. 295. Vapori saturanți și nesaturanți.



Fig. 296. Presiunea vaporilor saturanți nu depinde de volum

Vom spune că, în acest moment, vaporii de eter au atins *presiunea maximă* la temperatura experienței și au devenit *vapori saturanți.*

In momentul cînd vaporizarea sistează, spațiul disponibil este saturat, iar vaporii au atins presiunea maximă.

2) Introducem în camera barometrică un exces de lichid și facem să varieze volumul ei, cufundînd mai mult sau mai puțin tubul barometric, în cuva cu mercur (fig. 296).

Constatăm atunci că *scăderea volumului produce o condensare a vaporilor, iar creșterea lui o scădere a cantității de lichid, dar nivelul coloanei de mercur nu se schimbă, cîtă vreme temperatura nu variază.*

Legea lui Boyle-Mariotte nu se aplică la vaporii saturanţi, fiindcă presiunea lor nu depinde de volum.

Deducem că *legea lui Boyle-Mariotte nu se aplică la vaporii saturanţi, fiindcă presiunea lor este independentă de volum.*

3) Încălzind uniform spaţiul ocupat de vapori, pe toată lungimea lui, mai putem constata că, pe măsură ce temperatura creşte, coloana de mercur se coboară şi lichidul se împuţinează. Deducem că *presiunea vaporilor saturanţi creşte cu temperatura.*

4) În fine, dacă înlocuim eterul prin alte lichide, în cantitate suficientă ca să formeze vapori saturanţi, constatăm că, *la temperatură egală, presiunea lor depinde de natura lichidului.*

Presiunea vaporilor saturanţi creşte cu temperatura şi depinde de natura lichidului.

Prin urmare, vaporii saturanţi ascultă de cu totul alte legi decît gazele reale sau ideale, cu toate că sînt in stare gazoasă.

În limbajul obişnuit, expresia *vapori* se aplică de obicei corpurilor gazoase, pe care la temperatura ordinară le găsim şi în starea lichidă. Spunem *vapori de apă* sau *vapori de mercur,* dar nu putem spune *vapori de aer* sau *vapori de hidrogen.*

În fizică, aceste expresii se întrebuinţează, totuşi, cînd substanţa respectivă se găseşte în apropierea punctului de lichefiere.

Mai jos dăm presiunea vaporilor saturanţi la cîteva lichide, exprimată în milimetri coloană de mercur sau în atmosfere în funcţie de temperatură.

Temperatura, în °C	Mercur în mm	Apă	Eter
0	0,000 19	4,6 mm	185 mm
10	0,000 50	9,2 mm	292 mm
20	0,001 3	17,5 mm	440 mm
50	0,013	92,5 mm	—
100	0,29	1 at	6,5 at
120	0,76	2 at	10 at
180	11,0	9,9 at	37 at
250	75,8	39,4 at	—
350	663,2	167 at	—
356,7	760	—	—

2. *Principiul peretelui rece.* Experienţa ne arată că, într-un spaţiu cu vapori saturanţi nu putem ridica presiunea încălzind numai lichidul sau numai o porţiune restrînsă a peretelui, fiindcă vaporii merg să se condenseze în regiunile mai reci.

Intr-un spațiu cu vapori saturanți presiunea este dictată de temperatura cea mai joasă.

Prin urmare, dacă temperatura unui spațiu ocupat de vapori saturanți nu este uniformă, presiunea lor este aceea care corespunde temperaturii celei mai joase.

Acesta este *principiul peretelui rece*, sau *principiul lui Watt*.

3. *Vaporizarea în gaze.* Dacă introducem un lichid într-un vas închis, în care se mai află și un gaz oarecare, sau vaporii altui lichid, la presiunea inițială p_1, constatăm că presiunea finală p devine

$$p = p_1 + p_2,$$

în care p_2 este presiunea vaporilor saturanți ai lichidului, la temperatura experienței, și că această presiune nu este modificată de prezența gazului străin (fig. 297).

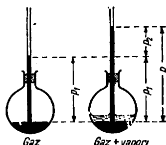


Fig. 297. Vaporizare în gaze.

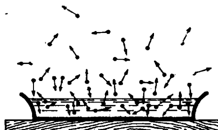


Fig. 298. Mecanismul evaporării libere

Pe aceste fapte, *Dalton* [1]) a enunțat următoarea lege:

Presiunile parțiale ale gazelor sau vaporilor saturanți nu se influențează reciproc și presiunea totală este egală cu suma lor.

Intr-un amestec de gaze sau vapori, presiunile parțiale nu se influențează reciproc, dacă nu au loc reacții chimice și presiunea totală este egală cu suma lor.

[1]) *John Dalton* (1766—1844), medic, fizician și chimist englez. A descoperit legea proporțiilor multiple a reacțiunilor chimice, pe care se fundamentează, în parte, teoria atomică.

Această lege este numai aproximativă, fiindcă nu se aplică la presiunile mari.

4. *Evaporarea în aer liber.* Să considerăm o cantitate de lichid, într-un vas deschis (fig. 298).

În mişcarea lor de agitaţie termică, unele dintre molecule se îndreaptă din interior către suprafaţa lichidului şi, dacă au viteza suficient de mare, izbutesc să scape de atracţia celorlalte şi să iasă afară, unde continuă mişcarea de agitaţie.

O parte din ele se împrăştie în spaţiu, dar altele, pe care numai întîmplarea le face să meargă înapoi spre lichid, pătrund la loc înăuntru.

Într-un spaţiu limitat, moleculele scăpate din lichid nu se pot împrăştia. Îngrămădirea lor creşte mereu şi, de la o vreme, se stabileşte un *echilibru dinamic*, adică numărul celor care scapă, într-un timp dat, este egal cu al celor care intră.

Saturaţia reprezintă o situaţie de echilibru dinamic.

În acest moment am atins saturaţia. Dacă, din contra, evaporarea se face în aer liber, cele mai multe din moleculele care au ieşit se împrăştie în spaţiu şi numai o mică parte se întoarce înapoi.

Cantitatea de lichid scade atunci treptat, pînă la dispariţie.

După aceste explicaţii, sîntem în măsură să deducem care sînt legile evaporării în aer liber.

Viteza de evaporare creşte cu temperatura şi cu mărimea suprafeţei libere.

1) Dacă temperatura creşte, agitaţia termică se intensifică şi moleculele pot să iasă mai uşor din lichid.

Rezultă că *evaporarea se face cu atît mai repede, cu cît temperatura este mai ridicată.*

2) Dacă suprafaţa liberă a lichidului este mai întinsă, ieşirea moleculelor este de asemenea favorizată.

Prin urmare, *evaporarea este mai rapidă pe suprafeţele întinse.*

Vîntul activează evaporarea.

3) Dacă bate vîntul, moleculele ieşite sînt măturate imediat şi nu se mai pot întoarce înapoi.

Aşadar, vîntul activează evaporarea.

4) Se poate întîmpla ca atmosfera în care se face evaporarea să fie dinainte încărcată cu vaporii aceluiaşi lichid. In cazul acesta numărul moleculelor care intră în lichid devine mai mare.

Viteza de evaporare este direct proporţională cu factorul de evaporare.

Dacă presiunea vaporilor saturanţi ai lichidului, la temperatura dată, este p_1, iar a celor nesaturanţi din atmosferă este p_2, experienţa *ne arată că viteza de evaporare este direct proporţională cu diferenţa $p_1—p_2$, care se numeşte factor de evaporare.*

5) In sfîrşit, dacă presiunea exterioară creşte, numărul de molecule din vecinătatea suprafeţei libere devine mai mare, aşa

Creşterea presiunii exterioare întîrzie evaporarea.

că acelea care scapă din lichid se strecoară mai greu prin îmbulzeală şi întîrzie să se împrăştie în spaţiu.

Intoarcerea lor în masa lichidă fiind astfel favorizată, evaporarea se va face mai încet.

Am văzut de altfel că, în vid, vaporizarea unei cantităţi mici de lichid este aproape instantanee, fiindcă nimic nu mai împiedică moleculele să se împrăştie în spaţiu.

5. *Variaţia temperaturii la evaporare.* In mişcarea de agitaţie termică nu toate moleculele au aceeaşi viteză. Unele se mişcă mai încet şi pot fi considerate mai *reci*, altele se mişcă mai repede şi vom spune că sînt mai *calde*.

In procesul de evaporare vor putea să plece din lichid mai ales moleculele rapide.

Cele mai lente, neavînd energie cinetică suficientă, nu se pot îndepărta, fiindcă forţele de coeziune le frînează la ieşire şi le întorc înapoi.

Evaporarea coboară temperatura lichidului.

Ca urmare, *dacă lăsăm un lichid să se evapore şi nu-i dăm căldură, temperatura lui trebuie să scadă.*

Verificarea o putem face uşor dacă udăm mîna cu apă şi suflăm asupra ei, ca să activăm evaporarea.

Fenomenul are numeroase aplicaţii practice, de pildă:

1) Se ştie că, pe timp de vară, putem păstra băuturile reci dacă înfăşurăm sticla într-un şervet ud şi o punem în bătaia vîntului. Spaniolii

folosesc vase poroase, numite *alcarasas*, la care lichidul străbate încet afară, menţine peretele ud şi asigură răcirea prin evaporare.

2) Pe timp de arşiţă, gospodinele atîrnă la ferestre cearşafuri ude. Pe acest principiu se construiesc şi ventilatoare electrice, care suflă aerul prin pisle, pe care picură apă.

3) Dacă evaporăm apă în vid şi absorbim cu acid sulfuric concentrat vaporii care se formează, evaporarea devine atît de intensă, încît răceşte apa pînă la îngheţare.

Răcitoarele moderne, folosite în industrie, în restaurante sau în gospodării, funcţionează pe acelaşi principiu, numai că apa este înlocuită cu amoniac lichid.

4) Chirurgii folosesc, în operaţiile mici, o anestezie locală, prin răcirea intensă a ţesutului, produsă de evaporarea foarte rapidă a *clorurii de metil*.

6. *Căldura de vaporizare.* Moleculele care au scăpat din lichid, prin procesul de vaporizare, nu pot să păstreze toată energia lor cinetică, fiindcă:

1) Ele trebuie să se depărteze una de alta, ca să treacă de la volumul mai mic al lichidului, la volumul mai mare al vaporilor.

Înseamnă că o primă parte din energia cinetică va fi absorbită ca energie potenţială, prin lucrul mecanic efectuat împotriva forţelor de coeziune.

Ca şi la topire, această energie potenţială se înmagazinează în vaporii formaţi, sub formă de *căldură latentă*, pe care o vom nota cu Q_{lat}.

2) Trecerea de la starea solidă la starea lichidă nu implică decît o variaţie mică de volum. Volumul vaporilor e însă mult mai mare decît al lichidului şi lupta lor ca să-l ocupe va consuma o altă parte din energia cinetică, prin lucrul mecanic împotriva presiunii exterioare.

Vaporii se vor răci şi vor pierde astfel cantitatea de căldură Q_{ext}, pe care o vom numi *căldură externă sensibilă*.

Prin urmare, dacă, prin plecarea moleculelor calde, lichidul a pierdut cantitatea de căldură Q, care este tot o căldură sensibilă, va trebui să o regăsim la vaporii formaţi şi deci

$$\boxed{Q = Q_{lat} + Q_{ext}}. \qquad (122.1)$$

Căldura latentă nu poate fi măsurată direct, decît dacă facem vaporizarea în vid. In cazul acesta, ea este egală cu căldura pierdută de lichid, fiindcă nu se mai consumă lucru mecanic exterior.

La vaporizare,
$$Q = Q_{lat} + Q_{ext}.$$

In practică, această situaţie, cu totul specială, nu apare însă decît excepţional, fiindcă vaporizarea se face de obicei în aer sau în gaze.

De aceea, este preferabil să legăm definiţia căldurii de vaporizare numai de cantitatea de căldură pierdută de lichid, fără a mai ţine seamă de transformările ei ulterioare, în masa de vapori.

Ca s-o evaluăm, ar trebui să cunoaştem precis căldura specifică a lichidului, care ştim că variază cu temperatura şi nu poate fi determinată decît cu oarecare erori.

Ca să evităm această complicaţie, îl vom obliga să-şi menţină temperatura constantă, încălzindu-l de la exterior şi măsurînd numai cantitatea de căldură pe care i-am dat-o.

Căldura de vaporizare este cantitatea de căldură necesară formării unui gram de vapori la temperatură constantă.

Vom numi, deci, căldură de vaporizare cantitatea de căldură ce trebuie să o dăm unui lichid, ca să-şi menţină temperatura constantă, în timpul formării unui gram de vapori.

Ea se exprimă în *calorii pe gram* sau în *kilocalorii pe kilogram.* Uneori folosim şi noţiunea de căldură moleculară de evaporare, pe care o exprimăm în *calorii pe mol.*

Căldura de vaporizare depinde de presiunea exterioară şi de temperatură. De aceea, datele numerice trebuie să fie însoţite de specificarea condiţiilor în care s-a făcut determinarea.

In lipsa acestor indicaţii, vom subînţelege că determinarea s-a făcut la temperatura de fierbere, sub presiunea normală.

Fenomenul invers vaporizării se numeşte *condensare* sau *lichefiere.*

Experienţa ne arată că tot aşa cum solidificarea unei substanţe topite pune în libertate o cantitate de căldură egală cu aceea de topire, condensarea unei cantităţi de vapori liberează o cantitate de căldură, care se numeşte *căldură de condensare* şi este egală, în condiţii similare, cu căldura de vaporizare.

Aceste fenomene inverse au importanţă climatică deosebită.

Ninsoarea ridică temperatura aerului, fiindcă s-a eliberat căldura de solidificare, iar formarea norilor şi a ceţii o ridică de asemenea, fiindcă se eliberează căldura de condensare.

7. *Determinarea căldurii de vaporizare* se poate face fie direct, fie prin căldura de condensare, cu metodele calorimetrice obişnuite, adaptate condiţiilor impuse de situaţiile particulare.

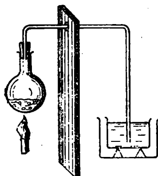


Fig. 299. Determinarea căldurii de vaporizare.

Fig. 299 reprezintă un dispozitiv simplu care poate fi realizat în orice laborator.

Se fierbe apă într-un balon, la care este adaptat un tub de sticlă, curbat în jos şi cufundat într-un calorimetru cu apă.

Vaporii se condensează şi cedează căldura apei.

Măsurăm temperaturile iniţială şi finală, apoi cîntărim calorimetrul, ca să aflăm cantitatea de vapori condensată, iar calculul căldurii de vaporizare, egală cu aceea de condensare, se face prin metoda arătată la determinarea căldurii de topire.

Mai jos dăm căldurile de vaporizare r ale cîtorva lichide, exprimate în calorii pe gram şi determinate la temperatura de fierbere, sub presiunea normală.

Tabela 11

Lichidul	Temperatura de fierbere, în °C	Căldura de vaporizare, în cal/g
Apă	+100	539,1
Alcool ordinar	+ 78,3	202
Eter ordinar	+ 34,6	90
Mercur	+356,7	68
Bioxid de carbon	− 78,5	142
Oxigen	−183	51
Hidrogen	−252,8	110

Căldura de vaporizare la apă este excepţional de mare. Calculul şi măsurările directe au arătat că, din cele 539 cal/g, circa 500 cal/g reprezintă căldura latentă internă. Restul de aproape 40 cal/g se cheltuieşte cu lucrul mecanic extern.

Aici apare încă o dată folosul pe care ni-l aduce apa, în desfăşurarea fenomenelor climatice.

8. *Vapori suprasaturanţi.* După cum lichidele pot fi răcite uneori pînă sub punctul de solidificare şi rămîn în starea de supratopire, tot aşa vaporii saturanţi pot fi răciţi uneori fără să se condenseze. Avem atunci o stare de *suprasaturaţie*, iar vaporii sînt *suprasaturanţi.*

Suprasaturaţia este o situaţie nestabilă, mai ales în prezenţa firelor de praf sau a particulelor electrizate.

Suprasaturaţia, ca şi supratopirea, reprezintă o situaţie nestabilă. Ea nu poate să subsiste decît într-o atmosferă lipsită de praf, de fum sau de particule electrizate, care au proprietatea să formeze *centre de condensare.*

Aşa se explică de ce primul fulger face să pornească ropotul de ploaie şi de ce oraşele industriale, unde se consumă cantităţi mari de cărbune, sînt cu deosebire bîntuite de ceaţă.

Vom vedea mai tîrziu cum însuşirea particulelor electrizate, de a forma centre de condensare, serveşte în studiul fenomenelor de radioactivitate şi transmutaţii atomice.

9. *Vapori nesaturanţi.* Cînd cantitatea de lichid aflată într-un spaţiu dat nu e suficientă ca să producă saturaţia, vaporii sînt ***nesaturanţi.***

Vaporii nesaturanţi se apropie cu atît mai mult de gaze, cu cît sînt mai departe de punctul de condensare.

Experienţa ne arată că, ***spre deosebire de vaporii saturanţi, a căror presiune nu depinde de volum,*** *vaporii nesaturanţi urmează cu atît mai bine legile lui Boyle-Mariotte şi Gay-Lussac, cu cît temperatura sau volumul lor îi duce mai departe de punctul de condensare, adică mai departe de saturaţie.*

Ei pot să devină saturanţi, dacă-i comprimăm şi răcim atîta încît să apară primele picături de lichid.

Invers, vaporii saturanţi pot să devină nesaturanţi prin încălzire sau printr-o creştere de volum, suficiente ca să ducă la vaporizarea totală a lichidului.

De aceea, vaporii nesaturanţi se mai numesc şi *vapori supraîncălziţi.*

Ca să evite condensarea prematură şi din alte motive pe care le vom arăta ulterior, maşinile moderne cu aburi folosesc întotdeauna vaporii supraîncălziţi.

10. *Fierberea.* Spre deosebire de evaporarea obişnuită, unde vaporii se formează numai la suprafaţă, *fierberea produce vapori în toată masă lichidului.*

Sub o presiune dată, temperatura de fierbere este caracteristică fiecărui lichid în parte şi constantă, în tot timpul fierberii.

Experienţa ne arată că sub o presiune dată, fiecare lichid are o temperatură de fierbere caracteristică, ce se menţine constantă în tot timpul fierberii.

La fierbere, presiunea vaporilor saturanţi este egală cu cea exterioară. Temperatura de fierbere scade o dată cu presiunea.

De asemenea, se mai constată experimental că *fierberea începe în momentul cînd, prin ridicarea temperaturii, presiunea vaporilor saturanţi ai lichidului ajunge să egaleze presiunea exterioară, ce se exercită asupra lui.*

Putem deci prevedea că, dacă presiunea exterioară scade, lichidul va intra în fierbere la o temperatură mai joasă decît la presiunea normală.

Următoarea experienţă, imaginată de *Franklin*[1]), verifică această concluzie:

Fierbem apă într-un balon de sticlă, aşteptăm un timp ca vaporii să alunge aerul din el şi-l astupăm ermetic (fig. 300). Il întoarcem apoi cu fundul în sus şi-l răcim cu apă.

Răcirea condensează vaporii formaţi, produce un vid parţial şi apa din balon intră în fierbere.

Fenomenul are numeroase aplicaţii practice:

1) Putem fierbe şi distila în laborator sau în industrii, sub presiune redusă şi temperatură scăzută, lichide care, la presiunea normală, ar fierbe la o temperatură mult mai ridicată.

2) Presiunea atmosferică pe munţi fiind mai mică decît la nivelul mării, putem să măsurăm înălţimea din simpla determinare a temperaturii de fierbere a apei.

Aceste aparate, uşor transportabile, se numesc *hipsometre* şi sînt mai precise decît barometrele metalice.

3) Putem construi *autoclave,* în care apa fierbe sub presiunea ridicată a vaporilor proprii, la o temperatură mai mare decît la presiunea normală. Fig. 301 reprezintă o astfel de autoclavă.

---

[1]) *Benjamin Franklin* (1706—1790), în tinereţe tipograf, apoi ziarist, om de stat şi cercetător de valoare în ştiinţă. A luptat pentru libertate şi a fost unul din principalii făuritori ai independenţei Statelor-Unite.

Cazanul este închis ermetic și prevăzut cu un manometru și cu o supapă de siguranță, ca să evite pericolul de explozie.

Autoclavele servesc în industrii, în laboratoare și la sterilizarea fiolelor și instrumentelor chirurgicale.

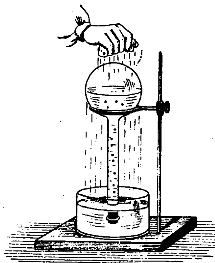


Fig. 300. Experiența lui Franklin.

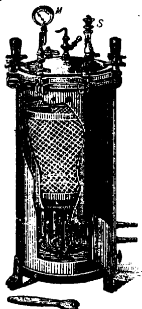


Fig. 301. Autoclavă.

Cele industriale depășesc uneori temperatura de +300 °C.

Pentru sterilizare este suficient să ne limităm la +120°, fiindcă aceasta este temperatura maximă la care mai pot să reziste sporii microbilor.

11. *Calefacția.* Adesea, picăturile de lichid, puse pe o placă metalică înroșită, se plimbă din loc în loc și se evaporă destul de încet, fiindcă sub ele se formează o pătură izolantă de vapori, care le sustrage contactului direct cu placa.

Fenomenul se numește *calefacție* și reprezintă o situație nestabilă, fiindcă dacă la un moment dat vaporii nu mai pot susține picătura, ea se evaporă brusc.

Calefacția este deosebit de periculoasă la cazanele mașinilor cu aburi, care nu au fost curățate la timp de calcarul ce se depune cu încetul din apă.

Această pătură de calcar interpusă face ca tabla cazanului, ne mai fiind în contact direct cu apa, să se încălzească pînă la

roşu. Dacă, în acest moment, crusta capătă o spărtură, apa vine în contact cu tabla, se produce calefacţia, apoi evaporarea bruscă şi presiunea poate să crească cu mult peste limita de rezistenţă a cazanului.

12. *Distilarea.* Se numeşte distilare evaporarea unui lichid, urmată de condensarea lui în altă parte, unde temperatura e mai joasă.

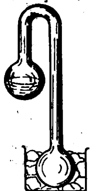


Fig. 302. Vaporii distilează în balonul răcit.

Procesul e o consecinţă a principiului peretelui rece.

Il putem observa uşor pe timp de iarnă, cînd apar florile de gheaţă pe ferestre, şi în timp de vară, cînd vaporii din aer se condensează pe pereţii unui vas cu apă rece.

Experienţa se poate face şi cu dispozitivul simplu din fig. 302. E destul să răcim cu gheaţă balonul gol.

În laborator sau în industrii, distilarea serveşte pentru separarea unui lichid de produsele solide dizolvate sau pentru separarea a două lichide, cu puncte de fierbere diferite.

La început, vaporii sînt mai bogaţi în lichidul care fierbe mai uşor, apoi, cînd acesta este pe sfîrşite, temperatura de fierbere se urcă şi începe să treacă lichidul celălalt.

Operaţia se face de obicei cu dispozitivul arătat în fig. 303, în care vaporii formaţi trec printr-un refrigerent *R* cu apă rece.

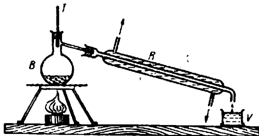


Fig. 303. Distilarea.

O singură distilare nu e suficientă, fiindcă vaporii lichidului mai volatil conţin şi vapori ai lichidului mai fix.

Instalaţii enorme de distilare sînt folosite mai ales în industria petroliferă.

Pe scară mai mică, le găsim în distilerii, unde se numesc *alambicuri.*

13. *Fierberea întîrziată.* Dacă fierbem o cantitate de apă, pentru a scoate aerul dizolvat, o lăsăm să se răcească şi apoi o încălzim iarăşi, constatăm că-i putem ridica temperatura cu cîteva grade peste 100 °C, fără să înceapă fierberea.

Cînd un lichid nu conţine gaze dizolvate, fierberea lui întîrzie.

Fenomenul se numeşte *fierbere întîrziată* şi explicaţia este foarte simplă: fără ajutorul bulelor de aer, formarea vaporilor începe mai greu, fiindcă presiunea lor nu este încă suficientă ca să învingă forţele de coeziune ale lichidului şi să le creeze spaţiile de formare.

Fierberea întîrziată nu se mai produce şi lichidul se comportă normal, dacă-l agităm sau dacă introducem înăuntru un corp care înglobează aer, de pildă o frîntură de porţelan poros.

Menţionăm că ea reprezintă o *situaţie provizorie* şi că temperatura coboară de la sine, pînă la valoarea normală, imediat ce începe fierberea.

O întîrziere analogă apare în cazul încălzirii pe la fundul vasului. Vaporii se formează, dar în drumul lor către suprafaţă, trec prin pături mai reci, unde se condensează la loc.

Adesea micşorarea bruscă a bulelor de vapori dă naştere la şocuri în masa lichidă şi produce un zgomot caracteristic, aproape muzical, care încetează imediat ce se instalează fierberea.

Zicem atunci că apa cîntă.

14. *Sublimarea.* Oricine ştie că rufele ude se usucă chiar pe timp de ger şi că unele substanţe solide îşi împrăştie mirosul într-o cameră întreagă.

Prin urmare, solidele, ca şi lichidele, sînt capabile să emită vapori.

Trecerea directă a unui solid la starea gazoasă, fără intermediul stării lichide, se numeşte sublimare.

Această trecere directă de la starea solidă la starea gazoasă, fără intermediul stării lichide, se numeşte sublimare şi poate să decurgă în ambele sensuri.

După sensul transformării, fenomenul implică absorbţia sau eliberarea unei cantităţi de căldură, care, raportată la gramul de substanţă, reprezintă *căldura de sublimare.*

In condiţiile obişnuite de presiune, sublimarea poate fi observată la numeroase corpuri, prin încălzire sau chiar la temperatura normală.

Iodul, acidul benzoic, clorura de amoniu sau clorura mercurică sînt numai cîteva exemple.

15. *Diagrama de stare; punctul triplu.* Să reluăm, ca exemplu, cazul apei.

Dacă măsurăm experimental presiunea vaporilor saturanţi înainte şi după punctul de topire şi reprezentăm variaţia ei, în funcţie de temperatură, găsim curba notată cu *OPR* în fig. 304.

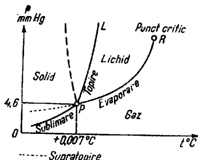


Fig. 304. Diagrama de stare.

Această curbă ne arată, totodată, şi legătura dintre temperaturile de fierbere şi presiunea exterioară, care ştim că trebuie să fie egală cu a vaporilor saturanţi.

Punctul particular de întoarcere *P* îl găsim în imediata vecinătate a temperaturii de 0 °C.

Este uşor de înţeles că, *pentru orice punct care se află între această curbă şi axa absciselor, substanţa se găseşte în stare de vapori.* In adevăr, ea reprezintă limita de trecere între faza gazoasă, de o parte, şi fazele solidă şi lichidă, de cealaltă parte.

Rămîne să vedem care este limita de separaţie dintre aceste ultime două faze.

Pentru aceasta vom trasa încă o curbă *PL*, care să ne reprezinte legătura dintre temperatura de topire şi presiunea exercitată. Ţinînd seamă de proprietăţile particulare ale apei, această curbă se va înclina după cum arată figura, fiindcă temperatura de topire creşte cu presiunea.

In stînga ei vom găsi faza solidă, iar în dreapta, faza lichidă.

Diagrama de stare delimitează regiunile ocupate de fazele solidă, lichidă şi gazoasă, care apar simultan în punctul triplu.

Am trasat astfel aşa-numita *diagramă de stare* a apei, iar punctul *P*, în care fazele solidă, lichidă şi gazoasă coexistă, se numeşte *punctul triplu.*

Din această diagramă se vede imediat că, dacă ne aflăm pe linia *PL* şi mărim temperatura, gheaţa se topeşte.

Dacă ne aflăm pe linia OP şi mărim temperatura, sau micşorăm presiunea, gheaţa sublimează la starea de vapori.

În lungul acestei linii, totul se petrece deci *ca şi cînd* gheaţa ar intra în fierbere.

Dacă ne aflăm pe linia PR, creşterea temperaturii sau scăderea presiunii transformă apa lichidă în vapori.

Tot experimental, mai putem constata că punctul triplu al apei corespunde temperaturii de +0,007 °C şi presiunii de 4,6 mm col. Hg pentru vaporii saturanţi.

Dacă, în locul apei, cercetăm alte corpuri, la care temperatura de topire creşte cu presiunea, fapt care se petrece aproape totdeauna, curba PL se înclină spre stînga, cum este reprezentat punctat în figură.

Este de la sine înţeles că presiunea şi temperatura ce corespund punctului triplu vor depinde de substanţa cercetată, ca şi celelalte amănunte ale curbelor.

16. *Puncte de transformare.* Topirea şi fierberea nu sînt singurele fenomene cu temperatură staţionară.

Manifestări analoge mai pot fi constatate şi la numeroase alte fenomene, cînd e vorba de anumite transformări interne, care absorb căldură sub formă latentă, adică sub formă de energie potenţială.

De aceea, noţiunea de ***căldură latentă*** se extinde la toate aceste fenomene şi se numeşte, în general, ***căldură de transformare.***

Între numeroasele exemple putem cita, bunăoară, schimbările alotropice.

17. *Ecuaţia lui Clausius-Clapeyron.* În general, transformările interne sînt însoţite de o variaţie a volumului, iar variaţia presiunii modifică temperatura la care au loc.

In cazurile acestea, se demonstrează teoretic şi se verifică experimental că variaţia temperaturii absolute ΔT este dată de relaţia

$$\boxed{\Delta T = 0{,}0242\, T \frac{V_1 - V_2}{Q} \Delta p}, \qquad (122.2)$$

numită *ecuaţia lui Clausius-Clapeyron*[1]) şi în care T este tem-

[1]) ***Rudolph Clausius*** **(1822—1888), fizician german, fost profesor la Bonn.**

B. P. E. Clapeyron **(1799—1864), inginer francez care a locuit la Moscova.**

peratura normală de transformare, V_1 reprezintă volumul molecular al substanței deasupra temperaturii de transformare, V_2 este volumul molecular dedesubtul acestei temperaturi, Q este căldura moleculară de transformare și Δp exprimă variația de presiune.

Pentru verificare și o mai bună înțelegere să considerăm cazul topirii.

La un corp oarecare, volumul molecular după topire este mai mare decît volumul inițial. Urmează că

$$V_1 - V_2 > 0,$$

și temperatura de transformare crește o dată cu presiunea.

La apă, topirea micșorează volumul, așa că

$$V_1 - V_2 < 0,$$

iar creșterea presiunii coboară temperatura de topire.

§ 123. **Lichefierea gazelor.** Problema lichefierii gazelor se reduce la problema realizării condițiilor necesare, pentru a le aduce în starea de vapori saturanți, adică *răcire* și *comprimare*.

Lichefierea gazelor este condiționată de aducerea lor în starea de vapori saturanți.

In unele cazuri e suficientă o simplă *răcire,* cu un amestec refrigerent, de pildă gheață cu sare, sau o simplă *comprimare,* la temperatura normală.

Așa putem lichefia, între altele:
anhidrida sulfuroasă, la $-8\,^\circ C$, sub presiunea normală;
bioxidul de sulf, la $+30\,^\circ C$ și 4,5 at sau la $+10^\circ$ sub 3,24 at;
amoniacul, la $+10\,^\circ C$ sub 6 at sau la $+20\,^\circ C$ sub 8,4 at;
bioxidul de carbon, la $0\,^\circ C$ sub 35,4 at sau la $+10^\circ$ sub 46 at.

In alte cazuri trebuie să folosim acțiunea combinată a comprimării și răcirii cît mai intense. Metoda a fost aplicată pentru prima dată de *Faraday* [1]), la lichefierea *clorului* (fig. 305).

Cristali de hidrat de clor ($Cl+8H_2O$) sînt încălziți pe o baie, într-un tub de sticlă curbat și închis la ambele capete.

---

[1]) *Michael Faraday* (1791—1867), fizician și chimist englez autodidact. Din simplu ucenic la o legătorie de cărți a ajuns unul din cei mai mari experimentatori cunoscuți în istoria fizicii. A descoperit legile inducției, care stau la baza electrotehnicii moderne, legile electrolizei, fenomenele magnetooptice, comportarea substanțelor în cîmpurile magnetice și electrice etc.

Celălalt capăt al tubului este cufundat într-un amestec refrigerent.

Presiunea o produce însuşi clorul gazos care se degajă din substanţa încălzită.

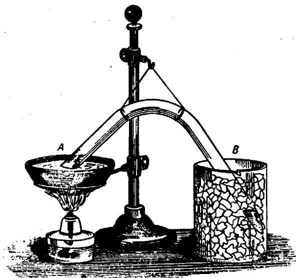


Fig. 305. Lichefierea clorului.

Tot Faraday a folosit, pentru prima dată, *metoda lichefierilor în cascadă.*

Evaporînd, sub presiune redusă, un gaz deja lichefiat, se produce o scădere de temperatură, pe care o folosim pentru lichefierea altui gaz. Acesta, la rîndul lui, poate să ne dea, tot prin evaporare, o temperatură şi mai scăzută, cu care lichefiem un al treilea şi aşa mai departe.

De pildă, prin evaporarea anhidridei sulfuroase lichide, putem lichefia bioxidul de carbon, iar acesta, evaporat mai departe, ne duce pînă la —140 °C.

Faraday nu a izbutit să lichefieze toate gazele cunoscute pe vremea lui, dar şi-a dat seama că insuccesul se datoreşte numai mijloacelor insuficiente de răcire.

De atunci, metoda răcirilor în cascadă s-a perfecționat într-atîta, încît *Kamerlingh Onnes*[1]) a izbutit, în 1908, să atingă temperatura de fierbere a heliului și apoi să-l solidifice, la —272 °C.

In prezent nu mai există gaze care să nu poată fi lichefiate și chiar solidificate, iar mijloacele de care dispunem permit producerea gazelor lichide pe scară industrială.

1. *Temperatura critică.* O primă lămurire, în desfășurarea procesului de trecere de la gaze la lichide, a venit cu o lucrare a lui *Mendeleev*[2]), publicată în 1860, asupra variației tensiunii superficiale, în funcție de temperatură.

El constată experimental că, pentru toate lichidele cercetate, tensiunea superficială scade liniar cînd crește temperatura și, extrapolînd pe dreptele reprezentative obținute, arată că, *la o anumită temperatură, trebuie să devie nulă* (fig. 306).

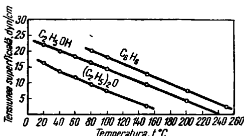


Fig. 306. Variația tensiunii superficiale cu temperatura.

Determinările au fost făcute în spațiu închis, la presiunile dezvoltate de vaporii saturanți.

Această anulare a tensiunii superficiale ne spune că, la temperatura și presiunea respectivă, lichidul și-a pierdut coeziunea și deci a căpătat proprietățile caracteristice ale unui gaz.

În 1869, *Andrews*[3]) face un pas important mai departe și studiază experimental izotermele de variație ale presiunii, în

[1]) *Heike Kamerlingh Onnes* (1853—1926), fizician olandez, fost profesor la Leyda, cunoscut prin studiile lui asupra fenomenelor ce se petrec la temperaturile joase. Premiu Nobel (1913).

[2]) *Dmitrie Ivanovici Mendeleev* (1834—1907), chimist rus, cunoscut mai ales prin descoperirea sistemului periodic al elementelor, care stă la baza nu numai a întregii chimii moderne, dar și a tuturor concepțiilor actuale despre structura atomilor.

[3]) *Th. Andrews* (1813—1885), fizician englez.

funcţie de volum, la cîteva gaze mai uşor lichefiabile şi în special la *bioxidul de carbon.*

Aceste curbe au aspectul din figura 307.

Luînd ca bază de discuţie, bunăoară izoterma la 0 °C şi mergînd pe dînsa în sensul micşorării volumului, se observă întîi o creştere treptată a presiunii, pînă în *B.*

In acest punct începe lichefierea, gazul capătă proprietăţile vaporilor saturanţi şi presiunea rămîne constantă, pînă la transformarea totală în lichid.

In *A* procesul acesta s-a terminat şi de aici înainte presiunea creşte rapid, fiindcă lichidul este foarte puţin compresibil.

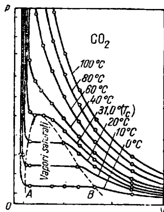


Fig. 307. Izotermele bioxidului de carbon după Andrews.

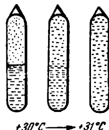


Fig. 308. Meniscul la bioxidul de carbon lichid dispare în punctul critic.

Pentru alte izoterme, trasate la temperaturi ceva mai ridicate, *desfăşurarea fenomenului este aceeaşi, numai că porţiunea orizontală a curbelor devine din ce în ce mai scurtă.*

Ea dispare cu totul la temperaturile care depăşesc limita de + 31 °C.

Dincolo de o temperatură minimă necesară, care se numeşte temperatură critică, o comprimare oricît de intensă nu mai lichefiază gazul.

Prin urmare, *dincolo de această limită, care se numeşte temperatură critică, gazul nu se mai lasă lichefiat, oricît de mare ar fi presiunea la care-l supunem.*

O experienţă simplă permite să evidenţiem temperatura critică la bioxidul de carbon lichid. E destul să introducem o can-

titate mică într-un tub de sticlă închis şi să-l încălzim într-o baie cu apă (fig. 308).

Constatăm atunci că la +31 °C meniscul de separaţie între lichid şi gaz se şterge treptat şi dispare, fiindcă tensiunea superficială a lichidului se anulează o dată cu forţele de coeziune.

La temperatura critică, trecerea de la gaz la lichid sau invers este continuă.

Această experienţă ne arată că, *la temperatura critică, gazul se confundă cu lichidul şi trecerea de la o stare la alta se face continuu.*

Experienţa confirmă totodată rezultatele cercetărilor lui Mendeleev.

În fig. 307 am reprezentat, în continuare, şi izotermele la temperaturi mai înalte decît punctul critic.

Ele se apropie din ce în ce mai mult de cunoscuta formă a izotermelor gazului perfect.

Presiunea minimă necesară lichefierii la temperatura critică este presiunea critică.

Este evident că lichefierea unui gaz, la temperatura critică, necesită o presiune care se numeşte presiune critică.

Întorcîndu-ne la ecuaţia lui *Van-der-Waals,*

$$\left(p+\frac{a}{v^2}\right)\ (v-4b)=RT, \quad (110.2)$$

şi folosind-o ca să reprezentăm variaţia presiunii gazului, în funcţie de volum, constatăm că izotermele teoretice, astfel trasate, pentru temperaturile sub punctul critic, au aspectul din fig. 309.

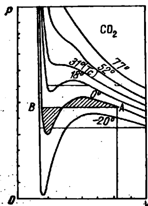


Fig. 309. Izotermele bioxidului de carbon calculate din ecuaţia lui Van-der-Waals.

Ele se apropie deci de forma izotermelor experimentale din fig. 307, dar concordanţa nu este satisfăcătoare şi de aceea s-au făcut numeroase încercări pentru introducerea unor termeni suplimentari de corecţie.

Peste punctul critic, valorile teoretice se apropie, totuşi, mulţumitor de datele experimentale.

Pentru determinarea sistematică a punctelor critice, o contribuţie de seamă a adus-o, între 1880 şi 1890, şcoala rusă de la *Kiev*, condusă de *Avenarius* [1].

Pentru studiul izotermelor la gazele reale trebuie să cităm, de asemenea, lucrările lui *Mathias*, făcute între 1903 şi 1908, apoi cercetările lui *Cailletet* şi *Pictet*, care au lichefiat aerul, şi ale polonezilor *Vroblevschi* şi *Oiszevschi*, care au lichefiat hidrogenul, în 1895.

Aceste cercetări sistematice şi meticuloase, în care s-au angajat numeroase laboratoare din toate ţările, au durat cîteva zeci de ani. Printre cele mai remarcabile sînt lucrările lui *Van-der-Waals*, care a studiat o viaţă întreagă trecerea de la starea gazoasă la starea lichidă.

Vom cita, de asemenea, rezultatele lui *Cailletet* [2]) şi *Mathias* cu privire la variaţia densităţii lichidelor şi a vaporilor saturanţi, în funcţie de temperatură.

Ei au trasat o serie de curbe experimentale, al căror aspect general este acela din fig. 310.

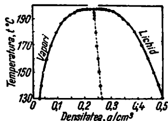


Fig. 310. Curba lui Cailletet şi Mathias.

Din ele se constată că, prin ridicarea temperaturii, densitatea vaporilor saturanţi creşte, iar a lichidului scade şi că ambele porţiuni ale curbei se racordează la temperatura critică.

Se confirmă astfel, şi pe această cale, continuitatea trecerii de la starea lichidă la cea gazoasă, idee pe care o susţinea, de altfel, şi Mendeleev.

Pe aceste curbe, mediile aritmetice ale densităţilor, pentru vapori şi lichid, la temperaturi egale, se înşiră pe o linie dreaptă.

Mai jos dăm temperaturile critice în °C şi presiunile critice, în atmosfere, la cîteva gaze.

Tabela 12

Gazul	Presiunea critică, în at	Temperatura critică, în °C
Heliu	2,26	—267,8
Hidrogen	12,80	—239,91
Azot	33,4	—147,1
Oxigen	49,7	—118,8
Metan	45,6	— 82,8
Bioxid de carbon	73	+ 31,1
Amoniac	112	+133
Bioxid de sulf	78	+157
Eter ordinar	35,5	+194
Alcool ordinar	63	+243
Apă	217,7	+374,2

[1]) *Mihail Petrovici Avenarius* (1835—1895).
[2]) *Louis Cailletet* (1832—1913), fizician francez.

În 1895, *Linde* [1]) izbuteşte să pună la punct o maşină industrială pentru producerea continuă a aerului lichid, iar în 1898, *Dewar* [2]) izbuteşte de asemenea să-l lichefieze în cantităţi mai mari.

Toate metodele moderne întrebuinţează, ca mijloc de răcire finală, aşa-numita *destindere adiabatică*, în care creşterea bruscă de volum a unui gaz îl obligă să execute un lucru mecanic, împotriva presiunii exterioare, şi să-şi consume astfel din căldura proprie.

Destinderea trebuie să fie bruscă, pentru a nu da timp gazului să fure căldură de la mediul ambiant.

O experienţă simplă ne arată cum o asemenea destindere poate să lichefieze un gaz.

Fig. 311. Destinderea adiabatică produce condensarea vaporilor.

Intr-un flacon mare de sticlă, unde introducem o cantitate de apă sau de alcool, suflăm cu gura o cantitate de aer, printr-un tub care străbate dopul, şi astupăm repede deschiderea cu degetul (fig. 311).

Aşteptăm întîi ca gazul comprimat să ia temperatura mediului şi apoi, dacă-l lăsăm să iasă din flacon, destinderea îl răceşte şi vaporii se condensează, sub forma de ceaţă.

O altă experienţă frumoasă se poate face cu o bombă de acid carbonic, de felul celor întrebuinţate la fabricile de sifoane.

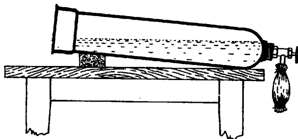


Fig. 312. Solidificarea bioxidului de carbon.

[1]) *Karl v. Linde* (1842—1934), inginer german.
[2]) *James Dewar* (1842—1923), fizician englez.

O aşezăm într-o poziţie aplecată, aşa ca gazul lichid să astupe deschiderea, legăm la gura ei un sac de pînză şi deschidem larg ventilul (fig. 312).

Destinderea adiabatică coboară temperatura şi sacul se umple cu anhidridă carbonică solidă, care aduce la înfăţişare cu zăpada; nu e bine s-o stringem în mînă, fiindcă distruge ţesuturile prin îngheţare şi produce răni dureroase.

Vom descrie acum, ca exemplu, o maşină pentru fabricarea aerului lichid, inventată de *Claude*[1]. Ea are, faţă de maşina lui *Linde*, de asemenea răspîndită în industrie, avantajul că dă o răcire mai rapidă, fiindcă gazul execută nu numai lucrul mecanic de destindere, dar mai contribuie şi cu alt lucru mecanic suplimentar, ca să ajute pompa de compresiune.

Aerul este întîi comprimat, la cîteva zeci de atmosfere, cu o pompă specială, trecînd printr-o serpentină răcită cu gheaţă şi sare, apoi parcurge tubul T_1 şi ajunge într-un cilindru cu piston *P*, analog cu acelea de la maşinile cu aburi (fig. 313).

El ajută astfel compresorul, iar acţiunea combinată a destinderii adiabatice şi a lucrului mecanic efectuat îl răceşte.

Astfel răcit, aerul circulă prin tubul T_2 şi serveşte ca refrigerent pentru noile cantităţi de aer care intră prin T_1.

Lichefierea industrială a aerului foloseşte destinderi adiabatice succesive.

In felul acesta, aerul care intră în maşină iese din ce în ce mai rece şi procesul continuă pînă se atinge temperatura de lichefiere.

Aerul lichefiat se colectează în rezervorul *R*.

Pistoanele maşinii trebuie unse. Cum toate uleiurile îngheaţă la temperatura aerului lichid, nu putem întrebuinţa ca lubrifiant decît eterul de petrol sau însuşi gazul lichefiat.

Aerul lichid este uşor colorat în albastru şi foarte mobil. Nu-l putem păstra decît în vase deschise, fiindcă produce, prin evaporare, presiuni foarte ridicate.

Se folosesc aşa-numitele *vase Dewar*, cu pereţi dubli de sticlă, între care s-a făcut un vid înaintat care să permită o izolare cît mai bună (fig. 314).

Obişnuit, aceste vase sînt şi argintate, ca să reflecte căldura ce vine din exterior. Ele sînt cunoscute în gospodării sub numele de ***butelii termos*** (fig. 314).

[1]) *Georges Claude*, inginer francez contemporan.

La presiunea atmosferică, oxigenul lichid fierbe la —183 °C, iar azotul la —195,8 °C. Putem deci separa cele două gaze, prin distilare fracționată, pentru trebuințele industriale. Toate instalațiile de sudură autogenă folosesc, în prezent, numai oxigenul extras din aer.

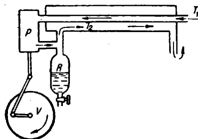


Fig. 313. Principiul lichefierii industriale a aerului.

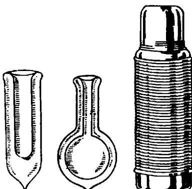


Fig. 314. Vase Dewar.

De asemenea, tot prin distilare fracționată, se pot separa și gazele nobile, care servesc la umplerea becurilor electrice și a tuburilor de reclame luminoase.

La temperatura aerului lichid, foarte multe corpuri își modifică proprietățile fizice. Căldura lor specifică scade și conductibilitatea electrică devine mai mare, decît la temperatura ordinară.

O bucată de carne, un fruct sau o floare devin casante ca porțelanul, mercurul îngheață și putem bate cuie cu el, iar un clopot de plumb sună cristalin ca argintul.

Dacă suflăm aerul din plămîni, printr-un tub cufundat în aer lichid, apa și bioxidul de carbon se solidifică imediat.

După o depozitare de cîteva ori, azotul lichid, care fierbe mai ușor, se evaporă și rămîne mai mult oxigen.

Un chibrit aprins, introdus înăuntru, arde ca și în oxigenul gazos, iar praful de cărbune sau substanțele organice divizate mărunt explodează.

Amestecul de cărbune și oxigen lichid poate să înlocuiască dinamita și are avantajul că devine inofensiv după cîteva ore, dacă explozia nu s-a produs.

2. *Instalații frigorifere.* Gazele care se lichefiază ușor, de pildă amoniacul, sînt folosite în instalațiile frigorifere, la vapoarele care transportă carne sau pește, în vagoane speciale

de cale ferată, în abatoare, în restaurante sau gospodării şi în fabricile de gheaţă.

O fabrică de gheaţă funcţionează pe principiul următor:

O pompă aspiratoare-respingătoare P suge amoniacul lichid dintr-un rezervor R şi-l face să se evaporeze rapid (fig. 315).

Evaporarea coboară temperatura şi gazul, astfel răcit, circulă printr-o serpentină S_1, cufundată într-un rezervor cu apă sărată, pe care plutesc mai multe vase de tablă, pline cu apă potabilă.

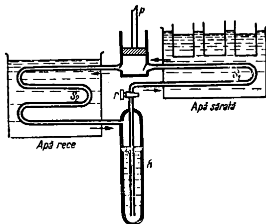


Fig. 315. Principiul fabricării de gheaţă artificială.

Apa sărată îngheaţă mai greu, dar scăderea de temperatură e suficientă ca să îngheţe apa dulce.

Amoniacul gazos este apoi comprimat din nou prin serpentina S_2 răcită cu apă şi se condensează înapoi în rezervor, iar ciclul continuă de la capăt.

Numărul de calorii absorbite de instalaţie într-un timp dat exprimă eficacitatea ei. În industria frigului denumirea de *calorie* se înlocuieşte cu aceea de *frigorie*.

3. *Exemple numerice*. 1) *Un corp care cîntăreşte 50 g şi are căldura specifică 0,02 cal/g·grd este încălzit la +100 °C şi pus pe o bucată de gheaţă. Cîte grame de gheaţă topeşte?*

Răcindu-se pînă la 0 °C, corpul pune în libertate cantitatea de căldură

$$50 \cdot 0.02 \cdot 100 = 100 \text{ cal}.$$

Căldura de topire a gheții fiind 80 cal/g, rezultă că se vor topi

1,25 g de gheață.

2) *Cu cît crește temperatura de fierbere a apei, dacă presiunea se urcă la 1,1 at?*

Sînt date: volumul specific al apei = 1 cm^3/g;
volumul specific al vaporilor = 1 671 cm^3/g;
căldura latentă de vaporizare = 538,7 cal/g.

Ecuația lui Clausius-Clapeyron (122.2) ne dă

$$\Delta T = 0{,}024\,2 \cdot 373 \frac{1\,671-1}{538{,}7}(1{,}1-1)$$

și găsim că

$$\Delta T \approx 2{,}8\ °K,$$

iar noua temperatură de fierbere va fi $t = 102{,}8\ °C$.

CAPITOLUL XIV

STUDIUL SOLUȚIILOR

§ 124. **Dizolvarea.** O bucată de zahăr pusă în apă dispare în masa lichidului și-l îndulcește, fiindcă *se dizolvă.*

Aceeași bucată de zahăr, pusă în benzină, ar fi rămas întreagă. Spunem că zahărul este *solubil* în apă și *insolubil* în benzină.

Pentru zahăr, apa este un *dizolvant,* în care s-a format o *soluție.*

Lichidele pot să dizolve nu numai corpuri solide, dar și alte lichide sau chiar gaze: alcoolul este solubil în apă, sifonul este o soluție de acid carbonic, iar animalele acvatice respiră oxigenul dizolvat în apă.

Există și soluții solide: bunăoară fonta este o soluție de cărbune în fier, iar sticla colorată este o soluție de oxizi metalici diferiți.

Două corpuri care se amestecă într-un tot omogen formează o soluție.

În general, vom spune că *două corpuri s-au dizolvat unul în altul, cînd formează împreună un amestec omogen, din care nu le mai putem deosebi.*

Soluţiile se caracterizează prin *concentraţia* lor, care în practică se exprimă prin raportul dintre volumul sau masa substanţei dizolvate şi volumul sau masa totală a soluţiei.

Concentraţia este raportul dintre volumul sau masa substanţei dizolvate şi volumul sau masa totală a soluţiei.

E însă mai bine să exprimăm acest raport în grame la suta sau mia de centimetri cubi de soluţie.

Vom avea, deci, soluţii de 3%, 7‰ etc.

In laborator folosim, de preferinţă, aşa-numitele *concentraţii molare* (sau moleculare), care reprezintă *titlul* soluţiei.

El se exprimă prin numărul de molecule-gram la mia de centimetri cubi de soluţie.

Titlul normal se exprimă prin numărul de molecule-gram la 1 000 cm³.

Pentru o moleculă-gram, soluţia este *normală* şi titlul se notează cu 1/1 N.

La alte concentraţii, el poate să devină 0,5 N, 2/1 N etc.

Uneori, la o temperatură dată, dizolvantul primeşte orice cantitate de substanţă dizolvată; alteori, această cantitate nu poate să depăşească o limită caracteristică.

La limita de solubilitate, soluţia este saturată şi concentraţia este maximă.

Avem atunci o soluţie *saturată,* iar concentraţia respectivă reprezintă *solubilitatea,* la temperatura considerată.

Experienţa ne arată că solubilitatea depinde de temperatură, dar nu este proporţională cu variaţia ei. Mai mult încă: ea poate să crească pînă la o anumită temperatură şi apoi să scadă la temperaturile mai ridicate.

De pildă, solubilitatea în apă a sulfatului de sodiu este maximă la +34 °C.

Alteori, cum este cazul la toate gazele dizolvate în lichide, solubilitatea scade cînd creşte temperatura [1]).

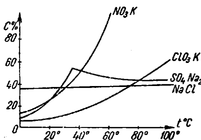


Fig. 316. Curbe de solubilitate.

[1]) De aceea, este periculos să ţinem o sticlă de sifon la căldură sau în bătaia soarelui.

Curbele din fig. 316 arată variaţia solubilităţii în apă, exprimată în procente de grame, în funcţie de temperatură, la cîteva săruri minerale.

1. *Căldura de dizolvare.* Răspîndirea substanţei dizolvate în masa lichidă implică un lucru mecanic, împotriva forţelor de coeziune, deci o absorbţie de căldură, în urma căreia soluţia se răceşte.

Căldura absorbită la dizolvarea unui gram de substanţă este căldura de dizolvare.

Se numeşte, deci, căldură de dizolvare cantitatea de căldură absorbită, cînd se dizolvă un gram de substanţă.

Răcirea consecutivă dizolvării se poate constata uşor, punînd un termometru în apă, în care dizolvăm o sare oarecare, de exemplu sare de bucătărie. Ea poate fi constatată de altfel şi cu mîna, dacă mergem la o concentraţie destul de mare.

Foarte adesea, fenomenele de dizolvare se complică, prin eventuale reacţii chimice, prin formarea de asociaţii moleculare sau prin desfacerea moleculelor substanţei dizolvate.

In cazurile acestea se absoarbe sau se liberează o cantitate suplimentară de căldură.

De pildă, dizolvarea acidului sulfuric în apă, fiind însoţită şi de alte fenomene, produce căldură. Tot aşa, dizolvarea pentoxidului de fosfor, urmată de transformarea lui în acid fosforic, prin contactul cu apa, liberează căldura de reacţie chimică.

De aceea, procesul de dizolvare devine uneori foarte complex şi nici nu este cunoscut în amănunte.

Suprasaturaţia este o situaţie nestabilă, care încetează cu eliberare de căldură, prin agitare sau prin contactul cu substanţa solidă.

O altă complicaţie o aduc fenomenele de *suprasaturaţie,* pe care le observăm la soluţiile saturate la cald şi apoi răcite sau evaporate cu încetul.

Ca şi suprasaturaţia vaporilor, sau starea de supratopire, *suprasaturaţia soluţiilor constituie o situaţie nestabilă,* care poate să înceteze prin agitare sau prin contactul cu particule deja solidificate.

Soluţia tinde atunci către concentraţia stabilă şi *liberează căldura de dizolvare a excesului de substanţă.*

Aceste fenomene pot fi constatate obişnuit la substanţele cristaline.

Următoarea experienţă este deosebit de instructivă:

Se saturează la cald o soluţie apoasă de hiposulfit de sodiu, pe care o aducem apoi la suprasaturaţie prin răcire lentă, ferindu-o de praf şi de clătinări.

După aceea, tăvălim o eprubetă, pe dinafară, prin hiposulfit solid, o umplem cu eter şi o cufundăm în soluţie.

Cristalizarea începe imediat, liberează căldura de dizolvare şi eterul intră în fierbere.

2. *Soluţii coloidale.* Pe lîngă soluţiile obişnuite, se cunosc şi cazuri numeroase în care substanţa, fără să fie propriuzis dizolvată, formează particule în suspensie, atît de mici, încît uneori nu le vedem nici la microscop. Ele nu se depun pe fundul vasului, decît cu încetineală extremă şi nu pot fi separate prin filtrare, fiindcă trec prin porii filtrului.

Din această clasă fac parte, între altele, cleiul de oase, gelatina, albumina şi diverse răşini, cînd le dizolvăm în apă.

De la numele grecesc al cleiului (Kolla), li se zice *substanţe coloidale* sau *coloizi.*

Metalele, tratate prin anumite procedee speciale, de exemplu prin pulverizarea electrică sub apă, formează de asemenea soluţii coloidale, a căror culoare depinde nu numai de natura metalului, dar şi de mărimea particulelor în suspensie.

Prin schimbarea de temperatură, prin introducerea în soluţie a unor substanţe străine: baze, săruri minerale, acizi, alcool, etc., precum şi după o depozitare mai îndelungată, particulele coloidale se aglomerează şi cad la fund.

Alteori se produce o coagulare în masă şi soluţia capătă aspectul cunoscut al răciturilor sau albuşului de ou fiert.

Intre altele, argila transportată de fluvii este de asemenea o suspensie coloidală, pe care schimbarea de salinitate, la revărsarea în mare, o aglomerează şi o sedimentează.

Aşa se explică formarea *barelor* la gura fluviilor, cînd nu intervine acţiunea de spălare a mareelor.

Prin concentrare, *soluţiile coloidale nu cristalizează nici o dată,* spre deosebire de alte substanţe, pe care le numim *cristaloide.*

Spre deosebire de cristaloide, coloidele nu cristalizează niciodată.

Există şi suspensii coloidale în gaze, pe care le numim *aerosoli.*

Norii fac parte din această categorie şi ploaia nu este decît precipitarea particulelor aglomerate.

§ 125. **Fenomenele de difuziune.** O substanţă colorată solubilă se împrăştie cu timpul în toată masa dizolvantului, chiar dacă nu-l agităm. La fel se întîmplă cu o bucată de zahăr, care îndulceşte cu timpul toată apa dintr-un vas şi tot aşa se amestecă două lichide sau două soluţii diferite, dacă sînt solubile una în alta.

Difuziunea se datorește agitaţiei termice şi tinde să egaleze concentraţiile.

Fenomenul se numeşte *difuziune* şi este favorizat de ridicarea temperaturii.

El are aceeaşi explicaţie ca la gaze: ***agitaţia termică***, dar analogia merge şi mai departe, fiindcă, *întocmai ca la gaze, substanţa dizolvată tinde să ocupe, prin expansiune, tot spaţiul pe care-l are la dispoziţie.*

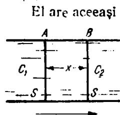


Fig. 317. **Pentru deducerea legilor difuziunii.**

Să considerăm acum două plane paralele *A* şi *B*, de suprafaţă *S*, aflate la distanţa *x* unul de altul (fig. 317).

Prin ele difuzează o substanţă dizolvată, de la concentraţia mai mare C_1, spre concentraţia mai mică C_2.

Experimental se constată atunci că masa de substanţă care difuzează într-un timp *t*, dintr-o parte în alta, este dată de relaţia

$$m = D\frac{C_1 - C_2}{x} S \cdot t. \qquad (125.1)$$

Masa substanţei difuzate este invers proporţională cu distanţa şi direct proporţională cu diferenţa concentraţiilor, cu secţiunea străbătută şi cu timpul.

Această relaţie ne spune că *masa substanţei difuzate este invers proporţională cu distanţa străbătută şi direct proporţională cu diferenţa concentraţiilor, cu secţiunea de trecere şi cu timpul.*

Factorul de proporţionalitate *D* se numeşte *coeficient de difuziune.* El depinde de temperatură şi de natura soluţiei, iar dacă exprimăm concentraţiile în g/cm³, relaţia de mai sus ne duce la dimensiunile

$$[D] = L^2T^{-1}.$$

Unitatea CGS va fi, deci, cm²/s.

Pentru a evita numerele prea mici, se foloseşte însă, de obicei, o unitate specială: cm^2/zi.

In această unitate am exprimat valorile de mai jos, care se referă la soluţiile apoase ale cîtorva substanţe, la temperatura normală.

Acid clorhidric	2,40	Uree	0,81
Clorură de sodiu	1,03	Albumină	0,05
Zahăr	0,31		

Acestea ne arată că, în condiţii identice, *substanţele cu molecula mai mare difuzează mai încet decît cele cu molecula mică.*

Coeficientul de difuziune este mai mic în dizolvanţii cu viscozitate mare sau la substanţele cu moleculă mare.

De asemenea, se constată că *valoarea coeficientului de difuziune, pentru una şi aceeaşi substanţă dizolvată, scade cînd creşte coeficientul de viscozitate al dizolvantului.*

Cînd avem în prezenţă două soluţii diferite, sau două lichide diferite, care se dizolvă unul în altul, fiecare difuzează cu coeficientul său propriu, potrivit relaţiei (125.2).

Aceleaşi fenomene de difuziune reciprocă, studiate la gaze, duc la relaţia cantitativă

$$m = K\frac{p_1 - p_2}{x} S \cdot t, \qquad (125.2)$$

unde p_1 şi p_2 reprezintă presiunile respective, iar coeficientul de difuziune K se exprimă şi aci în cm^2/s. El creşte aproximativ proporţional cu pătratul temperaturii absolute şi depinde de natura gazelor în prezenţă.

Inlocuirea concentraţiilor prin presiuni este mai mult formală, după cum vom vedea mai departe, aşa că este cazul să menţionăm de pe acum că *similitudinea dintre soluţiile lichide şi gaze apare nu numai din însuşirea comună de a-şi uniformiza presiunile sau concentraţiile, dar şi din analogia legilor de difuziune.*

La gaze şi la soluţiile lichide, fenomenele de difuziune decurg după legi analoge.

În sfîrşit, mai menţionăm că fenomene de difuziune foarte lente pot fi observate şi la solidele ce vin în contact intim. De pildă, o pătură de aur difuzează cu încetineală extremă în metalul pe care a fost depusă.

§ 126. **Presiunea osmotică.** Fenomene de difuziune pot sa aibă loc nu numai prin contactul direct, ci şi prin pereţi de separare, dacă nu sînt cu totul impermeabili, de pildă prin pergament, membrane animale, membrane gelatinoase, porţelan poros etc.

În § 102 am vorbit, în treacăt, despre difuziunea gazelor prin pereţii permeabili; rămîne să vedem în ce condiţii o putem observa şi cerceta la soluţiile lichide.

Pentru aceasta vom repeta mai întîi o experienţă simplă, prin care *Nollet*[1]) a descoperit accidental aceste fenomene:

Cu o băşică de bou, bine întinsă şi bine legată, astupăm un borcan de sticlă plin cu alcool şi-l cufundăm apoi într-un vas cu apă.

După cîteva ore vom constata că o parte din alcool a ieşit afară, dar umflarea membranei, *spre exterior,* ne arată că mai multă apă a intrat înăuntru şi apasă asupra ei.

Iar dacă inversăm situaţia şi punem apa în borcan, se inversează şi deformarea membranei, ceea ce înseamnă că şi de astă dată a străbătut mai multă apă în alcool, decît alcool în apă.

În locul alcoolului, putem folosi mai bine o soluţie oarecare, bunăoară sirop de zahăr.

Vom constata că membrana lasă să difuzeze, în ambele sensuri, atît zahărul cît şi apa, dar că mai multă apă trece de la dizolvant către soluţie, decît în sensul invers.

Fenomenul de osmoză dă naştere unei presiuni osmotice.

Fenomenul acesta, de trecere preferenţială şi cu viteză mai mare a dizolvantului către soluţie se numeşte *osmoză,* iar consecinţa este că apare o presiune, orientată spre dizolvant, care se numeşte *presiune osmotică.*

Mecanismul intim al fenomenelor de osmoză nu este încă destul de bine cunoscut, dar presiunea osmotică le caracterizează, din punct de vedere cantitativ, iar studiul ei ne va duce la o serie de legi experimentale deosebit de importante.

Pentru studiile acestea, băşica de bou, folosită mai sus, introduce complicaţia că permite să treacă atît substanţa dizolvată, cît şi dizolvantul însuşi.

De aceea, ne servim de aşa-numitele membrane *semipermeabile,* prin care nu trec decît moleculele dizolvantului.

---

[1]) *Jean Antoine Nollet* (1700—1770), fizician francez.

Membranele semipermeabile lasă să treacă numai dizolvantul.

În natură găsim asemenea membrane în jurul celulelor vegetale şi animale, dar le putem obţine şi pe cale artificială, în laborator: umplem un vas de porţelan poros cu o soluţie apoasă de *sulfat de cupru* şi-l cufundăm cu totul într-o soluţie de *ferocianură de potasiu*. Cele două soluţii se întîlnesc în interiorul peretelui şi formează un precipitat gelatinos de *ferocianură cuprică*, cu toate calităţile cerute unei bune membrane semipermeabile.

Umplem acum vasul cu soluţia de cercetat, îl astupăm bine cu un dop, îi adaptăm un tub de sticlă, ca manometru, şi-l cufundăm în dizolvantul pur, aşa cum arată fig. 318.

Prin membrană, dizolvantul difuzează în ambele sensuri, dar ceva mai repede spre soluţie, iar de la o vreme presiunea arătată de manometru se stabilizează la o valoare maximă, ce reprezintă tocmai presiunea osmotică de măsurat.

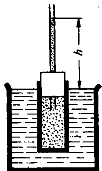


Fig. 318. Presiunea osmotică.

Lăsînd la o parte soluţiile bune conducătoare pentru curentul electric (săruri, baze şi acizi minerali), *unde găsim presiuni osmotice anormal de mari* şi despre care vom discuta la timpul lor, se constată experimental următoarele:

La temperaturi şi concentraţii molare egale, găsim aceeaşi presiune osmotică la toate soluţiile.

La temperaturi şi concentraţii molare egale, presiunile osmotice sînt aceleaşi la toate soluţiile, indiferent de natura lor.

La temperatură constantă, presiunea osmotică este direct proporţională cu concentraţia molară.

La temperatură constantă, presiunea osmotică este direct proporţională cu concentraţia molară a soluţiei.

La concentraţie constantă, presiunea osmotică variază direct proporţional cu temperatura absolută.

La concentraţie constantă, presiunea osmotică variază direct proporţional cu temperatura absolută, la care facem determinarea.

Presiunea osmotică este aceea pe care ar dezvolta-o substanţa dizolvată, dacă ar fi gazoasă şi comprimată la volumul soluţiei.

Presiunea osmotică este aceea pe care ar dezvolta-o substanţa dizolvată dacă, adusă în starea gazoasă, ar fi comprimată pînă la volumul ocupat de soluţie.

În aceste condiţii, dacă dizolvăm o moleculă-gram dintr-o substanţă oarecare, în volumul V de dizolvant, putem aplica presiunilor osmotice cunoscuta lege de comprimare izotermă a gazelor

$$\boxed{pV=RT}, \qquad (126.1)$$

care, în cazul de faţă, se numeşte legea lui *Van't Hoff* [1]).

Ea devine, pentru n molecule-gram de substanţă dizolvată,

$$pV=n\cdot RT. \qquad (126.1a)$$

Legea lui Van't Hoff, $pV=RT$, se aplică numai la presiuni osmotice destul de mici.

Cercetările amănunţite au arătat însă că, întocmai ca la gaze, *această relaţie reprezintă doar o aproximaţie şi nu este valabilă decît la presiunile osmotice deajuns de mici.*

Pe de altă parte, dacă exprimăm concentraţia soluţiei în grame pe centimetrul cub, o notăm cu C şi presupunem că am dizolvat o moleculă-gram, de masă M, vom avea

$$C=\frac{M}{V} \quad \text{sau} \quad V=\frac{M}{C},$$

iar expresia (126.1) devine

$$\boxed{p=RT\frac{C}{M}} \qquad (126.2)$$

şi putem calcula masa moleculară a substanţei dizolvate, cînd cunoaştem concentraţia în grame pe centimetrul cub şi presiunea osmotică.

Dacă două soluţii dezvoltă presiuni osmotice diferite, aceea cu concentraţia molară mai mare fură din dizolvantul celeilalte

[1]) *Jakobus Hendricus Van't Hoff* (1852—1911), fizician olandez, fost profesor la Amsterdam, premiu Nobel (1901).

şi vom spune că este *hipertonică,* faţă de a doua, care este *hipotonică,* faţă de prima.

Dacă presiunile osmotice sînt egale, cele două soluţii sînt *izotonice.*

Presiunea osmotică se manifestă în numeroase fenomene, pe care le întîlnim la tot pasul şi din care vom da numai cîteva exemple:

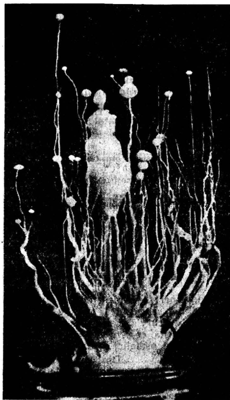


Fig. 319. Grădina minerală.

1) Sarea în **ochi** produce usturime, fiindcă **soluţia hipertonică formată** scoate **apa din interiorul ochiului.** Tot aşa ne supără apa **curată, fiindcă** este **hipotonică şi pătrunde în interiorul ochiului.**

Apa de mare nu mai supără, fiindcă este, aproximativ, izotonică, faţă de lichidele din ochi.

2) Carnea sau peştele, puse la sare, pierd apa, iar în apă curată se umflă.

3) Toate procesele de schimb, ce interesează celulele organismelor vii, se datoresc osmozei.

4) Iată şi o experienţă, deosebit de interesantă, care poate fi realizată cu mijloace foarte simple:

Intr-o soluţie apoasă de silicat de sodiu (sticlă solubilă), aruncăm cîţiva cristali de săruri minerale colorate.

In jurul lor se formează atunci membrane semipermeabile de silicaţi gelatinoşi, în care apa intră prin osmoză şi le umflă. Ele cresc în toate direcţiile, văzînd cu ochii şi, în scurtă vreme, apare pe fundul vasului o adevărată *grădină*, cu plante şi flori multicolore (fig. 319). Experienţa e de altfel cunoscută sub numele de *grădina minerală*.

Pentru verificarea legii lui Van't Hoff, se dau mai jos valorile presiunii osmotice ale soluţiilor, la diferite concentraţii molare şi la două temperaturi diferite.

Concentraţia în moli la 1 000 cm^3	Presiunea osmotică la 0 °C (în atmosfere)	Presiunea osmotică la +20 °C (în atmosfere)
0,1	2,46	2,59
0,3	7,08	7,60
0,5	11,89	12,75
0,7	16,88	18,13
1,0	24,82	26.64

Ca ordin de mărime, tabela de faţă ne arată că, la +20 °C, presiunea osmotică a unei soluţii normale ar putea să echilibreze o coloană de mercur, înaltă de 20 m.

Ştiind că volumul unei molecule-gram de gaz, la 0 °C şi presiune normală este de 22 300 cm^3, ar trebui să rezulte presiunea de 22,3 at, cînd îi reducem volumul la 1 000 cm^3.

Tabela de faţă ne arată că, în adevăr, o soluţie normală dezvoltă aproximativ această presiune osmotică.

Din aceeaşi tabelă, se mai poate constata că presiunile osmotice sînt, aproximativ, proporţionale cu concentraţiile, adică invers proporţionale cu volumul în care am dizolvat substanţa.

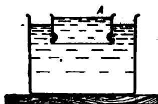


Fig. 320. Dializa.

Dializă. O membrană animală, cum era băşica de bou, de care ne-am servit la evidenţierea calitativă a osmozei, nu este semipermeabilă, fiindcă lasă să treacă şi substanţa dizolvată.

Experiența ne arată însă, că o asemenea membrană lasă să treacă moleculele cristaloidelor, dar nu şi suspensiile coloidale.

Această însuşire ne permite să separăm, prin *dializă*, coloidele de cristaloide, iar schema procedeului este arătată în fig. 320. Soluția cu amestecul se introduce în vasul *A*, de unde cristaloidul difuzează în apa curată din exterior, iar coloidul este oprit.

Metoda este folosită industrial în fabricile de zahăr, precum şi la purificarea cleiului, gelatinei sau albuminei, din care trebuie să eliminăm sărurile minerale, ca să evităm coagularea spontană.

O membrană animală permite separarea prin dializă a coloidelor de cristaloide.

§ 127. Fierberea şi înghețarea soluțiilor. Se poate constata experimental că presiunea vaporilor saturanți ai unei soluții este mai mică decît a dizolvantului pur.

Cercetînd fenomenul, *Raoult* [1]) a constatat că scăderea de presiune relativă este dată de relația

$$\boxed{\frac{p-p'}{p}=k\frac{C}{M}}, \qquad (127.1)$$

în care *C* este concentrația în grame pe centimetru cub a soluției, *M* masa moleculară, iar *k* o constantă, ce reprezintă numeric scăderea relativă a presiunii vaporilor, cînd o moleculă-gram de substanță este dizolvată într-un gram de lichid.

Tot Raoult a mai stabilit că, față de dizolvantul pur, temperatura de fierbere a soluțiilor suferă o creştere dată de relația

$$\boxed{t'-t=E\frac{C}{M}}, \qquad (127.2)$$

iar temperatura de înghețare scade după relația:

$$\boxed{t-t'=E_1\frac{C}{M}}. \qquad (127.3)$$

[1]) *François Marie Raoult* (1830—1901), chimist francez, fost profesor la Grenoble.

Constantele de proporţionalitate E şi E_1 depind, ca şi constanta k din relaţia (127.1) de natura dizolvantului şi au toate aceeaşi semnificaţie.

Comparînd relaţiile de mai sus cu relaţia (126.2) se constată o analogie, care ne îndreptăţeşte să atribuim variaţiile constatate influenţei presiunii osmotice.

In raport cu dizolvantul, presiunea de vapori şi temperatura de îngheţare a soluţiilor scad, iar temperatura de fierbere creşte.

In rezumat: *variaţia relativă a presiunii de vapori, urcarea temperaturii de fierbere şi scăderea temperaturii de îngheţare a soluţiilor, faţă de dizolvantul pur, sînt direct proporţionale cu concentraţiile şi invers proporţionale cu masele moleculare ale substanţelor dizolvate.*

Aceste legi ne permit o determinare simplă şi comodă a maselor moleculare, prin măsura scăderii relative a presiunii de vapori *(tonometrie)*, a temperaturii de îngheţare *(crioscopie)* sau a temperaturii de fierbere *(ebulioscopie)*.

Ca şi legea lui Van't Hoff, *ele nu sînt valabile nici la concentraţiile prea mari, nici la soluţiile care conduc curentul electric.*

De sigur, din punct de vedere calitativ, aceste fenomene au fost observate de multă vreme şi chiar folosite în practică.
Oricine ştie că apa sărată îngheaţă mai greu şi fierbe mai greu decît apa dulce.

Ingheţarea soluţiilor de substanţe solide nu interesează, la început, decît dizolvantul pur.

Prin îngheţarea unei soluţii putem separa dizolvantul de substanţa dizolvată.

In adevăr, dacă punem să îngheţe apă sărată, ne putem convinge uşor că primele porţiuni de gheaţă formată nu conţin sare.

In ţările nordice, cu iernile aspre, această însuşire se aplică, pe scară largă, la extragerea sării din mare.
Se construiesc bazine întinse, în care formarea gheţii concentrează soluţia şi sarea se separă prin cristalizare.

Amestecuri frigorifere. Dacă amestecăm gheaţă cu sare, gheaţa se topeşte, fiindcă apa sărată îngheaţă mai greu decît apa dulce. Topirea gheţii absoarbe căldură şi amestecul se răceşte.

Pe de altă parte, dizolvarea sării absoarbe o nouă cantitate de căldură şi temperatura coboară mai departe.

Ambele cauze suprapuse duc la temperatura finală de —22 °C, dacă proporţia amestecului este de o parte sare, la două părţi de gheaţă.

Rezultatele sînt şi mai bune cu gheaţă şi clorură de calciu, fiindcă temperatura poate să coboare pînă la —40 °C.

CAPITOLUL XV

PROPAGAREA CĂLDURII

Toate faptele de observaţie ne arată o tendinţă de trecere a căldurii, de la corpurile mai calde, la cele mai reci, care duce cu vremea la uniformizarea temperaturilor.

Această trecere se face în mai multe feluri, care pot să decurgă separat sau împreună şi transportul de căldură constituie ceea ce numim *propagarea* ei, oricare ar fi mecanismul intim al desfăşurării fenomenului.

§ 128. **Propagarea prin conducere.** Un cui de fier, pe care-l ţinem cu un capăt în mînă şi cu celălalt capăt în foc, după scurtă vreme ne frige.

In schimb, un tub de sticlă poate fi încălzit pînă la topire şi capătul opus rămîne rece.

Vom spune că fierul este *bun conducător*, iar sticla *rea conducătoare de căldură.*

Asemenea diferenţe, în conducerea căldurii, le observăm la tot pasul, în viaţa zilnică.

De pildă, pe timp de ger, clanţa de la uşă ni se pare mult mai rece decît lemnul, fiindcă metalul, fiind bun conducător, împrăştie repede căldura mîinii, în toată maşa lui, şi rămîne rece, pe cînd la lemn, care-i rău conducător, încălzirea de la mînă este numai locală.

Din aceleaşi motive, mozaicul pare mai rece decît parchetul, şi parchetul mai rece decît covorul.

Corpurile rău conducătoare, cum e sticla, lemnul, vata etc. se mai numesc şi *izolante*. Este evident că nu există un izolant perfect, fiindcă nu există o conductibilitate nulă.

Comparaţia, din punctul de vedere al conducerii căldurii, la materiale diferite, se poate face calitativ, cufundînd în apă fier-

binte sîrme sau bastonașe unse cu parafină (fig. 321). După un timp oarecare, parafina se topește, în lungul lor, pe o distanță cu atît mai mare, cu cît substanța e mai conductibilă.

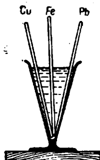


Fig. 321. Compararea conductibilității termice la substanțe diferite.

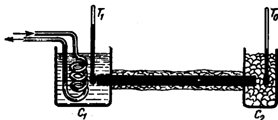


Fig. 322. Determinarea coeficientului de conductibilitate termică la o bară.

Conductibilitatea se exprimă fie *relativ*, prin comparație cu o substanță dată, de pildă cu *argintul*, care-i cel mai bun conducător cunoscut, fie cu ajutorul cantității de căldură transmisă, în unitatea de timp, în condiții fixate.

Dintre numeroasele metode de determinare, vom descrie una dintre cele mai simple.

Două calorimetre C_1 și C_2 sînt legate între ele printr-o bară din substanța de cercetat (fig. 322).

Bara este învelită în vată, ca să evităm pierderile de căldură pe drum.

În calorimetrul C_1 trecem un curent de apă caldă, care menține o temperatură *constantă* T_1.

În C_2 introducem o cantitate cunoscută de gheață, care menține de asemenea temperatura constantă $T_0=0\,°C$ și așteptăm pînă ce căldura transmisă prin bară o topește complet.

Cunoscînd căldura de topire a gheții, putem astfel evalua cantitatea de căldură transmisă într-un timp dat t.

Experiența ne arată că, dacă notăm această căldură cu Q, avem

$$\boxed{Q=k\frac{S}{l}(T_1-T_0)t}, \qquad (128.1)$$

în care S este aria secțiunii barei, l lungimea ei, iar k un factor de proporționalitate, pe care-l numim *coeficient de conductibilitate*. El este caracteristic materialului cercetat.

Căldura condusă este proporțională cu suprafața, cu diferența temperaturilor și cu timpul și invers proporțională cu distanța străbătută.

Prin urmare, *cantitatea de căldură condusă este direct proporțională cu suprafața de trecere, cu diferența temperaturilor și cu timpul și invers proporțională cu distanța străbătută.*

Dacă facem: $T_1 - T_2 = 1$ °C,
$S = 1$ cm²,
$t = 1$ s,
$l = 1$ cm,

Q devine numeric egal cu k.

Prin urmare, coeficientul de conductibilitate reprezintă numeric acea cantitate de căldură care străbate într-o secundă aria de un centimetru pătrat și distanța de un centimetru, dacă diferența temperaturilor, pe această distanță, este de un grad centigrad.

Coeficientul de conductibilitate se exprimă în calorii pe grad-centimetru-secundă.

Ținînd seamă de dimensiunile raportului S/l, urmează că valoarea lui k se va exprima în *calorii pe grad-centimetru-secundă.*

Dăm mai jos valoarea lui pentru cîteva substanțe:

Substanța	k	Substanța	k
Argint	1,1	Sticlă	0,001 5
Cupru	0,92	Apă	0,001
Fier	0,16	Hidrogen	0,000 4
Mercur	0,02	Azot	0,000 06

Conductibilitatea lichidelor, afară de mercur, este foarte mică, iar a gazelor și mai mică. Doar hidrogenul se abate puțin de la regulă.

Slaba conductibilitate a lichidelor poate fi constatată cu o experiență foarte simplă:

Dacă încălzim apa, la gura unei eprubete, o putem aduce la fierbere, fără să topim o bucată de gheață, care se găsește la fundul ei (fig. 323).

Intre numeroase aplicații posibile, buna conductibilitate a metalelor ne servește în laboratoare ca să fierbem lichide, în vase de sticlă, la flacăra unui bec de gaz.

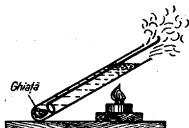


Fig. 323. Apa nu conduce căldura.

O pînză metalică, de fier sau de cupru, împrăștie căldura flăcării, o răcește și împiedică gazul să se aprindă de cealaltă parte (fig. 324).

Pe acest principiu se bazează și *lampa minerilor*, la care flacăra este de asemenea închisă într-o pînză metalică (fig. 325).

Această pînză împiedică aprinderea gazelor explozibile, care se formează obișnuit în minele de cărbuni, și chiar dacă gazul s-ar aprinde în interiorul lămpii, explozia stinge flacăra, dar nu se propagă in afară.

Lampa de mină se mai numește și *lampa lui Davy* [1]), după numele inventatorului.

Pînzele metalice mai au și alte întrebuințări, de pildă la motoarele cu benzină, ca să evite propagarea exploziilor din cilindri, spre rezervorul de combustibil.

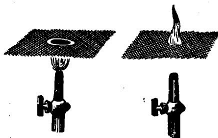


Fig. 324. Efectul pînzelor metalice.

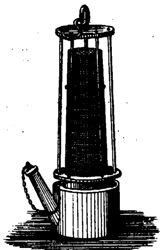


Fig. 325. Lampa de mină.

1. *Problema zidului.* Relația (128.1) de mai sus nu este valabilă decît cu condiția ca, din căldura transmisă prin conducere, să nu se piardă nimic în timpul transportului.

[1]) *Humphrey Davy* (1778—1829), chimist englez care a izolat, prin electroliză, metalele alcaline.

În practică, această condiție o găsim îndeplinită la conducerea căldurii printr-un zid, fiindcă, față de o secțiune dată, secțiunile vecine au aceeași temperatură.

Să considerăm deci un zid, de grosime l, care se întinde pînă departe, în toate direcțiile și, mintal, să delimităm pe dînsul o suprafață oarecare S (fig. 326).

Dacă scriem relația noastră sub forma

$$T_1 - T_0 = \frac{1}{kS} \cdot \frac{Q}{t} l$$

și observăm că raportul Q/t, care reprezintă cantitatea de căldură transmisă în unitatea de timp, este constant, în regimul staționar, avem:

$$T_1 - T_0 = C\, l,$$

unde C grupează toate constantele din membrul al doilea.

În grosimea unui zid temperatura scade liniar. Această relație ne arată că, *la conducerea căldurii printr-un zid, temperatura suferă o scădere direct proporțională cu grosimea străbătută.*

În figură am reprezentat punctat această variație. Trebuie să ținem seama însă că T_1 și T_0 reprezintă temperaturile *fețelor zidului* și nu ale mediilor în care se găsesc. În aceste medii apar noi variații de temperatură, pe măsură ce ne apropiem sau ne depărtăm de zid.

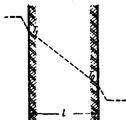


Fig. 326. Problema zidului.

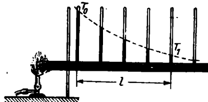


Fig. 327. Problema barei.

Aceste variații le-am reprezentat, de asemenea, pe baza datelor experimentale, în continuarea curbei din interiorul zidului.

2. *Problema barei.* Cînd căldura este condusă printr-o bară, care nu este izolată față de exterior, o parte din ea se pierde pe drum și este luată de mediu.

Dacă punem, în lungul barei, o serie de termometre, constatăm experimental că *temperaturile arătate scad nu liniar, ci după o lege exponențială de forma:*

$$T_1 = T_0 e^{-al},$$

In lungul unei bare neizolate, temperatura scade exponențial.

în care e este baza sistemului de logaritmi neperieni, l — lungimea străbătută și a — o constantă care depinde de secțiunea barei, de perimetrul ei, de natura materialului sau de gradul de lustruire al suprafeței lui. Ea depinde de asemenea de natura mediului înconjurător.

Fig. 327 arată schematic dispozitivul experimental.

3. *Conductibilitatea cristalelor.* Dacă tăiem o lamă subțire dintr-un cristal, o ungem cu un strat de parafină și o încălzim într-un punct, topirea parafinei desenează o circumferință sau o elipsă.

Conductibilitatea cristalelor depinde de direcție.

In primul caz, deducem că, în planul secțiunii, coeficientul de conductibilitate este același, în toate direcțiile.

Aceasta se întîmplă, de pildă, la un cristal de cuarț, tăiat perpendicular pe axă (fig. 328 *a*).

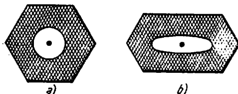


Fig. 328. Anizotropia calorică a cuarțului.

In general însă, parafina topită desenează o elipsă, care arată schimbarea coeficientului de conductibilitate cu orientarea (fig. 328 *b*).

Anizotropia cristalelor, pe care am constatat-o și la alte fenomene, poate fi deci evidențiată și prin conducerea căldurii.

4. *Mecanismul intern al conducerii.* Propagarea prin conducere este o consecință directă a agitației termice și a legilor ciocnirii elastice.

Această agitație se face cu viteză mijlocie mai mare, în regiunea încălzită și ciocnirea cu moleculele vecine le transmite, din aproape în aproape, energia cinetică. Nu este vorba deci de o *difu-*

ziune a moleculelor mai rapide, dintr-o regiune în alta, ci de un *simplu transfer de energie cinetică.*

Conducerea căldurii se face prin transfer de energie cinetică.

Fenomenul va trebui astfel să aibă o viteză de propagare, direct legată de valoarea coeficientului de conductibilitate.

§ 129. **Propagarea prin curenţi.** La gaze şi la lichide, o porţiune încălzită se dilată, îşi micşorează densitatea şi forţele lui Archimede tind să o transporte spre regiunile superioare, dacă acestea sînt mai reci.

Se nasc astfel *curenţi,* adică o mişcare de ansamblu, în masa fluidă, care tinde să uniformizeze temperaturile şi constituie un mijloc de propagare al căldurii, pe care-l numim *convecţie.*

Circuitul se închide, fiindcă locul porţiunilor calde va fi luat de porţiunile reci vecine.

Existenţa şi forma curenţilor pot fi evidenţiate uşor, cu ajutorul unui vas mare de sticlă, încălzit pe la fund, în care punem apă şi particule în suspensie, de pildă tărîţe de lemn. Observăm atunci cum apa caldă se ridică prin mijlocul vasului, iar apa rece coboară pe la margine (fig. 329).

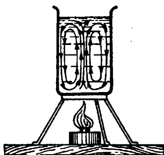


Fig. 329. Propagarea căldurii prin curenţi.

Tot aşa o lumînare, pusă pe timp de iarnă la fereastra deschisă, ne arată, după cum se îndoaie flacăra că aerul cald iese din cameră pe la partea de sus a ferestrei şi cel rece intră pe la partea de jos.

Exemple de propagare prin convecţie se pot da numeroase: tirajul sobelor, funcţionarea caloriferelor, curenţii din camerele de locuit, vînturile, curenţii marini etc.

La gaze şi lichide propagarea căldurii se face mai ales prin convecţie (sau curenţi).

În ce priveşte felul cum se desfăşoară aceste mişcări, ele sînt, evident, conduse de legile ştiute ale aero şi hidrodinamicii.

Propagarea prin convecţie, caracteristică gazelor şi lichidelor, nu exclude propagarea şi prin conducere, care nu poate fi totdeauna neglijată. De aceea, o bună izolare trebuie să evite atît conducerea, cît şi convecţia, cum se face, de exemplu, la vasele pentru aer lichid, cînd scoatem cît mai bine aerul dintre pereţi.

Vata, stofele de lînă sau blănurile sînt izolante din două motive: întîi fiindcă înglobează aer, care este rău conducător, apoi fiindcă limitează şi reduc la minimum curenţii de convecţie, în interiorul lor.

Din aceleaşi motive se folosesc ferestrele duble, pentru izolarea locuinţelor, în timpul iernii.

§ 130. **Propagarea prin radiaţie.** Căldura care ne vine de la Soare nu se propagă nici prin conducere, nici prin convecţie, ci *prin raze*, ca şi lumina.

Căldura radiantă se propagă cu viteza luminii, se reflectă şi se refractă.

Analog, *orice corp cald radiază căldură.*

Această căldură radiantă poate fi oprită de unele obstacole, aşa-zise *opace*, poate fi reflectată de oglinzi şi refractată.

Reflexia este cunoscută de mult. Se spune că *Archimede* ar fi făcut nişte oglinzi concave, cu care reflecta căldura Soarelui şi aprindea corăbiile romane, în timpul asediului *Syracuzei* (212 î. e. n.)[1]).

Refracţia poate să o constate oricine îşi aprinde ţigara cu lupa, de la soare.

În ce priveşte viteza de propagare, ne putem da seamă că este egală cu a luminii, adică de 300 000 km/s, observînd că vine împreună cu lumina, o dată cu răsăritul soarelui.

Din punct de vedere structural, analogia cu lumina este totală şi de aceea căldura radiantă se studiază ca un capitol de optică, aşa că vom reveni mai tîrziu şi mai pe larg asupra ei.

Menţionăm numai că ea este un gen de lumină *invizibilă,* care se situează, în spectrul solar, înaintea roşului, adică în *infraroşu.*

Mai menţionăm că este *absorbită* de corpurile de culoare închisă şi împrăştiată, adică *difuzată* de corpurile cu culoare deschisă.

Din aceste motive nu purtăm iarna haine albe, nici vara haine negre.

Cantitatea de căldură absorbită sau reflectată (respectiv difuzată) mai depinde şi de gradul de lustruire al suprafeţei pe care cade.

De aceea, vasele calorimetrice trebuie să fie cît mai bine lustruite şi vasele Dewar se argintează la interior.

---

[1]) **Faptul nu a putut fi controlat, fiindcă nu există nici un izvor de informaţie directă, ci numai simple povestiri transmise de *Vitruviu,* cu 200 de ani mai tîrziu.**

Dacă am pune, în bătaia soarelui, două termometre: unul cu alcool şi altul cu mercur, mercurul reflectă căldura, pe cînd alcoolul o absoarbe şi se încălzeşte mai tare, după cum şi un termometru cu mercur s-ar încălzi mai tare, dacă i-am înnegri rezervorul.

Din acest motiv, determinarea temperaturii la soare nu are sens, fiindcă rezultatul depinde de termometru.

CAPITOLUL XVI

MAŞINI TERMICE

Maşinile termice consumă un combustibil oarecare şi transformă căldura dezvoltată în lucru mecanic.

Pentru nevoile ulterioare, vom da numai o descriere sumară a cîtorva tipuri, aşa cum am făcut şi la turbine.

§ 131. **Maşinile cu abur.** Încă din veacul al doilea î. e. n., *Heron* din *Alexandria* cunoştea forţa de expansiune a vaporilor şi a construit chiar un fel de turbină cu reacţie.

Relaţiile de producţie ale timpului nu erau însă favorabile unei aplicaţii mai largi, pe scară practică, şi de aceea invenţia lui a căzut în uitare.

Abia pe la 1707 *Denis Papin* [1]) reactualizează problema şi construieşte o maşină cu vapori, pe care o instalează pe o corabie.

Această maşină funcţiona pe principiul următor:

Apa fierbea într-un cazan închis şi vaporii treceau într-un cilindru, ca să împingă un piston (fig. 330).

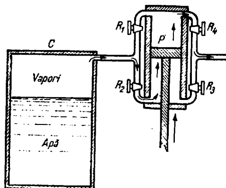


Fig. 330. Maşina cu vapori în forma primitivă.

[1] *Denis Papin* (1647—1714), fizician francez, refugiat în Germania, din cauza persecuţiilor religioase. Prima lui maşină a fost distrusă de marinarii corăbiilor cu pînze, de teama concurenţei.

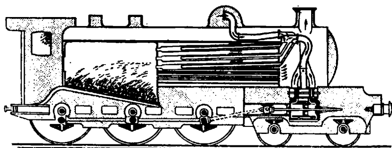


Fig. 331. Cazan tubular de locomotivă.

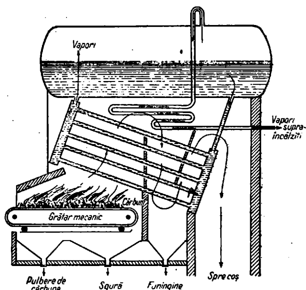


Fig. 313 bis. Cazan tubular cu ţevi de apă, cu supraîncălzire.

Mişcarea alternativă a pistonului era comandată cu mîna, prin închiderea şi deschiderea unor robinete.

Cu toate inconvenientele acestei lipse de automatizări, maşina lui Papin s-a răspîndit mai ales în minele de cărbuni din Anglia, pentru că permitea o pompare mult mai eficace a apelor din galerii.

Pe la 1717, un copil, cu numele *Humphrey Potter,* pus să supravegheze o astfel de maşină şi chinuit să întoarcă toată ziua nişte robinete, a găsit mijlocul să scape de această ocupaţie neplăcută şi să facă maşina să-şi închidă şi deschidă singură admisia vaporilor.

O realizare practică deosebit de interesantă apare în Rusia, pe la 1765, unde mecanicul *I. I. Polzunov* [1]) construieşte o maşină cu abur de dimensiuni mari, automatizată prin angrenaje.

În sfîrşit, tot în 1765, mecanicul scoţian *James Watt,* după studii îndelungate, ajunge să dea maşinii cu vapori forma aproape definitivă, sub care funcţionează şi astăzi.

Cazanul acestor maşini este construit aşa fel, încît să permită evaporarea unor cantităţi foarte mari de apă.

De aceea flacăra îl străbate dintr-un capăt în altul, prin nişte ţevi longitudinale, care măresc suprafaţa de încălzire (fig. 331).

Cînd există spaţiu suficient, aceste ţevi sînt exterioare cazanului, derivate din el şi pline cu apă (fig. 331 bis).

Un tub de nivel, o supapă de siguranţă, un manometru şi alte dispozitive speciale asigură controlul funcţionării şi au rolul să preîntîmpine accidente şi explozii.

Sistemul motor este format dintr-un cilindru cu piston.

Un *sertăraş S* se mişcă automat, în sensul invers pistonului şi deschide alternativ canalele *a* şi *b,* aşa ca să permită, de o parte intrarea vaporilor sub piston, de altă parte evacuarea lor, prin deschiderea *k* (fig. 332).

Mişcarea sertăraşului este asigurată de un *excentric,* iar mişcarea alternativă a pistonului se transmite unui *volant,* printr-o *bielă,* legată cu o *manivelă* (fig. 333).

Rolul volantului, care trebuie să aibă un moment de inerţie destul de mare, este să regularizeze mişcarea, pe care pistonul o comunică numai prin impulsuri succesive.

Turbinele cu vapori funcţionează pe acelaşi principiu ca şi turbinele cu apă. Vaporii au însă o masă specifică mult mai mică

[1]) *Ivan Ivanovici Polzunov* (1728—1766).

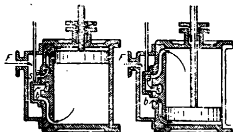


Fig. 332. Distribuţia automată a vaporilor

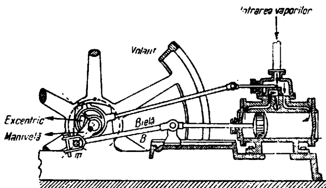


Fig. 333. Organele maşinii cu vapori.

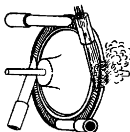


Fig. 334. Principiul turbinei Laval.

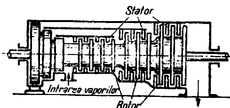


Fig. 335. Schema unei turbine cu reacţie.

decît a apei. De aceea, ca să putem obţine o energie cinetică suficientă, trebuie să intre cu viteză foarte mare.

Această viteză, la turbinele moderne, poate să atingă 1 000 m/s, adică să depăşească viteza unui glonte de infanterie, iar presiunea este de peste 200 at.

Fig. 334 arată principiul de funcţionare al unei turbine *cu acţiune,* de tipul *Laval*[1]) şi face de prisos orice altă descriere.

Există şi turbine *cu reacţie,* de tipul *Parson*[2]) a căror schemă am reprezentat-o în fig. 335.

Ea foloseşte, ca şi turbinele cu apă, o serie de schimbări succesive ale sensului de circulaţie al vaporilor, care trec pe rînd la o serie de rotori, cuplaţi pe aceeaşi axă. Fig. 336 arată amănuntele de construcţie la o turbină de 60 000 CP.

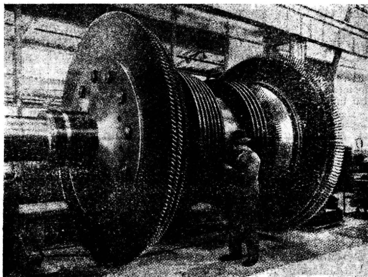


Fig. 336. Rotorul unei turbine cu reacţie.

Cele mai mari turbine, construite pînă acum, ating 200 000 kW.

---

[1]) *Gustav de Laval,* inginer suedez (1887).
[2]) *Charles Parson,* inginer englez (1886).

Ele consumă aproape nouă sute de tone de vapori pe oră şi necesită o baterie întreagă de cazane.

Viteza periferică a rotorului este de aproape 500 m/s, adică jumătate din viteza de intrare a vaporilor.

Pe lîngă avantajul unei funcţionări mai regulate şi fără de smucituri, turbinele cu vapori au, faţă de maşinile cu pistoane, şi pe acela al unei consumaţii de combustibil mult mai mică, la putere egală.

De aceea, marile uzine termice şi vapoarele de mult nu mai folosesc maşinile cu pistoane, iar în ultimul timp turbinele au început să fie instalate chiar şi pe locomotive.

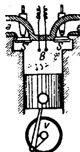


Fig. 337. Schema motorului în patru timpi

§ 132. **Motoare cu ardere internă.** Un amestec de aer şi de vapori de benzină, sau de alţi combustibili lichizi, explodează cînd vine în contact cu o flacără, iar forţa de expansiune a gazelor formate prin ardere poate servi ca forţă motoare.

Pe acest principiu se bazează diverse tipuri de motoare cu explozie, pe care, de asemenea, le vom descrie sumar.

1. *Motorul cu explozie.* Intr-un cilindru pătrunde un piston, a cărui coadă este articulată la un volant V (fig. 337). În partea din fund a cilindrului sînt practicate două deschideri, în care intră nişte dopuri conice de oţel, numite *supape*.

Amestecul de aer şi vapori inflamabili se face în carburator.

Deschiderea cu supapa S' comunică, prin tubul *a*, cu un *carburator*, în care un curent de aer trece prin benzină şi se încarcă cu vapori.

Deschiderea cu supapa S comunică cu exteriorul *(e)*.

Un sistem de angrenaje mişcă un dispozitiv care, la momentul potrivit, deschide sau închide pe rînd cele două supape.

Principiul funcţionării este următorul (fig. 338).

În primul timp se face absorbţia.

Timpul I (absorbţia). Presupunem pistonul în fundul cilindrului. Supapa S', numită de *admisie*, este deschisă, iar supapa S, de *evacuare* este închisă.

Cînd pistonul se retrage în cilindru, aspiră prin carburator amestecul explozibil de aer şi benzină.

Timpul II (compresia). Supapa de admisie se închide şi pistonul care intră în cilindru, comprimă amestecul explozibil.

In timpul al doilea are loc compresia.

Timpul III (aprinderea). Pistonul a ajuns în fundul cilindrului. In acest moment, o scînteie electrică se produce automat în *B* şi aprinde amestecul, făcîndu-l să împingă pistonul în jos.

In timpul al treilea are loc explozia.

Timpul IV (evacuarea). Pistonul a ajuns la gura cilindrului. Supapa de evacuare se deschide şi volantul, în virtutea impulsului căpătat, împinge pistonul înapoi în cilindru şi-l face să evacueze gazele de ardere.

In timpul al patrulea se evacuează gazele de ardere.

Apoi totul începe de la capăt.

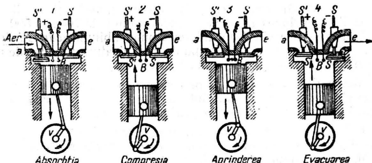


Fig. 338. Fazele succesive ale funcţionării unui motor în patru timpi.

Recapitulînd, observăm că *singurul timp motor este timpul al treilea* şi că, în celelalte timpuri, mişcarea este asigurată numai de volant.

Pentru a înlătura inconvenientul şi a permite o funcţionare mai lipsită de smucituri, se leagă împreună mai mulţi cilindri, în care exploziile se fac pe rînd.

Motorul nu poate să pornească singur, ci trebuie ajutat, la început, cu mîna sau cu un motoraş electric.

Exploziile din cilindri produc o temperatură de aproape 2 000 °C. De aceea trebuie să-i răcim cu apă sau cu un curent de aer.

Motoarele cu explozie, deși mult mai puțin robuste decît mașinile cu abur, au avantajul că ocupă mult mai puțin spațiu și că pot fi puse imediat în funcțiune.

Dezvoltarea lor este direct legată de progresele metalurgiei moderne, care a ajuns în situația să producă aliaje și oțeluri suficient de rezistente și totodată să creeze mijloacele tehnice de prelucrare.

Numai așa s-a putut ajunge la construirea motoarelor de avion de 2 500 CP și 24 cilindri, care să nu cîntărească mai mult de 500 g/CP.

2. *Motorul Diesel*[1]. El se deosebește de motoarele cu explozie descrise mai sus, prin aceea că aprinderea nu se mai face cu scîntei electrice.

Aerul este comprimat rapid în cilindru, pînă la 25 sau 30 at și această comprimare îi ridică temperatura pînă la 700 sau 800 °C, suficientă ca să producă aprinderea combustibilului, *care-i introdus în ultimul moment,* sub forma de mici picături, produse de un *vaporizator.* Altfel aprinderea s-ar putea face prematur.

Motorul Diesel este mult mai robust decît motoarele cu explozie obișnuite și are avantajul că funcționează cu combustibil ieftin: motorină, țiței sau chiar praf de cărbune.

Există și motoare *semidiesel,* în care aprinderea este ajutată de o bilă metalică incandescentă, pe care o încălzim separat și o introducem în capul cilindrului.

Toate aceste tipuri pot să funcționeze și în doi timpi, aprinderea făcîndu-se o dată la fiecare rotație, adică de cîte ori pistonul ajunge în fundul cilindrului.

Avantajele motorului Diesel îl fac să fie folosit nu numai în marile industrii sau centrale electrice, dar și pe vehiculele mai grele: locomotive, automotoare, camioane etc.

De asemenea, el are o întrebuințare largă la vapoare și mai ales la submarine.

Se construiesc în prezent motoare Diesel pînă la 20 000 CP.

[1]) *Rudolf Diesel* (1858—1913), inginer german.

CAPITOLUL XVII

TEORIA CINETICĂ A GAZELOR

§ 133. **Introducere. Noţiuni de statistică.** Concepţia despre mişcarea dezordonată a moleculelor, numită *agitaţie termică,* a fost introdusă în fizică în primele decenii după 1700, mai ales de *Leibnitz, Daniell Bernoulli* şi *Lomonosov.*

Aceste idei n-au fost însă apreciate şi înţelese la justa lor valoare decît mai tîrziu, şi abia prin 1827 naturalistul englez *Brown* [1]) a descoperit un fenomen simplu, care constituie o primă dovadă experimentală directă.

Este vorba de aşa-numita *mişcare browniană.*

Mişcarea browniană se observă la particule mici în suspensie şi se datoreşte ciocnirilor moleculare.

Dacă privim la microscop o picătură de lichid, în care se află mici particule în suspensie, de pildă tuş pentru desen, foarte diluat cu apă, aceste particule par cuprinse de un tremurat continuu. Ele se clatină şi se mişcă, fără nici o regulă, în toate direcţiile, cum se clatină o barcă lovită de valuri.

Fenomenul se datoreşte necontenitelor ciocniri, primite din partea moleculelor invizibile ale mediului şi poate fi observat uşor, la orice suspensie mai fină, atît în lichide, cît şi în gaze.

Fig. 339 ne arată forma, tipic neregulată, a traiectoriilor descrise de patru particule, în cîmpul unui microscop.

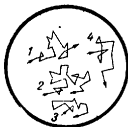


Fig. 339. Particule în mişcare browniană.

Existenţa mişcării browniene a atras atenţia fizicienilor asupra semnificaţiei reale a fenomenelor de agitaţie termică moleculară şi a reactualizat problema, iar ca urmare, lucrările teoretice ale lui *Maxwell* [2]), *Clausius* [3]), *Boltzmann* [4]) şi alţii, au dus treptat la închegarea unei *teorii*

[1]) *Robert Brown* (1773—1858).

[2]) *James Clerk Maxwell* (1831—1879), fizician englez, fost profesor la *Cambridge.* Este creatorul teoriei undelor electromagnetice.

[3]) *Rudolph Clausius* (1822—1888), fizician german, fost profesor la *Bonn.*

[4]) *Ludwig Boltzmann* (1844—1906), fost profesor la Viena.

cinetice, în deplin acord cu faptele experimentale și cu rezultate deosebit de importante, mai ales în domeniul gazelor.

Caracterul manualului de față nu permite o dezvoltare amănunțită, așa că vom face numai o scurtă trecere în revistă a rezultatelor fundamentale. Iar, pentru că întreaga desfășurare teoretică a problemei pleacă de la noțiunile de *probabilitate* și de *repartiție statistică*, vom începe cu cîteva lămuriri preliminare.

1) Să presupunem că un jucător aruncă un zar, la care fețele sînt marcate cu numerele de la 1 la 6.

El nu poate ști niciodată, cu anticipație, pe care față va cădea zarul, dar dacă repetă operația de un număr *foarte mare* de ori și face o *statistică* a rezultatelor observate, constată că nici una dintre fețe nu este favorizată.

Din cele șase posibilități, fiecare apare de un număr aproximativ egal de ori, cu diferențe practic neglijabile.

Vom spune deci că, pentru fiecare față, probabilitatea de apariție, pe care o notăm obișnuit cu w, este

$$w=\frac{1}{6}=0{,}166\,6=16{,}66\ \%,$$

așa că, din zece mii de aruncări ale zarului, fiecare față apare de aproximativ 1 666 de ori.

Aceasta e o *probabilitate simplă*, fiindcă se referă la un singur obiect. Ea se exprimă prin raportul dintre numărul de cazuri favorabile: *unul*, la numărul de cazuri posibile: *șase*.

Tot așa, dacă zarul ar fi avut, bunăoară, patru fețe roșii și două negre, probabilitatea de apariție, pentru fețele roșii, ar fi fost

$$w_1=\frac{4}{6}=0{,}666\,6=66{,}66\ \%,$$

iar pentru cele **negre**

$$w_2=\frac{2}{6}=0{,}333\,3=33{,}33\ \%.$$

Să considerăm acum o situație ceva mai complicată: jucătorul aruncă *două* zaruri cu fețe numerotate.

Fiecare față a unuia dintre zaruri poate fi atunci întovărășită de una din cele șase fețe ale celuilalt și numărul cazurilor posibile va fi 6 6=36.

Dacă așteptăm ca ambele zaruri să cadă pe aceeași față, de pildă pe fața marcată cu 2, avem un singur caz favorabil din 36 posibile și probabilitatea va fi:

$$w=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}=0{,}027\,7=2{,}77\ \%.$$

Aceasta este o *probabilitate compusă*, fiindcă rezultă din suprapunerea a două probabilităţi simple. Ea este dată de *produsul* lor.

Este acum uşor de văzut că, dacă am avea *n* zaruri şi am vrea ca toate să cadă simultan pe o faţă dată, probabilitatea compusă ar fi

$$w_c = \frac{1}{6^n} \cdot$$

Analog, dacă aruncăm *n* monede şi vrem ca toate să cadă pe o faţă dată, probabilitatea simplă va fi

$$w_s = \frac{1}{2} = 0{,}50 = 50\ \%,$$

iar probabilitatea compusă va fi

$$w_c = \frac{1}{2^n} \cdot$$

Se poate demonstra că, în general, dacă mai multe fenomene au probabilităţile de apariţie w_1, w_2, w_3,... probabilitatea compusă, corespunzătoare apariţiei lor simultane este

$$w_c = w_1 \cdot w_2 \cdot w_3 \cdot w_4 \ldots,$$

adică egală cu produsul probabilităţilor simple.

Probabilitatea simplă este raportul dintre numărul de cazuri favorabile şi numărul de cazuri posibile, iar probabilitatea compusă este produsul probabilităţilor simple.

In concluzie: *probabilitatea simplă este raportul dintre numărul de cazuri favorabile şi numărul de cazuri posibile, iar probabilitatea compusă este dată de produsul probabilităţilor simple.*

Se înţelege de la sine că expresia de *probabilitate* nu are sens decît la un număr foarte mare de observaţii succesive. Ea nu se aplică la cazurile izolate, sau în număr restrîns.

2) Noţiunile curente de *hazard* sau *întîmplare* privesc numai pe individul izolat. Pentru *totalitatea indivizilor*, luaţi împreună, aceste noţiuni se încadrează totuşi în anumite legi, pe care uneori le putem calcula, ca în exemplele de mai sus, iar alteori le deducem dintr-un număr foarte mare de fapte de observaţie, folosind aşa-numita *metodă statistică*.

Iată un exemplu deosebit de instructiv.

Să presupunem că, la un examen, se prezintă un număr mare de candidaţi, pregătiţi în condiţii similare şi că răspunsurile capătă notele calificative de la 1 la 10.

In momentul cînd începe să examineze pe un candidat anumit, examinatorul nu poate să ştie cu anticipaţie ce notă îi va da.

Cu toate acestea, experiența ne arată că și această notă ascultă de legile probabilității, dacă este luată împreună cu toate celelalte.

Să admitem că rezultatul examinării, pentru primii 500 de candidați a fost următorul:

Nota dată	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10.
Candidați	7	18	35	55	79	91	80	60	43	32.

Cu ajutorul acestor date statistice, ne propunem întîi să vedem în ce condiții s-a făcut examinarea.

Pentru aceasta, vom înscrie, pe două axe de coordonate, în abscisă notele de la 1 la 10 și în ordonată numărul de candidați care le-au căpătat, așa cum arată fig. 340.

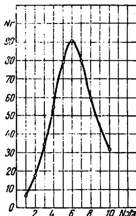


Fig. 340. Curba de repartiție a notelor.

Unind punctele figurative, obținem astfel o curbă continuă, cu un maximum pe nota 6, care apoi coboară simetric de o parte și de alta.

În mod normal, acest maximum ar fi trebuit să apară în dreptul notei 5,5 adică pe media aritmetică a numerilor 1 și 10. Faptul că-l găsim pe nota 6 ne spune că sau candidații erau excepțional de bine pregătiți, sau examinatorul a fost puțin cam indulgent.

Pe de altă parte, simetria curbei ne mai spune că examinarea s-a făcut cu imparțialitate și cu o gradare judicioasă a notărilor.

O curbă prea disimetrică, cu mai multe maxime sau cu neregularități ne-ar fi arătat, din contra, o examinare lipsită de conștiinciozitate, sau făcută de o persoană necompetentă, dar mai poate să arate că masa candidaților nu a fost pregătită în condiții comparabile, adică nu este suficient de omogenă.

Se înțelege de la sine că asemenea criterii de analiză, prin curbe reprezentative, nu se pot aplica decît la un număr mare de examinări succesive.

Rămîne acum să dăm răspunsul la două întrebări:

I. *Care este nota medie a candidaților?*

II. *Care este probabilitatea de apariție a unei note anumite?*

Ca să obținem nota medie, va trebui să înmulțim fiecare notă cu numărul respectiv al candidaților care au primit-o, să facem suma rezultatelor și s-o împărțim prin numărul total de 500 de candidați.

1·7= 7	
2·18= 36	
3·35=105	
4·55=220	
5·79=395	
6·91=546	
7·80=560	
8·60=480	
9·43=387	
10 32=320	
Total 3 056	

$$\frac{3\,056}{500} = 6{,}11$$

Tabela alăturată cuprinde toate datele acestui calcul și ne arată că nota medie este 6,11.

In ce privește probabilitatea de apariție a unei note date, ea va fi, evident, dată de raportul între numărul de cazuri constatate și numărul cazurilor totale.

Ținînd seama de datele din tabelă, vom găsi:

Pentru nota 1: $w = 7/500 = 1{,}4\%$.
Pentru nota 2: $w = 18/500 = 3{,}6\%$.
Pentru nota 3: $w = 35/500 = 7{,}0\%$, etc.

Probabilitatea maximă o găsim pentru nota 6:

$$w = 91/500 = 18\%.$$

Ea este *nota cea mai probabilă.*

O dată stabilită și găsită această *lege de repartiție* a notelor, pentru primul lot de 500 de candidați, este practic sigur că, dacă examinarea continuă, media rezultatelor și distribuția notelor vor fi aceleași, pentru toate loturile următoare, din aceeași masă de candidați.

Reprezentări analoge se pot face în numeroase alte cazuri similare, pe baza unor simple date statistice. De pildă:

a) Putem să considerăm înălțimea bărbaților majori, dintr-o regiune dată și să calculăm astfel înălțimea medie, înălțimea cea mai probabilă și probabilitatea unei anumite înălțimi, cuprinsă între limite date.

Aceeași reprezentare, aplicată la indivizii de ambele sexe, ne va da o curbă cu două maxime, fiindcă înălțimea cea mai probabilă a femeilor este mai mică decît a bărbaților.

b) Putem să considerăm vîrsta decedaților și, cu ajutorul statisticii, să calculăm durata probabilă a vieții, cum și numărul celor ce vor muri, în anii următori, la o vîrstă dată. Aceste date sînt de primă importanță pentru societățile de asigurare.

c) Un alt exemplu de curbă statistică, de aceeași formă simplă, îl găsim cînd vrem să apreciem, cu ajutorul unui cuțit, introdus între file, care este mijlocul unei cărți, al cărui număr de pagini nu-l cunoaștem.

Dacă repetăm operația de un număr mare de ori, maximul curbei cade destul de exact la jumătatea cărții.

Curba, în formă de clopot, reprezentată pe baza datelor statistice, de felul aceleia din fig. 340, se numește *curba lui Gauss*[1]).

Calculul probabilităților sau calculul statistic are o importanță deosebită, mai ales în fizica modernă. O aplicație imediată o vom găsi în capitolul următor.

---

[1]) *Carl Friedrich Gauss* (1777—1855), fizician, astronom și matematician german.

§ 134. Presiunea gazelor. Agitația termică a moleculelor unui gaz le face să se întîlnească de nenumărate ori, fie între ele, fie cu pereții vasului în care sînt închise.

Ca urmare, traiectoria unei molecule date va fi formată din scurte porțiuni rectilinii, limitate între două ciocniri consecutive și va căpăta forma de linie frîntă, așa cum arată fig. 341.



Fig. 341. Traiectoria unei molecule.

Lungimea acestor porțiuni depinde de întîmplare și de gradul de îngrămădire al moleculelor, iar valoarea ei medie definește așa-numitul *drum liber mijlociu.*

În cele ce urmează, vom admite, prin ipoteză, că moleculele se comportă ca niște sfere perfect elastice. Această ipoteză va fi verificată ulterior prin experiență, o dată cu consecințele ce decurg din ea.

Vom aplica deci legile ciocnirii elastice, care implică:

1. *Conservarea cantității de mișcare sau a impulsului.*
2. *Conservarea energiei cinetice.*

Vom admite, de asemenea, că sîntem în cazul gazului perfect, unde dimensiunile proprii ale moleculelor sînt neglijabile, în raport cu distanța lor și unde nu există coeziune, deci atracție reciprocă.

Vitezele moleculelor se supun legilor statisticii și au toate valorile posibile, începînd cu zero. Pentru simplificarea raționamentului, va trebui să considerăm deci valoarea lor medie.

În ce privește direcțiile de mișcare, nu putem spune nimic, fiindcă ele pot să capete, cu probabilitate egală, orice orientare în spațiu, fără nici o preferință.

După această fixare de condiții, să considerăm o moleculă, care se mișcă după o direcție oarecare, cu viteza v și să descompunem această viteză după trei axe de coordonate rectangulare $Oxyz$ (fig. 342).

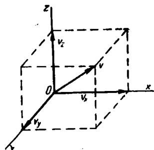


Fig. 342. Componentele vitezei unei molecule.

Dacă repetăm operația pentru toate cele N molecule, care se găsesc într-o moleculă-gram de gaz, suma tuturor proiecțiilor,

după fiecare axă de coordonate, va fi aceeaşi, fie într-un sens, fie în altul, din motive de simetrie şi fiindcă nu există o direcţie preferenţială a mişcărilor, în spaţiu.

Totul se petrece deci ca şi cum cîte N/6 molecule s-ar mişca în fiecare sens şi paralel cu fiecare din cele trei direcţii ale axelor de coordonate alese.

Dacă adunăm componentele vitezelor, după un sens şi o direcţie date, şi împărţim rezultatul prin $N/6$, avem *viteza medie* a moleculelor, pe care o vom nota cu u.

Mişcarea dezordonată o înlocuim cu alta ordonată, de viteză u, în care cîte o treime din molecule s-ar mişca paralel cu axele de coordonate alese.

Am înlocuit astfel mişcările dezordonate prin altele ordonate, dar echivalente, în care cîte $N/3$ molecule se mişcă paralel cu fiecare axă de coordonate, cu viteza medie $\pm u$, la care semnul algebric arată sensul.

Să presupunem acum că o moleculă-gram de gaz ar fi închisă într-un rezervor de formă cubică, cu latura l şi cu feţele orientate perpendicular pe axele de coordonate (fig. 343).

Ciocnirile dintre molecule fiind perfect elastice, putem face abstracţie de ele, fiindcă orice moleculă ciocnită se substituie celei care a lovit-o şi continuă mişcarea mai departe.

Totul se petrece deci ca şi cum o moleculă, plecată de la un perete ar putea să parcurgă liber toată distanţa, pînă la peretele opus.

Această moleculă ciocneşte peretele întîlnit şi are masa m. Ea duce cu dînsa cantitatea de mişcare mu, iar după ciocnire se reflectă şi se întoarce înapoi, cu viteza $-u$, deci cu cantitatea de mişcare $-mu$.

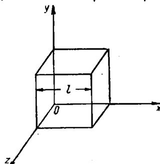


Fig. 343. Cubul conţine o moleculă-gram de gaz.

Variaţia cantităţii de mişcare va fi deci

$$mu-(-mu)=2mu.$$

Molecula parcurge distanţa $2l$ şi apoi revine, ca să ciocnească iarăşi peretele. Prin urmare, numărul de ciocniri pe secundă va fi $u/2l$.

In unitatea de timp, suma variaţiilor cantităţii de mişcare, egală cu impulsul forţei dezvoltate prin ciocnirile consecutive, va fi deci:

$$f \cdot 1 = \frac{2mu^2}{2l},$$

sau

$$f = \frac{2}{l} \cdot \frac{mu^2}{2}.$$

Pentru cele $N/3$ molecule, care ciocnesc mereu peretele, forţa totală va fi astfel:

$$F = \frac{2}{3l} \cdot \frac{mNu^2}{2}$$

şi această forţă, raportată la suprafaţa $S=l^2$ a peretelui, dezvoltă presiunea:

$$p = \frac{2}{3l^3} \cdot \frac{mNu^2}{2} = \frac{2}{3V} \cdot \frac{mNu^2}{2}, \qquad (134.1)$$

in care V este volumul ocupat de molecula-gram a gazului.

La volum constant, presiunea gazelor este direct proporţională cu pătratul vitezei medii a moleculelor.

Această relaţie ne spune că, dacă volumul rămine constant, presiunea gazului creşte proporţional cu pătratul vitezei medii de translaţie a moleculelor.

Pe de altă parte, ştiind că produsul $Nm=M$ reprezintă masa unei molecule-gram şi că raportul M/V ne dă densitatea ρ, avem:

$$p = \frac{1}{3} \rho \cdot u^2 \qquad (134.2)$$

§ 135. **Interpretarea temperaturii. Legile gazelor.** Se ştie că, la volum constant, presiunea unui gaz creşte cu temperatura. In aceste condiţii, densitatea rămîne însă constantă şi relaţia (134.2) ne arată că ridicarea temperaturii nu face decît să mărească viteza medie de translaţie a moleculelor.

Dacă amestecăm două gaze, luate la aceeaşi presiune şi temperatură, experienţa ne arată că nu se schimbă nici presiunea, nici temperatura, dacă nu intervine o reacţie chimică.

Inseamnă că, *în amestec, energia cinetică a moleculelor are aceeaşi valoare medie, ca şi în gazele izolate, aşa că nu intervine nici un schimb de energie, între cele două gaze.*

Dacă ţinem seamă şi de relaţia (134.1), putem trage următoarele concluzii:

1) *La temperaturi egale, energia cinetică mijlocie de translaţie a moleculelor este aceeaşi la toate gazele.*

2) Dacă două gaze au aceeaşi temperatură şi aceeaşi presiune,

$$p=p' \quad \text{şi} \quad m \cdot u^2 = m' \cdot u'^2,$$

înseamnă că, în aceste condiţii, *volume egale de gaz conţin acelaşi număr de molecule, indiferent de natura lor.*

Legea lui Avogadro găseşte astfel o nouă interpretare teoretică.

3) Ca urmare a concluziilor precedente, şi dacă temperatura rămîne invariabilă, relaţia (134.1) se mai poate scrie sub forma:

$$pV = \frac{2}{3} \cdot \frac{mNu^2}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{Mu^2}{2} = \text{const}$$

şi ajungem astfel, pe cale de raţionament, la cunoscuta lege a lui Boyle-Mariotte.

Energia cinetică medie depinde numai de temperatură, iar la temperatură constantă

$$pV = \frac{2}{3} \cdot \frac{Mu^2}{2} = \text{const.}$$

Pe de altă parte, dacă ţinem seamă de ecuaţia lui Clapeyron:

$$pV = R \cdot T,$$

rezultă imediat că

$$\boxed{RT = \frac{2}{3} \cdot \frac{mNu^2}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{Mu^2}{2}}. \qquad (135.1)$$

Produsul *RT* reprezintă 2/3 din energia cinetică de translaţie a tuturor moleculelor dintr-un mol de gaz.

Această relaţie ne spune că *produsul $R \cdot T$ reprezintă 2/3 din energia cinetică totală de translaţie dintr-un mol de gaz.*

Ea se mai poate scrie şi sub forma:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{mu^2}{2} \cdot \frac{1}{T} = \frac{R}{N}.$$

Din motive ușor de înțeles, raportul R/N are aceeași valoare pentru toate gazele.

Constanta lui Boltzmann reprezintă 2/3 din variația energiei cinetice medii de translație a unei molecule, pe gradul absolut de temperatură.

Acest raport reprezintă 2/3 *din variația energiei cinetice medii de translație a unei molecule, pentru fiecare grad absolut.* El se notează cu k și se numește *constanta lui Boltzmann.*

Din valorile cunoscute

$$N=6{,}023 \cdot 10^{23} \quad \text{și} \quad R=8{,}314 \cdot 10^{7}\,\text{CGS},$$

putem calcula imediat că valoarea constantei lui Boltzmann este

$$\boxed{k=1{,}380 \cdot 10^{-16}\,\text{erg}/^{\circ}\text{K}.}$$

Dacă notăm energia cinetică medie de translație a moleculei cu W_c vom avea deci

$$\boxed{\frac{2}{3}\,W_c=k \cdot T} \tag{135.2}$$

Constanta lui Boltzmann ne permite deci să legăm direct variația temperaturii absolute de variația energiei cinetice medii de translație a unei molecule.

Constanta lui Boltzmann ne permite să definim o scară naturală a temperaturilor.

Cu aceasta, semnificația temperaturii de zero absolut nu mai este legată de dilatarea gazelor.

Ea reprezintă temperatura la care energia cinetică a moleculelor se anulează, o dată cu agitația termică.

Totodată, relația (135.2) ne permite să legăm temperatura absolută de fenomenul natural al agitației termice și să instituim o *scară naturală* a temperaturilor.

4) Din simpla cunoaștere a densității unui gaz, la temperatura de 0 °C și presiunea normală, relația (134.2) ne permite să calculăm viteza medie de translație a moleculelor, în cursul agitației termice.

Mai jos dăm această viteză pentru citeva gaze:

Hidrogen	$u = 1\,838$ m/s
Heliu	$u = 1\,307$ m/s
Oxigen	$u = 461$ m/s
Azot	$u = 493$ m/s.

După cum am arătat şi în alt capitol, mişcarea moleculelor explică difuzia gazelor. Ordinul de mărime al vitezelor ne-ar putea face să bănuim, la prima vedere, că această difuzie ar trebui să se facă foarte repede. În realitate, ea este mult încetinită de ciocnirile moleculare şi cu atît mai lentă, cu cît drumul liber mijlociu este mai mic.

În păturile de sus ale atmosferei, la limita ei superioară, moleculele în mişcare tind să fugă în spaţiu. Gravitatea le frînează însă, şi le întoarce înapoi.

Se poate întîmpla însă ca unele molecule să aibă o viteză prea mare, ca să mai poată fi oprite. Aceasta se petrece mai ales cu acelea de hidrogen şi de heliu. De aceea atmosfera Pămîntului nu mai conţine aceste gaze, decît în proporţii neglijabile.

Ele există totuşi în Soare, fiindcă atracţia este acolo incomparabil mai mare.

Planetele mici sau sateliţii planetelor nu mai au atmosferă, fiindcă atracţia nu mai este suficientă ca s-o păstreze.

5) În § 101, pornind de la ecuaţia lui Bernoulli, am stabilit că viteza de curgere a gazelor, prin deschiderile mici, este invers proporţională cu rădăcina pătrată a densităţilor.

Teoria cinetică ne permite să deducem aceeaşi lege, pe o cale mult mai simplă.

Dacă deschiderea este destul de mică, sau presiunea gazului destul de scăzută, drumul liber mijlociu este de acelaşi ordin de mărime, ca şi dimensiunile orificiului.

Fiecare moleculă poate atunci să iasă neîmpiedicată de celelalte, fiindcă efectul ciocnirilor devine neglijabil.

În aceste condiţii, viteza de curgere va fi aproximativ egală cu viteza medie u şi, pentru două gaze diferite:

$$m_1 u_1^2 = m_2 u_2^2.$$

De aici rezultă imediat că

$$\frac{u_1}{u_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}},$$

şi, deoarece masa unei molecule este direct proporţională cu densitatea gazului, deducem că

$$\frac{u_1}{u_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}},$$

adică tocmai legea căutată.

Dispunem astfel de o metodă simplă, pentru determinarea vitezei medii a moleculelor.

§ 136. **Drumul liber mijlociu.** Să considerăm o moleculă dintr-un gaz şi să presupunem că are forma sferică şi diametrul D. Pentru simplificare, vom admite că toate celelalte molecule sînt imobilizate, iar ea se mişcă singură, cu viteza mijlocie u.

Fig. 344 ne arată că o ciocnire se va produce dacă distanţa dintre centrul moleculei noastre şi al altei molecule, pe lîngă care trece, este mai mică decît D.

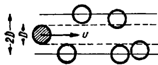


Fig. 344. Pentru calcularea drumului liber mijlociu.

Spaţiul parcurs în unitatea de timp fiind u, vor fi ciocnite într-o secundă toate moleculele care se află în interiorul unui cilindru, cu suprafaţa bazei πD^2 şi lungimea u.

În cazul cînd, în urma unei ciocniri necentrice, molecula ar fi deviată din drumul ei, acest cilindru se frînge în mai multe porţiuni rectilinii, care totalizează aceeaşi lungime, aşa că rezultatul nu se schimbă.

Notînd cu n numărul de molecule din unitatea de volum, se vede imediat că numărul ciocnirilor pe secundă va fi

$$\pi D^2 \cdot u \cdot n,$$

iar drumul liber mijlociu, pe care-l notăm cu λ, va fi dat de relaţia:

$$\pi D^2 \cdot u \cdot n\lambda = u.$$

De aici deducem că

$$\lambda = \frac{1}{\pi n D^2}\cdot \qquad (136.1)$$

În raţionamentul făcut, am presupus că se mişcă o singură moleculă. Se demonstrează că, dacă se mişcă toate, ciocnirile sînt mai dese şi drumul liber mijlociu devine ceva mai scurt.

Atunci avem:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\pi n D^2} \qquad (136.2)$$

Sau, dacă înlocuim diametrul moleculei prin dublul razei şi notăm suprafaţa totală a celor n molecule cu S, avem,

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{S} \qquad (136.3)$$

în care S reprezintă aşa-numita *suprafaţă de ciocnire.*

Drumul liber mijlociu este invers proporţional cu suprafaţa de ciocnire.

Prin urmare, *drumul liber mijlociu este invers proporţional cu suprafaţa de ciocnire, iar factorul de proporţionalitate este* $1/\sqrt{2}$.

Pe de altă parte, deoarece, la temperatură constantă, numărul de molecule este direct proporţional cu presiunea, vom avea, la două presiuni diferite,

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{p_2}{p_1},$$

sau, în general,

$$\lambda p = \text{const.} \qquad (136.4)$$

La temperatura constantă, drumul liber mijlociu este invers proporţional cu presiunea.

Aşadar, *la temperatură constantă, drumul liber mijlociu este invers proporţional cu presiunea sau direct proporţional cu volumul gazului.*

Viscozitatea gazelor. Să presupunem că două pături de gaz lunecă una pe alta, mişcîndu-se una cu viteză mai mică, alta cu viteză mai mare.

Moleculele, pe care agitaţia termică le face să treacă întîmplător de la o pătură la alta, tind să egaleze vitezele acestor pături şi să anuleze mişcarea relativă a lor.

Este ca şi cum, între două trenuri care merg cu viteze diferite, pe două linii paralele, pasagerii ar începe să arunce bagajele din unul în altul. Prin schimburile de impulsuri, trenul mai rapid îşi va încetini mersul, iar cel mai încet va porni mai repede.

Din punctul de vedere al efectului final, cele două pături de gaz, egalîndu-şi vitezele, totul se petrece ca şi cînd ar exista o frecare, deci o viscozitate.

Se demonstrează că valoarea coeficientului de viscozitate corespunzător acestei frecări virtuale, este dată de relaţia

$$\eta = 0{,}3\, nmu\,\lambda = 0{,}3\, \rho u \lambda \qquad (136.5)$$

Despre această relaţie am amintit deja, în § 102.

Coeficientul de viscozitate nu depinde de presiunea gazului, dar nu mai are sens la presiuni foarte mici.

Cum drumul liber mijlociu variază în sens invers cu numărul de molecule pe centimetrul cub, se înţelege imediat de ce *schimbarea presiunii nu poate să modifice viscozitatea.*

Totuşi, dacă presiunea devine atît de mică, încît drumul liber mijlociu să depăşească dimensiunile vasului în care se află gazul, ciocnirile intermoleculare sînt practic inexistente, aşa că nu mai poate fi vorba de existenţa unei frecări.

Ca urmare, o dată cu dispariţia ciocnirilor, ***la presiunile foarte mici, noţiunea de viscozitate nu mai are nici un sens,*** fiindcă nu mai poate fi vorba de un „*gaz*“, ci de simple molecule izolate.

Îmbrăcînd legile gazelor în haina concepţiei cinetice şi folosind cele mai simple metode de calcul, am ajuns în situaţia de a putea înlănţui o serie întreagă de fenomene diverse.

Cu ajutorul relaţiilor deduse, sîntem în măsură să intrăm acum ceva mai adînc, în lumea atomilor.

Iată numai cîteva din consecinţele imediate:

1) Cu ajutorul relaţiei (135.1) care leagă produsul RT de energia cinetică medie a moleculelor, am calculat viteza mijlocie de agitaţie termică şi am legat-o de variaţia temperaturii.

2) Cunoscînd această viteză mijlocie, determinarea experimentală a coeficientului de viscozitate ne permite să calculăm drumul liber mijlociu, cu ajutorul relaţiilor (136.5) şi (136.4).

3) Dacă împărțim viteza mijlocie prin drumul liber mijlociu, găsim numărul de ciocniri pe secundă, pentru fiecare moleculă.

4) Din cunoașterea drumului liber mijlociu, relația (136.3) ne permite să calculăm suprafața totală a moleculelor din unitatea de volum.

Tabelele de mai jos cuprind cîteva date din datele numerice calculate, valabile la presiunea normală și temperatura de 0 °C.

	Drumul liber mijlociu (cm)	Ciocniri pe secundă
Hidrogen (H_2)	$1{,}123 \cdot 10^{-5}$	$9 \cdot 10^9$
Azot (N_2)	$0{,}599 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^9$
Oxigen (O_2)	$0{,}647 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^9$
Heliu (He)	$1{,}798 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^9$

Prin urmare, drumul liber mijlociu este de ordinul zecimii de miime de milimetru, iar numărul ciocnirilor pe secundă de ordinul miliardelor.

În aer, la diferite presiuni, avem aproximativ

Presiunea (mm Hg)	Drumul liber mijlociu (cm)
760	0,000 007
1	0,005
0,01	0,5
0,000 1	50
0,000 001	5 000=50 m
0,000 000 01	500 000=5 km

Pompele moderne de vid pot să realizeze asemenea presiuni reduse. Cu toate acestea, la presiunea de 10^{-8} mm col. Hg, numărul de molecule pe centimetrul cub atinge încă cifra impresionantă de 10^8, adică o sută de milioane.

Aceste date numerice permit să ne facem o idee mai clară despre fenomenele care se desfășoară la scara moleculară.

§ 137. **Căldura specifică a gazelor**. Relația (135.1) se mai poate scrie sub forma:

$$W_T = \frac{Mu^2}{2} = \frac{3}{2} RT, \qquad (137.1)$$

în care W_T reprezintă energia cinetică totală, de translație, a

moleculelor ce se mişcă într-un mol de gaz, cu viteza medie u, la temperatura absolută T.

Energia cinetică de translaţie, într-un mol de gaz, creşte proporţional cu temperatura absolută, iar viteza medie cu rădăcina pătrată a temperaturii absolute.

Această relaţie ne spune că *energia cinetică totală, de translaţie, într-un mol de gaz, creşte proporţional cu temperatura absolută, iar viteza medie cu rădăcina pătrată a temperaturii absolute.*

1) Dacă menţinem volumul constant şi ridicăm temperatura cu un grad, energia cinetică de translaţie variază cu

$$\Delta W = W_{T+1} - W_T = \frac{3}{2} R(T+1) - \frac{3}{2} RT$$

şi deducem că, la volum constant,

$$\frac{\Delta W}{\text{grd}} = \frac{3}{2} R . \qquad (137.2)$$

Intr-un mol de gaz, o creştere a temperaturii cu un grad măreşte energia cinetică de translaţie cu cantitatea 3R/2.

Cum energia cinetică de translaţie variază direct proporţional cu temperatura, ca şi cantitatea de căldură dată gazului, *înseamnă că* $3R/2$, *exprimat în erg/grd · mol, reprezintă o cantitate direct proporţională cu căldura specifică molară, sub volum constant* C_v, *exprimată în cal/grd · mol.*

Toate gazele cu acelaşi număr de atomi în moleculă au aceeaşi căldură specifică molară, sub volum constant.

Rezultă astfel că *toate gazele ar trebui să aibă aceeaşi căldură specifică molară, la volum constant.*

Cu abateri destul de mici, experienţa ne arată, că, în adevăr, aşa este *dar numai la gazele cu acelaşi număr de atomi în moleculă.*

Tot experimental se mai constată că valorile numerice, calculate din relaţia (137.2) sînt juste, *dar numai la gazele monoatomice,* cum ar fi, de exemplu, gazele nobile. Cînd molecula este formată din mai mulţi atomi, determinările directe ne dau totdeauna valori mai mari decît cele calculate.

Mişcarea de rotaţie absoarbe energie cinetică, pe care nu o putem neglija decît la moleculele monoatomice.

Nepotrivirea se datoreşte faptului că, *pentru simplificare, nu am ţinut seamă pînă acum decît de mişcarea de translaţie a moleculelor* supuse agitaţiei termice.

In realitate, apar însă şi *mişcări de rotaţie*, care de asemenea absorb o cantitate de energie cinetică. Această energie suplimentară poate fi neglijată, la o moleculă monoatomică, fiindcă momentul de inerţie respectiv este destul de mic, dar va trebui să ţinem seamă de dînsa la moleculele mai complexe, unde atomii se rotesc unul în jurul altuia, individual sau pe grupe.

De altfel, în aceste molecule, apar şi mişcări de vibraţie ale atomilor, sau grupelor de atomi, în jurul unei poziţii date.

Teoria completă ţine seamă de toate aceste mişcări şi rezultatele calculate sînt atunci în deplin acord cu experienţa.

2) Să presupunem acum că *gazul se încălzeşte la presiune constantă.*

Energia cinetică de translaţie, într-o moleculă-gram, variază atunci, ca şi în cazul precedent, cu cantitatea $3R/2$, pentru fiecare grad de temperatură, dar de astă dată creşterea de volum absoarbe o energie suplimentară, fiindcă gazul în dilatare trebuie să lupte împotriva presiunii exterioare.

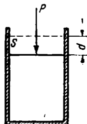


Fig. 345. Pentru calcularea lucrului mecanic în destinderea unui gaz.

Ca să calculăm această energie suplimentară, vom presupune că am închis o moleculă-gram de gaz, într-un cilindru, în care pătrunde, fără frecări, un piston fără greutate proprie (fig. 345).

Suprafaţa pistonului fiind S şi presiunea din exterior p, egală cu a gazului, forţa totală exercitată va fi

$$F=pS.$$

Cînd gazul se încălzeşte cu un grad, pistonul se mişcă pe distanţa d şi se produce lucrul mecanic

$$A=pSd,$$

pe care-l absoarbe forţa ce apasă din exterior.

Dacă volumul iniţial era V şi volumul final este V_1,

$$V_1-V=Sd$$

şi vom avea

$$A=(V_1-V)p. \qquad (137.3)$$

Pe de altă parte, relaţia cunoscută

$$pV=RT$$

ne spune că, dacă presiunea rămîne constantă şi temperatura creşte cu un grad,

$$pV_1=R(T+1)$$

şi scăzînd aceste două relaţii una din alta, găsim că

$$p(V_1-V)=R.$$

Comparînd rezultatul cu (137.3), se vede imediat că energia suplimentară, datorită creşterii de volum, este

$$W_{ex}=R \text{ erg/grd} \cdot \text{mol}. \qquad (137.3a)$$

Sîntem acum în măsură să exprimăm energia totală, absorbită prin încălzirea unei molecule-gram de gaz, cu un grad, la presiune constantă. Ea este

$$\boxed{\frac{\Delta W}{\text{grd}}=\frac{3}{2}R+R=\frac{5}{2}R} \qquad (137.4)$$

Dar, fiindcă am neglijat energia cinetică de rotaţie, această relaţie nu va putea fi aplicată decît la gazele monoatomice.

Ea este în deplin acord cu datele experimentale.

La presiune constantă, încălzirea unui gaz monoatomic absoarbe energia $5R/2$ erg/grd·mol.

Prin urmare, *încălzirea, sub presiune constantă, a unui gaz monoatomic, absoarbe energia $5R/2$ erg/grd · mol, care este proporţională cu căldura specifică molară, exprimată în calorii pe grd-mol.*

3) Din felul cum a decurs raţionamentul, se vede imediat că diferenţa

$$\frac{5}{2}R-\frac{3}{2}R=R,$$

este proporţională cu diferenţa C_p-C_v.

Potrivit relaţiei (137.3a) constanta R exprimă lucrul mecanic executat de gaz, împotriva presiunii exterioare, cînd temperatura se urcă cu un grad.

Acest lucru mecanic nu e decît o consecinţă a dilatării gazului şi nu depinde de structura lui moleculară, fiindcă toate gazele se dilată la fel.

Diferenţa $C_p - C_v$, proporţională cu constanta R, este aceeaşi la toate gazele.

Inseamnă că, *indiferent de numărul atomilor din moleculă, diferenţa căldurilor specifice molare este aceeaşi la toate gazele.*

4) Raportul dintre energiile absorbite, pentru încălzirea gazului, la presiune constantă şi la volum constant, conţine cantităţi direct proporţionale cu căldurile molare C_p şi C_v.

Aceasta înseamnă că, la gazele monoatomice, vom avea

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{5R/2}{3R/2} = \frac{5}{3} = 1{,}66 \qquad (137.5)$$

şi regăsim astfel cunoscuta lege a lui *Clément-Desormes* (§ 120).

Tabela cu date numerice, de la sfîrşitul § 120, ne permite să constatăm în ce măsură prevederile teoretice sînt confirmate de experienţă.

Deoarece rezultate analoge, tot aşa de conforme cu experienţa, se puteau obţine şi pe alte căi teoretice, făcînd abstracţie de structura moleculară şi atomică a corpurilor, unii fizicieni şi chimişti au pus la îndoială existenţa reală a atomilor, pe care îi considerau doar ca o *simplă imagine comodă.*

Intre alţii, cunoscutul chimist *Wilhelm Ostwald,* fost profesor la universitatea din Leipzig, reducea totul la simple transformări ale energiei, privită în afara conceptului de materie şi nu accepta ca valabile ipotezele, încă neverificate direct, pe care se fundamentează întreaga teorie cinetică.

Aceste vederi idealiste au stîrnit discuţii aprinse, mai ales pe plan filozofic şi sînt bine cunoscute atitudinea combativă a lui Lenin şi argumentarea lui dialectic-materialistă [1]).

In 1908 apare şi aduce cu dînsa victoria totală a concepţiilor atomistice o lucrare fundamentală a lui *Jean Perrin.* Ea se referă la determinarea numărului lui Avogadro, printr-o serie întreagă de metode experimentale, cu totul diferite, dar cu rezultate con-

---

[1]) V. *V. I. Lenin,* Materialism şi empiriocriticism, Ed. P.M.R., Buc., 1948.

cordante atît între ele, cît şi cu acelea obţinute pe baza concepţiilor teoriei cinetice.

§ 138. **Determinarea numărului** *N*. Înaintea lucrărilor lui Perrin, numărul lui Avogadro era cunoscut. El fusese calculat cu ajutorul teoriei cinetice, combinată cu rezultatele obţinute din studiul experimental al comprimării fluidelor.

Pentru comparaţie, şi ca bază de plecare, vom descrie întîi această metodă de calcul.

1) Teoria cinetică ne-a dus la relaţia (136.2), pe care o putem scrie şi sub forma:

$$\pi \cdot nD^2 = \frac{1}{\lambda\sqrt{2}}; \tag{136.2}$$

iar dacă, în loc de centimetrul cub, ne raportăm la molecula-gram, şi-i notăm volumul cu *V*, avem:

$$\pi ND^2 = \frac{V}{\lambda\sqrt{2}} \cdot \tag{136.2a}$$

Pe de altă parte, studiul comprimării izoterme a fluidelor ne-a dus la cunoscuta ecuaţie a lui *Van-der-Waals:*

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right) \cdot (v - 4b) = RT. \tag{110.2}$$

Cu ajutorul ei, luînd un gaz anumit şi studiindu-i comprimarea la temperatură constantă, putem calcula, din curbele obţinute, volumul *b*, ocupat efectiv de molecule, în volumul molecular al gazului.

După aceea, vom putea scrie că

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 N = b,$$

unde *r* reprezintă raza unei molecule.

Iar dacă raza o exprimăm în funcţie de diametrul *D*, relaţia de mai sus devine:

$$\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot D^3 N = b \cdot \tag{138.1}$$

Cum drumul liber mijlociu λ poate fi determinat cu ajutorul viscozităţii gazului, sistemul de ecuaţii (136.2 a) şi (138.1) ne permite să calculăm necunoscutele *D* şi *N*.

Trebuie să observăm însă că relaţia (136.2) a fost dedusă în ipoteza că moleculele au formă sferică.

Cum, după toate probabilităţile, această condiţie nu e satisfăcută decît foarte aproximativ, la moleculele formate din mai mulţi atomi, ne vom referi în special la gazele nobile, care sînt monoatomice.

Luînd ca exemplu *argonul* şi comprimîndu-l izoterm, ecuaţia lui *Van-der-Waals* ne duce la rezultatul că, într-o moleculă-gram, volumul ocupat de molecule este de 7,5 cm^3.

Cum drumul liber mijlociu, în condiţiile normale de presiune şi la temperatura de 0 °C este aici de $6,35 \cdot 10^{-6}$ cm, cele două ecuaţii de mai sus ne dau

$$D = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ cm},$$

şi

$$N = 6,2 \cdot 10^{23} \text{ molecule/mol.}$$

Teoria cinetică a gazelor, împreună cu ecuaţia lui Van der Waals, ne permit să calculăm diametrul moleculelor şi numărul lui Avogadro.

Aceeaşi operaţie, repetată la alte gaze nobile, ne duce la rezultate concordante, în privinţa numărului N şi ne permite să calculăm de asemenea diametrele moleculelor.

Totodată, masa M a unei molecule-gram, împărţită prin numărul lui Avogadro, ne va da masa în grame a unei molecule.

În ipoteza simplificatoare a sfericităţii moleculelor, găsim astfel rezultatele din tabela de mai jos:

Tabela 13

Substanţa	Diametrul D (cm)	Masa (g)
Oxigen (O_2)	$2,9 \cdot 10^{-8}$	$32/N = 5,32 \cdot 10^{-23}$
Azot (N_2)	$3,1 \cdot 10^{-8}$	$14/N = 2,33 \cdot 10^{-23}$
Hidrogen (H_2)	$2,3 \cdot 10^{-8}$	aprox. $2/N = 3,34 \cdot 10^{-24}$
Heliu (He)	$1,9 \cdot 10^{-8}$	$4/N = 6,68 \cdot 10^{-24}$

Valoarea numărului N fiind acum dedusă, dacă am găsi mijlocul să o aflăm şi pe alte căi, cu rezultate concordante, am avea nu numai o verificare a concepţiilor de bază din teoria cinetică, dar şi o confirmare a existenţei reale a atomilor.

Şi acum vom trece la lucrările lui Perrin.

2) Legea lui *Van't Hoff*, cît şi legile lui *Raoult*, ce decurg din ea, ca o consecinţă directă, ne-au arătat că o substanţă dizolvată nu se deosebeşte de un gaz, ce ar ocupa tot volumul soluţiei (§§ 126 şi 127).

Ea dezvoltă o presiune osmotică, pe care o putem determina direct. Această presiune coboară punctul de îngheţare şi urcă punctul de fierbere al soluţiei.

Legile presiunii osmotice se aplică indiferent dacă substanţa dizolvată are moleculele mai mari sau mai mici. La concentraţii moleculare egale, nu există nici o deosebire între moleculele cu cîţiva atomi şi cele cu cîteva sute de atomi.

Totuşi, oricît ar fi de mari, aceste molecule rămîn invizibile pentru noi.

Perrin se gîndeşte atunci la *emulsii*, adică la suspensiile într-un lichid ale unor particule foarte mici, dar vizibile la microscop.

El îşi pune întrebările următoare:

„Nu ar fi cazul să presupunem că nu există nici o limită superioară de mărime a grupărilor de atomi, din punctul de vedere al presiunii osmotice şi al legilor amintite?"

„Nu ar fi cazul să cercetăm dacă particulele vizibile, supuse mişcării browniene, se comportă sau nu ca un gaz, din punctul de vedere al presiunii ce o exercită, prin ciocnirile pe o suprafaţă dată?"

„Se aplică aici legile gazelor, sau nu se aplică?"

Dacă se aplică, aceste particule în suspensie ar putea servi ca intermediar între *microcosm* şi *macrocosm* şi ne-ar permite să studiem pe vizibil, ceea ce se întîmplă în lumea invizibilă a moleculelor.

a) Intr-o primă serie de cercetări, Perrin se referă la presiunea statică a unei coloane de gaz în echilibru.

Această coloană se turteşte sub acţiunea greutăţii proprii şi are densitatea mai mare la bază, decît în păturile superioare.

Dacă am considera (fig. 346) două nivele diferite h_0 şi h_1 în coloana de gaz, *presupusă deocamdată incompresibilă*, legea generală a hidrostaticii ne spune că diferenţa de presiune ar fi

$$p_0 - p_1 = \rho g (h_1 - h_0). \qquad \textbf{(88.1)}$$

Dar gazul este în realitate compresibil, şi această relaţie nu poate fi aplicată, sub forma de faţă, fiindcă densitatea nu este constantă, ci variază cu înălţimea, după o lege pe care încă nu o cunoaştem.

Ca să înlăturăm această dificultate, vom presupune că diferenţa de nivel este infinit de mică şi o vom nota cu dh. Presiunea variază atunci cu cantitatea infinitezimală dp şi densitatea poate fi considerată constantă.

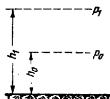


Fig. 346. Pentru calcularea formulei barometrice.

În aceste condiţii, ţinînd seamă de sensul contrar al variaţiilor, avem,

$$dp = -\rho g \cdot dh.$$

Dacă masa moleculei-gram este M, iar volumul V

$$\rho = \frac{M}{V}$$

şi, fiindcă, la temperatură constantă, $pV = RT$, găsim că:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT} \cdot dh.$$

Această relaţie ne dă prin integrare între limitele din fig. 346,

$$\int_{p_0}^{p_1} \frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT} \int_{h_0}^{h_1} dh,$$

sau (v. tabela din § 46):

$$\ln p_1 - \ln p_0 = -\frac{Mg}{RT}(h_1 - h_0),$$

sau încă

$$\boxed{\ln \frac{p_1}{p_0} = -\frac{Mg}{RT}(h_1 - h_0)}. \qquad (138.2)$$

Această relaţie, stabilită de *Laplace*, acum o sută şi mai bine de ani, este cunoscută sub numele de *formula barometrică*, fiindcă ne serveşte să calculăm presiunea atmosferică la o înălţime oarecare, cînd o cunoaştem la un nivel de plecare h_0.

Obişnuit, ea se mai scrie şi sub forma exponenţială:

$$p_1 = p_0 e^{-\frac{Mg}{RT}(h_1 - h_0)} \qquad (138.2\,a)$$

în care e este baza sistemului de logaritmi neperieni şi ne arată că *presiunea într-o coloană gazoasă, datorită greutăţii proprii, scade exponenţial cu înălţimea şi cu atît mai repede, cu cît masa moleculară M a gazului este mai mare.*

Presiunea într-o coloană gazoasă scade exponenţial cu înălţimea.

In cele ce urmează, ne va fi însă mai comod să ne servim de forma iniţială (138.2), din care se vede că:

— Intr-un gaz anumit şi la temperatură constantă, raportul presiunilor nu depinde de nivelul de plecare, ci numai de diferenţa de nivel $h_1 - h_0$.

— In gaze diferite, la temperaturi egale, raportul presiunilor nu se schimbă, cînd produsul $M(h_1 - h_0)$ este acelaşi.

Prin urmare, dacă vrem să obţinem acelaşi raport al presiunilor, va trebui să considerăm diferenţe de nivel invers proporţionale cu masa moleculei-gram a gazului.

Calculăm astfel şi putem verifica experimental că, în aer, diferenţa de nivel trebuie să fie de 6 km, ca presiunea să se reducă la jumătate, faţă de nivelul de plecare.

Ca să obţinem acelaşi rezultat, în *oxigen* ($O_2 = 32$), va trebui să ne ridicăm cu 5 km.

Analog, în *heliu* ($He = 4$) diferenţa de nivel ar trebui să fie de opt ori mai mare decît în oxigen, adică de 40 km, iar în *hidrogen* ($H_2 = 2$) de 16 ori mai mare, adică de 80 km.

Datele sînt calculate la temperatura de 0 °C.

Teoria cinetică ne spune însă că presiunile, ca şi densităţile, sînt proporţionale cu numărul de molecule din unitatea de volum. Dacă e aşa, vom putea scrie că:

$$\ln \frac{n_1}{n_0} = -\frac{Mg}{RT}(h_1 - h_0) \qquad (138.3)$$

şi concluziile de mai sus ar trebui să rămînă valabile şi în ce priveşte raportul dintre numerele de molecule din unitatea de volum, la două nivele date.

In fig. 347 sînt reprezentate, pentru comparaţie, trei coloane foarte înalte de gaze diferite, care conţin acelaşi număr de molecule. Inălţimea lor este invers proporţională cu masa moleculară respectivă, din cauza turtirii sub acţiunea greutăţii proprii.

Luînd ca punct de plecare aceste fapte cunoscute, Perrin prepară emulsii de răşină din care, prin centrifugări fracţionate, izbuteşte să izoleze loturi de granule, identice ca mărime, cu care face apoi suspensii în lichide.

La început aceste granule cad spre fundul vasului, dar, după un timp oarecare, sedimentarea încetează şi se atinge o situaţie staţionară.

In acest moment, greutatea proprie a particulelor ce au mai rămas în suspensie nu le mai trage la fund, fiindcă este compensată de ciocnirile datorite mişcării browniene, care sînt mai numeroase de jos în sus, decît de sus în jos.



Fig. 347. Coloanele conţin acelaşi număr de molecule.

După ce situaţia staţionară a fost atinsă, Perrin numără sub microscop granulele aflate la nivele diferite, în unitatea de volum. Nu este obligator ca această unitate de volum să fie numaidecît centimetrul cub. Ea poate fi aleasă arbitrar, ca să intre în cîmpul microscopului.

La emulsii, sub nivele diferite, numărul granulelor din unitatea de volum variază în acord cu relaţia (138.3).

Primul rezultat important al acestor cercetări, extrem de migăloase, a fost că, *la o suspensie dată, logaritmul raportului* n_1/n_0 *variază cu cantităţi egale, pentru diferenţe de nivel egale, adică în concordanţă cu relaţia* (138.3) *de mai sus.*

Prin urmare, suspensia se comportă, în adevăr, ca un gaz, cu singura deosebire că moleculele acestui gaz sînt imense, în comparaţie cu ale gazelor obişnuite.

Densitatea granulelor este cunoscută, iar dimensiunile lor pot fi măsurate la microscop. Din aceste date le calculăm volumul şi apoi masa m.

Va trebui să ţinem seamă însă că ele fiind cufundate într-un lichid, suferă o pierdere aparentă de greutate, din cauza forţelor lui Archimede.

Greutatea aparentă, astfel calculată, fiind $(m-m_0)\,g$, unde m_0 este masa lichidului dezlocuit, relaţia (138.3) se va putea scrie sub forma:

$$\ln\frac{n_1}{n_0}=-\frac{N(m-m_0)\,g}{RT}(h_1-h_0), \qquad (138.3\ a)$$

unde N fiind numărul lui Avogadro, înseamnă că

$$N(m-m_0)=M,$$

reprezintă masa unei molecule-gram a unei substanţe ale cărei molecule ar fi egale cu granulele din suspensie.

Pe baza datelor experimentale, găsite la diferite emulsii şi în lichide diferite, Perrin obţine pentru N valoarea

$$N=6{,}5\cdot 10^{23} \quad \text{în loc de} \quad N=6{,}2\cdot 10^{23},$$

pe care am calculat-o din teoria cinetică a gazelor.

Concordanţa este, în adevăr, uimitoare şi aduce o primă şi strălucită confirmare a existenţei atomilor şi a concepţiilor teoriei cinetice.

b) Dar Perrin nu se mulţumeşte cu atît. În a doua serie de cercetări, el pleacă de la o relaţie de bază a mişcării browniene, stabilită de *Einstein*, în 1906.

Dacă măsurăm proiecţiile x_1, x_2, x_3, ... pe o dreaptă dată, ale traiectoriilor descrise de o particulă supusă mişcării browniene, suma algebrică a acestor proiecţii va trebui să fie nulă, după un timp mai lung, din cauza caracterului dezordonat al mişcării.

Nu acelaşi lucru se întîmplă cu *pătratul* acestor proiecţii şi $\sum x^2$ va căpăta, după un timp destul de lung t o valoare Δ, pe care Einstein o calculează şi o exprimă prin relaţia:

$$\Delta^2=\frac{RT}{N}\cdot\frac{1}{3\pi\eta r}, \qquad (138.4)$$

în care η este coeficientul de viscozitate al lichidului în care se găseşte particula, iar r raza ei.

Perrin studiază experimental fenomenul şi, cu ajutorul datelor obţinute, găseşte pentru N valoarea

$$N=6{,}4\cdot 10^{23},$$

adică iarăşi în concordanţă cu rezultatele teoriei cinetice.

În prezent, dispunem de numeroase alte metode, care ne dau numărul lui Avogadro, cu rezultate surprinzător de concordante, cu toată diversitatea lor [1]).
Unele din ele le vom descrie mai tîrziu.

Cunoştinţele noastre despre atomi sînt acum atît de înaintate, încît nimeni nu se mai îndoieşte de existenţa lor.

De altfel, însuşi *Ostwald,* pe care l-am citat printre adversarii teoriei atomice, şi-a schimbat cu timpul părerea şi a devenit *atomist.*

Mai rămîne să vedem dacă, şi în ce condiţii, se verifică şi alte rezultate ale teoriei cinetice.

§ 139. **Fascicule moleculare.** Tehnica modernă a vidului a permis realizarea unor experienţe, din care se poate afla nu numai viteza moleculelor, dar şi legea după care se repartizează vitezele, într-un număr dat de molecule.

De asemenea, putem determina experimental şi direct valoarea drumului liber mijlociu.

Aceste cercetări se fac cu ajutorul aşa-numitelor *fascicule moleculare* (sau atomice) şi în cele ce urmează vom descrie sumar metodele folosite.

1) Intr-un tub de sticlă, în care s-a făcut vidul, se introduce în A o cantitate mică dintr-un metal care se evaporă uşor la încălzire, de pildă sodiu sau mercur (fig. 348).

Dacă presiunea gazului din tub este destul de mică, moleculele vaporilor formaţi pot să parcurgă, în linie dreaptă, toată distanţa pînă la celălalt capăt al tubului.

Delimitînd un fascicul îngust de molecule, cu ajutorul deschiderilor D_1 şi D_2 putem obţine pe ecranul E o pată, cu conturul bine precizat, produsă de condensarea vaporilor metalici, iar dacă punem în calea lor un fir subţire F, obţinem chiar *umbra* acestui fir (fig. 348 *a*).

Lăsînd să pătrundă încet şi treptat un gaz oarecare în tub, putem determina o *presiune-limită,* peste care această umbră începe să piardă din claritate. In acest moment, distanţa AE este de acelaşi ordin de mărime cu drumul liber mijlociu al moleculelor, pe care apariţia ciocnirilor le deviază din drum.

[1]) In cartea lui Perrin „*Atomii*" care există şi în traducere romînească, sînt descrise multe din aceste metode, într-o formă uşor de înţeles. Lectura ei nu poate fi decît folositoare.

Această experiență, făcută pentru prima dată de *Dunoyer,* în 1911, a dus la rezultate în deplin acord cu datele calculate pe cale teoretică.

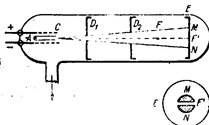


Fig. 348. Fascicul molecular.

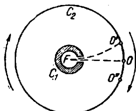


Fig. 349. Experiența lui Stern.

2) In 1920 *Stern* reia cercetările, ca să determine viteza moleculelor.

Un fir de platină argintat F este dispus pe axa unui mic cilindru metalic C_1, prevăzut cu o tăietură îngustă, în lungul generatoarei (fig. 349).

Firul este încălzit cu un curent electric și vaporii de argint formați străbat prin deschidere, iar dacă vidul este suficient de înaintat, fasciculul parcurge o traiectorie rectilinie, se condensează pe peretele altui cilindru mai mare C_2 și formează o pată îngustă, ca și în experiența precedentă.

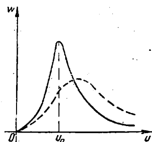


Fig. 350. Curba de repartiție a vitezelor moleculare.

Supunem acum întregul sistem unei mișcări de rotație, în jurul unei axe care prelungește firul F.

Fasciculul de vapori își continuă drumul rectiliniu, dar cilindrul rotindu-se, pata suferă o deplasare aparentă laterală, fiindcă e ca și cum am trage cu pușca într-o țintă mobilă.

In loc să apară în O, pata apare fie în O', fie în O'', după sensul rotației.

Măsurînd arcul OO' sau OO'' și cunoscînd viteza unghiulară, putem determina timpul de parcurs al distanței, între cei doi cilindri și calcula viteza moleculelor din fascicul.

De astă dată se constată însă că, dacă sistemul se roteşte, pata metalică nu mai are conturul bine definit, fiindcă nici moleculele nu au toate aceeaşi viteză.

Pe o foaie subţire de celuloid sau de mică, lipită de peretele cilindrului mare, această pată va fi mai transparentă spre margini şi mai opacă spre mijloc.

Opacitatea ei va fi, evident, proporţională cu numărul de molecule care s-au depus în regiunea respectivă, deci cu numărul de molecule a căror viteză le aduce acolo.

Putem astfel determina rapoartele n_1/n, n_2/n, ..., dintre numărul de molecule care au vitezele cuprinse între două limite apropiate date şi numărul total n, de molecule depuse.

Presupunînd că limitele alese au fost (în metri pe secunde):

$$0—10; \quad 10—20; \quad 20—30; \quad 30—40; \ldots,$$

vitezele medii, cuprinse între ele, sînt

$$5 \quad 15 \quad 25 \quad 35 \ \ldots \text{m/s},$$

şi rapoartele de mai sus vor defini probabilităţile

$$w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad w_4 \ \ldots,$$

cu care pot fi întîlnite moleculele, ale căror viteze se încadrează în limitele alese, în jurul acestor valori medii.

Cu ajutorul datelor experimentale obţinute, dacă trasăm apoi o curbă, care să reprezinte variaţia probabilităţii w, în funcţie de viteza medie dorită u, vom constata că această curbă are forma din fig. 350.

Ea trece printr-un maximum, care corespunde vitezei celei mai probabile u_p, dar nu este simetrică, în jurul acestei valori, fiindcă începe de la zero şi tinde numai *asimptotic* spre zero, în partea cealaltă.

Aceasta înseamnă că există oarecare probabilitate să întîlnim şi viteze foarte mari.

Tot experienţa ne mai arată că, dacă temperatura creşte, maximul curbei şi viteza cea mai probabilă se deplasează spre viteze din ce în ce mai mari, aşa cum se vede din traseul punctat.

Cu 100 de ani în urmă, *Maxwell* a calculat ecuaţia acestui gen de curbă, care de aceea se numeşte *curba de repartiţie a lui Maxwell.*

Nu este cazul ca, în manualul de faţă, să arătăm desfăşurarea acestor calcule, destul de complicate.

Menţionăm numai că experienţele de mai sus le confirmă în totul.

Ca la orice fenomen care se desfăşoară după legile statisticii, concluziile de faţă sînt valabile numai pentru un număr foarte mare de molecule. Ele nu se aplică nici moleculelor izolate, nici luate în număr mai restrîns.



Fig. 351. Radiometrul Crookes.

Ca încheiere, vom descrie şi o experienţă mai simplă, prin care putem evidenţia mişcarea de agitaţie termică la gaze.

Intr-un balon de sticlă, din care am scos cea mai mare parte din aer, se introduce o morişcă uşoară, făcută din foiţe de mică, argintate pe o parte şi afumate pe cealaltă parte (fig. 351).

Feţele argintate şi cele afumate se succed alternativ.

Pusă la soare, sau în apropierea unui corp cald, această morişcă începe să se rotească, din cauză că feţele negre absorb căldura şi transmit moleculelor din apropiere o viteză de agitaţie termică mai mare, pe cînd cele argintate o reflectă şi rămîn reci.

Sensul mişcării este deci cu partea argintată înainte, fiindcă acolo moleculele gazului au viteze mai mici şi ciocnirile sînt mai slabe.

Condiţia optimă cerută este ca vidul realizat în balon să corespundă unui drum liber mijlociu de acelaşi ordin de mărime cu distanţa dintre morişcă şi pereţi.

Acest dispozitiv se numeşte *radiometrul lui Crookes* [1]).

CAPITOLUL XVIII

TERMODINAMICA

§ 140. **Introducere.** Incălzirea corpurilor prin frecare sau prin lovire este cunoscută de mult.

Prin frecare sau prin lovire se produce căldură.

Omul primitiv aprindea focul frecînd cu răbdare două lemne uscate şi oricine ştie că osia neunsă ia foc şi că frecarea cuţitului de piatra tocilei smulge aşchii de oţel incandescente.

[1]) ***William Crookes*** **(1822—1919), fizician şi chimist englez. A studiat descărcările electrice în gaze rarefiate şi a descoperit** ***thaliul.***

Cu toate că frecarea sau lovirea implică absorbţie de lucru mecanic, legătura între căldura produsă şi energia mecanică absorbită nu a fost înţeleasă decît abia pe la mijlocul veacului trecut.

Pînă atunci, ridicarea temperaturii corpurilor era interpretată prin existenţa unei substanţe ipotetice: *caloricul*, care poate să treacă de la un corp mai cald la altul mai rece, dar *nu se distruge, nu se creează şi nu se transformă.*

Caloricul era considerat ca o substanţă indistructibilă şi netransformabilă.

Tot aşa cum o cantitate de apă poate să umple un pahar, pînă la un nivel anumit sau poate să treacă între două vase comunicante, pînă la egalizarea nivelelor, se admitea că şi caloricul poate să umple un corp dat, pînă la un nivel definit de temperatura lui, sau poate să treacă de la un corp la altul, pînă la egalizarea temperaturilor.

După cum nivelul apei depinde de capacitatea vasului, nivelul de căldură depinde de capacitatea calorifică a corpului.

Această concepţie a *caloricului nedistructibil*, după care căldura rămîne mereu căldură şi nu face decît să *cadă* între nivele diferite de temperatură, putea să explice o serie de fenomene, legate de transmiterea ei şi a permis dezvoltarea calorimetriei.

Dacă totuşi, unii fizicieni ca *Robert Boyle, Daniell Bernoulli, Lomonosov* şi alţii au înţeles de mult că încălzirea corpurilor modifică starea de mişcare internă, ideile lor au trecut neobservate.

Ca să explice încălzirea metalelor prin strunjire sau pilire, se admitea că şpanul desprins are căldura specifică mai mică decît metalul masiv, aşa că aceeaşi cantitate de caloric poate să ridice mai tare nivelul de temperatură.

In 1798, *Rumford*[1]), supraveghind fabricarea unor tunuri, într-un arsenal, a observat că sfredelirea ţevii dezvoltă o cantitate de căldură, suficientă ca să aducă la fierbere, în scurtă vreme, mai mulţi litri de apă. Folosind apoi un burghiu tocit, care nu roade metalul, adică nu formează şpanuri, el constată că încălzirea este mult mai rapidă.

De aici trage concluzia că explicaţia cu diferenţa de călduri specifice nu este valabilă şi trebuie căutată mai curînd în lucrul mecanic folosit, dar nu izbuteşte să facă o legătură cantitativă.

---

[1]) ***Benjamin Rumford* (1753—1814), fizician american.**

Cam în aceeaşi vreme, *Davy* face altă experienţă: *el freacă două bucăţi de gheaţă şi constată că se topesc.* Cum apa formată are căldura specifică mai mare decît gheaţa, temperatura ar fi trebuit să scadă. Faptul că ea rămîne constantă înseamnă că sistemul a primit căldură de undeva, probabil din procesul de frecare.

A. Primul principiu al termodinamicii

§ 141. **Echivalenţa energiilor.** In 1842, *Julius Robert Mayer* [1]) face pasul decisiv în lămurirea acestor probleme. Cu prilejul unei călătorii la tropice, observînd că sîngele vînos al oamenilor de acolo este mai roşu decît în regiunile temperate, conchide că se fac mai puţine arderi în organism, fiindcă e nevoie de mai puţină căldură, ca să întreţină temperatura corpului.

Puterea de muncă este totuşi aceeaşi, de unde trage concluzia că, pentru o cantitate dată de muncă prestată, se cere aceeaşi cheltuială de căldură, rezultată din aceleaşi arderi.

Ideile acestea, formulate într-un prim memoriu, într-o formă confuză şi fără suficientă justificare ştiinţifică, n-au fost înţelese şi de aceea nu s-a găsit nici o revistă de specialitate, care să le publice.

Mayer studiază atunci mai adînc problemele de fizică şi un al doilea memoriu găseşte, cu mare greutate, o primire mai favorabilă, nu într-o revistă de fizică, ci în una de chimie.

De astă dată, *el izbuteşte să calculeze, pe baza datelor experimentale deja cunoscute, cîtă căldură se poate obţine dintr-un lucru mecanic dat.*

Intre căldură şi lucrul mecanic există un raport constant de echivalenţă.

Apoi formulează un principiu general, după care *căldura se poate transforma într-o cantitate proporţională de lucru mecanic şi invers, iar raportul de transformare este totdeauna acelaşi.*

Intre o cantitate de căldură Q şi lucrul mecanic A, din care a provenit, vom avea deci relaţia de echivalenţă

$$A = JQ \tag{141.1}$$

[1]) *Julius Robert Mayer* (1814—1878), medic german, stabilit în oraşelul Heilbronn.

unde raportul de transformare J, numit *echivalent mecanic al caloriei*, nu depinde de procesul prin care s-a realizat această transformare, nici de natura corpurilor ce au participat la ea.

Metoda de calcul folosită de Julius Robert Mayer este următoarea.

Să presupunem că un gram de aer, luat la temperatura de 0°C și presiunea normală, este închis într-un corp de pompă, cu un piston fără greutate, de suprafață S, care se poate mișca fără nici o frecare.

Dacă ridicăm temperatura cu un grad, la presiune constantă, se execută lucrul mecanic:

$$\Delta A = p_0 S \cdot \Delta l = p_0 \cdot \Delta V,$$

unde Δl este distanța pe care s-a mișcat pistonul, împotriva presiunii exterioare p_0, iar ΔV reprezintă variația respectivă a volumului (vezi § 137).

În aceste condiții, *dacă principiul echivalenței este valabil*, diferența căldurilor specifice $c_p - c_v$ corespunde tocmai lucrului mecanic exterior ΔA:

$$\frac{p_0 \cdot \Delta V}{c_p - c_v} = J.$$

Potrivit relației (140.1), raportul dintre ΔA și această diferență ar trebui deci să ne dea valoarea echivalentului mecanic al caloriei, pe care l-am notat cu J.

Prin urmare,

$$\frac{p_0 \cdot \Delta V}{c_p - c_v} = J. \qquad (140.2)$$

Din măsuri experimentale directe se știe însă că:

$$p_0 = 1\,033 \cdot 981 \text{ dyn/cm}^2$$
$$V = 770 \text{ cm}^3$$
$$\Delta V = 1/273 \; V$$
$$c_p - c_v = 0{,}068 \text{ cal/g} \cdot \text{grd},$$

și calculul numeric ne dă:

$$J = 4{,}18 \cdot 10^7 \text{ erg/cal};$$

iar dacă luăm ca unități caloria mare și kilogrammetrul,

$$J = 426 \text{ kgm/kcal}.$$

De fapt, rezultatul calculat de Julius Robert Mayer este puțin diferit de cel de față, fiindcă datele cunoscute pe vremea lui erau mai puțin precise.

Acest calcul *nu constituie însă o demonstrație*, ci doar o simplă aplicare a unui principiu admis de la început ca valabil, fără altă verificare.

Acesta este și motivul pentru care memoriul lui Julius Robert Mayer a fost primit cu atîta rezervă.

Fără să cunoască aceste lucrări, şi tot în 1842, *James Prescott Joule* începe să publice o serie de cercetări sistematice, care au durat mai mulţi ani.

El pleacă, de asemenea, de la ideea echivalenţei dintre căldură şi lucrul mecanic, iar scopul urmărit era să demonstreze că raportul de transformare J este constant, indiferent de sistemul prin care se execută această transformare.

1) Una din metodele folosite a fost următoarea:

Intr-un calorimetru c (fig. 352), căderea unor greutăţi de masă $2m$ desfăşoară nişte sfori, care pun în rotaţie o axă cu aripi a.

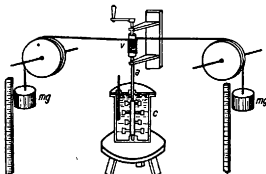


Fig. 352. Experienţa lui Joule pentru determinarea echivalentului mecanic al caloriei.

După n căderi repetate, lucrul mecanic produs este

$$A=2m \cdot n \cdot g \cdot h,$$

unde h este înălţimea căderii.

Paletele freacă apa din calorimetru şi temperatura se urcă, din cauza frecării. Masa apei fiind M şi variaţia temperaturii t_1-t_0, cantitatea de căldură produsă este

$$Q=M(t_1-t_0).$$

Raportul

$$J=\frac{A}{Q}$$

ne dă astfel echivalentul mecanic al caloriei.

2) În altă serie de experiențe înlocuiește apa din calorimetru cu mercur.

3) Continuînd cercetările, freacă în calorimetru două discuri metalice.

4) Trece apă sub presiune prin tuburi capilare și determină căldura produsă prin frecările vîscoase.

5) Măsoară cantitatea de căldură corespunzătoare unei energii electrice cunoscute.

Toate aceste experiențe au dus concomitent la rezultatul că, *indiferent de sistemul care mijlocește transformarea, raportul dintre lucrul mecanic absorbit și cantitatea de căldură produsă este constant.*

Ținînd seamă de erorile experimentale, valoarea medie obținută a fost:

$$J = 426 \text{ kgm/kcal},$$

așa cum rezultă și din calculul lui Julius Robert Mayer.

În 1847, *Helmholtz*[1]) caută să urmeze calea raționamentului. Observînd că miile de încercări, făcute secole de-a rîndul, nu au putut să realizeze mișcarea perpetuă, el consideră acest rezultat negativ ca urmare a unei *legi naturale indiscutabile* și confirmate de toate experiențele posibile.

Să presupunem acum că un sistem oarecare, transformînd lucrul mecanic în căldură, ne dă raportul de transformare:

$$J_1 = \frac{A_1}{Q_1}.$$

Folosind acum un alt sistem, care să realizeze transformarea inversă, de pildă o mașină cu vapori, vom admite provizoriu că, din căldura Q_1 rezultă lucrul mecanic A_2, așa că, de astă dată,

$$J_2 = \frac{A_2}{Q_1}.$$

Aceste două relații combinate ne duc la

$$\frac{A_1}{J_1} = \frac{A_2}{J_2}.$$

[1]) *Hermann v. Helmholtz* (1821—1894), fizician german cunoscut prin lucrări fundamentale în termodinamică, optică, electricitate și acustică.

Dacă

$$J_1 \neq J_2 \qquad \text{trebuie ca şi} \qquad A_1 \neq A_2.$$

In aceste condiţii am putea să alegem sistemele de transformare în aşa fel, încît lucrul mecanic absorbit A_1 să fie mai mic decît lucrul mecanic recuperat A_2 şi pînă la urmă am obţine din nimica lucrul mecanic

$$A = A_2 - A_1,$$

pe care l-am putea folosi ca să construim un *perpetuum mobile*.

Aceasta fiind o absurditate, înseamnă că

$$A_1 = A_2 \qquad \text{şi, de asemenea,} \qquad J_1 = J_2.$$

In concluzie, *oricare ar fi sistemul de transformare, raportul*

$$J = \frac{A}{Q}$$

va fi întotdeauna acelaşi.

Lucrările lui Mayer, Joule şi Helmholtz, arătate mai sus, au schimbat şi răsturnat vechile concepţii despre caloricul nedistructibil, dovedind că:

Căldura este o formă de energie, care se poate transforma în lucru mecanic sau invers, după un raport constant de echivalenţă.

— *Căldura este o formă de energie, care se poate transforma în lucru mecanic.*

— *Raportul de transformare J este întotdeauna acelaşi, în ambele sensuri şi în orice sistem.*

Raţionamentul lui Helmholtz, cît şi calea experimentală, ne permit să extindem aceste concluzii la toate formele de energie cunoscute: electrică, luminoasă, magnetică etc.

Suma energiilor de orice fel, într-un sistem izolat, este constantă.

Oricare din ele se poate transforma în celelalte, direct sau indirect, dar de cîte ori dispare o energie de o specie dată, apare în loc o altă formă de energie, în cantitate echivalentă.

Prin urmare *dacă un sistem este izolat, adică nu are nici un schimb de energie cu exteriorul, suma energiilor de orice fel pe care le conţine rămîne constantă.*

Acesta este *principiul conservării energiei* sau *principiul echivalenței.*

Îl mai numim și *primul principiu al termodinamicii,* adică al acelei părți din fizică, în care studiem transformările energiei, făcînd abstracție de mecanismul intim al acestor transformări.

Orice mașină ce ar contrazice primul principiu al termodinamicii ar fi un perpetuum mobile de speța întîi.

Demonstrarea lui pleacă de la postulatul, verificat prin toate experiențele cunoscute, că nu poate să existe o mașină care să-și creeze energie din nimic, adică fără să consume altă energie, în cantitate echivalentă.

De aceea o astfel de mașină, care ar contrazice principiul întîi al termodinamicii, se numește *perpetuum mobile de prima specie.*

Cunoașterea cît mai exactă a echivalentului mecanic al caloriei este de primă importanță pentru studiul transformărilor energiei.

De aceea numeroși fizicieni au continuat aceste cercetări, pînă în timpurile noastre.

Între altele, trebuie să cităm lucrările, remarcabile prin gradul de precizie atins, ale lui *C. Miculescu* [1]), amintite în toate tratatele clasice.

$J=4{,}181\,6\cdot10^7$ erg/cal.

După tabelele numerice de constante, se folosește în prezent pentru J valoarea

$$J=4{,}1816\cdot10^7\ \text{erg/cal.}$$

Caloria, ca unitate de măsură pentru cantitatea de căldură, a fost aleasă pe vremea cînd nu se cunoștea principiul echivalenței. Ea s-a păstrat în fizică prin tradiție, dar nu este numaidecît necesară.

Din momentul în care știm că și căldura este o formă de energie, nimic nu ne împiedică să exprimăm o cantitate de căldură direct în unitățile mecanice ale sistemelor CGS sau MKS.

---

[1]) *C. Miculescu,* fizician romîn, fost profesor la Universitatea din București.

In aceste condiţii, relaţia de echivalenţă:

$$A = JQ, \tag{141.1}$$

devine o simplă relaţia de egalitate:

$$A = Q,$$

în care factorul de transformare J nu mai apare.

In sistemele CGS şi MKS energiile de orice specie au dimensiunile L^2MT^{-2} şi se exprimă în ergi sau în joule.

Dimensiunile oricărei energii vor fi deci

$$[W] = L^2MT^{-2}$$

atît în sistemul CGS, cît şi în sistemul MKS.

Căldurile specifice vor fi exprimate atunci în

$$\text{erg/g} \cdot \text{grd} \quad \text{sau în} \quad \text{J/kg} \cdot \text{grd},$$

iar dacă ne raportăm la molecula-gram, vom lua ca unităţi:

$$\text{erg/mol} \cdot \text{grd} \quad \text{sau} \quad \text{J/mol} \cdot \text{grd}.$$

In cazul cînd păstrăm caloria ca unitate, transformarea este simplă.

De pildă, constanta universală a gazelor

$$R = 8{,}314 \cdot 10^7 \text{ erg/mol} \cdot \text{grd},$$

capătă valoarea

$$R = \frac{8{,}314 \cdot 10^7}{4{,}1816 \cdot 10^7} = 1{,}988\,1 \text{ cal/mol} \cdot \text{grd}.$$

Revenind acum la rezultatele calculate cu ajutorul teoriei cinetice (§ 137),

$$C_v = \frac{3}{2}R; \quad C_p = \frac{5}{2}R; \quad C_p - C_v = R$$

se vede imediat cum aceste cantităţi pot fi exprimate fie în *ergi pe grad-mol*, fie în *jouli pe grad-mol*.

In cele ce urmează, vom recurge, de preferinţă, la unităţile mecanice de energie (erg sau joule) ***şi nu vom mai folosi caloria decît excepţional.***

§ 142. **Expresia generală a principiului întîi.** Dacă dăm unui corp o cantitate de căldură ΔQ, peste aceea pe care o avea inițial, această energie suplimentară poate să aibă următoarele manifestări:

1. *Să oblige corpul să execute un lucru mecanic exterior* ΔA *sau să debiteze o energie oarecare:* electrică, luminoasă etc. care de asemenea echivalează cu un lucru mecanic.

Cel mai simplu caz este acela în care corpul, prin dilatare sau prin trecerea la o stare de agregare cu volumul mai mare, luptă împotriva presiunii ambiante. Potrivit celor știute, vom avea atunci

$$\Delta A = p \cdot \Delta V. \qquad \textbf{(137.3)}$$

2. *Să ridice temperatura corpului,* adică să intensifice mișcarea de agitație termică. Prin aceasta se absoarbe o cantitate de energie, ce rămîne în *interiorul* corpului, ca un surplus de *energie cinetică moleculară.*

3. *Să modifice structura internă:* starea de agregare, forma cristalină, structura chimică sau chiar numai distanța reciprocă a moleculelor.

Asemenea schimbări implică o variație a *energiei potențiale interne.*

Dintr-o cantitate de căldură, transmisă unui corp, o parte se adaugă la energia internă, iar alta poate să apară ca lucru mecanic exterior.

În concluzie: din căldura ΔQ dată corpului, porțiunea ΔA se manifestă ca *lucru mecanic exterior,* iar porțiunea ΔU se absoarbe fie ca energie cinetică, fie sub forma potențială, fie sub ambele forme și reprezintă *variația energiei interne,* pe care o notăm cu U.

Sîntem acum în măsură să dăm principiului întîi al termodinamicii o expresie generală, care să țină seamă de toate aceste specii de energie.

Dacă exprimăm căldura în unități mecanice, vom avea astfel:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A, \qquad \textbf{(142.1)}$$

iar dacă o exprimăm în calorii,

$$J \cdot \Delta Q = \Delta U + \Delta A. \qquad \textbf{(142.2)}$$

Obişnuit, în locul *diferenţelor* Δ, se introduc *diferenţialele* şi relaţiile de faţă se scriu mai bine sub forma

$$\boxed{dQ=dU+dA} \qquad (142.1\,a)$$

şi

$$\boxed{J\cdot dQ=dU+dA}. \qquad (142.2\,a)$$

Pentru o mai bună înţelegere să ne referim la cîteva cazuri particulare concrete:

1. La solide sau la lichide, coeziunea este mare, iar dilatarea este mică. Dintr-o cantitate de căldură transmisă, cea mai mare parte va servi ca să mărească energia internă, iar lucrul mecanic exterior va fi practic neglijabil.

2. La gaze, coeziunea este mică, iar dilatarea este mult mai mare decît la solide sau lichide. Sub presiune constantă, o bună parte a căldurii date va fi consumată ca lucru mecanic exterior. O altă parte va mări energia cinetică a moleculelor, iar energia potenţială va rămîne aproape constantă.

3. Dacă încălzim apa, între 0° şi +4 °C, volumul scade şi lucrul mecanic exterior va fi negativ. Vom avea atunci

$$dQ+dA=dU.$$

Prin urmare, *acţiunea forţelor exterioare adaugă energie la căldura transmisă.*

Contrarul se întîmplă *peste* temperatura densităţii maxime.

4. Dacă încălzim gheaţă, temperatura rămîne constantă, în tot timpul topirii. Deducem că energia cinetică internă rămîne de asemenea constantă, dar trebuie să crească energia potenţială, din cauza schimbării de stare.

Cunoştinţele, acumulate din capitolele studiate pînă acum, nu ne permit să calculăm valoarea *totală* a energiei interne *U*. Această problemă o vom studia mult mai tîrziu.

În termodinamică nu ne preocupă valoarea totală a energiei interne, ci numai variaţiile ei.

De aceea, *în termodinamică, se ţine seamă numai de variaţiile energiei interne*, pe care le totalizăm sub simbolul ΔU.

Să considerăm acum un corp, sau un sistem de corpuri, capabil să transforme căldura în lucru mecanic sau invers.

Starea energetică a lui depinde de o serie de *parametri:* presiune, volum, temperatură etc.

Acest sistem poate să sufere şi diverse transformări interne, ca: stare de agregare, formă cristalină, stare alotropică, structură chimică etc., care de asemenea sînt legate de anumiţi parametri.

Schimbarea oricăruia dintre aceşti parametri poate să implice o absorbţie sau liberare de energie şi vom avea:

$$J \cdot \Delta Q = \Delta U + \Delta A, \qquad (142.2)$$

în care termenii vor primi semnele convenţionale + ori —, după sensul variaţiei apărute.

Dacă una sau mai multe schimbări decurg în aşa fel, încît la sfîrşitul operaţiei sistemul să poată reveni la situaţia iniţială, vom spune că transformările s-au făcut *în ciclu închis*.

O transformare în ciclu închis aduce sistemul într-o stare finală identică cu starea iniţială.

Dacă această condiţie nu este realizată şi starea finală diferă de starea iniţială, transformarea lasă ciclul *deschis*.

Ca exemplu să considerăm experienţa prin care Joule a determinat echivalentul mecanic al caloriei.

Aici căderea greutăţilor transmite sistemului un lucru mecanic şi frecarea paletelor încălzeşte apa din calorimetru.

Transformarea se limitează, în cazul de faţă, numai între lucrul mecanic absorbit şi o cantitate de căldură aparentă, care poate fi determinată din cunoaşterea cantităţii de apă şi a variaţiei de temperatură.

Era deci corect să scriem că

$$J = \frac{A}{Q} \cdot \qquad (141.1)$$

Procesul a decurs, de astă dată, *în ciclu închis*, fiindcă la sfîrşitul operaţiei, lăsînd apa să se răcească, putem readuce sistemul exact în situaţia iniţială.

Cu totul altfel s-ar fi prezentat problema dacă ciclul nu se închidea. Presupunînd, bunăoară, că s-ar fi evaporat o cantitate de apă, ar fi trebuit să adăugăm la căldura Q măsurată şi variaţia de energie internă $U_1 - U_0$, iar relaţia de mai sus ar fi devenit

$$J = \frac{A}{Q + (U_1 - U_0)} \cdot$$

Determinarea lui J n-ar mai fi fost posibilă, fiindcă ecuaţia conţine *două necunoscute*, iar calculul cantităţii de căldură ce corespunde diferenţei de energii $U_1—U_0$ implică tocmai cunoaşterea prealabilă a echivalentului mecanic al caloriei.

Relaţia $A=JQ$ se aplică numai la transformările în ciclu închis.

Transformarea de faţă nu a decurs în ciclu închis, fiindcă starea finală este alta decît cea iniţială.

În concluzie:

Relaţia $A=JQ$ se aplică numai la transformările în ciclu închis.

Iată încă un exemplu:

În literatura ştiinţifică sînt citate lucrările lui *Hirn*, făcute cu scopul de a determina valoarea lui J. Metoda folosită se baza pe încălzirea unui bloc de plumb, pe care-l turteşte o greutate, ce cade de la o înălţime dată.

Ea conţine o eroare de principiu, fiindcă masa de plumb rămîne turtită definitiv, şi aceasta implică a variaţie de energie internă potenţială, nerecuperabilă sub forma de căldură.

Starea finală este deci alta decît starea iniţială şi de aceea transformarea nu decurge în ciclu închis.

§ 143. **Energia internă a unui gaz.** Este evident că, la un gaz în repaus nu poate să existe lucru mecanic extern şi deci toată energia este internă.

La gazele ideale nu există coeziune şi toată energia internă o găsim sub forma cinetică, în agitaţia moleculară.

La gazele reale avem însă o foarte slabă coeziune şi de aceea o mică parte a energiei interne apare şi sub forma potenţială.

Energia internă a gazelor ideale nu poate fi decît cinetică. La gazele reale găsim şi energie potenţială.

Drept consecinţă, dacă un gaz ideal s-ar destinde în vid, adică fără să aibă de învins o presiune din exterior, ar trebui ca temperatura lui să rămînă constantă, fiindcă nu se execută lucru mecanic, deci nu variază energia internă.

Joule a încercat să verifice această concluzie în felul următor:

Intr-un calorimetru, el introduce două vase metalice, legate printr-un tub cu robinet (fig. 353).

În unul din vase comprimă aer, iar în celălalt face vidul.

Deschizînd apoi robinetul, constată că temperatura apei din calorimetru nu suferă nici o variaţie şi deduce că *energia internă a gazului a rămas constantă, cu toate că volumul a crescut.*

In altă serie de experienţe, introduce vasele în două calorimetre deosebite. Cînd aerul trece din unul în altul, moleculele duc cu dînsele energia cinetică respectivă. Ca urmare, *energia internă scade de o parte şi creşte de cealaltă parte cu o cantitate egală.* Experienţa arată că, în adevăr, unul din vase devine mai rece, iar celălalt mai cald.

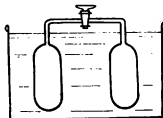


Fig. 353. Experienţa lui Joule.

Este evident că *rezultatele nu sînt decît aproximativ în concordanţă cu prevederile,* fiindcă aerul nu este un gaz perfect.

Ca să studieze variaţia de energie internă a gazelor reale, Joule face şi o a treia serie de experienţe, de astă dată în colaborare cu *William Thomson.*

Gazul comprimat trece încet, printr-un dop de vată, de la presiunea p_1 şi volumul V_1, la presiunea mai mică p_2 şi volumul mai mare V_2 (figura 354).

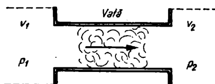


Fig. 354. Efectul Joule-Thomson.

De astă dată destinderea nu se mai face în vid, aşa că se absoarbe un lucru mecanic, împotriva presiunii exterioare, pe care-l putem calcula.

Experienţa ne arată însă că, *afară de răcirea datorită acestui lucru mecanic executat, intervine şi o răcire suplimentară,* din cauză că se absoarbe energie potenţială, prin lupta împotriva forţelor de coeziune.

Fenomenul este cunoscut sub numele de *efectul Joule-Thomson* şi are aplicaţii la lichefierea gazelor prin destindere.

La o temperatură dată, energia internă a gazului perfect nu depinde de volum, iar la gazele reale creşte cu volumul.

Prin urmare: *în timp ce la gazele perfecte energia internă nu depinde decît de temperatură, la gazele reale ea creşte şi cu temperatura şi cu volumul, cînd temperatura e constantă.*

O cercetare mai amănunţită a fenomenului arată însă că la toate gazele există o *temperatură de inversare*, deasupra căreia destinderea produce nu răcire, ci din contra, încălzire.

De exemplu, la temperatura ordinară, heliul şi hidrogenul se încălzesc. Pentru ca să le vedem răcindu-se, trebuie întîi să ne ducem cu hidrogenul la —80 °C, iar cu heliul la —269 °C.

La celelalte gaze, punctul de inversiune apare la temperaturi înalte.

§ 144. **Comprimarea izotermă a gazelor.** Dacă considerăm un gaz perfect şi ţinem seamă că energia internă nu variază cu volumul, în relaţia cunoscută

$$dQ=dU+dA, \qquad (142.1a)$$

termenul care arată variaţia energiei interne dispare, dacă temperatura se menţine constantă. La procesele izoterme vom avea deci, ţinînd seamă şi de relaţia (137.3),

$$dQ=dA=p\cdot dV.$$

Dar, după ecuaţia lui Clapeyron,

$$pV=RT.$$

Prin urmare

$$dA=RT\frac{dV}{V}.$$

Cînd volumul gazului variază de la V_1 la V_2, găsim prin integrare

$$A=RT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V}=RT\,(\ln V_2-\ln V_1),$$

sau, deoarece volumele sînt invers proporţionale cu presiunile,

$$\boxed{A=RT\cdot\ln\frac{V_2}{V_1}=RT\cdot\ln\frac{p_1}{p_2}}\,. \qquad \mathbf{(144.1)}$$

Acesta este lucrul mecanic pe care-l execută un gaz cînd molecula-gram se destinde izoterm între două volume sau două presiuni date.

Destinderea tinde să-l răcească şi, ca să-şi poată menţine temperatura constantă, va trebui să primească din afară cantitatea de căldură echivalentă

$$Q=\frac{A}{J}\cdot$$

Relaţia (144.1) serveşte ca punct de plecare pentru numeroase raţionamente în termodinamică.

Ca exemplu, vom încerca să deducem, cu ajutorul ei, cunoscuta *formulă barometrică* (138.2 a).

Să presupunem că, la nivelul mării şi presiunea p_0, închidem o moleculă-gram de gaz într-o cutie fără greutate proprie şi apoi ne ridicăm cu dînsa la înălţimea h.

Efectuăm astfel un lucru mecanic

$$A=Mgh.$$

La această înălţime domneşte presiunea p_1 şi, dacă lăsăm gazul să se destindă izoterm, îl obligăm să execute lucrul mecanic

$$A_1=RT\cdot\ln\frac{p_0}{p_1}, \qquad (144.1)$$

sau, ceea ce e tot una,

$$A_1=-RT\cdot\ln\frac{p_1}{p_0}\cdot$$

La înălţimea h gazul rămîne atunci în echilibru, ceea ce înseamnă că lucrul mecanic efectuat de noi trebuie să fie egal cu lucrul mecanic efectuat prin destindere. Prin urmare

$$Mgh=-RT\cdot\ln\frac{p_1}{p_0}\cdot$$

Rezultă că

$$\ln\frac{p_1}{p_0}=-\frac{Mgh}{RT},$$

iar dacă trecem de la logaritm la număr, ajungem la relaţia căutată

$$p_1=p_0\,e^{-\frac{Mgh}{RT}}. \qquad (133.2\ a)$$

Această demonstraţie, deosebit de simplă şi de ingenioasă, se datoreşte profesorului *Petru Bogdan*, de la Universitatea din Iaşi.

§ 145. **Comprimarea adiabatică.** Am văzut că un gaz care se destinde, luptînd împotriva presiunii exterioare, se răceşte, fiindcă execută un lucru mecanic şi consumă din propria lui energie internă.

Dacă, din contra, gazul este comprimat, forțele exterioare sînt acelea care execută lucrul mecanic. Energia internă crește și gazul se încălzește.

Dacă vrem ca procesul să fie izoterm, trebuie ca destinderea sau comprimarea să decurgă infinit de încet, pentru ca schimbul de căldură cu exteriorul să poată compensa, în condiții perfecte, variația de temperatură.

Procesele izoterme implică schimburi perfecte de căldură cu exteriorul, iar cele adiabatice o izolare perfectă.

Spre deosebire de procesele izoterme, *procesele adiabatice trebuie să decurgă în așa fel, încît să nu existe nici un schimb de căldură cu exteriorul.*

Această condiție n-ar putea fi satisfăcută decît izolînd sistemul într-un înveliș *absolut impermeabil pentru căldură.*

Un astfel de înveliș nu există și de aceea vom considera ca practic și aproximativ adiabatice procesele care se desfășoară atît de repede, încît mediul să nu aibă cînd ceda sau primi căldură.

Procesele izoterme, ca și cele adiabatice, sînt *procese ideale,* fiindcă nu putem realiza o variație de volum infinit de lentă, nici o izolare termică perfectă. Tot ce putem face e să ne apropiem cît mai mult de condițiile cerute.

Variația de temperatură a unui gaz care se comprimă sau se destinde rapid poate fi observată din experiența zilnică.

Pompa de bicicletă se încălzește, cînd umflăm cu ea cauciucurile, iar aerul din plămîni se răcește, cînd îl suflăm repede afară. Dacă vrem să nu se răcească, trebuie, din contra să-l suflăm încet și cu gura larg deschisă.

a) Legile comprimării adiabatice a gazelor pot fi deduse ușor, ca o simplă aplicație a principiului întîi al termodinamicii.

Vom pleca deci de la relația cunoscută:

$$dQ = dU + dA. \qquad (142.1\ a)$$

Dacă luăm o moleculă-gram de gaz și-i ridicăm temperatura cu dt, la volum constant, energia internă crește cu cantitatea

$$dU = C_v \cdot dt.$$

Dacă aceeași cantitate de gaz se destinde izoterm,

$$pV = RT$$

şi se absoarbe lucrul mecanic:

$$dA = p \cdot dV = RT\,\frac{dV}{V}.$$

Ştiind că, în procesele adiabatice, nu există schimb de căldură cu exteriorul, vom avea

$$dQ = 0.$$

Relaţia fundamentală (142.1 a) ne dă atunci

$$-\,dU = dA$$

sau, deoarece $\Delta T = \Delta t\,^{\circ}C$,

$$-\,C_v dt = RT\,\frac{dV}{V}.$$

Se ştie însă că $R = C_p - C_v$. Prin urmare

$$-C_v\,\frac{dT}{T} = (C_p - C_v)\,\frac{dV}{V}.$$

Raportul C_p/C_v se notează de obicei cu $\varkappa$. Găsim astfel că

$$-\,\frac{dT}{T} = (\varkappa - 1)\,\frac{dV}{V}.$$

Această relaţie ne duce, prin integrare, la

$$\ln T + (\varkappa - 1)\ln V = \text{const.}$$

Urmează că:

$$\ln(T \cdot V^{\varkappa-1}) = \text{const.}$$

Dacă logaritmul este constant, numărul este de asemenea constant. Prin urmare

$$\boxed{T \cdot V^{\varkappa-1} = \text{const.}} \qquad (145.1)$$

şi am găsit astfel o primă relaţie, care leagă volumul şi temperatura.

b) Dacă ţinem seamă de ecuaţia lui Clapeyron

$$pV = RT \qquad (110.1)$$

şi eliminăm temperatura din relaţia obţinută mai sus, ajungem la expresia

$$p \cdot V^{\varkappa} = \text{const.} \qquad (145.2)$$

In comprimările adiabatice ale gazelor perfecte

$p \cdot V^{\varkappa} = \text{const.}$

Această relaţie fundamentală, care diferă de legea lui Boyle-Mariotte numai prin prezenţa exponentului, este cunoscută sub numele de *ecuaţia lui Poisson.* Ea leagă presiunea de volum, în cazul comprimărilor adiabatice.

c) Dacă, procedînd ca mai sus, eliminăm volumul, în locul temperaturii, relaţiile (145.1) şi (110.1) ne dau

$$p^{1-\varkappa} \cdot T^{\varkappa} = \text{const.} \qquad (145.3)$$

şi am legat, de astă dată, variaţia temperaturii de variaţia presiunii.

Relaţiile (145.1)—(145.3) leagă deci două cîte două variabilele *presiune, volum* şi *temperatură,* în comprimările adiabatice ale gazelor.

1. *Lucrul mecanic în procesele adiabatice.* Dacă, după ce am comprimat gazul, *păstrăm volumul final constant* şi-l lăsăm să se răcească de la temperatura T_2, pînă la temperatura iniţială T_1, cantitatea de căldură cedată este:

$$Q = C_v (T_2 - T_1).$$

După primul principiu al termodinamicii, această cantitate de căldură, exprimată în unităţi mecanice, trebuie să fie egală cu lucrul mecanic efectuat asupra gazului.

Prin urmare,

$$A = C_v (T_2 - T_1) \qquad (145.4)$$

Lucrul mecanic în comprimarea adiabatică nu depinde de temperatura inițială, ci numai de diferența temperaturilor.

Această relație simplă ne spune că *lucrul mecanic, în comprimările adiabatice, nu depinde de temperatura inițială, ci numai de diferența temperaturilor.*

Știind că

$$C_p - C_v = R \quad \text{și că} \quad \frac{C_p}{C_v} = \varkappa,$$

relația (145.4) se mai poate scrie și sub forma

$$A = \frac{R}{\varkappa - 1}\,(T_2 - T_1). \qquad (145.4\text{ a})$$

Relațiile (145.1) și (145.3) ne permit, printr-un calcul elementar, să exprimăm temperaturile fie în funcție de volumele V_1 și V_2, fie în funcție de presiunile p_1 și p_2.

2. *Reprezentarea grafică.* Am văzut că izotermele unui gaz perfect, definite de relația

$$pV = RT$$

sînt hiperbole echilatere, raportate la asimptote și au forma arătată în fig. 355.

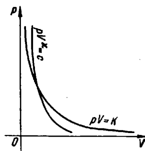


Fig. 355. Izotermă și adiabată.

Curba reprezentativă a variației adiabatice, definită de ecuația lui Poisson,

$$pV^\varkappa = \text{const}, \qquad (145.2)$$

are o formă analogă.

Exponentul face însă ca panta ei să fie mai înclinată și de aceea *izotermele se intersectează cu adiabatele.*

Adiabatele intersectează izotermele.

Vom vedea mai tîrziu din ce motive această particularitate are o importanță practică deosebită.

§ 146. **Reprezentarea lui Clapeyron.** Să presupunem că presiunea unui gaz variază cu volumul, după o lege oarecare,

$$p=f(V).$$

Natura procesului ne este perfect indiferentă, cu condiţia să cunoaştem legea după care se desfăşoară. El poate fi adiabatic, izoterm sau oricare altul.

Variaţia volumului, cu o cantitate infinitezimală dV, în sensul sau împotriva forţelor exterioare, produce sau absoarbe lucrul mecanic elementar:

$$dA=p \cdot dV=f(V) \cdot dV \tag{137.3}$$

şi, între două volume date, V_1 şi V_2, găsim prin integrare lucrul mecanic total:

$$A=\int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV=\int_{V_1}^{V_2} f(V) \cdot dV.$$

Curba reprezentativă a funcţiei

$$p=f(V)$$

depinde de relaţia ce leagă presiunea de volum. Să presupunem că are forma din fig. 356 *a*.

Dacă alegem pe dînsa porţiunea limitată între volumele V_1 şi V_2, suprafaţa haşurată este o măsură pentru valoarea numerică a lucrului mecanic A, conform proprietăţilor integralei definite (§ 47).

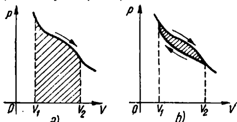


Fig. 356. Reprezentarea lui Clapeyron.

Acest lucru mecanic este produs de gaz, cînd mergem în sensul săgeţii, de la presiunile mai mari, la presiunile mai mici. In cazul contrar el este transmis din afară gazului.

Să ne închipuim acum că, după ce am ajuns de la volumul V_1 la V_2, comprimăm gazul la loc, după altă lege

$$p=f_1(V)$$

şi executăm astfel o *transformare în ciclu închis* (fig. 356, *b*).

Aria cuprinsă între axa absciselor şi curba reprezentativă a funcţiei

$p = f(V)$

între două volume date, are valoarea numerică a lucrului mecanic.

Şi de astă dată lucrul mecanic are valoarea numerică a suprafeţei cuprinse între curbă şi axa absciselor, iar mica suprafaţă haşurată, dintre cele două curbe, are atunci valoarea numerică a lucrului mecanic final, fiindcă reprezintă diferenţa suprafeţelor măturate în ambele sensuri.

Dacă ciclul este parcurs în sensul săgeţilor, acest lucru mecanic este debitat de gaz, pe socoteala energiei interne.

In cazul contrar, el este produs din exterior şi energia internă creşte.

1. *Procese reversibile.* In cazul particular, cînd am putea să mergem în ambele sensuri pe aceeaşi curbă, adică urmînd aceeaşi lege, cele două suprafeţe ar fi egale, dar măturate în sens contrar. *Lucrul mecanic total ar fi nul* şi gazul ar reveni exact la energia internă iniţială.

Vom spune atunci că am executat o transformare reversibilă.

La gaze nu pot fi reversibile decît procesele izoterme şi cele adiabatice.

La gaze nu există decît două specii de transformări reversibile: cele *izoterme* şi cele *adiabatice*.

Am arătat însă că acestea sînt *procese ideale,* ce nu pot fi realizate practic, decît cu aproximaţie.

In celelalte domenii ale fizicii, putem concepe şi alte tipuri de procese reversibile ideale care, executate în ambele sensuri, ar aduce un sistem înapoi la starea iniţială.

Un exemplu bine cunoscut îl avem la trecerea energiei cinetice în energie potenţială sau invers.

O reversibilitate completă nu există în natură, decît la scara moleculară.

Procesele reversibile sînt ideale şi nu apar în natură decît la scara moleculară.

Dacă ar exista şi la scara macroscopică, un pendul ar putea să oscileze la infinit, o bilă ar putea să fie perfect elastică şi energiile de tot felul s-ar putea transmite integral, în ambele sensuri, de la un sistem la altul, fără nici o scăpare.

E R A T Ă

Pag.:	Rînd.:	În loc de:	Se va citi:	Din vina:
160	1 de sus	x și înmulțim ambii membri cu $\sin\alpha$, putem scrie	care derivă din relația ce o precede în text	Tipografiei
182	12 de sus	$D = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g}$	$D = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$	Editurii
192	19, 20 și 21 de sus	Cînd pîrghia se rotește cu un unghi α, cele două forțe execută lucrul	Cînd pîrghia se rotește cu un unghi α cele două forțe execută lucrul	Tipografiei
274	2 de sus	1 kgf/cm³	1 kgf/cm²	Editurii
363	15 de sus	+ 212°	+ 80°	,,

Fizica generală

2. *E x e m p l e n u m e r i c e.* 1) *Un corp de 1 000 kg lunecă pe o suprafață orizontală, avînd coeficientul de frecare* $\mu = 0{,}2$ *și parcurge distanța de 500 m. Cită căldură se dezvoltă?*

Forța de frecare este dată de produsul dintre greutatea corpului și coeficientul de frecare; ea va fi deci:

$$F = 0{,}2 \cdot 1\,000 = 200 \text{ kgf}.$$

Pe distanța de 500 m, această forță execută lucrul mecanic

$$A = 200 \cdot 500 = 100\,000 \text{ kgm}.$$

Căldura dezvoltată va fi deci

$$Q = \frac{A}{J} = \frac{100\,000}{426} = 235 \text{ kcal}.$$

2) *Un glonte de 30 g intră într-un obstacol, cu viteza de 1 000 m/s și se oprește. Cită căldură dezvoltă?*
Energia cinetică a glontelui este

$$W_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 10^{10} = 15 \cdot 10^{10} \text{ erg}.$$

Relația de echivalență ne dă atunci

$$Q = \frac{15 \cdot 10^{10}}{4{,}18 \cdot 10^7} = \frac{15\,000}{4{,}18} = 3\,600 \text{ cal}.$$

3) *Ce căldură s-ar absorbi prin comprimarea izotermă a unei molecule-gram de gaz, de la 1 la 4 at, la temperatura de* 0 °C?

Relația

$$-A = RT \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = 2{,}3 \cdot RT \cdot \log \frac{p_2}{p_1} \qquad (144.1)$$

ne dă

$$-A = 2{,}3 \cdot 8{,}3 \cdot 10^7 \cdot 273 \cdot \log\ 4 = 2{,}3 \cdot 8{,}3 \cdot 10^7 \cdot 273 \cdot 0{,}6,$$

sau

$$-A = 3\,130 \cdot 10^7 \text{ erg, adică 750 cal.}$$

4) *Ce lucru mecanic este necesar pentru ca o moleculă-gram de gaz, comprimată adiabatic, să-și ridice temperatura cu* 200 °C?
Se va considera gazul ca biatomic.
Relația

$$A = \frac{R}{\varkappa - 1} (T_2 - T_1) \qquad (145.4\ a)$$

ne dă

$$A = \frac{8{,}3 \cdot 10^7}{1{,}4 - 1} \cdot 200 = 4{,}15 \cdot 10^{10} \text{ erg}.$$

B. Al doilea principiu al termodinamicii

§ 147. **Enunţul lui Carnot.** Primul principiu al termodinamicii este o lege *cantitativă,* fiindcă ne spune ce cantitate de căldură se poate obţine dintr-un lucru mecanic dat, sau invers.

Al doilea principiu este, totodată, şi *calitativ,* fiindcă se ocupă de calitatea energiilor, adică de posibilitatea unei transformări a lor în lucru mecanic util şi arată că această transformare nu este integral posibilă, pentru căldură.

Acest principiu a fost descoperit de *Sadi Carnot*[1]), în 1824, prin urmare cu aproape douăzeci de ani înaintea principiului întîi, pe vremea cînd încă se admitea că există un *caloric* nedistructibil, în stare să cadă, între două temperaturi date, aşa cum cade apa unei cascade, între două nivele diferite.

In demonstraţia sa, Carnot face chiar o analogie cu maşinile hidraulice şi pleacă de la următoarele consideraţii.

Dacă o masă de lichid ar cădea, de la înălţimea h_1, pînă la nivelul mării şi nu ar exista nici un fel de pierderi, s-ar putea obţine *cel mult* lucrul mecanic

$$A_1 = mg \cdot h_1$$

iar de la înălţimea mai mică, h_2,

$$A_2 = mg \cdot h_2.$$

De aici rezultă că, între nivelele h_1 şi h_2 avem lucrul mecanic

$$A_1 - A_2 = mg\ (h_1 - h_2),$$

de unde

$$\frac{A_1 - A_2}{A_1} = \frac{h_1 - h_2}{h_1}.$$

Diferenţa $A_1 - A_2$ reprezintă lucrul mecanic A, ce s-ar putea obţine prin căderea de la nivelul h_1, la nivelul h_2, iar A_1 este *lucrul mecanic total,* în cazul căderii pînă la nivelul zero.

Dacă scriem relaţia de faţă sub forma

$$A = A_1 \frac{h_1 - h_2}{h_1}$$

[1]) *Sadi Carnot* (1796—1832), inginer şi ofiţer francez. Tîrziu, după moartea lui, prin publicarea unor note inedite, s-a văzut că înţelesese destul de limpede şi principiul întîi, dar n-a avut cînd să termine lucrarea.

se vede imediat că, din lucrul mecanic total, numai fracţiunea

$$\eta = \frac{h_1 - h_2}{h_1} \tag{147.1}$$

poate fi transformată în lucru mecanic util, cînd căderea se limitează între cele două nivele date.

Randamentul este un coeficient cu care trebuie să înmulţim lucrul mecanic total, ca să obţinem lucrul mecanic util.

Numărul η, cu care trebuie să înmulţim lucrul mecanic total, ca să obţinem valoarea lucrului mecanic util, reprezintă, prin definiţie, *randamentul* sau *coeficientul economic*.

Insistăm că acest randament, astfel calculat, *se referă numai la situaţia ideală,* cînd nu ar exista pierderi, în procesul de folosire al energiei. *În practică el nu poate fi atins, iar teoretic nu poate fi depăşit.*

Raţionamentul făcut nu ţine seamă nici de natura fluidului care cade, nici de construcţia maşinii folosite.

Randamentul maxim ideal depinde de diferenţa de nivel.

Prin urmare, *randamentul maxim ideal depinde numai de nivelul iniţial şi final, între care funcţionează maşina.*

Carnot consideră căldura ca o substanţă nedistructibilă, capabilă să cadă între două nivele de temperaturi absolute T_1 şi T_2.

Apoi, *prin analogie,* afirmă că randamentul maxim al unei maşini termice ideale, în care căldura produce lucru mecanic, depinde numai de temperatura iniţială şi finală, aşa că

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \tag{147.2}$$

O maşină termică nu poate produce lucru mecanic, fără diferenţe de temperatură.

El ajunge aşa la concluzia că *o maşină termică nu poate să producă lucru mecanic, dacă nu există o diferenţă de temperatură, între punctul de intrare şi de ieşire al căldurii,* şi enunţă următorul principiu:

Toate maşinile care funcţionează între aceleaşi limite de temperatură au acelaşi randament maxim.

Toate maşinile termice care funcţionează între aceleaşi limite de temperatură au acelaşi randament maxim, adică acelaşi coeficient economic ideal.

Această lege fundamentală este numită acum *principiul al doilea al termodinamicii* sau *principiul lui Carnot.*

Concluziile lui Carnot s-au dovedit juste, dar raţionamentul merge pe o cale greşită, fiindcă nu există un *caloric* nedistructibil, ci numai o *transformare* a căldurii, ca energie, în altă specie de energie.

El calculează randamentul unei maşini, ce ar funcţiona, întîi cu vapori de apă, apoi cu vapori de alcool şi constată concordanţa cu rezultatul teoretic.

După aceea, nemulţumit cu raţionamentul iniţial, reia problema sub altă formă şi ajunge la concluzia că, dacă legea formulată nu ar fi justă, s-ar putea construi un perpetuum mobile ce nu ar mai respecta legile de conservare ale lucrului mecanic.

Expresia randamentului maxim, scrisă sub forma:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

ne arată că o maşină termică va putea să funcţioneze cu atît mai avantajos, cu cît temperatura la intrare T_1 va fi mai ridicată, iar temperatura T_2, la ieşire, mai coborîtă.

De aceea, în maşinile cu abur moderne, se foloseşte *supraîncălzirea* vaporilor, la intrarea în cilindri şi răcirea lor la ieşire, într-un *condensator.*

În 1834, *Clapeyron* reia concluziile lui Carnot şi ajunge să stabilească o relaţie din care se poate calcula căldura de evaporare a lichidelor.

Confruntarea acestei relaţii cu datele experimentale poate să constituie o primă verificare indirectă a principiului enunţat.

Să presupunem că evaporăm *un gram de lichid,* la temperatura T. Dacă volumul specific al vaporilor este V, iar al lichidului este V_1, creşterea de volum, la presiunea p, implică lucrul mecanic exterior.

$$A = p(V - V_1).$$

Dacă vaporii ar ocupa acelaşi volum final, la temperatura $T+\Delta T$, presiunea dezvoltată ar fi $p+\Delta p$ şi am avea, de astă dată, lucrul mecanic

$$A+\Delta A=(p+\Delta p)\cdot(V-V_1).$$

In aceste condiţii, dacă o maşină termică ar evapora lichidul la o temperatură mai înaltă şi l-ar condensa la o temperatură mai joasă, am putea să dispunem de lucrul mecanic:

$$\Delta A=\Delta p\ (V-V_1).$$

Exprimînd randamentul prin raportul între acest lucru mecanic şi căldura de evaporare Q, şi ţinînd seamă că diferenţa temperaturilor este ΔT, avem:

$$\frac{\Delta A}{Q}=\frac{\Delta p\,(V-V_1)}{Q}=\frac{\Delta T}{T},$$

de unde deducem că

$$Q=T\frac{\Delta p}{\Delta T}(V-V_1). \qquad (147.3)$$

Dacă folosim unităţile CGS, iar căldura o exprimăm în calorii, experienţa impune să introducem în membrul al doilea un coeficient $K=1/4{,}18\cdot10^7$.

Semnificaţia acestui coeficient, a cărui valoare depinde de unităţile alese, a fost înţeleasă mai tîrziu de *Clausius* şi interpretată în lumina principiului întîi.

De aceea relaţia (147.3) se mai numeşte şi *ecuaţia lui Clausius-Clapeyron.*

Am citat-o deja în § 122, sub o formă puţin diferită şi raportată la alte unităţi.

§ 148. Concepţiile lui Thomson. Lucrările lui Carnot, ca şi consideraţiile lui Clapeyron, au trecut aproape neobservate şi n-au fost înţelese la justa lor valoare, decît după ce principiul întîi, definitiv admis, a reactualizat problema.

Pe la 1851, *William Thomson,* lăsînd laoparte ideea greşită a caloricului nedistructibil, caută să verifice prin calcul dacă randamentul maxim, definit de raportul dintre lucrul mecanic util A şi cantitatea totală de căldură Q, privită ca *energie*

$$\eta=\frac{A}{Q}=\frac{T_1-T_2}{T_1} \qquad (148.1)$$

este, în adevăr, independent de agentul de transformare şi dictat de limitele de temperaturi absolute.

El îşi închipuie o serie de maşini termice, care ar funcţiona cu substanţe diferite: apă, alcool, eter, terebentină etc., calculează randamentul maxim şi constată că principiul enunţat de Carnot se verifică.

Principiul lui Carnot este o lege naturală, care nu poate fi demonstrată, adică un postulat.

Demonstraţia prin analogia cu maşinile hidraulice ne mai fiind valabilă, Thomson admite că este vorba de o lege naturală, care se impune prin totalitatea faptelor de observaţie, ca şi principiul întîi, dar nu poate fi demonstrată, adică de un *postulat*.

El consideră apoi o maşină termică imaginară, în stare să scoată căldura din rezervorul nesecat al mărilor, să o transforme parţial în lucru mecanic, iar restul netransformat să-l arunce înapoi în mare.

O maşină termică, ce ar funcţiona cu un singur rezervor de căldură, ar fi un perpetuum mobile de specia a doua şi nu poate fi realizată.

Dacă am dispune de o astfel de maşină şi am instala-o pe o corabie, am putea să-i asigurăm funcţionarea la nesfîrşit, aşa că am avea, practic, un *perpetuum mobile*.

În urma corăbiei, apa mării s-ar răci şi poate că s-ar forma chiar o dîră de gheaţă.

O asemenea maşină nu ar contrazice principiul întîi, dar l-ar contrazice pe al doilea, căci dacă

$$T_1 = T_2 = \text{temperatura mării},$$

randamentul transformării, definit de relaţia

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (148.1)$$

nu poate fi decît nul, ca şi lucrul mecanic A [1].

Orice maşină termică, ce ar funcţiona în aceste condiţii, *adică ar contrazice principiul al doilea,* ar fi, prin definiţie, *un perpetuum mobile de specia a doua.*

[1] Acest lucru a fost înţeles şi de Carnot.

Acest principiu poate fi deci enunţat şi sub forma:

Realizarea unui perpetuum mobile de speţa a doua, care să funcţioneze cu un singur izvor de căldură, este imposibilă.

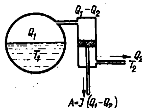


Fig. 357. Schema unei maşini termice.

Dacă schematizăm o maşină termică, aşa cum arată fig. 357, vom avea în cazan cantitatea de căldură:

Q_1 la temperatura T_1.

Organul de transformare (în speţă pistonul) primeşte această căldură, reţine şi transformă o parte în lucru mecanic şi trimite la exterior căldura

Q_2 la temperatura T_2.

Rezultă că lucrul mecanic produs echivalează, la randamentul maxim, cu diferenţa între Q_1 şi Q_2. Prin urmare, dacă folosim unităţile curente de energie,

$$A = Q_1 - Q_2$$

şi relaţia (148.1) devine

$$\boxed{\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}} \qquad (148.2)$$

Aici Q_1 reprezintă căldura totală Q, transmisă organului de transformare. Unităţile în care exprimăm căldurile pot fi atît caloria, cît şi unităţile mecanice, fiindcă factorul de echivalenţă J se elimină.

Prin aplicarea principiului întîi, am ajuns aşa la o relaţie fundamentală, prin care putem formula principiul al doilea.

Principiul al doilea poate fi formulat prin relaţia (148.2).

Ea ne spune că, dintr-o cantitate totală de căldură, luată de la căldare, *o maşină ideală* nu poate să transforme în lucru mecanic decît *cel mult* porţiunea

$$Q_1 - Q_2 = Q_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

iar restul scapă transformării şi se împrăştie la exterior.

Temperatura termodinamică. Relaţia (148.2) de mai sus poate fi scrisă şi sub forma

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}. \qquad (148.2\,a)$$

Thomson îşi închipuie o serie de maşini ideale, construite aşa fel încît căldura care scapă netransformată de la una să treacă în cealaltă. Dacă punem condiţia ca toate să producă acelaşi lucru mecanic ΔA, adică să transforme cantităţi egale de căldură, vom avea

$$\Delta A = Q_1 - Q_2 = Q_2 - Q_3 = Q_3 - Q_4 = \ldots$$

Iar în ce priveşte limitele de temperatură respective:

$$\Delta T = T_1 - T_2 = T_2 - T_3 = T_3 - T_4 = \ldots$$

Cu asemenea maşini am avea mijlocul să definim o scară de temperaturi, numai cu ajutorul energiilor disponibile şi independent de substanţa termometrică.

Aceasta este aşa-numita *scară termodinamică.*

Scara termodinamică defineşte temperaturile numai pe bază energetică şi este independentă de substanţa termometrică.

Cantităţile de căldură

$$Q_1, Q_2, Q_3, \ldots$$

cedate de fiecare maşină celei următoare în serie, scad însă în raportul temperaturilor

$$T_1, T_2, T_3, \ldots$$

aşa cum arată relaţia (148.2 a).

Înseamnă că, la temperatura $T=0$ nici o transformare de căldură în lucru mecanic nu mai este posibilă, fiindcă această căldură nu mai are unde trece.

Am definit astfel un zero absolut de temperatură, făcînd abstracţie de orice altă convenţie, sau substanţă termometrică.

Scara termodinamică are, faţă de scările termometrice obişnuite, avantajul că ne permite să determinăm prin calcul atît temperaturile foarte înalte, cît şi cele foarte joase, unde folosirea termometrelor este sau nesigură, sau imposibilă.

Se demonstrează că zero absolut al scării termodinamice se confundă cu valoarea cunoscută de —273,15 °C.

§ 149. **Postulatul lui Clausius.** In orice maşină termică, avem un rezervor de căldură, *la temperatură mai înaltă*, care o cedează unui organ de transformare. Acesta reţine şi transformă o parte din ea şi transmite restul spre exterior, *la temperatură mai joasă*.

In această maşină, *căldura trece deci, în mod natural, de la temperaturile mai înalte, la cele mai joase.*

Insuşi Carnot admite că şi trecerea inversă ar fi posibilă, dar este evident, mai ales după ce cunoaştem principiul întîi, că aceasta ar implica, din contra, *un consum de lucru mecanic.*

Clausius, pe baza multiplelor fapte de observaţie, admite următorul principiu, sub formă de postulat:

Trecerea spontană a căldurii se face spre o temperatură mai joasă. Trecerea inversă absoarbe lucru mecanic.

In mod spontan, căldura nu poate să treacă decît de la temperaturile mai înalte, spre temperaturile mai joase; trecerea inversă nu e posibilă decît cu absorbţia unui lucru mecanic, executat din exterior.

Dacă admitem ca valabil acest *postulat al lui Clausius*, putem dovedi egalitatea randamentelor maxime, ale tuturor maşinilor ce ar funcţiona între limite date de temperatură.

Să presupunem că două maşini ideale funcţionează *între aceleaşi temperaturi* iniţiale şi finale:

Prima din ele ia de la rezervorul mai cald cantitatea de căldură Q_1, execută lucrul mecanic A şi trimite spre exterior căldura Q_2.

Randamentul ei, definit prin raportul dintre lucrul mecanic şi căldura luată, este

$$\eta = \frac{A}{Q_1}.$$

A doua maşină primeşte, în aceleaşi condiţii de temperatură, **căldura** Q_1', produce lucrul mecanic A' şi cedează spre exterior căldura Q_2'.

Randamentul ei este

$$\eta' = \frac{A'}{Q_1'}.$$

Să admitem provizoriu că cele două maşini ideale ar putea să aibă randamente diferite şi că

$$\frac{A'}{Q_1'} > \frac{A}{Q_1}.$$

Nimic nu ne împiedică să le construim în aşa fel încît să producă amîndouă acelaşi lucru mecanic $A = A'$.

Am avea atunci

$$A' = A = Q_1' - Q_2' = Q_1 - Q_2,$$

sau

$$Q_1' - Q_1 = Q_2' - Q_2$$

şi totodată

$$Q_1' - Q_1 < 0,$$

$$Q_2' - Q_2 < 0.$$

Dacă cele două maşini ar lucra cuplate împreună, ca o maşină unică, producînd lucru mecanic util, ar fi trebuit ca sistemul să ia de la izvorul mai cald cantitatea de căldură

$$Q_1' - Q_1 > 0,$$

şi să dea celui rece

$$Q_2' - Q_2 > 0.$$

Inversarea acestor neegalităţi ne arată că sistemul, deşi produce lucru mecanic, în loc să consume, *transportă căldură de la temperatura joasă la temperatura înaltă,* ceea ce contrazice postulatul lui Clausius.

Este deci absurd să admitem că randamentele maxime ale celor două maşini ar putea fi diferite, cînd lucrează între aceleaşi limite de temperaturi.

Va trebui aşadar ca, în aceste condiţii,

$$\eta' = \frac{A'}{Q_1'} = \frac{A}{Q_1} = \eta,$$

adică să aibă acelaşi randament maxim.

Principiul lui Carnot apare deci ca un corolar al postulatului lui Clausius.

§ 150. **Concepţiile lui Boltzmann.** Cînd am studiat principiul întîi al termodinamicii, am văzut că o cantitate dată de lucru mecanic poate fi transformată integral în căldură.

Principiul al doilea nu contrazice principiul întîi. *În măsura în care sîntem în stare să transformăm o cantitate de căldură în lucru mecanic, echivalența persistă.*

Dar această transformare inversă nu e posibilă decît parţial, fiindcă randamentul este

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} < 1.$$

Ca să obţinem o transformare integrală, ar trebui să putem realiza două condiţii:

a) *Să dispunem de o maşină termică ideală, în stare să atingă randamentul teoretic.*

b) *Să putem realiza, la exteriorul ei, temperatura de zero absolut.*

Numai aşa numărătorul fracţiei care defineşte randamentul ar deveni egal cu numitorul.

Transformarea lucrului mecanic în căldură nu este reversibilă.

Nici una din aceste condiţii nu poate fi satisfăcută şi de aceea *procesul de transformare dintre lucrul mecanic şi căldură nu este reversibil.*

Vom arăta prin cîteva exemple, că însuşirea generală a fenomenelor naturale, de a fi energetic nereversibile, conţine într-însa principiul al doilea al termodinamicii.

1. *Producerea căldurii prin frecare sau lovire.* Să presupunem că o greutate cade de la o înălţime oarecare şi loveşte un bloc de gheaţă.

Energia cinetică se transformă în căldură şi topeşte o parte din gheaţă.

Operaţia inversă ar cere să retransformăm această căldură în energie mecanică, să ridicăm astfel greutatea înapoi, la înălţimea de plecare, iar apa să îngheţe din nou.

Ar trebui să dispunem atunci de o maşină termică ideală, pe care s-o cufundăm cu totul în această apă şi s-o facem să funcţioneze cu un singur izvor de căldură, deci ca un perpetuum mobile de speţa a doua.

Eventual, am putea să presupunem că am cufundat unul din capetele maşinii într-un rezervor, la temperatura de zero absolut.

Admiţînd atunci că ea transformă integral căldura în lucru mecanic, nu ar mai avea ce să cedeze sursei reci, aşa că ar funcţiona tot cu un singur izvor de căldură.

Prin urmare, atît transformarea integrală a căldurii în lucru mecanic util, cît şi realizarea temperaturii de zero absolut sînt imposibile, fiindcă impun existenţa unui perpetuum mobile de specia a doua.

Să mai presupunem că o maşină mişcă o piesă, care freacă un obiect. Din frecare se produce căldură şi transformarea acestei călduri la loc în lucru mecanic, ar trebui să mişte mai departe maşina, la infinit, ceea ce iarăşi implică existenţa unui perpetuum mobile.

2. *D e s t i n d e r e a u n u i g a z î n v i d.* Ca să redăm gazului volumul iniţial, am putea să încărcăm un piston, cu o greutate.

Comprimarea ar produce căldură, pe care, ca s-o transformăm la loc în lucru mecanic şi să ridicăm greutatea înapoi, ar trebui să dispunem, ca şi mai sus, de un perpetuum mobile de specia a doua.

Putem da şi alte exemple, dar oricare ar fi ele, transformarea integrală a căldurii în lucru mecanic implică existenţa unui perpetuum mobile de specia a doua şi contrazice principiul lui Carnot.

Transformarea integrală a căldurii în lucru mecanic sau realizarea temperaturii de zero absolut impun existenţa unui perpetuum mobile de specia a doua.

În rezumat, pe baza tuturor celor arătate mai sus, putem enunţa principiul al doilea al termodinamicii prin următoarele patru postulate, care reprezintă, în fond, acelaşi lucru:

I. *Enunţul lui Carnot.* Intre aceleaşi diferenţe de temperaturi, toate maşinile ideale au acelaşi randament.

II. *Postulatul lui Clausius.* Căldura nu poate trece fără consum de lucru mecanic, de la temperatură joasă, la temperatură mai ridicată.

III. *Un perpetuum mobile* de specia a doua, care să funcţioneze fără diferenţe de temperatură, cu o singură sursă de căldură, este imposibil (*Thomson*).

IV. *Fenomenele naturale* sînt nereversibile (*Boltzmann*).

§ 151. **Degradarea energiei.** Intîiul principiu al termodinamicii ne-a arătat că energia se transformă şi se conservă.

Al doilea principiu ne spune însă că, dacă o cantitate de energie, în cursul transformărilor suferite, ar trece întîmplător prin forma *căldura,* nu mai poate fi transformată integral în lucru mecanic.

Căldura este o formă degradată a energiei.

De aceea *căldura este considerată ca o formă degradată a energiei, care nu poate fi utilizată decît parţial.*

C. Ciclul lui Carnot

§ 152. **Ciclul unei maşini reale.** O maşină termică are, prin definiţie, rolul să transporte căldura, de la o temperatură mai înaltă, la alta mai joasă, reţinînd o parte din ea *ca s-o transforme în lucru mecanic util.*

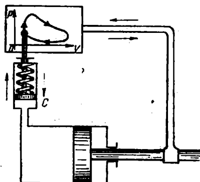


Fig. 358. Indicatorul lui Watt.

Ea poate să functioneze şi în sensul contrar, adică să transporte căldura spre o temperatură mai ridicata şi atunci *absoarbe lucru mecanic.*

Organul ei de transformare, în speţă cilindrul şi pistonul, primeşte o cantitate de vapori sau de gaz, la o presiune, un volum şi o temperatură date şi o destinde la presiunea şi temperatura din exterior.

Ca să ne dăm seamă de condiţiile de funcţionare, îi vom adapta dispozitivul din fig. 358, cunoscut sub numele de *indicatorul lui Watt.*

Printr-o legătură rigidă, mişcarea alternativă a pistonului se transmite unui cadru metalic, pe care se lipeşte o foaie de hîrtie. Deplasarea acestui cadru urmăreşte astfel variaţiile volumului din cilindru.

Ca să înregistrăm şi variaţiile presiunii, adaptăm lateral un mic cilindru cu piston *C*, care funcţionează ca un manometru cu resort şi la care coada pistonului poartă un creion, pe o foaie de hîrtie.

Faţă de hîrtie, creionul are atunci două mişcări simultane:

1 — Una este *orizontală*, cu spaţii proporţionale cu ***volumul***.

2 — Cealaltă este *verticală*, cu spaţii proporţionale cu ***presiunea***.

Pe foaia de hîrtie se va desena o curbă, raportată la două axe de coordonate rectangulare. Ea reprezintă variaţia presiunii, în funcţie de volum.

La maşinile cu vapori şi pistoane, aşa-zise *alternative*, găsim experimental că această curbă, parcursă în timpul unei mişcări de dus şi întors a pistonului, are, în linii generale, aspectul ciclic din fig. 359 ***a***.

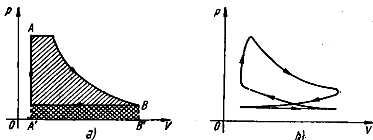


Fig. 359. Ciclul unei maşini cu vapori şi al unui motor în patru timpi.

Traseul ei depinde de tipul maşinii şi de condiţiile de funcţionare, dar modificările sînt numai de amănunt.

La alte specii de maşini termice, forma curbei poate să fie cu totul diferită.

De pildă, la motoarele cu explozie în patru timpi, găsim două cicluri cuplate, care sînt parcurse unul după altul, în sensuri con-

trarii. Ele corespund celor patru inversări ale mişcării pistonului, în intervalul dintre două explozii consecutive.

Indicatorul lui Watt ne permite să trasăm diagrama de funcţionare a maşinilor termice.

Toate ciclurile, trasate pe această cale, reprezintă aşa-numitele *diagrame de funcţionare* ale maşinilor termice.

Potrivit reprezentării lui Clapeyron (§ 146), aria unui ciclu este proporţională cu lucrul mecanic produs ori absorbit de maşină, în timpul respectiv.

Considerînd mai întîi ciclul maşinii cu vapori, din fig. 359 *a*, putem distinge două faze:

1. In prima fază este parcursă porţiunea de curbă dintre *A* şi *B*.

In timpul acesta, vaporii se destind, cedează din energia lor internă, mişcă pistonul şi *execută un lucru mecanic,* proporţional cu aria suprafeţei haşurate *A—B—A′—B′*.

2. In faza a doua, maşina *absoarbe lucru mecanic,* din energia cinetică a volantului, ca să comprime vaporii rămaşi în cilindru, sau să lupte împotriva presiunii celor ce vin din cazan.

Ciclul se închide şi lucrul mecanic absorbit este proporţional cu aria suprafeţei haşurate dublu.

Rezultatul final duce la un *lucru mecanic util,* fiindcă faza a doua consumă mai puţin decît produce prima.

Dar dacă am parcurge ciclul în sensul invers, cum este cazul la maşinile frigorifere, care transportă căldură de la o temperatură mai joasă, la alta mai înaltă, ar trebui, din contra, să consumăm lucru mecanic.

In fig. 359 *b*, ciclul mai mic reprezintă de asemenea o absorbţie de lucru mecanic, fiindcă, în primii doi timpi, motorul nu face decît să tragă şi să comprime amestecul explozibil.

In tot cazul, diagramele obţinute ne arată că orice maşină *termică,* fie cu vapori, fie cu explozie, sau cu ardere internă, *parcurge un ciclu închis* şi readuce periodic toţi parametrii de stare, la situaţia iniţială.

Organul motor al unei maşini termice funcţionează pe un ciclu închis.

Suprafaţa acestui ciclu, raportată la cantitatea de căldură primită de maşină în timpul respectiv, şi considerată ca pozitivă,

cînd se referă la un lucru mecanic util, ne permite să comparăm randamentele şi să urmărim îmbunătăţirea lor.

§ 153. **Ciclul ideal.** Făcînd abstracţie de frecări, una din condiţiile indispensabile ca o maşină termică să atingă randamentul maxim ideal, corespunzător temperaturilor extreme T_1 şi T_2, este ca *trecerea de la una la alta să apară brusc, aşa ca vaporii să nu întîlnească pe drum temperaturi intermediare.*

Randamentul ideal exclude ca între temperaturile extreme să existe şi altele intermediare.

În adevăr, dacă această condiţie nu ar fi îndeplinită, am putea să instalăm şi alte maşini, care să funcţioneze între aceste temperaturi şi să producă lucru mecanic suplimentar.

Dar aceasta înseamnă că maşina principală nu e în stare să producă singură tot lucrul mecanic posibil şi deci *nu realizează randamentul maxim cerut.*

I. Vaporii care sosesc în cilindru au temperatura iniţială a cazanului sau a ţevilor de supraîncălzire.

Ca să îndeplinim condiţia cerută mai sus, nu e greu de văzut că *destinderea lor trebuie să decurgă izoterm,* la această temperatură.

În adevăr, dacă n-ar fi aşa, s-ar ivi, între temperaturile extreme T_1 şi T_2, zone cu temperatură intermediară, care ne-ar da mijlocul să punem în funcţiune maşini suplimentare.

Dar destinderea izotermă este, prin însuşi caracterul ei, un fenomen ce trebuie să decurgă infinit de lent şi de aceea impune o diferenţă de presiune infinit de mică, între cele două feţe ale pistonului.

Destinderea sau comprimarea izotermă a gazelor şi vaporilor sînt fenomene ideale reversibile. Randamentul maxim impune folosirea lor.

Astfel condiţionate, *destinderea şi comprimarea izotermă a gazelor sau vaporilor au caracterul reversibil al proceselor ideale. Randamentul maxim impune folosirea lor.*

II. Lucrul mecanic produs de maşină e însă proporţional cu aria ciclului descris.

Dacă ne-am limita numai la destinderea şi comprimarea izotermă, la temperatura de intrare a vaporilor, am parcurge necon-

tenit aceeaşi porţiune de curbă, în ambele sensuri, şi suprafaţa ciclului fiind nulă, nu am putea obţine lucru mecanic.

Ca să închidem ciclul, asociem procesul izoterm cu procesul adiabatic, de asemenea ideal şi reversibil

De aceea vom căuta să închidem ciclul pe altă cale şi vom asocia procesul izoterm cu alt proces ideal şi reversibil: *comprimarea sau destinderea adiabatică.*

Ne vom închipui deci că şi de astă dată variaţia de volum decurge cu încetineală infinită, iar ca să evităm schimburile de căldură, fie cu cazanul, fie cu exteriorul, vom închide, mintal şi la momentul oportun, toate robinetele de legătură.

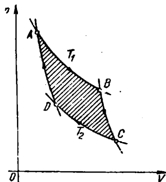


Fig. 360. Ciclul lui Carnot.

Totodată, ne vom închipui că am învelit cilindrul maşinii cu o **substanţă** ideală, perfect impermeabilă pentru căldură.

Este de la sine înţeles că procesele ideale, fie izoterme, fie adiabatice, nu pot fi realizate decît mintal.

In practică, tot ce putem face ar fi să ne apropiem cît mai mult cu putinţă de condiţiile cerute în desfăşurarea lor.

Considerîndu-le, totuşi, ca realizabile, *ciclul ar putea fi parcurs în patru faze:*

1. In prima fază, parcurgem izoterma AB, lăsînd vaporii să se destindă, de la volumul V_1, la volumul V_2 (fig. 360). Contactul termic permanent cu cazanul asigură constanţa temperaturii T_1.

Potrivit relaţiei (144.1), această destindere liberează lucrul mecanic

$$A_1 = RT_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}, \qquad \text{(a)}$$

pentru fiecare moleculă-gram de gaz sau de vapori, presupunînd că nu s-a condensat.

2. In a doua fază, destindem adiabatic, izolînd cilindrul din punct de vedere termic şi parcurgem curba BC.

Temperatura scade la T_2 şi relaţia (145.4 a) ne permite să calculăm lucrul mecanic liberat. El este:

$$A_2 = \frac{R}{\varkappa - 1}(T_2 - T_1). \qquad \text{(b)}$$

3. In a treia fază dezvelim cilindrul, comprimăm gazul izoterm, la temperatura T_2, pe care o menţinem constantă cu ajutorul mediului exterior şi parcurgem curba CD.

De astă dată se absoarbe lucrul mecanic:

$$A_3 = -RT_2 \cdot \ln \frac{V_3}{V_4}. \qquad \text{(c)}$$

4. In sfîrşit, comprimăm gazul adiabatic, pînă revine la temperatura iniţială T_1, parcurgem curba DA şi închidem ciclul.

Lucrul mecanic absorbit este:

$$A_4 = -\frac{R}{\varkappa - 1}(T_2 - T_1). \qquad \text{(d)}$$

Ţinînd seamă că A_2 şi A_4 sînt egali şi de semne contrarii, urmează că lucrul mecanic total va fi

$$A = A_1 + A_3 = RT_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} - RT_2 \cdot \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

Pe de altă parte, dacă ne referim numai la porţiunile adiabatice ale ciclului şi ţinem seamă de relaţia (145.1), vom avea

$$T_1 V_2^{\varkappa-1} = T_2 V_3^{\varkappa-1}$$

şi

$$T_1 V_1^{\varkappa-1} = T_2 V_4^{\varkappa-1},$$

care, împărţite membru cu membru, ne dau

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Aşa fiind, vom putea scrie că lucrul mecanic total, după închiderea ciclului, este

$$A = R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Iar dacă ţinem seamă că organul motor al maşinii ia căldură de la temperatura T_1 numai pe porţiunea de curbă AB, ca să asi-

gure caracterul izoterm al destinderii, această cantitate de căldură, egală cu lucrul mecanic A_1, reprezintă singura energie luată de la sursa caldă.

Făcînd raportul cuvenit, găsim că randamentul maşinii este

$$\eta = \frac{A}{A_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

adică tocmai randamentul maxim ideal, dictat de toate enunţurile principiului al doilea al termodinamicii.

Randamentul maxim teoretic al unei maşini termice nu poate fi atins decît de un ciclu format exclusiv din transformări reversibile.

Ciclul studiat, obţinut prin asocierea proceselor izoterme şi adiabatice succesive, se numeşte ciclul lui Carnot.

El este un ciclu reversibil, fiindcă şi procesele participante sînt reversibile.

Prin urmare, *randamentul maxim teoretic,*

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

nu poate fi atins decît de o maşină ideală, ce ar descrie un ciclu de funcţionare reversibil.

Se poate demonstra că, deoarece procesele izoterme şi adiabatice sînt singurele reversibile, oricare ciclu reversibil poate fi descompus în mai multe cicluri Carnot.

În practică, maşinile termice nu ating niciodată randamentul ideal.

Tot ce putem face e doar să folosim cunoştinţele teoretice şi să căutăm, prin perfecţionări succesive, să ne apropiem cît mai mult de condiţiile optime.

Maşinile termice nu ating niciodată randamentul maxim ideal.

În tot cazul, rezultatele obţinute sînt încă destul de nesatisfăcătoare şi susceptibile de îmbunătăţiri, mai ales dacă facem comparaţia cu maşinile electrice.

Ele sînt şi mai mici, dacă ne raportăm nu la căldura existentă în cazan, ci la cantitatea de căldură produsă de combustibilul folosit.

Mai jos dăm randamentele practice ale cîtorva tipuri de maşini:

1) ***Maşina cu abur simplă***

$T_1=425°$; $T_2=303°$; $\eta_{teor.}=28\%$; $\eta_{pract.}=1{,}7\%$.

2) ***Maşina cu abur perfecţionată***

$T_1=620°$; $T_2=303°$; $\eta_{teor.}=51\%$; $\eta_{pract.}=16\%$.

3) ***Turbinele cu vapori***

$T_1=748°$; $T_2=303°$; $\eta_{teor.}=59\%$; $\eta_{pract.}=20\%$.

4) ***Motorul de automobil***

$T_1=2\,000°$; $T_2=300°$; $\eta_{teor.}=85\%$; $\eta_{pract.}=31\%$.

5) ***Motorul Diesel***, $\eta_{pract.}=41\%$.

La turbine, ciclul se închide prin comprimarea vaporilor, sub acţiunea propriei lor energii cinetice, în urma lovirii de cupele rotorului.

6) ***Motoarele electrice*** **depăşesc randamentul practic de 95%.**

Temperaturile sînt date în grade absolute, iar cifrele sînt numai aproximative.

Randamentul organismului uman. **Organismul omului, consumînd alimente cu o putere calorică de 2 000—3 000 de calorii mari pe zi, este capabil să producă lucru mecanic, sub un randament de circa 20%.**
Ştiind că temperatura internă a corpului este de 38 °C=311 °K, dacă aplicăm principiul lui Carnot, pentru asemenea randament, ajungem la concluzia că ar trebui să mai existe în corp fie o sursă caldă, la 387 °K=+114 °C, fie o sursă rece, la aproape 250 °K, adică la —23 °C.
Cum asemenea temperaturi nu există în corpul omului, înseamnă că el nu funcţionează ca o maşină termică.

Organismele animale nu sînt maşini termice.

Aceleaşi consideraţii se aplică, bine înţeles, şi la oricare alte organisme animale.

Este deci probabil că lucrul mecanic, în cazurile acestea, provine din transformarea directă a energiei chimice, care nu mai trece prin forma de căldură.

D. Entropia

§ 154. **Noţiunea de entropie.** Ciclul lui Carnot ne-a arătat înţelesul şi însemnătatea proceselor ideale reversibile.

In realitate însă, procesele naturale, ce se petrec la scara macroscopică, nu sînt reversibile. De aceea *Clausius* a căutat să

exprime gradul de reversibilitate al unui fenomen real printr-o funcţie specială, pe care a numit-o *entropie* [1]).

Ca să ajungem la această noţiune, vom pleca de la relaţia cunoscută:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad (148.2)$$

Ea este legată de ciclul reversibil al lui Carnot şi se mai poate scrie sub forma:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}, \qquad (148.2\,a)$$

de care ne-am mai servit, ca să definim scara termodinamică a temperaturilor.

O maşină ideală primeşte de la sursa caldă şi cedează celei reci cantităţi de căldură proporţionale cu temperaturile absolute.

Sub această formă, relaţia ne arată că *maşina termică ideală primeşte de la sursa caldă şi cedează celei reci cantităţi de căldură proporţionale cu temperaturile absolute.*

Considerînd acum convenţional ca pozitive cantităţile de căldură primite şi ca negative pe cele cedate, avem:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \qquad (148.2b)$$

Raportul Q/T se numeşte căldură redusă.

Raportul Q/T reprezintă variaţia cantităţii de căldură, pe gradul de temperatură absolută şi se numeşte *căldură redusă.*

Relaţia precedentă ne arată că, *pentru o maşină ideală, ce ar descrie un ciclu Carnot, suma acestor călduri reduse este nulă.*

S-ar putea însă prea bine ca un alt gen de maşină să aibă o infinitate de puncte de contact, cu surse calde sau reci.

Acesta este, de altfel, cazul oricărui sistem care, fără să fie propriu-zis o *maşină termică,* absoarbe totuşi căldură şi liberează lucru mecanic sau absoarbe lucru mecanic şi-l transformă în căldură, prin oricîte procese ciclice suprapuse.

---

[1]) Cuvîntul derivă din limba greacă şi înseamnă *evoluţie internă.*

Dacă funcţionează reversibil, un asemenea sistem ar echivala cu o infinitate de maşini termice cuplate, ce ar parcurge tot atîtea cicluri Carnot şi ar descrie împreună un *ciclu total*, de asemenea reversibil.

Ciclul acesta nu este numaidecît un ciclu Carnot, ci *poate să aibă o formă oarecare*.

Notînd cantităţile de căldură luate sau cedate cu ΔQ, avem atunci, ca şi în relaţia (148.2 *b*), dar pentru întregul ansamblu,

$$\frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + \frac{\Delta Q_3}{T_3} + \dots + \frac{\Delta Q_n}{T_n} = \sum \frac{\Delta Q}{T} = 0,$$

iar pentru cantităţi infinitezimale, sumate pe toată lungimea ciclului reversibil parcurs,

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 \text{ [1]} \qquad (154.1)$$

Această expresie se numeşte *ecuaţia lui Clausius*.

Pentru oricare ciclu închis şi reversibil, suma căldurilor reduse este nulă.

Ea generalizează relaţia simplă (148.2 *b*), care nu era valabilă decît la un ciclu Carnot, cu o singură sursă caldă şi una rece, şi ne spune că, *la un proces ciclic şi reversibil, de orice formă, suma căldurilor reduse este nulă.*

Să considerăm acum un ciclu reversibil, de o formă oarecare (fig. 361).

Vom presupune că, pentru a descrie porţiunea AMB, suma căldurilor reduse variază cu X, iar dacă închidem ciclul şi parcurgem porţiunea ANB, suma căldurilor reduse variază cu Y.

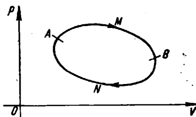


Fig. 361. La o transformare reversibilă, suma căldurilor reduse nu depinde de drumul parcurs, ci numai de punctele iniţiale şi finale.

[1]) Semnul $\oint$ ne arată simbolic însumarea tuturor cantităţilor infinitezimale dQ/T, pe tot parcursul curbei închise, ce defineşte ciclul parcurs.

Potrivit celor discutate mai sus, va trebui ca, după închiderea ciclului,

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = 0$$

şi, ca să îndeplinim această condiţie, va trebui să admitem că

$$X + Y = 0.$$

Am putea să închidem ciclul şi pe altă cale $AN'B$, tot printr-un proces reversibil, dar şi atunci, din aceleaşi motive, ar trebui ca

$$X + Y' = 0 \qquad \text{deci ca} \qquad Y = Y'.$$

Aceasta înseamnă că integrala definită

$$\int_A^B \frac{dQ}{T}$$

care exprimă suma căldurilor reduse, pentru o transformare reversibilă, executată între A şi B, nu depinde de natura procesului, adică de calea urmată, ci *numai de starea iniţială şi finală a sistemului.*

La transformările reversibile, între două situaţii date, suma căldurilor reduse nu depinde de natura procesului şi exprimă variaţia entropiei.

Orice transformări anterioare ar fi suferit sistemul, în cursul evoluţiei lui, există deci o mărime caracteristică stării actuale A, care se modifică dacă el evoluează către altă stare B.

Această mărime a fost numită de Clausius *entropie*. Variaţia ei, între stările A şi B, este, potrivit celor discutate mai sus şi dacă o notăm cu ΔS,

$$\Delta S = S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

adică egală cu suma căldurilor reduse, implicate de trecerea de la starea A, la starea B, prin oricare proces reversibil.

Funcţiunea S, astfel definită, are dimensiunile unei energii, raportată la o temperatură absolută.

Ea se exprimă deci în *ergi pe grad absolut* sau în *jouli pe grad absolut* şi, pentru că mai depinde şi de masa sistemului, va trebui de asemenea să o raportăm fie la gram sau kilogram, fie la molecula-gram.

Entropia ne apare astfel ca o *mărime scalară,* ca şi cantităţile care o definesc.

De aceea *nu există un zero natural de entropie,* după cum nu există un zero de energie. Un asemenea zero nu poate fi decît convenţional şi se alege arbitrar.

Putem deci exprima *variaţiile* de entropie, dar nu şi entropia însăşi, în unităţi absolute.

Ne propunem acum să aplicăm cele ştiute, la tipurile de procese reversibile, întîlnite în studiul gazelor:

1. *Pentru un proces izoterm,* întîiul principiu al termodinamicii ne arată că

$$dQ=dA=p\cdot dV$$

şi, fiindcă $pV=RT$,

$$\Delta S=\int_A^B \frac{dQ}{T}=R\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V}=R\ln\frac{V_2}{V_1}\,.$$

Variaţia de entropie este deci, în cazul de faţă, independentă de temperatură şi direct proporţională cu logaritmul raportului volumelor.

2. *Pentru un proces adiabatic,* schimbul de căldură cu exteriorul fiind exclus, $dQ=0$.

Aceasta înseamnă că, între orice limite de integrare finite, *variaţia de entropie nu poate fi decît nulă.*

De aceea procesele adiabatice se mai numesc şi *izentropice.*

3. Dacă executăm un proces de transformare, *după un ciclu Carnot,* singura variaţie de entropie apare în procesele izoterme. Dar ciclul fiind închis, volumele iniţiale şi finale sînt egale şi logaritmul raportului volumelor fiind nul, variaţia de entropie va fi de asemenea nulă.

Aceasta era de aşteptat, fiindcă ciclul este reversibil.

§ 155. **Procesele nereversibile.** Într-o maşină termică reală, adică nereversibilă, randamentul real este întotdeauna mai mic decît randamentul teoretic ideal. Aşa ne arată experienţa.

Prin urmare

$$\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}<\frac{T_1-T_2}{T_1}\,.$$

Rezultă că

$$\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} > 0.$$

Căldura redusă, la intrare, fiind mai mare decît aceea de la ieşire, înseamnă că maşina primeşte mai multă căldură decît e în stare să transforme în lucru mecanic.

Acelaşi lucru se petrece cu orice sistem nereversibil, oricît ar fi de complicat.

Însumînd căldurile reduse, pentru un ciclu închis, vom avea deci, la sfîrşitul operaţiei, o variaţie de entropie pozitivă,

$$\Delta S > 0,$$

în timp ce la procesele reversibile

$$\Delta S = \oint \frac{dQ}{T} = 0.$$

Procesele ciclice nereversibile măresc entropia sistemului.

Prin urmare, *în timp ce un proces ciclic reversibil nu implică o variaţie a entropiei, procesul nereversibil măreşte entropia.*

Caracteristica fenomenelor naturale fiind lipsa de reversibilitate, înseamnă că diferitele procese, ce se petrec în interiorul unui sistem izolat, îi vor mări entropia, cu atît mai repede, cu cît vor fi mai puţin reversibile.

Cînd sistemul nu este izolat, s-ar putea ca alte sisteme, cu care vine în contact, să-i compenseze, măcar în parte, sporul de entropie.

În mod natural, entropia unui sistem izolat creşte necontenit.

Dar în tot cazul, *orice sistem natural năzuieşte către o stare finală de echilibru, în care să nu mai apară schimburi de energie.*

Dacă există acolo diferenţe de temperatură, ele vor dispare cu timpul şi fenomenul nefiind reversibil, *entropia va creşte mereu,* dar nu va putea să scadă niciodată.

Aceasta înseamnă că *evoluţia naturală a unui sistem izolat merge într-un singur sens, care nu se poate inversa de la sine.*

În termodinamică, principiul întîi este de conservare, iar al doilea de evoluție.

Întîiul principiu al termodinamicii ne-a arătat că *energia se conservă și se transformă.*

El nu ne dă însă nici o indicație despre *sensul* acestor transformări.

Răspunsul la această întrebare ni-l dă numai principiul al doilea. El ne spune că, *în orice sistem izolat, evoluția naturală merge numai în sensul unei creșteri necontenite a entropiei,* adică spre starea de echilibru în care schimburile de energie tind să dispară.

Principiul întîi este deci un principiu de conservare, iar al doilea un principiu de evoluție.

Moartea termică a universului. Clausius, considerînd universul ca un sistem izolat și aplicîndu-i regula de variație a entropiei, trage concluzia că el evoluează treptat către o stare finală, în care diferențele de temperatură vor dispare și fenomenele vitale vor deveni cu totul imposibile, prin lipsa oricăror schimburi de energie.

Ar fi deci cu putință un fel de *moarte termică* a universului, care implică inițial o *creație termică,* adică un început și un sfîrșit.

Această concluzie nu este fundată, fiindcă universul nu constituie un sistem i z o l a t, ci un sistem i n f i n i t, în care nu mai putem aplica legile stabilite la scara obișnuită.

Ideea morții termice a universului nu are sens, fiindcă universul nu este izolat ci infinit.

Principiul de evoluție al energiei, către o stare de echilibru stabil, nu se aplică la totalitatea universului și din alte motive, pe care le vom arăta ceva mai tîrziu.

E. Interpretarea cinetică a termodinamicii

§ 156. Transformarea lucrului mecanic în căldură. Teoria cinetică ne spune că ridicarea temperaturii unui corp mărește viteza și energia de mișcare a moleculelor, în agitație termică.

Dacă acel corp este frecat sau lovit, masa care freacă sau lovește are o *mișcare ordonată,* în care toate punctele descriu traiectorii paralele, de același sens și cu aceeași viteză.

...duce cu dînsa energia cinetică şi o cedează moleculelor ...ın zona frecată sau lovită, mărindu-le viteza de agitaţie, iar acestea, la rîndul lor, o cedează treptat celor vecine, din aproape în aproape, după legile ciocnirii.

Pentru un timp oarecare, necesar egalizării temperaturilor, agitaţia termică, în această zonă, arată o tendinţă preferenţială spre interiorul corpului, dar această parţială ordonare nu e decît tranzitorie.

Ea trece curînd în dezordinea totală, după legile statisticii.

Intîiul principiu al termodinamicii ne spune că energia se conservă. Toată energia cinetică cedată de mişcarea ordonată va trebui să fie astfel regăsită în sporul de energie cinetică a moleculelor, admiţînd că n-au apărut şi variaţii de energie potenţială internă.

A transforma lucrul mecanic în căldură înseamnă a transforma o mişcare ordonată în alta dezordonată.

Prin urmare *transformarea lucrului mecanic în căldură aparentă înseamnă transformarea unei mişcări ordonate în alta dezordonată.*

In fenomenele naturale intervin obişnuit frecări sau ciocniri. De aceea, într-un sistem izolat, mişcările ordonate vor tinde să devie dezordonate şi energia mecanică disponibilă va trece treptat şi integral în căldură, mergînd către o entropie maximă.

§ 157. **Transformarea căldurii în lucru mecanic.** A transforma o cantitate de căldură în lucru mecanic, *înseamnă a reveni de la mişcarea dezordonată, la mişcarea ordonată.*

Trecerea căldurii în lucru mecanic echivalează cu transformarea unei mişcări dezordonate în alta ordonată.

Aici problema este ceva mai complicată şi de aceea, ca să o putem diseca mai bine, o vom cerceta din aproape în aproape.

1. Să presupunem că, într-un spaţiu limitat, am separa mintal două compartimente A şi B (fig. 362).

Vom mai presupune că o pompă foarte perfecţionată a făcut vidul şi a lăsat acolo o singură moleculă, supusă mişcării termice.

Probabilitatea ca ea să se afle în compartimentul A va fi atunci

$$w_1 = \frac{1}{2},$$

fiindcă există un caz favorabil, din două posibile.

Dacă ar exista două molecule, probabilitatea compusă, ca să le găsim simultan în compartimentul A ar fi

$$w_2 = \frac{1}{2^2}$$

și pentru n molecule

$$w_n = \frac{1}{2^n}\,.$$

Realizarea unei comasări într-un singur compartiment nu este imposibilă, dar devine cu atît mai puțin probabilă, cu cît sînt mai multe molecule.

Referindu-ne în particular la numărul lui Avogadro, probabilitatea comasării ar avea la numitor exponentul $6 \cdot 10^{23}$ și ar deveni practic o imposibilitate.

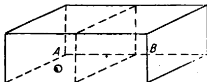


Fig. 362. Moleculă izolată, într-un spațiu divizat în două compartimente.

2. Să considerăm acum și vitezele de agitație termică ale moleculelor. Ca sens și direcție, mișcarea este haotică și *perfect dezordonată.*

Dacă s-ar întîmpla totuși ca, la un moment dat și în mod spontan, toate moleculele, sau un număr mai mare, să pornească în același sens, mișcarea dezordonată ar deveni, cel puțin parțial, ordonată și căldura s-ar putea transforma în lucru mecanic.

Fenomenul e destul de probabil, pentru un număr mic de molecule, dar devine cu totul neprobabil și practic imposibil, pentru un număr foarte mare.

Rezultatul ar echivala cu producerea de lucru mecanic dintr-o singură sursă de căldură.

Funcționarea unui perpetuum mobile de specia a doua nu este imposibilă, dar este neprobabilă.

Dacă termodinamica ne spune pe baza faptelor de observație că un perpetuum mobile de specia a doua nu poate să funcționeze, postulatul nu trebuie să fie privit ca o lege absolută, ci numai ca un corolar al probabilității practic nule, la scara microscopică obișnuită.

Nu este imposibil să vedem un corp sărind singur de pe masă, dar este așa de neprobabil, încît nimeni nu a văzut-o pînă acum.

În sensul acesta trebuie să înțelegem și principiul inerției din mecanică:

Este neprobabil ca un corp să-și modifice de la sine starea de repaus or de mișcare, dar nu este imposibil.

3. Să presupunem că ar putea să existe niște ființe vii, de dimensiuni comparabile cu ale moleculelor și capabile să gîndească și să acționeze.

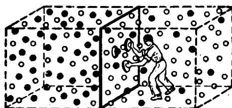


Fig. 363. Demonii lui Maxwell.

Aceste ființe au construit un rezervor, pe care l-au separat în două compartimente, printr-un perete cu găuri de dimensiuni moleculare (fig. 363).

Ele stau de pîndă, cu niște capace și lasă să treacă, într-un sens, numai moleculele rapide, iar în celălalt sens numai moleculele încete.

Mișcarea capacelor se face fără frecări, așa că nu consumă lucru mecanic, iar triajul moleculelor lente, de cele rapide, face să apară o diferență de temperatură, între cele două compartimente.

Pentru ființele imaginare de mai sus, folosirea unei singure surse de căldură este o problemă cu totul diferită de a noastră. Ele pot să creeze, după voie și fără consum de lucru mecanic, diferențele de temperatură, necesare funcționării unei mașini termice.

Principiul al doilea al termodinamicii nu se aplică la scara moleculară.

Principiul al doilea al termodinamicii nu se aplică deci la scara microscopică moleculară, fiindcă acolo moleculele se manifestă individual.

Dacă el nu e contrazis de observațiile făcute la scara macroscopică obișnuită, aceasta se datorește faptului că avem totdeauna un număr de molecule, ce nu pot fi separate unele de altele.

Fenomenele sînt dictate atunci de legile statisticii, adică legate de probabilitate.

§ 158. **Caracterul statistic al principiului al doilea.** La transformările de lucru mecanic în căldură, mişcarea ordonată devine dezordonată. Fenomenul urmează o lege naturală şi *tinde astfel către o stare mai probabilă decît precedenta.*

Transformarea nu este reversibilă. Trecerea inversă, de la căldură spre lucru mecanic, se poate face numai parţial, fiindcă ne duce de la o stare mai probabilă, la alta mai puţin probabilă.

Intr-o dezordine perfectă nu se poate face ordine perfectă.

Procesele naturale sînt nereversibile fiindcă evoluează continuu, către stările din ce în ce mai probabile.

Caracterul nereversibil al tuturor proceselor naturale se datoreşte unei tendinţe continue de trecere spre stările din ce în ce mai probabile.

Probabilitatea maximă, de persistenţă a unei stări, va fi atinsă o dată cu situaţia de echilibru stabil.

Dar tendinţa către situaţia de echilibru impune oricărui sistem să cedeze cît mai mult din energia lui sistemelor cu care vine în contact.

Cînd rîul curge la vale, pierde treptat energia potenţială, care trece în energie cinetică, iar aceasta în căldură, prin frecări sau eroziuni.

Stările succesive sînt din ce în ce mai probabile şi astfel apa nu se poate întoarce singură la deal.

Cînd s-a revărsat în mare, toată energia potenţială disponibilă a fost cedată şi starea de echilibru atinsă are probabilitatea maximă.

Am arătat înainte că entropia unui sistem izolat evoluează, prin procese naturale nereversibile, către valoarea maximă posibilă.

Acelaşi lucru se întîmplă cu probabilitatea de stare.

Entropia unei stări este proporţională cu logaritmul natural al probabilităţii de persistenţă.

Printr-un calcul matematic, pe care nu-l putem reproduce în manualul de faţă, *Boltzmann* a demonstrat că *entropia unui sistem este direct proporţională cu logaritmul natural al probabilităţii de persistenţă a stării actuale.*

Aşadar

$$S=k\cdot \ln w \qquad (158.1)$$

unde factorul de proporţionalitate k e cunoscuta constantă a lui Boltzmann, despre care am vorbit în teoria cinetică.

Ea are valoarea

$$k=\frac{R}{N}=1{,}38\cdot 10^{-16}\ \text{erg/°K}.$$

Noţiunea de entropie capătă astfel o semnificaţie mult mai accesibilă înţelegerii, decît suma căldurilor reduse.

Revenind la ideea morţii termice a universului, prin creşterea continuă a entropiei, se vede încă o dată că ea nu are sens.

Universul fiind un sistem infinit, orice stare a lui nu este dictată de o probabilitate, ci de o infinitate de probabilităţi.

Exemple numerice 1) *O maşină termică lucrează între temperaturile absolute de 700 °K şi 300 °K. Din randamentul teoretic ea nu realizează decît 30%. Care este randamentul real?*

Randamentul ideal ar fi trebuit să fie

$$\frac{T_1-T_2}{T_1}=\frac{700-300}{700}=0{,}57=57\%,$$

iar randamentul real va fi

$$0{,}57\cdot 0{,}3=0{,}17=17\%.$$

2) *Această maşină consumă pe oră 150 kg de cărbuni, cu puterea calorifică de 7 500 kcal/kg. Ce energie debitează în acest timp, dacă sistemul de încălzire transmite cazanului numai 10% din căldura de ardere?*

In timp de o oră se vor elibera, prin ardere,

$$Q=150\cdot 7\,500\approx 1\,125\,000\ \text{kcal},$$

iar cazanul va lua

$$Q_1=1\,125\,000\cdot 0{,}1=112\,500\ \text{kcal}.$$

Această cantitate de căldură echivalează cu lucrul mecanic

$$A=JQ_1=426\cdot 112\,500\approx 4{,}8\cdot 10^7\ \text{kgm}.$$

Cu randamentul de 17%, lucrul mecanic util va fi deci

$$A_u=4{,}8\cdot 10^7\cdot 0{,}17\approx 8{,}15\cdot 10^6\ \text{kgm}.$$

3) *Care este puterea maşinii în CP?*

Intr-o oră sînt 3 600 s, iar 1 CP reprezintă 75 kgm/s. Prin urmare

$$P=\frac{8,15\cdot 10^6}{3\,600\cdot 75}\approx 310\ \text{CP}.$$

4. *Un gaz perfect se destinde de la 150 kgf/cm², la 1 kgf/cm². Care este variaţia entropiei?*

Relaţia

$$\Delta S=R\cdot\ln\frac{V_2}{V_1}=R\cdot\ln\frac{p_1}{p_2}$$

ne dă

$$\Delta S=8,31\cdot 10^7\cdot 2,3\cdot\log_{10}\frac{150}{1}=4,17\ \ 10^8\ \text{erg/grd}\cdot\text{mol}.$$

Această variaţie fiind pozitivă, înseamnă că entropia creşte, prin trecerea de la o stare mai puţin probabilă, la alta mai probabilă.

5) *Cu cît variază entropia unui gram de apă, încălzită între 0 °C şi 100 °C.*

Avem atunci, notînd căldura specifică cu c şi o variaţie infinitezimală a temperaturii cu dT,

$$dQ=c\cdot dT,$$

şi creşterea de entropie va fi

$$\Delta S=\int_{T_1}^{T_2}\frac{c\cdot dT}{T}=c\cdot\ln\frac{T_2}{T_1}\ .$$

Inlocuind valorile numerice şi ţinînd seamă că $c=1$, avem

$$\Delta S=1\cdot 2,3\cdot\log_{10}\frac{373}{273}=0,31\ \text{cal/g}\cdot\text{grd}=1,3\cdot 10^7\ \text{erg/g}\cdot\text{grd}.$$

Observaţie. Pentru cei ce vor să se familiarizeze cu domeniile teoriei cinetice şi termodinamicii, recomandăm:

Prof. P. Bogdan, Teoria cinetică, Editura Casei Şcoalelor, Bucureşti, 1929.

Prof. P. Bogdan, Termodinamica, Editura Viaţa Romînească, Iaşi, 1924.

Prof. Ştefan Procopiu, Termodinamica, Editura Lab. de Chimie organică, Universitatea din Iaşi, 1948.

CAPITOLUL XIX

NOŢIUNI DE METEOROLOGIE

A. Noţiuni generale

§ 159. **Introducere.** Se ştie că aerul atmosferic se compune din azot, oxigen, vapori de apă şi o cantitate mică de ozon, bioxid de carbon şi gaze nobile.

Bioxidul de carbon nu intră în compoziţia atmosferei decît în proporţie foarte redusă şi nu-l găsim decît în păturile inferioare. Totuşi, fiindcă se bucură de însuşirea de-a absorbi căldura radiantă, rolul lui în natură are o importanţă climatologică deosebită.

Se ştie că Pămîntul radiază căldură şi tinde să se răcească. Bioxidul de carbon absoarbe această căldură, în proporţie destul de mare şi ridică temperatura atmosferei care, la rîndul ei, o radiază înapoi spre Pămînt.

El captează de asemenea radiaţiile solare şi serveşte ca moderator.

Acelaşi rol protector îl au şi vaporii de apă. Oricine ştie că gerul se înăspreşte pe timp senin.

Svante Arrhenius [1]) a calculat că, dacă bioxidul de carbon ar dispare din atmosferă, temperatura medie pe Pămînt ar scădea cu 17°.

Ca urmare, vaporii de apă s-ar condensa, la rîndul lor, şi astfel ar dispare şi al doilea înveliş de protecţie.

Nu se cunoaşte exact repartiţia presiunilor, în regiunile înalte ale atmosferei, fiindcă formula barometrică nu se aplică decît aproximativ şi în regiunile mai joase.

Măsurînd înălţimea la care meteoriţii devin incandescenţi, prin frecare cu aerul, găsim 70—80 km, dar aurorele polare au loc cel mai des la înălţimi de 100—120 km, iar uneori le întîlnim chiar la 700—800 km.

Ele se datoresc descărcărilor electrice, provocate de radiaţiile solare şi cum asemenea descărcări nu se pot produce la presiuni

---

[1]) *Svante Arrhenius* (1859—1927), fizician suedez, fost profesor la Stockholm. Premiu Nobel (1903).

prea mici, înseamnă că atmosfera se întinde cel puţin pînă pe la 2 000 km. Evident, nu se poate vorbi de o limită precisă, fiindcă trecerea presiunii către zero este numai treptată.

Pentru păturile mai joase, avem la dispoziţie numeroase metode de cercetare: ascensiuni pe munte, în balon sau avion, baloane captive, zmee şi mai ales *baloanele-sondă*, care duc aparate speciale de măsură şi pot chiar să transmită automat rezultatele, prin mici posturi de radio.

Cu ele s-a putut atinge înălţimea de 40 km.

Cercetările au arătat că, în general, temperatura scade cu înălţimea.

Pînă pe la 3 000 m, scăderea este destul de neregulată şi uneori pot să apară chiar inversiuni. Mai sus ea devine totuşi destul de uniformă şi, în regiunile noastre, temperatura scade cu aproximativ 0,6 °C pe fiecare sută de metri.

Scăderea continuă pînă pe la 11 km, unde găsim aproximativ —55 °C. Urmează apoi o creştere de cîteva grade, pînă pe la 12 km, după care începe să scadă mai departe.

Intre tropopauză şi suprafaţa Pămîntului se află troposfera, iar deasupra este stratosfera.

Zona între 11 şi 12 km, unde apare inversiunea gradientului de temperatură, se numeşte *tropopauză*.

Dedesubtul ei se găseşte *troposfera,* unde vînturile de tot felul plimbă diferitele specii de nori.

Deasupra se află *stratosfera,* numită aşa fiindcă se credea înainte că nu are decît curenţi orizontali.

In regiunile ecuatoriale, tropopauza apare mult mai sus, pe la 17 km şi corespunde temperaturii de —85 °C.

Datele citate reprezintă numai valorile medii. In realitate apar diverse variaţii, atît accidentale, cît şi periodice, legate mai ales de schimbările de anotimp.

Cunoştinţele noastre despre stratosferă sînt destul de vagi. Ele vor putea fi desigur completate, prin noile metode de cercetare cu proiectilele-rachetă.

Studiul fenomenelor de absorbţie a radiaţiilor solare a arătat că, pe la 30 km înălţime, ar exista o pătură bogată în ozon. E probabil că aici trebuie să apară o creştere importantă de temperatură.

Această pătură formează un înveliş de protecţie, fiindcă absoarbe cea mai mare parte din radiaţiile ultraviolete ale Soarelui, care altfel ar fi dăunătoare pentru toate vietăţile de pe Pămînt.

Pentru cercetarea regiunilor foarte înalte, dincolo de 100 km, un ajutor preţios ni-l dau fenomenele de propagare a undelor electromagnetice, care suferă acolo diferite reflexii.

Pentru înălţimile mijlocii, folosim de asemenea, ca metodă de cercetare, studiul fenomenelor de reflexie ale sunetului care, în anumite condiţii, revine înapoi spre Pămînt.

Ansamblul fenomenelor care se petrec în atmosferă este foarte complex. El face obiectul *fizicii atmosferice.*

Meteorologia îşi limitează preocupările mai ales la troposferă, unde iau naştere vînturile, norii, ploaia, ceaţa etc., pe care le numim *meteori.*

Din punct de vedere ştiinţific, cercetarea lor este deosebit de importantă. Ea foloseşte atît măsurările directe, cît şi calculul termodinamic.

Din punct de vedere practic, o realizare pe scară largă este *prevederea vremii.*

Începuturile unui studiu metodic, de ansamblu, sînt de dată relativ recentă, fiindcă meteorologia ştiinţifică împlineşte abia o sută de ani de existenţă, cu toate că observarea locală a meteorilor datează de mii de ani.

Constanta solară. Toate fenomenele meteorologice sînt legate de energia pe care ne-o trimite Soarele.

Constanta solară, sub incidenţa normală, este de două calorii mici pe minut şi centimetru pătrat.

Determinările directe au arătat că, *sub incidenţa de 90°, Pămîntul primeşte de la Soare aproximativ două calorii mici pe minut şi centimetru pătrat.*

Aceasta este aşa-numita *constantă solară.*

Cînd razele cad înclinat, cantitatea de căldură, primită pe o suprafaţă dată, variază proporţional cu sinusul unghiului de înclinaţie şi devine nulă, la o incidenţă tangenţială.

O parte din această căldură este reţinută de atmosferă, iar restul ajunge pînă la sol.

Un calcul simplu ne arată că, dacă ne referim la căldura ce ar cădea, sub incidenţa normală, pe kilometrul pătrat şi ne închipuim că ar putea fi transformată integral în lucru mecanic, am obţine aproape **2 000 000** CP.

Un alt calcul ne duce la concluzia că, în zona tropicală, căldura solară ar putea să topească, într-un an, o pătură continuă de gheaţă, groasă de 2 m.

La rîndul lui, Pămîntul radiază căldură în spaţiu şi tinde să se răcească.

Intr-o regiune oarecare de pe glob, temperatura scade sau creşte, după cum căldura primită e mai mică sau mai mare decît aceea pierdută.

Fenomenele meteorologice sînt legate de diversele transformări ale energiei naturale.

Ele privesc în special aerul şi vaporii de apă, unde parametrii de transformare sînt presiunea, volumul şi temperatura.

Considerînd ca variabile independente temperatura şi presiunea, le vom cerceta mai jos pe fiecare în parte.

§ 160. **Temperatura şi variaţiile ei.** Determinarea temperaturii aerului cere anumite precauţiuni. Termometrul nu trebuie să stea în bătaia soarelui, nici prea aproape de sol sau de clădiri, ca să nu primească de acolo încălziri suplimentare, prin radiaţie.

Din motive numeroase, pe care nu le mai arătăm aici, folosirea termometrelor cu alcool nu este indicată. Vom întrebuinţa deci, de preferinţă, termometrele cu mercur.

De obicei se construiesc adăposturi meteorologice speciale, din scînduri, bine ventilate şi aşezate la înălţimea de 3—4 m de la pămînt (fig. 364).

In unele staţiuni meteorologice se măsoară şi temperatura de la suprafaţa solului, în plin soare. In cazul acesta, va trebui să acoperim termometrul cu un strat subţire de pămînt.



Fig. 364. Adăpost meteorologic.

Măsurarea temperaturii, direct în bătaia soarelui, nu are nici un sens, fiindcă indicaţiile variază după construcţia termometrului.

Se folosesc de asemenea termometre înregistratoare, care înscriu variaţia temperaturii printr-o curbă continuă. Ele se numesc *termografe.*

Observaţiile arată că, de obicei, temperatura începe să crească îndată după răsăritul soarelui, atinge un maximum pe la orele 14 şi după aceea scade iarăşi.

Dacă o măsurăm din oră în oră, timp de 24 de ore şi suma rezultatelor obţinute o împărţim prin 24, obţinem *temperatura medie a zilei.*

Tot aşa, dacă sumăm aceste medii, în curs de o lună şi împărţim rezultatul cu numărul zilelor, avem *temperatura medie lunară.*

In sfîrşit cele 12 medii, din cursul unui an, dau, pe aceeaşi cale, *temperatura medie anuală.* Cu ajutorul ei, după un timp mai îndelungat, putem calcula *temperatura medie a locului.*

O metodă simplă, pentru determinarea expeditivă a temperaturii medii anuale a locului, este să măsurăm fie temperatura izvoarelor, fie temperatura într-o pivniţă adîncă.

Temperatura izvoarelor este aproximativ egală cu temperatura medie anuală a locului.

Aceste temperaturi sînt aproximativ constante, în tot timpul anului şi aproximaţia obţinută este destul de bună.

Tabela de mai jos ne arată media temperaturilor lunare, într-un interval de douăzeci de ani, la Iaşi.

ianuarie	—4,2°	mai	+16,3°	septembrie	+16,3°
februarie	—1,6°	iunie	+19,3°	octombrie	+10,4°
martie	+3,2°	iulie	+21,6°	noiembrie	+ 3,4°
aprilie	+9,6°	august	+21,1°	decembrie	+ 1,3°

Media anuală, în acest interval, a fost de +9,5 °C.

Temperatura medie a unei regiuni este influenţată de numeroşi factori dar mai ales de următorii:

1. *Latitudinea geografică.* Ea dictează de asemenea variaţiile temperaturilor medii lunare. La ecuator, unde zilele sînt mereu egale cu nopţile, diferenţele de la lună la lună sînt aproape neglijabile.

2. *Altitudinea.* Scăderea de temperatură este de aproximativ 0,6° pe suta de metri. Această variaţie depinde însă de

foarte mulţi factori: poziţie geografică, anotimp, vînturi dominante, umiditate etc. Ea poate să varieze şi de la o zi la alta. De aceea valoarea citată nu e decît o simplă indicaţie.

3. *Vecinătatea mării.* Masa enormă de apă, a cărei căldură specifică este mai mare decît a celorlalte corpuri, devine un acumulator de căldură şi regularizează temperatura.

Totodată evaporarea intensă din timpul verii domoleşte arşiţa, iar ceaţa din timpul iernii împiedică răcirea prin radiere.

S-a crezut multă vreme că temperatura coastelor apusene ale Europei ar fi influenţată de *Curentul Golfului*, un fel de fluviu de apă caldă, care vine din Golful Mexic şi se pierde în regiunile arctice.

Cercetările sistematice au arătat însă că nu e vorba de un *fluviu*, ci de o revărsare, pe suprafaţă imensă, a apelor tropicale.

Această revărsare nu atinge în toţi anii şi în toate lunile aceeaşi latitudine. Uneori se opreşte în dreptul Islandei, alteori depăşeşte cercul polar.

Ea depinde de intensitatea mareelor, de periodicitatea petelor solare, de direcţia vînturilor şi, probabil, de alte cauze.

4. *Alte influenţe* pot fi, de pildă, natura vegetaţiei, natura solului şi a reliefului dimprejur, posibilităţile de ventilaţie, vînturile dominante etc.

Linii izoterme. Dacă unim, pe o hartă, punctele geografice cu temperaturi egale, obţinem nişte curbe, care se numesc *izoterme*.

Liniile izoterme leagă punctele geografice cu aceeaşi temperatură.

La trasarea lor putem considera temperaturile momentane, diurne, lunare sau anuale.

Fig. 365 arată izotermele anuale ale globului. Dacă temperatura medie a unei regiuni n-ar depinde decît de latitudine, aceste izoterme ar fi paralele geografice.

În emisfera sudică şi în Oceanul Pacific, ele urmează în adevăr aceste direcţii, cu abateri destul de mici.

În schimb, în emisfera nordică, unde găsim continente întinse, izotermele sînt mult mai neregulate.

Izoterma cu temperatura anuală cea mai ridicată (+28 °C) este foarte apropiată de ecuatorul geografic. Ea se numeşte *ecuator termic*.

Din aceeaşi figură se vede că regiunea cu temperatura anuală cea mai joasă nu înconjură polul geografic, ci o parte din nordul Siberiei.

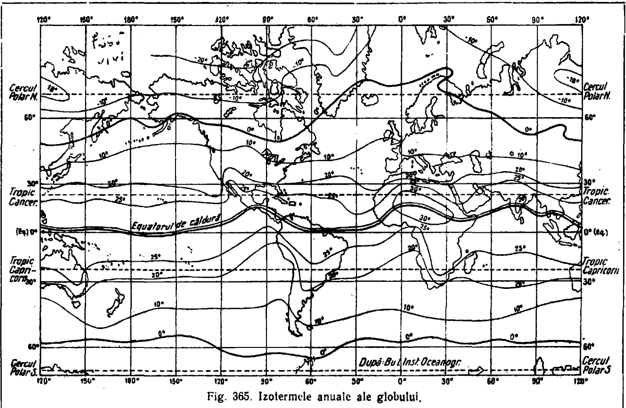


Fig. 365. Izotermele anuale ale globului.

De asemenea se vede că temperaturile medii anuale, din regiunile tropicale, sînt mai ridicate pe continent decît pe ocean, pe cînd, în regiunile temperate, situația se inversează.

În sfîrșit, mai putem constata că, sub latitudine egală, nordul Americii are o climă mai friguroasă decît Europa.

Faptul se datorește curentului rece al Labradorului și revărsării de apă caldă, pe care rotația globului o deviază spre răsărit.

Temperaturile extreme le găsim în Sahara (+57 °C) și la *Verhoiansk*, în nordul Siberiei, unde s-au înregistrat —73 °C.

Această regiune se numește de altfel *polul frigului.*

§ 161. **Variațiile presiunii atmosferice.** Determinările, făcute cu barometrul, nu sînt valabile decît cu anumite corecții.

Ele trebuie să fie reduse la nivelul mării și la temperatura de 0 °C.

In observatoare se întrebuințează și sistemul înregistrării prin curbe continue, făcute cu *barograful,* dar aceste curbe ne dau numai o simplă indicație aproximativă.

Presiunea atmosferică poate să sufere două feluri de variații:

1. *Variații periodice.* Se constată că există o mică variație orară, cu maxime și minime, care se succed alternativ, din șase în șase ore.

Presiunea barometrică are maxime și minime, care se succed din șase în șase ore.

Primul minim apare obișnuit pe la orele 4, iar următorul pe la orele 16.

Între ele vin maximele, la orele 10 și orele 22.

Aceste variații sînt mai mari în zonele tropicale și destul de mici în zonele temperate.

Peste dînsele se suprapun variațiile anuale, mai ales pe continent, unde barometrul este, de obicei, mai ridicat iarna decît vara.

Pe continent, barometrul este mai ridicat în timpul iernii.

Aceste variații se datoresc temperaturii ridicate, care dilată aerul și-i micșorează densitatea.

Izobare. Dacă, după ce facem corecțiile de temperatură și de altitudine, unim între ele punctele geografice cu aceeași presiune atmosferică, obținem niște curbe continue, care se numesc *izobare.*

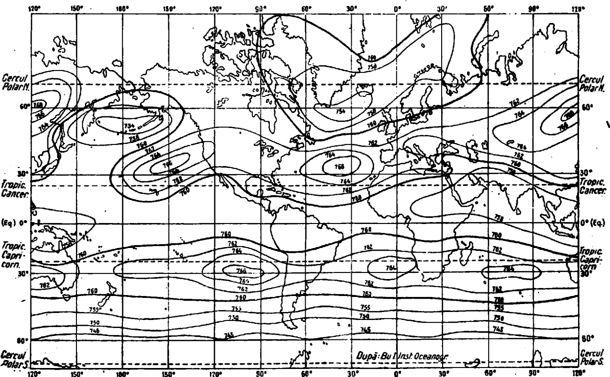


Fig. 366. Izobarele anuale ale globului.

Izobarele unesc punctele cu aceeaşi presiune atmosferică.

Izobarele pot să cuprindă valori medii sau valori momentane.

Ele vor fi deci *anuale, lunare, diurne* sau *orare*, adică raportate la observaţiile făcute simultan, la o oră anumită.

Fig. 366 ne arată forma izobarelor anuale, pe toată suprafaţa globului.

Din ea se vede că există zone, în care presiunea atmosferică se menţine la o medie anuală sub 760 mm col. Hg.

Izobarele anuale ne arată existenţa unor zone cu cicloane şi anticicloane permanente.

Asemenea zone, cu presiune redusă, se numesc zone de depresiune permanentă sau *cicloane permanente.*

Le întîlnim în special pe oceane, în preajma ecuatorului, sau la latitudini mai mari de 60°, cum şi în regiunile continentale cu temperaturi foarte ridicate, de exemplu în Sahara.

Punctul unde presiunea atmosferică atinge valoarea cea mai mică se numeşte *centru de depresiune.*

De asemenea, există zone, în care presiunea medie anuală este mai mare de 760 mm col. Hg.

Le găsim mai ales pe oceane, în preajma latitudinii de 30°.

Centrele de presiune şi de depresiune se numesc centre de acţiune atmosferică.

Aceste zone, cu presiune permanent ridicată, se numesc *anticicloane permanente,* iar centrul lor este un *centru de presiune.*

Centrele de presiune şi de depresiune se numesc *centre de acţiune atmosferică.*

Pentru fenomenele meteorologice din Europa, rolul important îl au anticicloanele permanente din *Azore* şi din *Siberia* şi ciclonul permanent din regiunea *Islandei.*

2. *Variaţiile neregulate.* Izobarele anuale sau lunare nu dau decît situaţiile cicloanelor şi anticicloanelor care se menţin timp mai îndelungat, într-o regiune dată, fără să-şi schimbe locul.

Există însă numeroase alte centre de acţiune atmosferică, ce apar, la un moment dat, într-un punct geografic, se mută din loc în loc şi apoi dispar.

Viteza lor de deplasare este, obişnuit, de 10—40 km/h.

Cercetările au arătat că mai toate schimbările vremii, de la o zi la alta, se datoresc acestor cicloane şi anticicloane vagabonde.

Cicloanele aduc vreme rea. Ele coboară temperatura vara şi o ridică iarna.

Anticicloanele au influenţă contrară.

De obicei, cicloanele aduc vreme rea, cer acoperit; ploaie, vînt şi umezeală.

Pe timp de iarnă, trecerea lor urcă temperatura, iar în timpul verii o coboară.

Anticicloanele aduc, din contra, cer senin, cu ger şi îngheţ în timpul iernii şi arşiţă, în timp de vară.

De aceea, ca să putem prevedea schimbările vremii, este important să cunoaştem, în orice moment, situaţia atmosferei, într-o regiune cît mai întinsă.

Comparînd izobarele şi cercetînd mişcarea centrelor de acţiune, putem prevedea schimbările vremii.

Staţiunile meteorologice principale cum este aceea de la *Bucureşti,* primesc de cîteva ori pe zi indicaţii telegrafice de la alte staţiuni mai mici şi le comunică, la rîndul lor altor staţiuni principale, din toată lumea, ca să servească la întocmirea *hărţilor meteorologice diurne.*

Comparînd situaţia izobarelor, de la o zi la alta, putem prevedea, în oarecare măsură, drumul probabil urmat de centrele de acţiune şi schimbările vremii, în următoarele 24 de ore.

Vom reveni mai tîrziu asupra acestei probleme.

§ 162. **Vînturile.** Ele se caracterizează prin intensitate şi direcţie. Intensitatea depinde de viteza deplasării aerului, care se măsoară cu *anemometrul.*

Dintre diferite modele posibile, cel mai întrebuinţat este *anemometrul cu cupe,* reprezentat în fig. 367.

Presiunea aerodinamică fiind mai mare pe partea concavă, decît pe cea convexă, sistemul capătă o mişcare de rotaţie, care se transmite unui contor de turaţii.

Gradarea se face fie prin comparaţie, fie în mici tunele aerodinamice, unde aerul are o viteză cunoscută.

Există şi *anemografe,* care înscriu variaţiile vitezei, printr-o curbă continuă.

În lipsă de aparate speciale, putem aprecia viteza vîntului prin efectele pe care le produce.

Rezultatele se exprimă atunci printr-o scară convențională, în *grade* sau *trepte*.

Tabela de mai jos cuprinde vitezele și denumirile fiecărei trepte.

Tabela 14

Tăria vîntului	1	2	3	4	5	6
Viteza în m/s	3	6	10	14	20	40
Felul vîntului	Slab	Mijlociu	Tare	Furtună	Vijelie	Uragan
Efecte	Mișcă frunzele copacilor	Mișcă crengile mici	Mișcă crengile mari	Indoaie copacii mici	Rupe crengile copacilor	Distruge clădiri și scoate copacii din rădăcină

Presiunea aerodinamică, exercitată pe obstacole, ascultă de legile cunoscute. Forța dezvoltată depinde de forma profilului și de suprafața secțiunii maxime, perpendiculare pe direcția mișcării.

La vitezele foarte mici, ea este proporțională cu viteza, iar la vitezele mai mari cu pătratul ei.

Furtunile smulg uneori acoperișurile clădirilor, ca și cînd ar exista o presiune dinăuntru spre exterior.

Această presiune apare, în adevăr, fiindcă în dosul oricărui obstacol se produce un vid parțial, așa cum ne arată legile de curgere ale fluidelor. Ferestrele și ușile pot astfel să fie trase în afară, în loc să fie împinse înăuntru.

Direcția vîntului se determină, în stațiunile meteorologice, cu *girueta*. Asemenea aparate, de o construcție primitivă, le vedem adesea instalate și pe casele de locuit, mai ales la țară (fig. 368).

O figură de tablă, mobilă în jurul unei axe verticale, se orientează așa ca să opună minimum de rezistență la vînt.

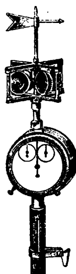


Fig. 367. Anemometru cu înregistrator.

Pe aerodroame există totdeauna un sac lung de pînză, legat cu o funie, de un stîlp, la nivelul solului.

Vîntul umflă sacul şi-l trage în direcţia lui. Acest dispozitiv simplu arată pilotului direcţia cea mai favorabilă de aterizare, care trebuie să fie împotriva vîntului.

Mijlocul cel mai simplu e să udăm degetul şi să-l ridicăm în bătaia vîntului. Răcirea mai intensă, prin evaporare, ne arată direcţia de unde bate.

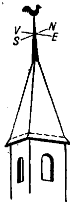


Fig. 368.
Giruela.

Vînturile sînt curenţi de convecţie, ce iau naştere din cauza diferenţelor de temperatură. O întreagă regiune atmosferică se comportă ca o maşină termică imensă, care transformă căldura în energie mecanică.

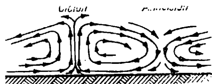


Fig. 369. Vînturile în regiunile ciclonice şi anticiclonice.

În locurile mai calde, aerul se dilată şi se urcă spre păturile superioare ale atmosferei, de unde se revarsă peste regiunile mai reci (fig. 369).

În locul lui, rămîne un spaţiu cu presiune redusă şi astfel ia naştere o *zonă de depresiune*.

Ca să umple golul, vor veni atunci, pe la suprafaţa pămîntului, curenţi din regiunile vecine.

Intr-un ciclon apar curenţi ascendenţi, iar în anticicloane curenţi descendenţi.

În felul acesta, *într-o regiune ciclonică, avem totdeauna curenţi de aer care merg de jos în sus.*

Intr-un anticiclon, lucrurile se petrec invers.

La suprafaţa pămîntului găsim vînturi care tind să se depărteze de centru, pe cînd în regiunile superioare vînturile se apropie de centru.

Pe direcția verticalei, mişcarea aerului se face atunci de sus în jos.

Este deci important să determinăm viteza şi direcția vîntului nu numai la suprafața pămîntului, dar şi în regiunile înalte.

Aceste determinări se fac, în toate stațiile meteorologice principale, cu baloane-sondă, pe care le urmărim de jos cu teodolitul.

Influența rotației Pămîntului. Să ne închipuim o zonă de depresiune, în care, pentru simplificare, vom presupune că izobarele au forma unor cercuri concentrice (fig. 370).

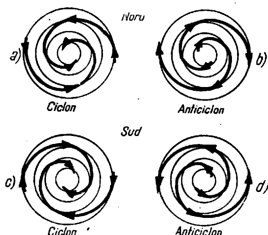


Fig. 370. Vînturile parcurg spirale, în jurul centrelor de acțiune.

La suprafața pămîntului vînturile vor tinde către centrul ei, dar *mişcarea de rotație a globului le va devia, după nişte spirale, în sensul acelor ceasornicului, pentru emisfera sudică, şi în sens invers acelor ceasornicului, pentru emisfera nordică.*

Din examinarea figurii se vede imediat că un observator, care stă cu fața în bătaia vîntului, *are centrul depresiunii în dreapta, dacă se află în emisfera nordică, şi în stînga, dacă se află în emisfera sudică.*

In jurul centrelor de acţiune, vînturile circulă în spirală. Un observator care stă cu faţa la vînt are depresiunea în dreapta, pentru emisfera nordică, şi în stînga, pentru cea sudică.

In jurul unui anticiclon, apar de asemenea vînturi în spirală, dar sensurile se inversează.

Am văzut că pe Oceanul Atlantic există un ciclon permanent, la latitudinea de 60° şi un anticiclon permanent la latitudinea de 30°, în jurul insulelor Azore.

Fig. 371 ne arată vînturile dominante pe Atlantic.

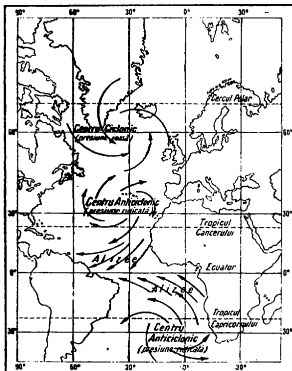


Fig. 371. Vînturile dominante pe Oceanul Atlantic.

Din examinarea ei înţelegem uşor originea *vînturilor alizee,* care suflă din regiunile mai temperate, spre ecuator.

Ele sînt acelea care l-au dus pe Columb, din Spania în America Centrală.

In regiunile înalte, alizeele sînt compensate de *contraalizee,* care circulă în sens contrar.

Afară de vînturile permanente, găsim şi *vînturi periodice.*

Exemplul tipic ni-l dau *musonii* din India, care suflă vara de la mare spre uscat şi iarna de la uscat la mare. Ei sînt aceia care aduc aerul umed şi întreţin ploile torenţiale, aproape neîntrerupte din timpul verii.

Un alt exemplu sînt *brizele,* care suflă ziua de la mare spre uscat, iar noaptea de la uscat spre mare.

Uneori, pentru o cădere barometrică de 30—40 mm zona de depresiune se limitează la numai 200—300 km în diametru.

Iau naştere atunci vînturi excepţional de violente, din cauza gradientului mare de presiune.

Aceste vînturi, cunoscute sub numele de *tifoni* bîntuie mai ales în Marea Chinei şi în regiunile tropicale.

Alteori zona de depresiune poate să fie şi mai îngustă, redusă la cîteva sute de metri. Se formează atunci aşa-numitele *trombe,* în care aerul capătă o mişcare foarte rapidă de rotaţie, în jurul centrului, care se mută mereu din loc în loc.

Curenţii ascendenţi sînt atît de puternici, încît ajung să ridice în aer obiecte destul de grele. Cînd apar pe mare, se formează o coloană lichidă, cunoscută sub numele de *trombă marină.*

Trombele sînt cunoscute şi în regiunile noastre, dar nu ating nici pe departe amploarea din ţările tropicale.

Printre vînturile neregulate, unele produc efecte atît de caracteristice, încît au căpătat şi nume speciale. Sînt destul de bine cunoscute urmările *crivăţului,* care suflă de la nord-est şi ale *austrului,* care suflă de la vest.

§ 163. **Norii şi ploaia.** Formarea şi evoluţia norilor sînt legate, în primul rînd, de sensul curenţilor verticali.

Curenţii ascendenţi produc destindere adiabatică şi condensarea vaporilor, iar cei descendenţi au acţiune inversă.

Intr-o depresiune, curenţii ascendenţi duc aerul umed spre regiunile cu presiune mai mică.

Rezultă astfel o scădere de temperatură, prin destindere adiabatică, iar vaporii se condensează şi formează norii.

Condensarea se va produce cu atît mai jos, cu cît aerul transportat este mai aproape de saturaţie.

De multe ori însă aceiaşi curenţi ascendenţi împiedică picăturile să cadă, sub formă de ploaie, mai ales dacă sînt prea mici.

Vînturile din regiunile superioare, care se depărtează de centrul depresiunii, le transportă în altă regiune, cu presiunea ridicată. Aici curenţii de aer merg de sus în jos, de unde comprimarea adiabatică, încălzirea şi dispariţia picăturilor formate.

Apariţia norilor a pus în libertate căldura de condensare a vaporilor. Dacă măcar o parte din picături au căzut pe pămînt, comprimarea adiabatică începe de la o temperatură mai ridicată şi aerul soseşte în păturile inferioare mai cald decît a plecat.

Mişcarea descendentă este atunci parţial împiedicată şi presiunea atmosferică, în regiunea anticiclonică, tinde să scadă ceva mai repede.

Fenomenul de destindere adiabatică poate fi produs nu numai de curenţii ascendenţi din depresiuni.

Dacă vîntul aduce aer umed şi întîlneşte o regiune muntoasă, urcarea pantei duce de asemenea la o destindere adiabatică şi la condensarea vaporilor.

Acesta e motivul pentru care, în regiunile muntoase, ploile sînt mai dese decît la şes. Ele se numesc *ploi de relief*.

Pe versantul opus, aerul coboară panta, după ce ploile l-au descărcat de umezeală. Comprimarea adiabatică îl aduce astfel în vale mai cald decît înainte de a trece munţii.

Ploile de relief se datoresc destinderii adiabatice a aerului umed care urcă povîrnişul.

In Bavaria, vîntul *Föhn,* care a trecut Alpii, este atît de cald, încît usucă vegetaţia.

Ploile de relief sînt excepţional de abundente, în anumite regiuni. In *Himalaya* şi în *Hawai* ele aduc peste 12 m de apă pe an.

Condensări de vapori apar, de asemenea, în spatele unui pisc bătut de vînt, din pricina destinderii şi vidului parţial, care se produce în dosul unui obstacol, la curgerea turbulentă.

Aşa se explică formarea norului, ce pare că izvorăşte din vîrful muntelui.

Clasificarea norilor a fost făcută, pentru prima dată, abia pe la 1800 şi atunci numai pe bază *morfologică,* adică după forma lor.

Dăm mai jos tipurile principale adăugînd şi cîteva caracteristici:

a) *Cirus*. Aceşti nori au aspectul fulgilor de pasăre. Ei plutesc pe la 8 000—12 000 m înălţime şi sînt formaţi din ace de gheaţă.

Uneori sînt atît de străvezii, încît nu pot fi văzuţi în timpul zilei, dar noaptea împrăştie lumina lunii şi dau în jurul ei un



Fig. 372. Nori cirus sus şi cumulus jos.

cerc luminos și colorat ca un curcubeu, pe care-l numim *halo*, iar în popor *țărcălan*.

Fig. 372 ne arată aspectul lor.

b) ***Stratus*** (fig. 373) se pot vedea mai ales toamna, la apusul soarelui, ca niște fîșii orizontale, colorate în albastru închis.

Înălțimea lor obișnuită este între nivelul solului și 800 m. Ceața nu e decît un stratus, la înălțime mică.

Uneori ajung pînă pe la 6 000 sau 7 000 m. Îi numim atunci *altostratus*.



Fig. 373. Nori stratus.

c) *Cumulus* (fig. 374) sînt nori albi, care, priviți de jos, seamănă cu lîna scărmănată.

Înălțimea lor obișnuită e de aproximativ 2 000 m, dar uneori îi găsim și la peste 7 000 m. Atunci se numesc *altocumulus*.

Cîteodată plutesc izolați, pe timp frumos, și se înmulțesc treptat pînă către seară, iar apoi dispar. Formarea lor se datorește curenților ascendenți locali, ce apar prin încălzirea excesivă a păturilor, în contact cu solul.

În popor se numesc atunci *oițe*.

Fig. 374. Nori cumulus.

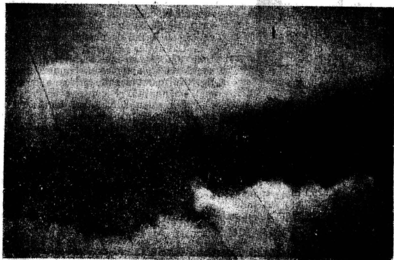


Fig. 375. Nori nimbus.

d) *Nimbus* (fig. 375) sînt norii negri şi compacţi, care plutesc pe la 600—1 000 m, sau ceva mai sus.

De multe ori norii au aparenţe care amintesc două sau mai multe specii diferite.

Îi numim atunci, după cazuri: *cirostratus, cirocumulus, stratocumulus, cumulonimbus* şi aşa mai departe.

Clasificarea internaţională, făcută de o comisie specială, a păstrat denumirile, dar a luat mai ales în seamă comportarea diferitelor tipuri, în ce priveşte precipitaţiile.

Atlasul internaţional, apărut în 1932, dă numeroase forme tipice de nori, arată felul cum s-au născut şi înălţimile medii la care plutesc.

Uneori apar, la înălţimi de 70—80 km *nori de noapte* luminoşi, care se mişcă cu viteze de cîteva sute de km/h.

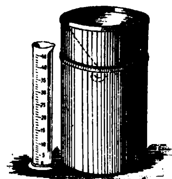


Fig. 376. Pluviometrul.

De asemenea apar, atît noaptea cît şi ziua, nori sidefii, pe la înălţimea de aproximativ 25 000 m.

Fenomenele acestea sînt rare şi pînă acum nu se ştie din ce sînt făcuţi aceşti nori, nici de unde provin.

Ploaia. Norii sînt o suspensie coloidală de picături extrem de mici de apă.

Aceste picături se pot aglomera prin *coagularea* coloidului şi, atunci, nemaifiind susţinute de curenţii ascendenţi, ajung să cadă, sub formă de ploaie.

Cantitatea de apă, căzută într-un timp dat şi într-un loc anumit, se măsoară cu *pluviometrul*, reprezentat în fig. 376, care face de prisos o descriere mai amănunţită.

S-a calculat că, dacă toată apa de ploaie, căzută într-un an, s-ar împrăştia într-o pătură uniformă pe tot globul, ar forma o pătură de 90 cm înălţime.

Mai jos dăm media precipitaţiilor lunare la Iaşi, într-un interval de 20 de ani:

ianuarie	28,1 mm	mai	55,9 mm	septembrie	46,8 mm
februarie	25,1 mm	iunie	77,3 mm	octombrie	34,3 mm
martie	37,7 mm	iulie	61,0 mm	noiembrie	30,9 mm
aprilie	43,5 mm	august	48,9 mm	decembrie	21,8 mm

Media anuală este de 534 mm.

Ploile foarte intense şi de durată scurtă se numesc *averse.* Cea mai mare aversă, cunoscută pînă acum în toată lumea, a fost aceea de la Curtea de Argeş, din 1889, cînd au căzut 25 cm de ploaie în 20 min.

Zăpada este apa îngheţată, în formă de cristale hexagonale, aşa cum arată fig. 377. Ea acoperă pămîntul cu un strat izolator, care apără plantele de îngheţ.

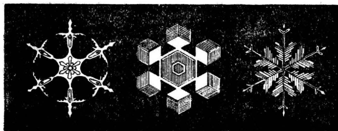


Fig. 377. Fulgi de zăpadă.

Măzărichea este formată din fulgi de zăpadă aglomeraţi şi lipiţi între ei.
Ea cade mai des toamna, decît primăvara.

Grindina este formată din bulgări aproape sferici de gheaţă, ce pot să atingă peste un kilogram.
Dacă tăiem un bob de grindină, constatăm că este format din pături concentrice suprapuse, ceea ce implică o serie de depuneri succesive.
Ca să o poată menţine în aer, pînă la maturitate, este probabil că, în zona de depresiune, în care se formează grindina, curenţii ascendenţi au o intensitate excepţională.
De asemenea e probabil că fiecare bob culege cantităţi succesive de apă, care se găsea în stare de supratopire.
Grindina cade mai ales primăvara şi vara, de obicei în timpul zilei şi foarte rar noaptea.
Ea este precedată aproape totdeauna de o furtună.

Roua este distilarea vaporilor din atmosferă, în timpul nopţii, cînd pămîntul se răceşte mai repede decît aerul.

Bruma este roua îngheţată. Fenomenul apare toamna şi primăvara, uneori chiar în luna mai, dar numai în nopţile senine, ca şi roua.
Se poate împiedica formarea ei, folosind o pătură izolantă de fum. Vîntul împiedică de asemenea formarea de brumă.

Poleiul se formează prin îngheţarea apei de ploaie, aflată în stare de supratopire. Cînd picăturile se ciocnesc de un obstacol, supratopirea încetează şi solidificarea urmează aproape instantaneu.
Formarea picăturilor de apă, prin condensarea vaporilor, implică o stare de saturaţie, adică o coborîre de temperatură, suficientă ca să-i aducă în această stare.

Condiția nu e suficientă, fiindcă vaporii pot să rămînă în forma *suprasaturată*.

Condensarea lor, în condiții normale, implică prezența în atmosferă fie a particulelor de praf sau de fum, fie a unor particule electrizate, adică a moleculelor de aer ce poartă cu ele o încărcare electrică. Aceste molecule se numesc *ioni*.

Aerul conține, obișnuit, un număr suficient de mare de ioni, în jurul cărora poate să apară condensarea, dar acest număr crește enorm, în urma descărcărilor electrice.

De aceea, primul ropot de ploaie începe vara mai totdeauna după primele fulgere.

§ 164. **Higrometrie.** Evaporarea continuă a apei mării, a lacurilor și a rîurilor, transpirația plantelor și animalelor și evaporarea apei de ploaie aduc necontenit vapori de apă în atmosferă.

În momentul cînd, într-o regiune oarecare, acești vapori au ajuns la saturație, condensarea lor formează precipitațiile.

Se înțelege ușor că, deoarece presiunea maximă a vaporilor saturanți crește cu temperatura, vom avea în atmosferă mai multă apă vara decît iarna.

Totuși, *probabilitatea formării precipitațiilor nu depinde atît de cantitatea absolută de vapori din atmosferă, cît de gradul lor de saturație.*

Probabilitatea formării precipitațiilor nu depinde de cantitatea de vapori, ci de gradul de saturație, definit prin raportul între tensiunea existentă și tensiunea maximă a vaporilor, la temperatura aerului.

Acesta definește *umiditatea relativă* sau *starea higrometrică* și se exprimă prin raportul între presiunea p_e a vaporilor existenți și presiunea lor maximă p_m corespunzătoare temperaturii momentane a mediului.

Așadar, dacă notăm starea higrometrică cu H, vom avea, prin definiție

$$H = \frac{p_e}{p_m}\ \%. \qquad (164.1)$$

Higroscoape. Din observațiile calitative, ne putem face o idee aproximativă despre gradul de umiditate al aerului, cu aparate simple, în care observăm schimbările suferite de anumite substanțe, în aer umed. Acestea sînt *higroscoapele*.

Sînt destul de cunoscute păpușile îmbrăcate cu rochițe impregnate cu anumite săruri de cobalt, care devin albastre la uscăciune și roze, la umezeală.

Părul sau strunele de vioară se lungesc în aerul umed și se scurtează în aer uscat, iar o strună, răsucită în spirală, se strînge sau se desface.

Aceeași însușire o are și fructul anumitor plante, cum este *Pliscul Cocorului* (Erodium Gruinum), care se termină cu o parte lemnoasă, răsucită ca o spirală.

Pe acest principiu se construiesc higroscoape de felul aceluia din fig. 378, în care personajul își pune gluga, cînd este vreme umedă.

Oarecare indicații ni le mai dau și umezirea sării, sau durerile reumatice.

În observațiile meteorologice ne servim însă de aparate mai precise, care ne dau cantitativ gradul de umiditate.

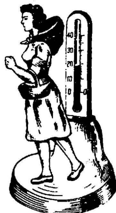
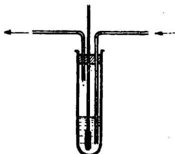


Fig. 378. Higroscop.


Fig. 379. Higrometru cu condensare.

Aceste aparate se numesc *higrometre*.

Vom descrie mai jos trei tipuri, întrebuințate curent:

1. *Higrometrul cu condensare* nu e decît o aplicație a principiului peretelui rece.

În forma cea mai simplă, îl putem construi dintr-o eprubetă, în care introducem o cantitate de eter și un termometru.

Prin eter trecem încet un curent de aer, cu o pară de cauciuc (fig. 379).

Evaporarea eterului produce răceală și, la un moment dat, vedem cum pereții eprubetei se aburesc, din pricina condensării vaporilor de apă din aer.

În acest moment am atins *punctul de rouă* şi temperatura arătată de termometru este aceea la care cantitatea de vapori ar ajunge ca să asigure saturaţia.

Higrometrele cu condensare coboară temperatura pînă cînd vaporii de apă din aer devin saturanţi.

Notăm această temperatură şi căutăm, în tabele speciale, care este presiunea corespunzătoare a vaporilor saturanţi.

Ea este, evident, egală cu presiunea existentă în aer, pe care am notat-o cu p_e.

Un al doilea termometru ne dă temperatura aerului şi, din aceleaşi tabele, găsim presiunea vaporilor saturanţi, corespunzătoare, pe care am notat-o cu p_m.

Raportul lor reprezintă, prin definiţie, starea higrometrică.

Tabela de mai jos ne dă, în milimetri de mercur, presiunile maxime ale vaporilor saturanţi, la diferite temperaturi, pentru nevoile acestui calcul.

Tabela 15

Temperatura, în grade	Forţa elastică maximă, în mm Hg	Greutatea, în g la 1 m³	Temperatura, în grade	Forţa elastică maximă, în mm Hg	Greutatea, în g la 1 m³
0	4,58	4,6	16	13,63	13,63
1	4,92	4,93	17	14,22	14,53
2	5,29	5,30	18	15,46	15,48
3	5,68	5,69	19	16,46	16,74
4	6,09	6,10	20	17,51	17,53
5	6,54	6,55	21	18,62	18,64
6	7,01	7 03	22	19,79	19,80
7	7,51	7,52	23	21,02	21,04
8	8,04	8,05	24	22,32	22,32
9	8,61	8,62	25	22,62	22,60
10	9,21	9,23	26	25,13	25,55
11	9,84	9,86	27	26,65	26,89
12	10,51	10,52	28	28,25	29,45
13	11,23	11,25	29	29,95	30,15
14	11,98	12,00	30	31,11	31,05
15	11,72	12,73			

Exemplu. **La punctul de rouă, termometrul cufundat în eter ne arată +4°, iar temperatura aerului este de +20°.**

Tabela de mai sus ne arată că la +4° presiunea maximă a vaporilor de apă este de 6,09 mm, iar la +20° este de 17,51 mm. Așadar, în acest caz, umiditatea este

$$\frac{6,09}{17,51}=0,34.$$

Prin urmare nu avem decît 34% din cantitatea maximă de vapori. ce ar putea să o cuprindă aerul, la temperatura dată.

Pe un perete de sticlă transparentă, punctul de rouă este mai greu de observat, chiar în momentul apariției.

De aceea, în modelele practice, îi argintăm sau îi aurim, fiindcă, pe luciul metalului, ceața se vede mai bine.

2. *Higrometrul cu fir de păr* se bazează pe alungirea firelor de păr la umezeală.

Prin variația lungimii, se mişcă un ac indicator, în fața unui cadran gradat (fig. 380).

Gradația se face prin comparație cu alte tipuri de higrometre și se verifică punînd aparatul sub un clopot de sticlă, în care se găsește un vas cu apă. El trebuie să arate atunci umiditatea de 100%.

Il trecem apoi sub alt clopot, unde aerul este uscat cu clorură de calciu. Aici trebuie să ne arate 0%.

Pe același principiu se construiesc și *higrografe,* care înregistrează variația umidității, printr-o curbă continuă.

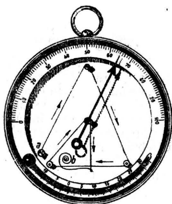


Fig. 380. Higrometru cu fir de păr.

3. *Psichrometrul.* Viteza de evaporare a apei, în spațiu liber, este cu atît mai mare, cu cît aerul este mai uscat.

Dacă vom înfășura rezervorul unui termometru, într-o bucată de tifon, menținută permanent udă, el va arăta o temperatură mai scăzută decît un termometru uscat și cu atît mai scăzută, cu cît umiditatea aerului ar fi mai mică.

Pe acest principiu se bazează *psichrometrul*.

Cele două termometre sînt aşezate vertical, pe un suport, iar tifonul, care înfăşură unul din rezervoare, stă cufundat în apă, aşa cum arată fig. 381.

Fig. 381. Psichrometrul.

Pentru calcularea stării higrometrice ne servim de relaţia

$$p_e = p_{mu} - Kb\ (t_1 - t_2), \qquad (137.2)$$

în care:

p_{mu} este presiunea de saturaţie a vaporilor la temperatura termometrului umed, pe care o găsim în tabele;

b — presiunea barometrică în mm Hg;

K — o constantă a aparatului, care se determină o dată pentru totdeauna, prin comparaţie;

t_1 — temperatura termometrului uscat;

t_2 — temperatura termometrului umed.

Obişnuit, dacă $t_1 > 0°$, $K = 0{,}000\,8$, iar dacă $t_1 < 0°$, $K = 0{,}000\,68$.

Modelele mai perfecţionate au şi un sistem de ventilaţie mecanică, destinat să asigure o evaporare mai regulată.

Constanţa temperaturii corpului omenesc este asigurată, între altele, şi de transpiraţie, prin evaporare.

Dacă aerul este prea umed, evaporarea se face încet şi avem impresia de zăpuşeală; dacă este prea uscat, evaporarea se face prea repede, gîtul se usucă şi trebuie să consumăm cantităţi mai mari de apă.

Funcţionarea normală a organismului omenesc cere un grad de umiditate cuprins între 40% şi 80%.

§ 165. **Circulaţia atmosferei.** Existenţa depresiunilor permanente din regiunile ecuatoriale sau de la latitudinea Islandei, precum şi anticicloanele permanente ale latitudinii de 30° ne îndreptăţesc să privim circulaţia generală din atmosferă după schema din fig. 382.

Conflictul dintre aerul polar şi aerul tropical, care se întîlnesc sub latitudinea Islandei, dă naştere la o instabilitate, adică la perturbaţii, ce se propagă din aproape în aproape, ca valurile mării.

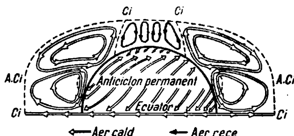


Fig. 382. Circulaţia generală a atmosferei în emisfera nordică.

Pentru Europa, regiunea Islandei este un izvor permanent de cicloane.

Pentru Europa, regiunea Islandei este un izvor continuu de cicloane temporare şi vagabonde, care o mătură dintr-o parte în alta, mergînd către anticiclonul permanent din Siberia, direct sau pe ocolite.

Uneori pot să ia şi alte direcţii, dar aceasta se întîmplă mai rar.

Cînd întîlnesc anticicloane, le înconjoară sau dispar, adică *se umplu.*

Forma izobarelor, la cicloanele în mişcare, nu este regulată şi se schimbă necontenit.

În ce priveşte vînturile, regula mişcării în spirală se aplică, dar numai în linii generale, fiindcă apar şi alte complicaţii.

După concepţiile lui *Bjerknes* [1]), admise acum de toţi meteorologii, se consideră o depresiune ca formată, în păturile inferioare, din două feluri de curenţi de aer:

a) *unul este cald,* sau *tropical* şi ocupă zona *A* (fig. 383);

b) *celălalt este rece,* sau *polar* şi ocupă zona vecină *B.*

Partea din mijloc a figurii ne arată sensurile de circulaţie ale vîntului, în aceste regiuni.

Depresiunea în mişcare duce cu ea un front cald şi altul rece.

Ele sînt separate prin două linii de demarcaţie, din care una, *OC* reprezintă *frontul rece,* iar cealaltă *OD,* reprezintă *frontul cald.*

[1]) *Jacob Bjerknes* (n. 1897), meteorolog norvegian.

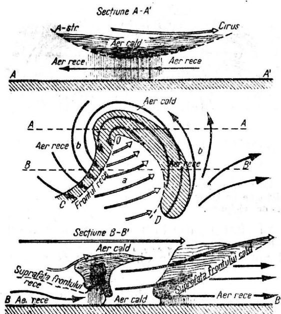


Fig. 383. Schema unei depresiuni în plan și în secțiune, după Bjerknes.

Presupunînd că centrul O al depresiunii urmează calea obișnuită, de la vest la est, vom observa, în calea ei, următoarele schimbări ale timpului.

Precipitațiile continue apar înaintea frontului cald, mai ales în regiunea centrală.

Între cele două fronturi cerul este variabil, cu alternanțe de ploaie și cer senin.

1. Sosirea frontului cald ridică temperatura. Ea este precedată de ploi continue, care ocupă toată zona hașurată și ating maximum în regiunea centrală a depresiunii.

2. Între cele două fronturi în zona caldă, timpul este variabil, cu alternanțe de ploaie și cer senin.

3. Sosirea frontului rece coboară temperatura şi aduce averse, furtuni subite şi întoarceri bruşte ale vîntului, urmate de o înseninare treptată.

Frontul rece aduce furtuni, averse şi întoarcerile bruşte ale vîntului.

4. Sosirea centrului este vestită de apariţia norilor înalţi, *cirus* (Ci), urmaţi de *cirostratus* (CiS), *altostratus* (AS), *cumulus* (C), apoi *nimbus* (Ni), la înălţimi din ce în ce mai mici.

Sosirea depresiunii este precedată de nori, care coboară din ce în ce mai jos.

Fig. 383 reprezintă, în partea de sus, o secţiune verticală, prin centrul depresiunii, după linia *AA'*. Aici frontul cald încalecă peste păturile mai reci.

De asemenea am reprezentat, în partea de jos a figurii, o altă secţiune, după linia *BB'*. Se vede cum frontul rece tinde să încalece peste aerul cald, producînd o inversiune de temperatură.

Anticicloanele sînt mai stabile decît cicloanele şi aduc cer senin, cu ger iarna şi arşiţă vara.

Anticicloanele sînt mai stabile decît cicloanele, aduc vînturi slabe şi cer senin, cu arşiţă pe timp de vară şi ger pe timp de iarnă.

Ele se opun propagării cicloanelor.

B. Noţiuni de prevederea vremii

§ 166. **Drumul depresiunilor.** Am văzut că majoritatea depresiunilor care mătură Europa se formează în regiunea Islandei şi au tendinţa să se deplaseze de la vest la est, cu viteza de 10—40 km/h. Această viteză nu trebuie cufundată cu viteza vîntului. Există însă şi depresiuni care se propagă mult mai repede sau mult mai încet, după cum există şi altele, care stau mai multă vreme pe loc.

Nu toate depresiunile vin din regiunea Islandei. Ele pot să apară şi pe continent, mai ales în Pirinei şi în Sudul Alpilor, sau pot să vină de pe Marea Mediterană.

Se mai poate întîmpla ca o depresiune, după ce a mers un timp într-o direcţie, să se întoarcă înapoi, sau să se dividă în mai multe altele satelite.

In ce priveşte drumul probabil, pe care-l va urma centrul, iată cîteva reguli, observate în cele mai multe cazuri. Ele pot fi aplicate cu rezultate destul de bune:

1. Depresiunile se îndreaptă de obicei către regiunea în care, cu o zi înainte, s-a observat cea mai mare scădere barometrică.

2. Creşterea vitezei vîntului, mai ales în regiunile superioare, anunţă sosirea unei depresiuni.

3. Depresiunile tind să se îndrepte spre regiunea apropiată unde găsesc temperatura cea mai joasă, or în care s-a înregistrat cea mai mare scădere de temperatură, în ultimele 24 de ore.

4. Studiind repartiţia norilor şi ţinînd seamă că ei se lasă mai jos, o dată cu apropierea centrului, ne putem da seama de direcţia aproximativă urmată.

5. Apariţia norilor Cirus ne vesteşte, de multe ori, apropierea unei depresiuni, care vine din aceeaşi direcţie.

6. Cicloanele tind să ocolească anticicloanele.

7. Dacă vînturile, din zona depresiunii, sînt prea puternice, în comparaţie cu gradientele de presiune, depresiunea tinde să se *umple,* adică să dispară. Contrarul se întîmplă pentru vînturile prea slabe.

8. Singura observare a barometrului nu ne poate da nici o indicaţie, fiindcă schimbarea vremii depinde de poziţia fronturilor calde şi reci, precum şi de faptul dacă centrul depresiunii va trece mai la nord sau mai la sud de locul unde ne aflăm.

§ 167. **Hărţile sinoptice.** Prevederea ştiinţifică a timpului nu se poate face decît atunci cînd cunoaştem situaţia atmosferică pe o regiune cît mai întinsă şi mai ales poziţia şi caracterul depresiunilor care vin dinspre vest.

Aceste hărţi se întocmesc de mai multe ori pe zi, cu ajutorul datelor, transmise telegrafic, de la o staţiune la alta şi de la o ţară la alta.

Fig. 384 reprezintă două astfel de hărţi, întocmite în două zile consecutive.

Izobarele sînt trasate cu linii pline şi izotermele punctat, cifrele arată temperaturile şi presiunile respective, iar indicaţiile dintre figuri ne permit să înţelegem diferitele simboluri convenţionale.

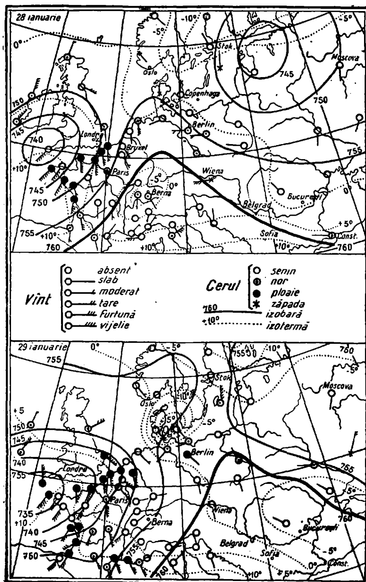


Fig. 384. Hărţi sinoptice.

Pe prima hartă, se vede o depresiune care, venind de pe ocean, a ajuns în sudul Irlandei.

Violenţa vîntului ne arată că această depresiune nu va dăinui multă vreme şi, observînd izotermele, putem prevedea că se va îndrepta spre Elveţia, unde găseşte temperatura cea mai joasă (—5 °C).

Cunoscînd aceste fapte, putem anunţa, pentru ziua următoare, buletinul meteorologic de mai jos:

În centrul şi în sudul Franţei temperatura va creşte, presiunea va fi în scădere, cerul acoperit, vîntul puternic, din sectorul nord, ploaie.

În Elveţia, apropierea depresiunii va urca temperatura şi va aduce tendinţă de înnourare.

În ţara noastră, în urma înaintării zonei anticiclonice, aflate la sud de izobara 760, timpul se va menţine senin, cu temperatura în scădere.

Depresiunea care a plecat, cu o zi înainte, din sudul Mării Baltice, va face ca, în această regiune, să apară în curînd o zonă cu cer senin şi temperatură scăzută, care nu va dura multă vreme, pentru că va atrage într-acolo zona de depresiune din vest, obligată să ocolească anticiclonul din sudul Europei.

Examinarea hărţii din ziua următoare ne arată că, în adevăr aşa s-a întîmplat.

Prevederea timpului, cu ajutorul hărţilor sinoptice, poate să dea rezultate bune, pentru intervale de 24 de ore pe continent şi 48 de ore pe ocean, unde factorii perturbatori sînt mai puţini.

Cînd e vorba de prevederile de durată mai lungă, ele nu sînt suficiente. Aici ne servim de alte date suplimentare şi mai ales de studiul circulaţiei aerului din regiunile polare, unde se găsesc instalate acum diferite observatoare stabile.

În ce priveşte prevederile locale, făcute numai pe baza datelor dintr-un loc anumit, ele sînt mult mai puţin sigure şi în orice caz limitate la un timp scurt.

Fiecare regiune are un specific al ei, în ce priveşte urmările anumitor semne.

Cu oarecare spirit de observaţie, ajungem să tragem şi din ele foloase reale.

De asemenea este de ajutor să observăm apucăturile animalelor, migraţia păsărilor, desfăşurarea vegetaţiei etc.

Observaţii meteorologice locale sînt menţionate în cronicile vremurilor, de sute de ani.

Cu ajutorul lor s-a încercat să se găsească o periodicitate, legată de fazele lunii, de petele solare sau de alte fenomene astronomice.

S-a găsit, în adevăr, oarecare legătură cu periodicitatea de 11 ani a petelor solare. Ea este confirmată şi de observaţia că grosimea cercurilor anuale de creştere a copacilor este mai mare

din 11 în 11 ani, ceea ce arată că aceşti ani au fost mai ploioşi decît alţii. Regula suferă însă numeroase abateri.

De asemenea, se cunoaşte instabilitatea vremii, în epoca echinocţiului de primăvară, precum şi coborîrea temperaturii, ce apare pe la mijlocul lunii mai, din cauza invadării oceanului de gheţarii care s-au desfăcut din banchiza polară.

In ce priveşte fazele lunii, este sigur că nu există nici o legătură cu fenomenele meteorologice.

Progresele meteorologiei au fost importante mai ales în ultimii douăzeci de ani, de cînd navigaţia aeriană nu se poate lipsi de serviciile ei.

Ea aduce foloase nepreţuite agriculturii şi altor domenii ale vieţii practice.

Un studiu mai amănunţit ar implica o dezvoltare mult mai largă decît aceea pe care i-am dat-o în manualul de faţă, unde ne-am limitat la cîteva noţiuni elementare.

TABELE DE CONSTANTE ŞI DATE UTILE

Constante fizice generale

I. Mecanică

1) Constanta gravitaţiei ($\varkappa$) — $6{,}67 \cdot 10^{-8}$ dyn · cm² · g^{-2}
2) Acceleraţia gravitaţiei (g)
   a) Normală — 980,665 cm · s^{-2}
   b) La Bucureşti (Com. Roşu) — 980,551 cm · s^{-2}

II. Căldură

1) Zero absolut (0 °K) — —273,15°C
2) Volumul molecular al gazelor perfecte (la 0 °C şi 760 mm) — 22 414 cm³ · mol^{-1}
3) Constanta gazelor perfecte (R) — $8{,}314 \cdot 10^{7}$ erg · $°K^{-1}$ · mol^{-1}
   1,988 1 cal · $°K^{-1}$ · mol^{-1}
4) Echivalentul mecanic al caloriei (J) — $4{,}181\,6 \cdot 10^{7}$ erg · cal^{-1}
   4,181 6 J · cal^{-1}

III. Constante generale

1) Numărul lui Avogadro (N) — $6{,}023 \cdot 10^{23}$ pe mol
2) Constanta lui Boltzmann (k) — $1{,}380 \cdot 10^{-16}$ erg · $°K^{-1}$

Dimensiunile unităţilor
(în sistemele CGS şi MKS)

Mărimea	L	M	T
Lungime	1	0	0
Masă	0	1	0
Timp	0	0	1
Arie	2	0	0
Volum	3	0	0
Unghi	0	0	0
Viteză	1	0	—1
Acceleraţie	1	0	—2
Viteză unghiulară	0	0	—1
Accel. unghiulară	0	0	—2
Forţă	1	1	—2
Momentul forţei	2	1	—2
Moment de inerţie	2	1	0
Impuls	1	1	—1

Mărimea	L	M	T
Impuls de rotaţie	2	1	—1
Lucru mec., energie	2	1	—2
Putere	2	1	—3
Presiune	—1	1	—2
Elasticitate	—1	1	—2
Compresibilitate	1	—1	2
Viscozitate	—1	1	—1
Densitate	—3	1	0
Greutate spec.	—2	1	—2
Difuziune	2	0	—1
Tens. superficială	0	1	—2
Entropie	2	1	—2 grd^{-1}
Conduct. termică	1	1	—3 grd^{-1}
Temperatură			grd

Coordonate geografice
(pentru Europa)

Localitatea	Long. Greenw.	Latitudine	Altitudine m	g cm · s⁻²
Berlin (Potsdam)	13°4′	52°22′	87	981,250
Bucureşti (Obs.)	26°6′	44°24′	85	980,551
Budapesta (Obs.)	19°3′	47°28′	110	980,807
Leningrad (Obs.)	30°17′	59°56′	4	981,908
Londra (Greenw.)	0°00′	51°28′	10	981,194
Moscova (Obs.)	37°34′	55°45′	142	981,523
Paris (Obs.)	2°20′	48°50′	60	980,943
Pulkovo (Obs.)	30°19′	59°46′	75	981,873
Roma (Şcoala Polit.)	12°28′	41°53′	59	980,318
Stockholm (Obs.)	18°3′	59°20′	44	981,848
Viena (Obs.)	16°20′	48°13′	240	980,834

Densităţii medii
(în condiţii normale şi unităţi CGS)
I. *Solide*

Substanţa	Densitatea	Substanţa	Densitatea
Aluminiu	2,71	Staniu	7,31
Argint	10,5	Zinc	7,13
Aur	19,3	Sticlă	2,4–2,6
Beriliu	1,85	Sticlă flint	3,0–5,9
Cupru	8,94	Lemn: abanos	1,2
Fier	7,86	brad	0,5
Kaliu	0,86	stejar	0,7
Litiu	0,53	Plută	0,16–0,20
Magneziu	1,74	Alamă	8,1 –8,6
Natriu	0,97	Cuarţ	2,65
Nichel	8,8	Gheaţă	0,917
Osmiu	22,5	Sare de bucătărie	2,15
Platină	21,4	Zahăr	1,59
Sulf	2,0		

II. *Lichide*

Substanţa	Densitatea	Observaţii	Substanţa	Densitatea
Clor	1,51	la temperatura	Eter ordinar	0,72
Heliu	0,15	de lichefiere	Alcool	0,79
Hidrogen	0,06		Benzol	0,881
Oxigen	1,13		Glicerină	1,26
Azot	0 79		Ulei de măsline	0,91
Mercur (18°C)	13,551		Petrol	0,8
Mercur (0°C)	13,596		Sulfură de carbon	1,26

III. *Gaze*

Gazul	Densitatea	Gazul	Densitatea
Oxigen	0,001 429	Bioxid de carbon	0,001 977
Azot	0,001 251	Aer	0,001 293
Hidrogen	0,000 089	Vapori de apă (100 °C şi 1 at)	0,000 606

Constante elastice

Corpul	*E*, kgf/mm²	Limita de elasticitate, kgf/mm²	Limita de rezistenţă, kgf/mm²
Plumb	1 700	0,25	2
Aluminiu	7 500	2,80	7—11
Argint	7 900	—	16
Cupru moale	10 000	3	20
Oţel ordinar	20 000	33	75
Oţel molibden	22 000	60	150
Fier moale	19 000	5	35
Iridiu	53 000	—	—
Sticlă (aprox.)	6 000	—	27
Cauciuc vulcanizat	0,1	—	—
Alamă	10 000	—	60
Aur	8 000	—	25
Cureaua	1 500	—	—
Fir de mătase	650	—	—

Constante termice

I. *Solide*

Corpul	Coeficientul de dilatare	Căldura specifică, (cal/g · grd)	Punctul de topire, (°C)	Căldura de topire, (cal/g)	Conductibilitatea calorifică, (CGS)
Aluminiu	0,000 022	0,214	658	77	0,48
Argint	019	0,055	960,5	26	1,01
Aur	014 5	0,031	1 063	15,9	0,70
Cupru	016	0,091	1 084	42	0,90
Fier	012	0,105	1 100—1 600	—	0,14—0,17
Oţel	010	0,114	1 300—1 400	—	0,06 - 0,12
Nichel	012 8	0 106	1 460	—	0,14
Platină	009	0,032	1 773,5	27	0,17
Sticlă	009	0,190	800—1 400	—	0,002 3
Staniu	023	0,052	231,8	14	0,15
Zinc	029 1	0,091	419,4	28	0,27
Alamă	018 5	0,093	circa 900	—	0,15—0,30
Sulf	118	0,16—0,24	119	10	0,000 7
Plumb	029 3	0,031	327	5,5	0,08

II. *Lichide*

Corpul	Dilataţia volumetrică	Căldura specifică, (cal/g·°C)	Punctul de topire, (°C)	Punctul de fierbere, (°C)	Căldura de evaporare, (cal/g)
Apă	0,000 18	1,000	0,000 0	100,00	539,1
Alcool	1 05	0,58	−114	78,3	202
Eter ordinar	1 63	0,56	−123,6	34,6	90
Benzol	1 24	0,41	+ 5,5	80,2	94
Petrol	1 04	0,51	—	110−120	circa 75
Sulfură de carbon	1 21	0,24	−112	46,2	85
Mercur	0 181	0,033	− 38,87	356,7	68
Bioxid de carbon	—	—	− 57	− 78,5	142
Oxigen	—	—	−218	−183,0	51
Azot	—	—	−210,5	−195,8	48
Hidrogen	—	—	−256	−253,8	110
Heliu	—	—	—	−268,8	—

Căldura de topire a apei este de 80 cal/g

Volumul specific al apei

Temperatura, °C	V_s	Temperatura, °C	V_s	Temperatura, °C	V_s
0	1,000 13	8	1,000 12	16	1,001 03
2	1,000 03	10	1,000 27	18	1,001 38
4	1,000 00	12	1,000 47	20	1,001 77
6	1,000 03	14	1,000 73	22	1,002 19

Căldurile specifice C_p (în cal/g-grd la 18 °C) şi raportul C_p/C_v

Substanţa	C_p	C_p/C_v	Substanţa	C_p	C_p/C_v
Aer	0,241	1,40	Heliu	1,26	1,66
Oxigen	0,218	1,40	Argon	0,127	1,65
Azot	0,249	1,40	Iod (vapori)	0,034	1,29 (încă nedisociat)
Hidrogen	3,400	1,41	Bioxid de carbon	0,202	1,30

Presiunea vaporilor saturanţi

Pentru apă

t°C	p mm Hg	t°C	p mm Hg	t°C	p at	t°C	p at
0	4,6	50	92,5	119	2	183	11
10	9,2	60	149,2	132	3	200	16
20	17,5	80	355,1	142	4	206	18
30	31,8	100	760	151	5	211	20
40	55,3			164	7		

Alte lichide (în mm Hg)

t°C	Eter	Alcool	Benzol	Mercur	t°C	Eter	Alcool	Benzol	Mercur
−20	66	3,3	6	—	+ 60	1 740	351	389	0,025
0	185	12,5	26	0,000 4	+ 80	3 000	812	753	0,09
+20	440	44,1	75	0,001 1	+100	4 900	1 690	1 342	0,28
+40	920	133,6	182	0,006	Fierbe la:	34,5°	78,3	80,2	356,7

Date critice

Corpul	$t°_{crit}$	p_{crit} (at)	Corpul	$t°_{crit}$	p_{crit} (at)
Heliu	−267,84	2,26	Metan	− 82,85	45,6
Hidrogen . .	−239,91	12,80	Bioxid de carbon .	+ 31,1	73
Azot	−147,13	33,4	Amoniac	+133	112
Oxigen . . .	−118,82	49,7	Apă	+374,2	217,7

TABLA DE MATERII

PARTEA ÎNTÎI

BAZELE FIZICE ALE MECANICII

PARTEA A DOUA

MECANICA CORPURILOR FLUIDE

PARTEA A TREIA

CĂLDURA ŞI TERMODINAMICA

ALEXANDRU CIŞMAN

FIZICA GENERALĂ

II

EDITURA TEHNICA

Prof. ALEXANDRU CIŞMAN

FIZICA GENERALĂ

II

Unde elastice şi acustica, electrostatica, electrodinamica, cîmpul magnetic, electromagnetismul, curentul alternativ, unde electromagnetice şi elemente de radiocomunicaţii



EDITURA TEHNICĂ
Bucureşti 1957

PARTEA A PATRA

UNDE ELASTICE ŞI ACUSTICA

INTRODUCERE

§ 168. **Mişcarea oscilatorie** *(scurtă recapitulare)*. In § 51 am arătat că:

1) O mişcare oscilatorie sinusoidală are ecuaţia:

$$e = a \sin \omega t \tag{51.1}$$

în care

e este *elongaţia* la momentul t,
a este *elongaţia maximă* sau *amplitudinea*,
$\omega = \frac{2\pi}{T}$ este *pulsaţia*,
T este *perioada*,
$1/T = f$ este *frecvenţa* şi
ωt este faza *oscilaţiei*.

2) Am mai arătat că viteza şi acceleraţia mişcării se exprimă prin relaţiile

$$v = a\omega \cos \omega t = a\omega \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{51.3}$$

şi

$$a_n = -a\omega^2 \sin \omega t = a\omega^2 \sin (\omega t + \pi)$$

în care diferenţele de fază, în raport cu elongaţia, sînt respectiv $\pi/2$ şi π.

3) In § 55 am văzut că elongaţiile oscilaţiilor ce decurg pe aceeaşi direcţie se pot compune prin simpla adunare algebrică a valorilor instantanee.

4) In cazul particular cînd oscilaţiile sînt în fază şi au aceeaşi perioadă, suprapunerea lor duce tot la o mişcare oscilatorie sinusoidală, de perioadă egală cu a componentelor şi de amplitudine egală cu suma amplitudinilor.

5) Cînd oscilaţii de aceeaşi perioadă sînt în opoziţie de fază, oscilaţia rezultantă are amplitudinea egală cu diferenţa amplitudinilor şi nulă, dacă ele sînt egale.

6) Compunerea oscilaţiilor de aceeaşi direcţie, dar de frecvenţe diferite f_1 şi f_2 produce *bătăi*, a căror frecvenţă este

$$\Delta f = f_2 - f_1. \qquad (55.1)$$

7) În § 69 am arătat că orice oscilaţie sinusoidală simplă a unei mase m se datoreşte acţiunii unei forţe elastice, definită prin relaţia

$$F = -Kx = -Ka \sin \omega t \qquad (68.1)$$

şi că are perioada

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \qquad (69.4)$$

unde K este *constanta elastică.*

8) Dacă oscilaţia întîmpină frecări, amplitudinea ei scade prin amortizare, fiindcă frecările transformă energia mecanică în căldură.

În cazul particular cînd scăderea este exponenţială, ecuaţia mişcării devine

$$E = ae^{-\delta t} \sin \omega t \qquad (69.9)$$

în care δ reprezintă *amortizarea*, iar e este baza sistemului de logaritmi neperieni.

Mai adăugăm că atît calculul, cît şi experienţa ne duc la concluzia că, în cazul cînd forţele de frecare, pe care le vom nota cu R, nu sînt prea mari, amortizarea are valoarea

$$\delta = \frac{R}{2m}, \qquad (168.1)$$

în care m este masa oscilantă.

Se mai demonstrează că, la oscilaţiile amortizate, perioada este ceva mai lungă decît la cele neamortizate şi tinde treptat către valoarea dată de (69.4), cînd amplitudinea tinde către zero.

Dacă masa oscilantă e prea mică, sau frecările prea mari, sistemul nu mai oscilează, ci revine *aperiodic* spre poziţia de echilibru.

9) În § 75 am văzut că energia potenţială a unui resort, întins ori comprimat, este

$$W_p = \frac{1}{2} Kx^2 \qquad (75.1)$$

şi, dacă nu există frecări, ea trece integral în energia cinetică

$$W_c = \frac{1}{2} ma^2\omega^2$$

în momentul în care masa oscilantă trece prin poziţia de repaus.

10) In fine, în § 83, am arătat că, în cazul alungirii sau scurtării unei bare elastice, de lungime L şi secţiune S, legea lui Hooke ne dă, pentru deformarea relativă,

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \tag{83.2}$$

unde E este modulul de elasticitate şi F forţa deformantă.

Constanta K de mai sus capătă atunci valoarea

$$K = \frac{F}{\Delta L} = \frac{SE}{L}.$$

Am amintit aceste fapte şi relaţii de bază, fiindcă ne vor servi în dezvoltarea capitolelor viitoare, şi în *acustică*, şi în *electricitate*.

Insistăm să fie revizuite cu atenţie, înainte de a trece mai departe.

§ 169. **Obiectul acusticii.** In principiu, acustica este studiul *sunetelor*, adică al fenomenelor naturale ce impresionează *simţul auzului*.

Sunetele sînt produse de *vibraţii* ale corpurilor şi se transmit urechii prin mediile înconjurătoare, mai ales prin aer.

Acustica este studiul sunetelor şi al cauzelor ce pot să le producă. Domeniul ei se extinde şi la fenomenele înrudite.

Impresia de sunet nu apare însă decît în domeniul frecvenţelor cuprinse între 16 şi 20 000 de herţi.

Aceste limite sînt destul de neprecise şi variază, de la caz la caz, după vîrsta observatorului, calitatea urechii, gradul de oboseală etc.

Peste 20 000 Hz sîntem în domeniul *ultrasunetelor*, iar sub 16 Hz avem *infrasunetele*, unde vibraţiile pot fi observate cu ochii, una cîte una.

După scopul urmărit, putem împărţi acustica în patru capitole mari :

1. *Acustica fizică*, în care studiem nu numai domeniul audibil, ci ansamblul tuturor fenomenelor de vibraţie mecanică şi propagarea lor prin diverse medii.

2. *Acustica tehnică* are mai mult un caracter practic. Ea cercetează calităţile sonore ale clădirilor şi sălilor de spectacol, metodele de izolare sonoră, sistemele de reproducere, prin filme, radio sau discuri etc.

3. *Acustica fiziologică* urmăreşte mecanismul de percepere al sunetelor, acţiunea lor asupra organismului şi condiţiile de emisiune ale vocii.

4. *Acustica estetică* urmăreşte progresele artei muzicale şi caută metodele ştiinţifice de perfecţionare a instrumentelor de muzică.

CAPITOLUL XX

UNDE ELASTICE

§ 170. **Caracterul undelor.** Experienţa ne arată că, dacă un mediu oarecare sufere o deformare locală şi este în stare să dezvolte reacţii elastice sau neelastice, regiunea deformată caută să-şi descarce energia potenţială şi transmite deformarea, din aproape în aproape, regiunilor vecine.

Intr-un mediu capabil să dezvolte reacţii elastice sau neelastice, deformările se propagă sub forma de unde.

Această transmitere nu se face instantaneu, ci cu o viteză finită, sub forma de *unde*.

Ne propunem să cercetăm aspectul acestor unde.

1. *Cazul undelor superficiale.* O piatră care cade în apă formează valuri circulare şi concentrice, care se lărgesc treptat, pînă dispar prin amortizare, iar apa îşi reia luciul de mai înainte (fig. 1).



Fig. 1. Secţiune printr-o undă superficială.

O frunză sau un dop, care plutesc, nu se duc odată cu valul, ci numai saltă pe loc şi ne arată că nu e vorba de un transport de lichid, ci de o simplă deformare a suprafeţii, care se propagă în planul orizontal, fiindcă nu s-ar putea menţine, dacă ar sta în repaus.

Reacţiunea suprafeţii lichidului nu este proporţională cu deformaţia suferită, aşa că nu poate fi considerată ca o forţă

elastică. Ea se datorește numai acțiunilor combinate ale gravitației și tensiunii superficiale, care tind să restabilească situația inițială.

Undele superficiale nu sînt unde elastice.

2. *Unde elastice transversale.* Dacă întindem o funie de rufe, între două suporturi și-i dăm o lovitură laterală, cu latul mîinii, la unul din capete, se produce o deformare, pe care o putem vedea cum se propagă spre capătul opus (fig. 2, *a, b, c*).

În măsura în care deformarea poate fi considerată ca proporțională cu forța ce a produs-o, avem aci *o undă elastică transversală, în care oscilațiile sînt perpendiculare pe direcția de propagare.*

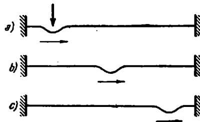


Fig. 2. Propagarea unei deformări transversale pe o funie.

În trecerea ei, această undă nu face decît să devieze rînd pe rînd și lateral diferitele puncte ale mediului de propagare.

3. *Unde elastice longitudinale.* Cînd o locomotivă de manevră lovește un șir de vagoane, impulsul transmis primului vagon comprimă resorturile tampoanelor și fenomenul se propagă, ca o undă elastică, în tot lungul șirului.

De astă dată deformarea este orientată paralel cu direcția de propagare. Ea duce cu dînsă o undă de comprimare sau de dilatare a resorturilor elastice.

Undele longitudinale produc dilatări sau comprimări, iar cele transversale devieri laterale.

În toate cazurile similare, *cînd punctele mediului suferă deplasări temporare în direcția propagării, avem unde longitudinale.*

Experiența de mai sus, cu funia de rufe, o vom face punînd un capăt în mîna unei persoane și imprimînd o tracțiune bruscă la capătul opus.

Persoana vede mișcarea transmisă, dar nu simte sosirea undei decît ceva mai tîrziu, din cauza timpului necesar propagării.

§ 171. **Lungimea de undă.** Să presupunem că, într-un punct, pe suprafața unei ape liniștite, producem o serie de oscilații continue, după direcția verticalei (fig. 3).



Fig. 3. Formarea undelor pe suprafața apei.

Aceste oscilații dau naștere la valuri concentrice, care se propagă cu o viteză ce poate fi măsurată cu destulă ușurință.

Cum fiecare oscilație produce un val nou, este evident că distanța între două valuri succesive, de pildă între două creste, va fi parcursă în timpul unei perioade T.

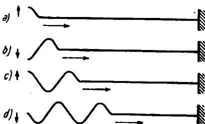


Fig. 4. Propagarea unor unde transversale pe o funie.

Analog, dacă fixăm un capăt al funiei de mai sus și clătinăm ritmic celălalt capăt, apar unde transversale, care vin una după alta și funia capătă succesiv aspectele din fig. 4.

Și de astă dată distanța între două creste vecine va fi parcursă tot în timpul unei perioade.

Pentru evidențierea undelor longitudinale, vom face o spirală de sîrmă, lungă de cîțiva metri, o vom fixa la un capăt și vom imprima extremității opuse oscilații ritmice, în sensul lungimii (fig. 5).

De astă dată se propagă, în lungul resortului, comprimări și dilatări succesive, iar distanța parcursă în timpul unei perioade va cuprinde o porțiune comprimată și alta dilatată.

Fenomenele descrise pot fi observate în toate mediile solide.

La lichide și la gaze, formarea undelor transversale nu este posibilă, fiindcă păturile succesive lunecă una pe alta, fără să-și transmită deformațiile.

Aici nu apar decît unde longitudinale şi unde de suprafaţă.

În atmosferă există de multe ori pături suprapuse, ce încă nu s-au amestecat prin difuziune. Lunecarea lor, sub acţiunea vîntului, face să apară, în planele de separaţie, unde superficiale. De aceea norii din regiunile înalte capătă adesea fie forma tipică şi ondulată a valurilor, fie aspectul de fîşii paralele, situate în acelaşi plan orizontal.

Undele de diferite specii pot să apară simultan şi atunci se propagă independent unele de altele.

De pildă, o explozie ce s-ar produce sub apă, dă naştere în adîncuri la unde longitudinale, iar la suprafaţă se formează valuri.

Acelaşi lucru se petrece în cazul cutremurelor de pămînt: şi atunci apare o undă longitudinală, de comprimări şi dilatări, o alta tranversală, care produce devieri laterale şi o a treia, superficială, care dă suprafeţii pămîntului aspectul tipic de valuri.

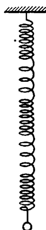


Fig. 5. Unde comprimate şi dilatate pe un resort.

Experienţa ne arată că, într-un mediu dat, unda longitudinală se propagă mai repede decît cea transversală, iar unda superficială se propagă mai încet decît amîndouă. Explicaţia o vom da mai tîrziu.

Tot experienţa ne mai arată că propagarea urmează legile mişcării uniforme, cel puţin în primă aproximaţie. Neglijînd excepţiile, vom considera deci viteza ca o constantă a mediului şi o vom nota cu v.

Aspectul fenomenelor, aşa cum le-am descris, impune acum introducerea unei mărimi caracteristice: *lungimea de undă* λ.

Lungimea de undă este distanţa parcursă în timpul unei perioade.

Ea reprezintă, prin definiţie, distanţa parcursă de sistemul de unde, în timpul unei perioade.

Vom avea deci, prin definiţie,

$$\boxed{\lambda = vT} \qquad (171.1)$$

şi fiindcă perioada este inversa frecvenţei f,

$$\boxed{v=\lambda f} \qquad (171.2)$$

Lungimea de undă este direct proporţională cu perioada şi invers proporţională cu frecvenţa.

Aceste două relaţii fundamentale ne spun că, într-un mediu dat, *lungimea de undă este direct proporţională cu perioada şi invers proporţională cu frecvenţa oscilaţiilor.*

Să presupunem acum că, pe o direcţie OP, se propagă, în sensul săgeţii, o serie de unde elastice, provenite de la o deformare periodică sinusoidală (fig. 6).

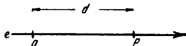


Fig. 6. Dacă distanţa d este un multiplu al lungimii de undă, punctele O şi P oscilează în fază.

Este indiferent dacă aceste unde ar fi longitudinale sau transversale.

Punctele întîlnite, în mediul străbătut, vor intra rînd pe rînd în mişcare, ca să oscileze de asemenea sinusoidal şi cu amplitudinea a, în jurul poziţiei de echilibru.

Dacă, la un moment dat, elongaţia punctului O ar fi

$$e_1 = a \sin \frac{2\pi}{T} t \qquad (I)$$

este evident că, în acelaşi moment, elongaţia punctului P ar trebui să fie

$$e_2 = a \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{v}\right) \qquad (II)$$

fiindcă el a început să oscileze mai tîrziu decît O, cu timpul d/v, necesar parcurgerii distanţei d.

Relaţia (II) se mai poate scrie sub forma

$$e_2 = a \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{Tv} d\right)$$

sau, ţinînd seamă de (171.1),

$$e_2 = a \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} d\right). \qquad (III)$$

Să presupunem acum că distanţa d este un multiplu întreg al lungimii de undă. Vom avea atunci

$$e_2 = a \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - 2n\pi\right) =$$

$$= a \sin \frac{2\pi}{T} t = e_1.$$

Înseamnă că, în aceste condiţii, punctele O şi P ar oscila fără diferenţă de fază.

Această concluzie ne permite să completăm definiţia lungimii de undă, în felul următor:

Pe direcţia de propagare, punctele separate prin multipli întregi ai lungimii de undă oscilează în fază.

Pe direcţia de propagare, toate punctele separate prin distanţe egale cu multipli întregi ai lungimii de undă oscilează în fază.

Prin urmare lungimea de undă este cea mai mică distanţă ce separă, pe direcţia de propagare, două puncte care au mereu elongaţii egale şi de acelaşi semn.

Punctele separate prin multipli neperechi ai jumătăţii lungimii de undă sînt în opoziţie de fază.

Este uşor de văzut că, *dacă distanţa considerată ar fi un multiplu nepreche al jumătăţii lungimii de undă, punctele respective ar avea elongaţii egale, dar de semne contrarii, adică ar fi în opoziţie de fază.*

§ 172. **Viteza de propagare.** Ne propunem să găsim o relaţie teoretică, în acord cu experienţa, prin care să legăm viteza de propagare a undelor elastice de alte constante ale mediului.

Vom considera trei cazuri deosebite:

1. *Undele longitudinale.* O bară rigidă, de lungime L, secţiune S şi densitate ρ este lovită la unul din capete de un ciocan, cu viteza u. Lovitura comprimă local bara şi o scurtează cu ΔL (fig. 7).

Dacă notăm cu t durata impulsului, vom avea

$$\Delta L = ut.$$

În acelaşi timp, deformarea elastică se propagă în lungul barei, cu o viteză $v \gg u$ şi parcurge distanţa

$$L = vt.$$

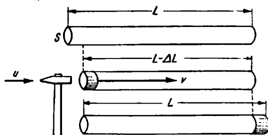


Fig. 7. Pentru deducerea formulei lui Newton.

De aci deducem că

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{u}{v}.$$

După legea lui Hooke, prin comprimare se dezvoltă forţa

$$F = SE\frac{\Delta L}{L} = SE\frac{u}{v} \qquad \textbf{(83.2)}$$

şi putem scrie că impulsul transmis a fost

$$Ft = SE\frac{u}{v}t.$$

În urma loviturii, întreaga bară se deplasează cu viteza u a ciocanului şi capătă cantitatea de mişcare

$$mu = SL\rho u$$

pe care, egalînd-o cu impulsul, avem, după ce facem reducerile,

$$Et = L\rho v.$$

Dar viteza de propagare a undei elastice fiind v, înseamnă că

$$L = vt$$

şi, după substituire, ajungem la relaţia finală

$$\boxed{v=\sqrt{\frac{E}{\rho}}}. \qquad (172.1)$$

Această relaţie, cunoscută sub numele de *formula lui Newton,* ne spune că *viteza de propagare a undelor elastice longitudinale, în solide, se exprimă prin rădăcina pătrată a raportului dintre modulul de elasticitate şi densitate.*

Viteza de propagare a undelor longitudinale este dată de rădăcina pătrată a raportului dintre modulul de elasticitate şi densitate.

Ca să obţinem viteza în unităţi CGS trebuie să ţinem seamă că, obişnuit, valoarea modulului de elasticitate se dă în kgf/mm² şi să facem cuvenita transformare, prin înmulţirea datelor din tabele cu $981 \cdot 10^5$.

În cazul lichidelor, va trebui să înlocuim modulul de elasticitate E, prin modulul de compresibilitate χ şi relaţia de faţă devine

$$v=\sqrt{\frac{\chi}{\rho}}. \qquad (172.1\,a)$$

Studiind ecuaţia lui Van-der-Waals, *Petru Bogdan* a demonstrat că viteza de propagare în lichide poate fi exprimată şi prin relaţia

$$v=\sqrt{r}$$

în care r este căldura de evaporare, la temperatura experienţei, exprimată în ergi pe gram.

Această relaţie a fost verificată, prin măsurări directe ale vitezei sunetului, de *Th. V. Ionescu* [1]).

În fine, la gaze, modulul de elasticitate ar trebui să fie înlocuit cu presiunea.

Fenomenul se complică însă, din cauză că destinderile şi comprimările succesive fiind prea rapide, temperaturile locale sufăr variaţii, ce nu pot fi compensate prin schimburi de căldură.

---

¹) În prezent profesor la Universitatea din Bucureşti.

Prin urmare, aceste comprimări au caracterul adiabatic.

Comprimările şi dilatările succesive, produse de undele elastice, sînt adiabatice.

Vom înmulţi deci presiunea cu raportul căldurilor specifice şi astfel viteza de propagare a undelor longitudinale se va exprima prin relaţia

$$v = \sqrt{\frac{p}{\rho}\varkappa}. \qquad (172.1\,b)$$

Ştiind că valoarea lui $\varkappa$ este 1,66, pentru gazele monoatomice, 1,4, la cele biatomice şi 1,33, la cele triatomice, putem astfel calcula viteza v.

Cînd nu cunoaştem structura moleculară a gazelor, simpla determinare a vitezei sunetului, pe cale experimentală, ne permite să aflăm raportul căldurilor specifice şi să ne dăm seamă de numărul atomilor din moleculă.

Aceeaşi relaţie ne mai dă putinţa să calculăm viteza, la o temperatură t, cînd o cunoaştem la temperatura t_0 şi cînd presiunea rămîne neschimbată.

Ştiind că densitatea variază cu temperatura după relaţia

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1+\alpha\Delta t},$$

avem

$$v_t = \sqrt{\frac{p\,(1+\alpha\cdot\Delta t)}{\rho_0}\cdot\varkappa}.$$

Prin urmare

$$\boxed{v_t = v_0\sqrt{1+\alpha\cdot\Delta t}}. \qquad (172.2)$$

Viteza undelor elastice în gaze creşte proporţional cu rădăcina pătrată a binomului de dilatare.

In concluzie: *viteza undelor elastice longitudinale, în gaze, creşte proporţional cu rădăcina pătrată a binomului de dilatare.*

2. *Undele transversale.* Am văzut mai sus că asemenea unde nu pot să apară în gaze, nici în lichide, fiindcă

nu există posibilitatea transmiterii deformărilor laterale, între două pături succesive, ce nu fac decît să lunece una pe alta, cu frecări neglijabile.

Undele transversale nu pot să apară decît în solide.

În solide, propagarea lor este legată de modulul de îndoire (cînd se transmit printr-o bară), sau de forfecare (cînd se transmit printr-un mediu nelimitat).

Cum aceşti moduli sînt mai mici decît modulul de elasticitate, viteza va fi de asemenea mai mică.

Teoria elasticităţii ne arată că, pentru un mediu nelimitat, această viteză este aproximativ

$$v=0{,}6\sqrt{\frac{E}{\rho}}. \tag{172.3}$$

Fenomenul de polarizare. Oscilaţiile transversale fiind, prin definiţie, perpendiculare pe direcţia de propagare, putem deosebi mai multe cazuri particulare:

a) Să presupunem că, reluînd experienţa cu funia, de care ne-am servit ca să evidenţiem această specie de unde, am fixa-o la un capăt şi am imprima celuilalt capăt oscilaţii ritmice, după o direcţie dată, de pildă în planul vertical (fig. 8, *a*).

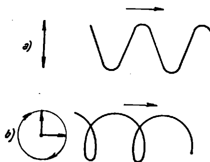


Fig. 8. Polarizarea rectilinie şi circulară.

Diferitele puncte ale funiei, întîlnite în cale de unda ce se propagă, vor oscila de asemenea în planul vertical şi un observator ce ar privi în lungul ei ar constata că, din infinitatea de direcţii perpendiculare pe linia de propagare, oscilaţiile aleg una singură.

Vom spune, în acest caz, că undele *sînt polarizate liniar,* în planul vertical.

b) În a doua serie de experienţe, vom imprima capătului funiei o mişcare circulară (fig. 8, *b*).

Această mişcare se transmite din aproape în aproape, cu diferenţele de fază corespunzătoare timpului de propagare şi funia capătă aspectul unei spirale, ce se înşurubează necontenit, în sensul lungimii.

Dacă punctele mediului descriu traiectorii circulare sau eliptice, unda este polarizată circular sau eliptic.

Fiecare punct al ei descrie o traiectorie circulară şi de aceea vom spune că *unda transversală s-a polarizat circular.*

La fel s-ar fi petrecut lucrurile dacă am fi mişcat capătul funiei după o elipsă. Am fi avut atunci o spirală turtită şi o *polarizare eliptică.*

In § 55.2 am arătat că o mişcare circulară sau eliptică poate fi descompusă în două mişcări oscilatorii sinusoidale, defazate cu un sfert de perioadă, ce s-ar desfăşura după direcţii perpendiculare, cu frecvenţe egale [1]).

Undele polarizate circular sau eliptic rezultă din compunerea undelor polarizate rectiliniu, în două plane perpendiculare.

Vom considera deci undele polarizate circular sau eliptic drept o suprapunere de unde polarizate rectiliniu, în două plane perpendiculare.

Fenomene analoge se pot petrece şi în alte medii, limitate sau nelimitate.

Cînd mediul este *izotrop* viteza de propagare a undelor longitudinale sau transversale depinde de proprietăţile elastice, dar nu depinde de direcţia urmată.

Dacă mediul este *anizotrop,* vitezele vor fi mai mari, în direcţia coeficientului de elasticitate maxim.

In cazul particular al undelor transversale, în medii neomogene, apar polarizări, în două plane perpendiculare, ce cuprind cele două direcţii de elasticitate minimă şi maximă, iar componentele respective se propagă cu viteze diferite.

---

[1]) Se demonstrează că traiectoria eliptică apare pentru orice defazaj diferit de zero, dar axele elipsei se orientează atunci înclinat, faţă cu axele de coordonate rectangulare.

Polarizarea nu poate să existe decît în cazul undelor transversale.

Este evident că asemenea polarizări nu pot să existe la undele longitudinale şi deci sînt caracteristice undelor transversale.

3. *Undele superficiale.* O cercetare mai amănunţită arată că aceste unde sînt, în realitate, consecinţa unei mişcări locale de rotaţie, în planul perpendicular pe suprafaţă, aşa cum se vede din fig. 9.

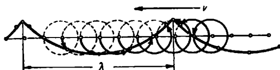


Fig. 9. Mecanismul formării undelor superficiale.

Această rostogolire se transmite din aproape în aproape, cu diferenţele de fază corespunzătoare timpului de propagare. Ea are sensul propagării, pe creste şi sensul contrar, în fundul depresiunilor.

Crestele sînt mai scurte şi mai ascuţite, iar văile mai largi şi mai întinse, aşa că forma undelor nu este sinusoidală.

Încă de la adîncimile destul de mari, mişcările de rotaţie sînt anulate de frecări şi, în locul lor, apar simple comprimări şi dilatări, adică unde longitudinale.

De asemenea, cînd un val de amplitudine mai mare vine spre malul apei, unde adîncimea este prea mică, mişcarea de rotaţie va fi împiedicată, în regiunile de la fund. Creasta valului se ascute atunci, se înclină în sensul propagării şi se revarsă, încălecînd peste regiunile ce o preced.

Fenomenul poate fi observat mai ales la malul mării.

Se poate demonstra că, pentru amplitudini destul de mici, viteza de propagare a undelor superficiale este dată de relaţia

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \gamma \frac{2\pi}{\lambda\rho}} \qquad (172.4)$$

în care am notat cu γ tensiunea superficială a lichidului.

Undele superficiale sînt consecința unor mișcări de rotație. Viteza lor nu depinde de constantele elastice ale mediului.

Ea este deci independentă de constantele elastice ale mediului, ceea ce ne arată că aceste unde nu sînt de natură elastică.

La lungimile de undă mici, domină termenul al doilea de sub radical. Termenul întîi poate fi atunci neglijat și propagarea este legată mai mult de densitate și de tensiunea superficială.

La lungimile de undă mari, domină, din contra, primul termen. Viteza crește atunci proporțional cu rădăcina pătrată a lungimii de undă și este independentă de natura mediului.

La lungimile de undă mici domină tensiunea superficială, iar la undele mai lungi gravitația. Viteza este atunci independentă de mediu.

În cazul acesta, formarea undelor și propagarea lor sînt dictate aproape exclusiv de acțiunea gravitației.

Cu excepția micilor încrețituri, produse de vînt pe suprafața unei ape liniștite, unde tensiunea superficială joacă rolul preponderent, folosim de obicei relația simplificată

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}. \qquad \textbf{(172.4 a)}$$

Ea este valabilă numai cu condiția ca să existe o adîncime suficientă, pentru desfășurarea mișcărilor circulare amintite.

Tabela de mai jos ne dă vitezele, pentru diferite lungimi de undă, calculate cu această relație și verificate prin experiență.

$\lambda =$	0,1	1	10	40	100 m
$v =$	0,4	1,5	4	8	13 m/s.

Pentru lungimile de undă mari, care interesează cantități importante de apă, amplitudinile pot să atingă cîteva zeci de metri și energiile capătă valori enorme. S-au făcut diferite încercări pentru folosirea lor, dar n-au dus la rezultate practice, din pricina dificultăților tehnice de realizare.

Este evident că, la gaze, tensiunea superficială fiind practic nulă, vom aplica numai relația (172.4 a).

Am vorbit mai sus despre fîșiile paralele de nori, ce se formează uneori în planul orizontal, în păturile de sus ale atmosferei. Distanța între ele este atunci egală cu lungimea de undă.

§ 173. **Dispersia undelor. Viteza de grup.** Dacă producem o serie de valuri, pe suprafaţa apei, agitînd-o neregulat, aceste valuri vor fi formate din unde mai lungi şi mai scurte.

Cele mai lungi se vor propaga mai repede, vor lăsa în urmă pe cele mai scurte şi, cu timpul, se vor despărţi de ele.

Diferenţa vitezelor separă prin dispersie undele lungi de cele scurte.

Această separare poate fi observată uşor şi se numeşte *dispersie*.

Lichidul constituie deci, pentru undele superficiale, un *mediu dispersiv*.

Asemenea fenomene pot fi observate şi la undele elastice, longitudinale sau transversale, dar numai în condiţii cu totul excepţionale, de pildă la amplitudini foarte mari. De aceea nu vom ţine seamă de dînsele, în acustică.

Le vom întîlni însă mai tîrziu, în studiul opticii şi al undelor electromagnetice.

Dacă producem, pe suprafaţa apei, un grup restrîns de unde, cu diferite lungimi, adică ceea ce numim un *tren* de unde complexe, acest grup are un *front* şi o *coadă*.

El se propagă cu o viteză dată dar, în interiorul lui, pot să existe unde a căror lungime le permite să meargă mai repede decît dînsul. Ele ajung din urmă frontul şi dispar acolo, în vreme ce altele vin să le ia locul.

Intr-un mediu dispersiv, trebuie deci să considerăm două feluri de viteze:

1) *O viteză de grup*, sau de ansamblu a întregului tren şi

2) *O viteză a undelor*, cu care se propagă o fază dată, pentru anumită lungime de undă.

Ceea ce defineşte unda, în interiorul grupului, este *faza*, care e aceeaşi, în două puncte separate printr-o lungime de undă.

Intr-un grup de unde avem o viteză de grup, cu care se transportă energia şi o viteză de fază, caracteristică fiecărei lungimi de undă.

Grupul, în totalitatea lui, nu face decît să transporte energia primită, *iar viteza de grup este viteza cu care se transportă această energie.*

Dacă notăm viteza de fază cu v şi viteza de grup cu u se demonstrează că

$$u=v-\lambda\frac{dv}{d\lambda}\cdot \qquad (173.1)$$

Relaţia (172.4 a) ne dă, prin derivare,

$$\frac{dv}{d\lambda}=\frac{1}{2\lambda}\cdot v$$

şi rezultă că

$$u=\frac{1}{2}\cdot v. \qquad (173.2)$$

Prin urmare *viteza de grup a undelor superficiale de lungime mai mare este jumătatea vitezei de fază.*

Analog, relația (172.4) ne dă, pentru undele scurte, produse de tensiunea superficială,

$$u=\frac{3}{2}\cdot v. \tag{173.3}$$

De astă dată *viteza de grup este o dată și jumătate mai mare decît viteza de fază.*

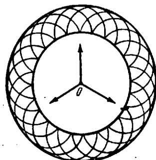


Fig. 10. Principiul lui Huyghens aplicat la undele sferice.

§ 174. Principiul lui Huyghens. Să considerăm o undă singuratică, într-un moment al propagării ei, printr-un mediu oarecare. Pentru simplificare, vom presupune că mediul este omogen.

Dacă e superficială, această undă va avea forma unui cerc, iar dacă mediul este nelimitat, vom avea o sferă care, în secțiune, apare tot ca un cerc (fig. 10).

Ca să interpreteze mișcarea progresivă a undei, *Huyghens* pleacă de la următoarea ipoteză:

Fiecare punct al unei unde devine centru de propagare pentru o undă nouă, de aceeași perioadă.

Fiecare punct al unei unde devine centru de producere și de propagare al unei noi unde, de aceeași perioadă.

Inseamnă că, dacă ducem o infinitate de cercuri sau sfere, de raze egale cu distanța parcursă într-un timp dat și cu centrele pe unda considerată, noua poziție a undei ce s-a propagat este înfășurătoarea tuturor acestor cercuri sau sfere.

In spațiul intermediar, infinitatea de unde suprapuse duce la o rezultantă nulă.

Este evident că, dacă centrul de propagare al undei considerate inițial ar fi foarte depărtat, adică practic la infinit, sferele sau cercurile ar putea să fie considerate ca plane sau drepte, pe o porțiune finită.

Am avea atunci o *undă rectilinie* sau o *undă plană*.

Figura 11 ne arată mecanismul propagării unei astfel de unde, după principiul lui Huyghens, enunțat mai sus.

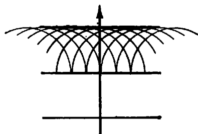


Fig. 11. Principiul lui Huyghens aplicat la undele plane.

Rămîne să cercetăm dacă acest principiu, deocamdată ipotetic, este în acord cu faptele constatate experimental.

Figura 12 reproduce fotografia instantanee a suprafeței unei ape liniștite, pe care se propagă o serie de unde rectilinii.

În calea lor s-a pus o scîndură, cu o tăietură îngustă, la mijloc.

Se vede bine cum această deschidere a devenit un centru de propagare pentru o serie de unde circulare, care s-au format de cealaltă parte a scîndurii.

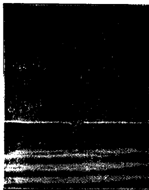


Fig. 12. După principiul lui Huyghens, în dosul deschiderii apar unde sferice.

Experiența poate fi repetată, în aceleași condiții, cu o cuvă cu mercur, despărțită în două compartimente, printr-un carton găurit.

Această verificare directă a principiului lui Huyghens nu este singura posibilă. Numeroase alte fenomene ne fac să-l admitem ca valabil pentru toate procesele de propagare ale undelor de orice specie.

În cele ce urmează, vom încerca să lămurim, cu ajutorul lui, cîteva din aceste fenomene.

1. *Difracția undelor*. In partea de sus a fig. 12 se vede cum unda plană, care a atins deschiderea scîndurii, se propagă și în dosul ei, sub forma de unde circulare, cel puțin pînă la o distanță oarecare, cași cum obstacolul nu ar exista.

În oarecare măsură, undele pot să ocolească deci un obstacol şi experienţa ne arată că-l vor ocoli cu atît mai bine, cu cît vor fi mai lungi, în comparaţie cu dimensiunile lui.

Undele pot să ocolească prin difracţie un obstacol care nu e prea mare, în comparaţie cu lungimea lor.

Fenomenul acesta de ocolire se numeşte *difracţie*.

El devine neglijabil numai la un obstacol foarte mare, în comparaţie cu lungimea de undă interceptată.

Putem observa fenomene de difracţie, între altele, la propagarea sunetului:

O fanfară, care cîntă în spatele unei clădiri, se aude şi de cealaltă parte a clădirii, dar se aud mai bine sunetele joase, cu lungimea de undă mai mare.

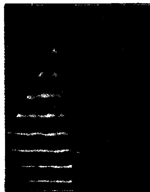


Fig. 13. Reflexia unor unde superficiale.

2. *Reflexia undelor.* Experienţa ne arată că o serie de unde, care întîlnesc un obstacol, se reflectă. În fig. 13 am reprodus fotografia instantanee a unor unde rectilinii, ce se reflectă pe o suprafaţă plană. Ele păstrează şi după reflexie forma iniţială.

Ca să înţelegem mai bine fenomenul, vom considera o singură undă plană, ce se propagă în sensul săgeţii, aşa cum arată fig. 14.

În momentul iniţial, unda trece prin punctul A.

Vom alege pe dînsa un al doilea punct B, aşa fel că el să ajungă la obstacol exact după o secundă. Distanţa BB' reprezintă atunci, la o scară anumită, viteza de propagare a undei, pe care o notăm cu v.

După principiul lui Huyghens, punctul A devine centru de propagare şi unda sferică respectivă va avea, tot după o secundă, raza v.

La sfîrşitul secundei, undareflectată va trece prin B' şi va fi tangentă, în A', la unda plecată din A.

Rabaterea triunghiului $AA'B'$ în $AA''B'$ ne arată imediat că această undă este de asemenea plană, fiindcă orice punct intermediar C, de pe unda incidentă, ajunge în C' tot după o secundă.

In adevăr

$$\overline{OC}+\overline{OC'}=\overline{OC}+\overline{OC''}=v.$$

Fig. 14. Reflexia unei unde plane.

Tot din figură se mai vede că unghiul „de incidenţă" $\hat{i}$ este egal cu unghiul „de reflexie" $\hat{r}$.

Unghiul de incidenţă este egal cu unghiul de reflexie.

Undele plane au centrul la infinit, de aceea direcţiile CO şi $C'O$ sînt paralele cu razele lor.

Ele formează cu perpendiculara *On*, numită *normală*, unghiuri $\hat{i}$ şi $\hat{r}$ egale, atît între ele, cît şi cu unghiurile de incidenţă şi de reflexie.

3. *Refracţia undelor.* Experimental putem constata că un sistem de unde poate să-şi schimbe direcţia de propagare, la trecerea dintr-un mediu în altul, în care viteza este diferită.

Schimbarea vitezei poate să devieze direcţia de propagare a undelor.

Fenomenul este comun tuturor speciilor de unde şi se numeşte *refracţie.*

Este evident că schimbarea vitezei va modifica totodată şi lungimea de undă.

Figura 15 reproduce fotografia instantanee a unor unde plane, care trec succesiv prin medii diferite. In ea se vede atît schimbarea direcţiei, cît şi a lungimii de undă.

Pentru analiza fenomenului şi deducerea legilor cantitative, vom aplica aceeaşi metodă ca la reflexie.

Să considerăm deci o undă plană care, în momentul inițial, trece prin A și să luăm pe dînsa un punct B, care ajunge după o secundă în B', pe suprafața de separație xy, între cele două medii (fig. 16).

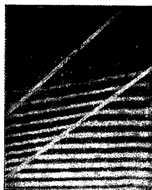


Fig. 15. Refracția undelor superficiale.

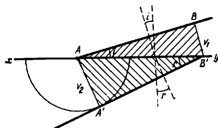


Fig. 16. Refracția unei unde plane.

Pentru fixarea ideilor, vom presupune că viteza v_1 din primul mediu este mai mică decît viteza v_2, din mediul al doilea.

Punctul A devine centru de propagare și unda sferică plecată din el va avea, după o secundă, raza v_2.

La sfîrșitul secundei, unda refractată va fi deci tangentă în A' și va trece prin punctul B'.

Dacă notăm cu $\hat{i}$ unghiul de incidență și cu $\hat{r}$ unghiul de refracție, triunghiurile dreptunghice hașurate ne dau

$$\overline{AB'} = \frac{v_1}{\sin i} = \frac{v_2}{\sin r}$$

de unde rezultă imediat că

$$\boxed{\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = n} \qquad (174.1)$$

în care n este o constantă, caracteristică trecerii de la un mediu la altul, pe care o numim *indice de refracție relativ.*

Dacă o undă trece dintr-un mediu în altul, unde viteza e mai mare, unghiul de refracție va fi de asemenea mai mare decît unghiul de incidență.

Relația de față ne spune că *raportul între sinusul unghiului de incidență și sinusul unghiului de refracție este constant, între două medii date și egal cu raportul vitezelor de propagare. El definește indicele de refracție.*

Pe figură am reprezentat punctat și două *raze* ale undelor plane. Aceste raze formează cu normala unghiuri $\hat{i}$ și $\hat{r}$, egale cu unghiurile de incidență și de refracție.

Viteza fiind mai mare, în mediul al doilea, raza refractată s-a depărtat de normală. Contrarul s-ar fi întîmplat, dacă viteza ar fi fost mai mare în *primul* mediu sau, ceea ce e tot una, dacă sensul de propagare s-ar fi inversat.

Notă. Am face o greșeală dacă, extinzînd o enunțare desuetă a unei legi din optică, am spune că:

> *„La trecerea dintr-un mediu mai rar, în altul mai dens, raza refractată se apropie de normală și invers".*

Din cele arătate, nu densitatea dictează asupra fenomenului de refracție, ci viteza de propagare.

De pildă, la trecerea undelor elastice din aer în apă, raza refractată se depărtează de normală, cu toate că densitatea aerului e mai mică decît a apei.

4. *Reflexia totală.* Să considerăm raza unei unde incidente, ce trece dintr-un mediu în altul, în care viteza de propagare este mai mare (fig. 17).

Ea se depărtează de normală și, dacă unghiul de refracție depășește 90°, nu mai poate pătrunde în mediul al doilea, ci suferă o *reflexie totală,* după legile obișnuite ale reflexiei.

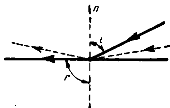


Fig. 17. Reflexia totală.

Reflexii parțiale întovărășesc întotdeauna refracția. De aceea numai o parte din energia undei incidente poate să treacă în mediul vecin. *In cazul reflexiei totale, nu mai trece nimic.*

Cînd unghiul de refracție depășește 90°, unda nu părăsește mediul, ci se reflectă total.

În situația-limită, cînd unghiul de refracție ar fi de 90°, relația (174.1) de mai sus ne dă, pentru indicele de refracție, valoarea

$$\sin i = n = \frac{v_1}{v_2}.$$

Fenomene interesante de reflexie totală pot fi observate în atmosferă, cînd pături mai calde încalecă peste altele mai reci.

De pildă iarna, în porturi, apa mării dă păturilor inferioare de aer o temperatură care poate fi uneori mai joasă decît a celor de deasupra lor.

Fiindcă viteza sunetului în aer crește cu temperatura, toate zgomotele portului, în loc să se împrăștie în spațiu, suferă, în aceste pături calde, refracții succesive, care le deviază treptat, pînă ce direcția undelor sonore atinge unghiul corespunzător unei reflexii totale (fig. 18). Ele se întorc atunci înapoi spre mare și rada portului devine deosebit de gălăgioasă.

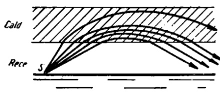


Fig. 18. Reflexia totală a sunetului pe o pătură de aer cald.

În larg, vocea se propagă la distanțe neobișnuit de mari, cînd apar aceste inversiuni de temperatură și marinarii spun că *„marea poartă vocea"*.

De asemenea s-a observat, încă din timpul războiului mondial din 1914, că zgomotul canonadei de pe front se aude pînă pe la 80 km. După aceea urmează o *zonă de liniște,* iar pe la 200 km începe să se audă din nou și încă destul de tare.

La această distanță ajung sunetele ce s-au reflectat pe la 30—40 km înălțime, în pătura caldă de ozon.

Asemenea *sondaje sonore* ne permit să cercetăm structura păturilor superioare atmosferice, cu ajutorul zgomotelor produse de explozii.

§ 175. **Schimbarea de fază la reflexie.** Reluînd încercările cu funia de rufe, pe care le-am descris mai sus, vom lega-o cu un capăt de un suport rigid şi vom da celuilalt capăt o scurtă lovitură laterală.

De astă dată vom face şi o *convenţie* de semn, în privinţa elongaţiilor, pe care le vom considera ca *pozitive*, cînd sînt îndreptate într-un sens anumit (de pildă în sus) şi negative, cînd sînt îndreptate în sensul contrar.

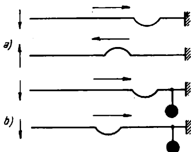


Fig. 19. Reflexia cu schimbare şi fără schimbare de semn.

Deformarea produsă merge în lungul funiei, se reflectă la capătul fixat şi se întoarce înapoi. Dar experienţa ne arată că reflexia răstoarnă sensul elongaţiilor (fig. 19, *a*).

Dacă lovitura iniţială a fost dată de sus în jos, unda reflectată aduce înapoi o deformare de jos în sus.

Reflexia undelor pe un obstacol rigid schimbă semnul elongaţiilor.

Vom spune deci că reflexia undei pe un obstacol rigid schimbă semnul elongaţiilor incidente.

Dacă legăm pe funie, aproape de capătul fixat, o mică masă suplimentară, aceasta reprezintă de asemenea un obstacol, în stare să reflecte undele (fig. 19, *b*).

Acest obstacol nu este rigid, ci *liber*, fiindcă se poate da în lături, la sosirea deformaţiei. Totul se petrece ca şi cînd funia întinsă ar sta liber, în aer, fără nici un suport fix.

Reflexia undelor pe un obstacol liber nu schimbă semnul elongaţiilor.

Experienţa ne arată că reflexia undei pe un astfel de obstacol liber nu mai schimbă semnul elongaţiilor.

Dacă dispunem de spaţiu suficient, putem repeta încercarea cu aceeaşi funie, întinsă vertical, sub acţiunea greutăţii proprii. Lovitura, dată la capătul de sus, produce o deformaţie, care se reflectă la capătul liber de jos, fără schimbare de semn a elongaţiilor.

Aceste fenomene apar nu numai la deformațiile singuratice, dar și la undele continue, longitudinale sau transversale.

Dacă o undă sinusoidală aduce pe obstacolul rigid elongația

$$e_1 = a \cdot \sin \omega t,$$

unda reflectată pleacă înapoi cu elongația

$$e_2 = -a \sin \omega t = a \sin (\omega t - \pi) = -e_1,$$

adică *în opoziție de fază cu unda incidentă.*

Sensul fizic al schimbării de semn este ușor de înțeles:

Obstacolul fiind rigid, nu este capabil să primească oscilația și cele două unde se anulează reciproc, în punctul de reflexie. *Aici unda reflectată întîrzie cu o jumătate de perioadă, față de unda incidentă.*

Dacă obstacolul este liber, unda reflectată are elongația

$$e_2 = a \sin \omega t = e_1$$

și este *în fază cu unda incidentă.*

Există și situații în care punctul sau suprafața de reflexie nu sînt bine precizate. Reflexia este atunci *difuză,* fiindcă se face treptat și uneori chiar în direcții diferite.

§ 176. **Interferența undelor.** În sensul mai larg, se înțelege prin *interferență* suprapunerea a două unde, care se întîlnesc într-un punct oarecare al mediului de propagare.

Interferența este anularea reciprocă, parțială sau totală a două unde suprapuse.

Obișnuit se aplică însă această denumire numai fenomenelor în care *undele suprapuse ajung să-și anuleze reciproc efectele.*

Figura 20 reproduce fotografia instantanee a unor unde circulare superficiale, produse în două puncte care oscilează în fază și cu aceeași perioadă, adică *sincron.*

Din ea se vede bine cum aceste unde se anulează reciproc în lungul unor linii, care au forma de hiperbole, cu focarele în cele două centre de propagare.

Pentru ca interferența să aibă loc, e nevoie ca *undele suprapuse să producă oscilații locale în opoziție de fază.*

Prin urmare, dacă elongația uneia din ele, în punctul considerat, ar fi

$$e_1 = a \sin \omega t$$

elongația celeilalte ar trebui să fie

$$e_2 = a \sin [\omega t + (2n+1)\pi] = -e_1,$$

adică defazată cu un multiplu nepereche de π, față de prima.



Fig. 20. Figuri de interferență la undele superficiale.

Oscilațiile plecate din două centre sincrone și în fază interferează cînd diferența de drum este un multiplu impar al jumătății lungimii de undă.

În aceste condiții, *diferența drumurilor parcurse, de la centrele de propagare respective, cuprinde un număr nepereche de jumătăți ale lungimii de undă.*

Este evident că acolo unde diferența de drum reprezintă un *multiplu pereche* al jumătății lungimii de undă, *vom avea oscilații în fază, care-și adaugă reciproc elongațiile.*

Așadar, pentru diferențele de drum

$$\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}, 5\frac{\lambda}{2}, \ldots, (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

undele se întîlnesc în opoziție de fază și interferează, iar pentru diferențele de drum

$$2\frac{\lambda}{2}, 4\frac{\lambda}{2}, 6\frac{\lambda}{2}, \ldots, 2n\frac{\lambda}{2}$$

oscilațiile ajung în fază și elongațiile se adună între ele.

Forma de hiperbole a liniilor de interferență din figura 20 este acum ușor de explicat:

Hiperbola este, prin definiție, locul geometric al punctelor la care diferența distanțelor, față de două puncte fixe, numite *focare*, este constantă.

Pe aceeaşi figură se văd şi alte hiperbole, ce alternează cu primele şi pe care diferenţele de drum sînt multiplu pereche al jumătăţii lungimii de undă. Pe aceste linii, elongaţiile se adună între ele.

Dacă, în locul undelor superficiale, am fi avut unde sferice, într-un mediu nelimitat, punctele de interferenţă s-ar fi repartizat pe nişte hiperboloizi de revoluţie.

Ca să producem interferenţe, nu e neapărată nevoie de două centre de oscilaţie. Putem tot aşa de bine să canalizăm undele, obligîndu-le să parcurgă drumuri de lungimi diferite, ca apoi să le suprapunem între ele.

Iată o experienţă în care aplicăm acest procedeu:

Un tub metalic este îndoit şi ramificat aşa cum arată fig. 21. Lungimea aparatului este de 150—200 cm, iar diametrul tubului de 25—30 mm.

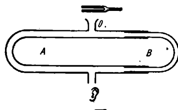


Fig. 21. Trombonul lui Quincke.

Una din ramuri poate fi lungită sau scurtată ca un trombon, prin lunecarea unui tub concentric, de diametru ceva mai mic.

Această asemănare justifică numele de *trombonul lui Quincke*[1], care s-a dat aparatului.

În faţa deschiderii laterale *O* punem să vibreze un diapazon, care produce un sunet muzical de frecvenţă cunoscută *f*. La cealaltă deschidere laterală adaptăm un tub de cauciuc şi ascultăm prin el, în vreme ce lungim sau scurtăm treptat ramura *B*.

După cum diferenţa de drum, adică diferenţa de lungime a celor două ramuri parcurse de sunet, este multiplu pereche sau nepereche al jumătăţii lungimii de undă, vom auzi diapazonul, mai tare sau foarte slab.

Între două maxime sau două minime consecutive, lungimea tubului variază cu o lungime de undă, pe care avem astfel mijlocul să o măsurăm direct.

Relaţia cunoscută

$$v=\lambda f \tag{171.2}$$

ne permite apoi să calculăm viteza sunetului prin gazul care umple tubul.

1. *Unde staţionare*. Fenomenele de interferenţă implică suprapunerea unor unde, pe care le numim *progresive*,

[1]) *Georg Quincke* (1834—1924) fizician german, fost profesor la universitatea din *Heidelberg*.

undele pleacă de la centrele de propagare şi merg necontenit mai departe prin mediu.

Maximele şi minimele de amplitudine, rezultate din această interferenţă, pe care le numim *ventre* şi *noduri* de oscilaţie; rămân însă pe loc, fiindcă poziţia lor nu depinde de timp, ci numai de diferenţa de drum.

In fenomenele de interferenţă, suprapunerea undelor progresive dă naştere undelor staţionare.

Ele se intercalează unele între altele şi definesc aşa numitele *unde staţionare*.

Figura 22 *a* sau *b* arată că, pe dreapta care uneşte centrele de propagare, nodurile şi ventrele se succed la distanţe egale. In lungul acestei drepte, undele progresive parcurg aceeaşi traiectorie, în sensuri contrarii.

Ca să înţelegem mai bine mecanismul formării undelor staţionare, să considerăm acest caz particular.

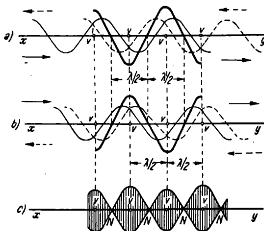


Fig. 22. Formarea undelor staţionare.

In fig. 22, *a*, am reprezentat situaţia instantanee, la un moment dat, a elongaţiilor pe cele două unde progresive, care se propagă în sensuri contrarii.

Una este figurată în trăsături pline, iar cealaltă punctat. Săgeţile arată sensul de propagare.

Compunerea grafică a lor ne dă curba rezultantă, pe care am desenat-o îngroşat.

Cînd componentele sînt sinusoidale, această curbă e de asemenea o sinusoidă, pe care maximele şi minimele se situează în dreptul punctelor notate cu *V*.

După un timp oarecare, cele două unde progresive s-au deplasat, cu distanţe egale, una spre dreapta, cealaltă spre stînga (fig. 22, *b*).

Făcînd şi de astă dată compunerea grafică, observăm că maximele şi minimele rezultantei apar tot în dreptul punctelor *V*, care nu s-au mutat din loc, după cum nu s-au mutat nici punctele de elongaţie nulă.

Aceeaşi constatare o vom face în orice moment am compune cele două unde progresive, pentru că punctele *V* sînt *puncte de simetrie*, de care componentele se apropie şi se depărtează simultan, cu distanţe egale.

În punctele *V*, amplitudinea rezultantei va fi *maximă*. Aici vom găsi *ventrele de amplitudine* ale undei staţionare, iar nodurile se intercalează între ele.

Punctele mediului oscilează deci pe loc, între două limite mai apropiate sau mai depărtate de poziţia de echilibru, iar la noduri stau în repaus.

Figura 22, *c* reprezintă, prin haşuri verticale, traiectoriile descrise de aceste puncte, în cazul particular al undelor transversale sau superficiale.

La undele longitudinale, oscilaţiile se orientează în lungul direcţiei de propagare, ca să dea comprimări şi dilatări.

Figurile de mai sus trebuie să fie atunci considerate ca *simple reprezentări grafice* şi nu ca o imagine reală a fenomenului.

Cînd undele progresive urmează aceeaşi traiectorie, în sensuri contrarii, nodurile şi ventrele se alternează după fiecare sfert al lungimii de undă.

Aceleaşi figuri ne mai arată că *distanţa între un ventru şi nodul vecin este egală cu sfertul lungimii de undă, iar nodurile şi ventrele se distanţează între ele cu jumătatea lungimii de undă.*

Iată şi cîteva experienţe simple, prin care putem produce unde staţionare, prin suprapunerea undelor directe, peste cele reflectate:

1) Legăm o funie de rufe, cu un capăt la un suport rigid și imprimăm celuilalt capăt o mișcare transversală ritmată sau mai bine o mișcare de rotație. Funia capătă atunci aspectul din figura 23, *a*.

Poziția și numărul nodurilor poate fi schimbată fie trăgînd mai tare de funie, ca să mărim viteza de propagare, fie modificînd perioada de oscilație.

2) Legăm o sfoară întinsă, de ciocanul unei sonerii electrice, așa ca să vibreze transversal.

3) Prin aceeași metodă, transmitem oscilații longitudinale în lungul unui resort.

Undele staționare capătă atunci aspectul din figura 23, *b*.

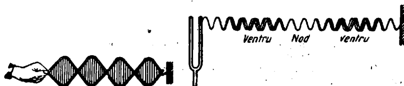


Fig. 23, *a*. Unde staționare pe o funie întinsă.

Fig. 23, *b*. Unde staționare pe un resort care vibrează longitudinal.

4) Fixăm o bară la mijloc și îndoim lateral unul din capete, ca să-l facem să vibreze.

La cele două extremități, undele se reflectă fără schimbare de semn. Acolo apar ventrele, iar nodul se formează la mijloc (fig. 24).

5) Strîngem tare, într-o menghină, mijlocul unei bare metalice și o frecăm, în sensul lungimii, cu o bucată de piele, unsă cu sacîz.

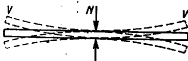


Fig. 24. Vibrația unei bare, fixată la mijloc



Fig. 25. Unde staționare în tubul lui Kundt.

Bara vibrează atunci longitudinal și produce un sunet intens.

Ventrele se formează la cele două capete, nodul în punctul fixat, iar lungimea barei cuprinde o jumătate de lungime de undă.

Dacă introducem unul din capete într-un tub de sticlă, vibrațiile se transmit gazului din el, iar dacă închidem capătul opus, cu un dop care să le reflecte, obținem și aici unde staționare (fig. 25).

Le putem evidenţia, introducînd în tub o cantitate mică de *pulbere de licopodiu* sau praf de plută. Această pulbere uşoară este aruncată din dreptul ventrelor şi se adună la noduri[1]).

Dacă măsurăm distanţa între punctele de îngrămădire, avem jumătatea lungimii de undă în gaz.

Vom nota vitezele de propagare în bară şi în gaz cu V şi v, iar lungimile de undă măsurate, cu Λ şi λ.

Relaţia de definiţie a lungimilor de undă

$$v=\lambda f \tag{171.2}$$

ne dă atunci

$$\frac{V}{v}=\frac{\Lambda}{\lambda}.$$

Avem astfel mijlocul să determinăm viteza sunetului în bară, cînd îi cunoaştem viteza în aer.

De asemenea putem înlocui aerul fie cu un gaz oarecare, fie cu un lichid[2]). Lungimile de undă măsurate ne permit atunci să comparăm vitezele de propagare.

Se ştie că, în gaze, aceste viteze sînt direct proporţionale cu rădăcina pătrată a raportului căldurilor specifice c_p/c_v, pe care l-am notat cu $\varkappa$ (v. § 172).

Vom avea deci, pentru două gaze diferite,

$$\frac{v_1^2}{v_2^2}=\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2}$$

şi comparaţia valorilor obţinute ne dă indicaţii asupra structurii moleculare.

Această metodă a fost aplicată pentru prima dată de *Kundt*[3]).

2. *Calculul amplitudinii undelor staţionare.* Amplitudinea undelor staţionare, formate prin suprapunerea undelor progresive directe şi reflectate, poate fi calculată în felul următor:

Să presupunem că un şir de unde sinusoidale se propagă, în sensul săgeţii, pe direcţia AB (fig. 26).

Ele întîlnesc în B un obstacol rigid şi se reflectă cu schimbare de semn al elongaţiei.

---

[1]) Dopul trebuie să fie ceva mai larg şi înţepat într-o sîrmă, care ne permite să-l mişcăm în tub, pînă cînd lungimea coloanei de gaz cuprinde un număr întreg de internoduri.

[2]) În loc de licopodiu folosim atunci pulbere de aluminiu sau de magneziu.

[3]) *August Kundt* (1838—1894) fost profesor la Berlin.

Vom mai presupune că, la un moment dat, elongația în acest punct este, pentru *unda incidentă*,

$$e_1 = a \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

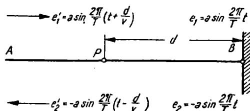


Fig. 26. Pentru studiul undelor staționare.

In același moment, un alt punct *P*, aflat la distanța *d*, față de *B*, va fi în avans de fază și va avea elongația

$$e_1' = a \sin \frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{d}{v}\right) = a \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + 2\pi \frac{d}{\lambda}\right). \qquad (I)$$

Tot în momentul considerat, unda reflectată are în *B* elongația

$$e_2 = -a \sin \frac{2\pi}{T} t$$

și în punctul *P*, care e, de astă dată, în întîrziere de fază

$$e_2' = -a \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{v}\right) = -a \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - 2\pi \frac{d}{\lambda}\right). \qquad (II)$$

Elongațiile adunate, din (I) și (II), ne dau elongația rezultantă în punctul *P*. Ea este

$$E = e_1' + e_2' = a\left[\sin\left(\frac{2\pi}{T} t + 2\pi \frac{d}{\lambda}\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - 2\pi \frac{d}{\lambda}\right)\right].$$

Sau, dacă punem diferența funcțiilor trigonometrice sub forma de produs,

$$E = \left(2a \sin 2\pi \frac{d}{\lambda}\right) \cos \frac{2\pi}{T} t. \qquad (176.1)$$

Cantitatea din paranteză nu depinde de timp. Ea este constantă, pentru o valoare dată a distanței *d* și reprezintă *amplitudinea undei staționare*, în punctul respectiv.

Dacă o notăm cu A, vom avea deci

$$A = 2a \sin 2\pi \frac{d}{\lambda}$$

şi, pentru diferite distanţe, găsim valorile absolute de mai jos:

$$d = \quad 0 \ ; \ \frac{\lambda}{4} \ ; \ 2\frac{\lambda}{4} \ ; \ 3\frac{\lambda}{4} \ ; \ 4\frac{\lambda}{4} \ldots$$

$$A = \quad 0 \ ; \ 2a \ ; \ 0 \ ; \ 2a \ ; \ 0 \ldots$$

Prin urmare, *pentru distanţele multipli nepereche ai sfertului lungimii de undă, amplitudinea undei staţionare este dublul amplitudinii undei progresive, iar pentru multiplii pereche devine nulă, fiindcă acolo se formează nodurile.*

Dacă reflexia undelor s-ar fi făcut fără schimbarea de semn a elongaţiilor, unda reflectată ar fi ajuns în P cu elongaţia

$$e_2'' = +a \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - 2\pi \frac{d}{\lambda}\right)$$

iar nodurile s-ar fi format în locul ventrelor şi invers.

Regăsim astfel toate faptele constatate experimental.

3. *Noduri şi ventre de tensiune.* In fig. 27 am reprezentat o bară elastică, fixată la mijloc şi liberă la capete.

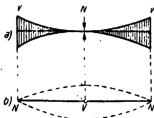


Fig. 27. Noduri de amplitudine şi noduri de tensiune.

Cînd bara vibrează, se formează pe dînsa unde staţionare transversale, cu un nod de amplitudine, în punctul fixat şi două ventre la extremităţi.

In timpul vibraţiilor, bara suferă deformări periodice, care vor da naştere la tensiuni elastice cu atît mai mari, cu cît vor fi ele înşile mai mari.

Din figură se vede uşor că ea rămîne aproape nedeformată la capete şi că variaţiile tensiunilor elastice vor fi maxime, în punctul fixat.

Nodurile de amplitudine corespund cu ventrele de tensiune şi invers.

Prin urmare, *în dreptul nodurilor de amplitudine apar ventre de tensiuni elastice, care se inserează între ventrele de amplitudine, unde apar noduri de tensiuni elastice* (fig. 27, b).

Este evident că, dacă bara ar fi fost fixată la extremități, am fi avut un ventru de amplitudine la mijloc și două ventre de tensiune la capete.

Aceasta se întîmplă obișnuit la coardele vibrante și toți muzicanții știu că, de obicei, strunele de vioară se rup la capete și foarte rar la mijloc.

Același lucru se petrece la vibrațiile longitudinale. Ventrele de amplitudine transmit atunci regiunilor nodale vecine comprimări și dilatări maxime, care dau naștere la ventre de presiune.

Pe un obstacol unde reflexia elongațiilor se face cu schimbare de semn, variațiile de tensiune se reflectă fără schimbare de semn.

Felul în care nodurile și ventrele de tensiune se inserează între acelea de elongații ne arată că *acolo unde elongațiile se reflectă cu schimbare de semn, tensiunile se reflectă fără schimbare de semn și invers.*

In adevăr, un obstacol liber acceptă elongațiile, dar anulează tensiunile elastice, fiindcă nu le oferă puncte de sprijin, pe cînd un obstacol rigid nu primește elongațiile, dar sprijină tensiunile.

4. *Interferența undelor difractate.* Să presupunem că o serie de unde plane, care se propagă în sensul săgeților, întîlnesc un obstacol găurit (figura 28).

Gaura nu trebuie să fie prea mare, în comparație cu lungimea de undă. Ii vom nota lărgimea *AB* cu *a*.

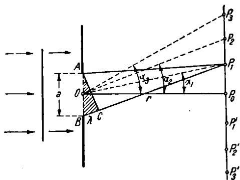


Fig. 28. Pentru studiul difracției undelor printr-o deschidere.

După principiul lui Huyghens, fiecare punct al ei devine un centru de propagare pentru alte unde sincrone și sferice, care se suprapun în dosul obstacolului.

1) Pe axa găurii, într-un punct P_0, destul de depărtat de obstacol, putem scrie, fără eroare sensibilă, că

$$P_0O = \overline{P_0A} = \overline{P_0B} = \ldots = r,$$

aşa că toate undele vor ajunge acolo în fază.

In acest punct vom avea deci *un maximum de amplitudine*.

2) In alt punct P_1, ales aşa ca

$$\overline{P_1B} - \overline{P_1A} = 2\,\frac{\lambda}{2}$$

undele care provin din jumătatea OB a deschiderii vor trebui să parcurgă o distanţă *mijlocie* cu $\lambda/2$ mai mare decît acelea care provin din jumătatea OA.

Fiecare punct oscilant găseşte, de cealaltă parte a centrului O, un alt punct, a cărui distanţă, pînă la P_1, este cu o jumătate de lungime de undă mai mare sau mai mică decît a lui.

In P_1 vom avea deci *un minimum de amplitudine*.

Triunghiul haşurat, pe care-l putem considera ca dreptunghic, dacă distanţele sînt foarte mari, ne dă atunci

$$\sin \alpha_1 = \frac{2}{a} \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

3) Dacă, în punctul P_2,

$$\overline{P_2B} - \overline{P_2A} = 3\,\frac{\lambda}{2}$$

putem împărţi distanţa AB în trei segmente, în loc de două.

Centrele segmentelor marginale trimit în P_2 unde în fază, care vor fi numai parţial interferate de undele plecate din O.

Dintr-un număr foarte mare de puncte, cuprinse pe distanţa a, o treime va trimite în P_2 unde care vor interfera cu ale altei treimi.

Rămîn astfel undele celeilalte treimi de puncte neinterferate şi în P_2 va rezulta iarăşi *un maximum de amplitudine*, mai mic decît acela din P_0.

Procedînd ca mai sus, găsim că

$$\sin \alpha_2 = \frac{3}{a} \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

4) In punctul P_3,

$$\overline{P_3B}-\overline{P_3A}=4\frac{\lambda}{2}.$$

De astă dată vom împărți mintal distanța *AB* în patru segmente, ale căror unde vor interfera două cîte două.

In acest punct vom găsi deci *un minimum de amplitudine.*

Valoarea unghiului va fi dată de

$$\sin\alpha_3=\frac{4}{a}\cdot\frac{\lambda}{2}.$$

Și așa mai departe.

In concluzie: *Interferența undelor difractate, în dosul unei deschideri mici, produce, sub unghiuri diferite, maxime și minime succesive de amplitudine.*

Este evident că, pe un plan perpendicular pe direcția de propagare, maximele și minimele produse de unda plană, incidentă pe deschidere, se vor dispune după *zone circulare concentrice*, iar maximul principal se va găsi în centrul lor.

Tabela de mai jos ne dă valoarea unghiului α, în cazul particular cînd orificiul ar avea un diametru de trei ori mai mare decît lungimea de undă.

Diferența distanțelor.	0	$2\lambda/2$	$3\lambda/2$	$4\lambda/2$
Unghiul de deviație (aprox.).	0	19,5°	30°	41,5°
	max.	**min.**	**max.**	**min.**

In fig. 29 am reprodus fotografia instantanee a unor unde superficiale difractate, ce interferează în dosul unui obstacol găurit.

Se vede cum regiunea centrală de maximum este încadrată, de o parte și de alta, de alte două maxime, ceva mai șterse.

5. *Diagrama polară.* Dacă reprezentăm amplitudinea undelor, în funcție de unghiul de difracție, obținem o *diagramă polară,* așa cum arată fig. 30.

Pentru trasarea ei, ne-am servit chiar de unghiurile cuprinse în tabela de mai sus.

Din motive ușor de înțeles, o curbă analogă se obține cînd cercetăm intensitatea sunetului care provine de la o membrană în vibrație, de pildă de la un difuzor de radio.

In spațiu, această curbă dă naștere unei suprafețe de revoluție

6. *Dispersia undelor difractate.* Unghiurile sub care apar maximele şi minimele depind nu numai de diametrul deschiderii, dar şi de lungimea undei incidente. Dacă aceastǎ undă aduce mai multe oscilaţii suprapuse, cu frecvenţe diferite, interferenţa se va produce cu atît mai aproape de regiunea centrală, cu cît lungimea de undă respectivă va fi mai mică. Apare astfel o separaţie, adică o *dispersie* a undelor de lungimi diferite.

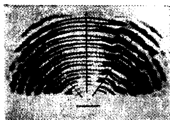


Fig. 29. Unde superficiale difractate printr-o deschidere îngustă.

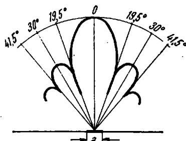


Fig. 30. Diagrama polară a intensităţii sonore, la o membrană vibrantă

§ 177. **Receptori de unde, rezonanţa.** O serie de unde sinusoidale, sau numai periodice, care se propagă printr-un mediu, pot să întîlnească în cale un sistem care de asemenea este capabil să oscileze. În anumite condiţii, pe care le vom cerceta mai jos, ele îi transmit energie şi pot să-i întreţină oscilaţia.

Unda care se propagă a venit de la un *emiţător,* iar corpul sau sistemul care intră în oscilaţie se numeşte *receptor.*

Iată cîteva exemple:

1) Un copil care se dă în scrînciob ştie că nu poate să obţină nici un rezultat, dacă nu imprimă cu corpul impulsuri periodice, în ritmul oscilaţiei sistemului.

2) Clopotarul trebuie să tragă de funie în ritmul oscilaţiilor proprii ale clopotului.

3) Două pendule, atîrnate de un fir întins orizontal, îşi comunică unul altuia oscilaţiile numai dacă perioadele lor sînt, cel puţin aproximativ, egale.

4) Dacă apăsăm pedala unui piano și producem un sunet muzical în apropiere, una din coarde *răspunde* și continuă să emită același sunet.

Fenomenele de rezonanță apar cind frecvența emițătorului este egală cu a receptorului.

Toate acestea sînt *fenomene de rezonanță. Ele implică egalitatea, cel puțin aproximativă, a frecvențelor emițătorului și receptorului.*

In linii mari, analiza fenomenului este următoarea:

Prima undă pune sistemul în mișcare. Dacă nu ar veni și altele după dînsa, el ar oscila cu frecvența proprie, amortizat și cu amplitudine foarte mică.

Unda următoare, dacă vine la momentul potrivit, compensează pierderile de energie prin frecări și mărește mai departe amplitudinea.

Apoi procesul continuă, pînă cînd amortizarea este exact compensată de aporturile periodice de energie, iar amplitudinea se stabilează la o valoare anumită, cu atît mai mare, cu cît frecările sînt mai mici.

Uneori fenomenele de rezonanță ne aduc foloase și avem interesul să le creem condițiile optime de desfășurare:

Un exemplu îl găsim la instrumentele muzicale, unde lemnul sau coloana de aer vibrează prin rezonanță și amplifică sunetele.

Alteori ele sînt dăunătoare și pot să aibă chiar consecințe grave:

Dacă podurile nu sînt construite așa ca să nu intre în rezonanță cu trepidațiile produse de vehicule, se pot prăbuși la trecerea lor, cu toate că, static, suportă greutăți mult mai mari. Se cunoaște chiar un caz în care prăbușirea s-a produs din pricina pasului cadențat al unei coloane de infanterie.

In industrie, mașinile produc adesea lovituri periodice, care se transmit suportului și întregii clădiri. La anumite viteze *critice* se pot rupe axele motoarelor, sau se poate chiar dărîma clădirea, prin oscilații de rezonanță.

De asemenea corăbiile sau vapoarele se pot răsturna, dacă perioada lor de legănare coincide cu loviturile valurilor.

1. *Efectul amortizării rezonatorului.* Experiența ne arată că frecvența de excitare trebuie să fie cu atît mai apropiată de a rezonatorului, cu cît acesta e mai puțin amortizat.

Sistemele amortizate intră în oscilație chiar dacă frecvența de excitare diferă sensibil de a lor proprie.

Dacă amortizarea este destul de mare, receptorul intră în oscilație chiar la frecvențe de excitare cu totul diferite de a lui.

Aceasta se poate observa ușor cu două pendule de lungimi diferite, atîrnate de un fir sau de o bară subțire, așa cum arată fig. 31.

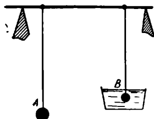


Fig. 31. Oscilația pendulului B, introdus în lichid, este mult mai amortizată decît a pendulului A.

Unul din pendule are capătul cufundat într-un vas cu apă, care amortizează oscilațiile proprii.

Dacă punem în mișcare pendulul A, constatăm că B începe și el să oscileze, *dar nu cu perioada lui proprie,* ci cu perioada lui A.

Receptorul amortizat execută oscilații forțate și se sincronizează cu frecvența de excitare.

Vom spune că receptorul amortizat execută oscilații *forțate* și că se *sincronizează* cu frecvența de excitare.

Amplitudinea oscilațiilor forțate este mult mai mică decît a celor de rezonanță.

Dacă amortizarea nu e suficientă, rezonanța nu este complet înlăturată și încă se mai observă o slabă tendință spre un maximum de amplitudine, în anumit domeniu al frecvențelor.

Cînd frecările sînt așa de mari, încît receptorul devine *aperiodic,* adică incapabil să mai execute oscilații proprii, nu mai apare nici un maximum, la oscilațiile forțate și *rezonanța dispare cu totul.*

2. *Curba de rezonanță.* Să considerăm un sistem receptor, cu amortizare mică, a cărui frecvență proprie de oscilație ar fi f_0 și un emițător de frecvență variabilă f, care-i transmite energie.

Dacă măsurăm experimental amplitudinea căpătată de acest receptor, în funcție de frecvența excitației și trasăm o curbă re-

prezentativă, această curbă are, în linii generale, forma din fig. 32 și se numește *curbă de rezonanță*.

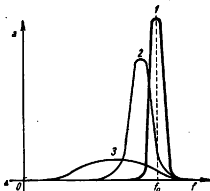


Fig. 32. Curbe de rezonanță și efectul amortizării.

Tot experimental, mai putem constata că ea suferă unele modificări, dacă schimbăm amortizarea receptorului.

Figura ne arată aspectele ei succesive, pentru amortizări din ce în ce mai mari. Se constată astfel că:

Curba de rezonanță reprezintă variația amplitudinii receptorului, în funcție de frecvența excitației. Ea devine cu atît mai ascuțită, cu cît amortizarea este mai mică.

1) Maximul se turtește și receptorul intră în oscilație pentru domenii de frecvență din ce în ce mai largi.

2) Odată cu creșterea amortizării, el se mută către frecventele mai joase.

Aceasta se datorește faptului cunoscut că amortizarea mărește perioada oricărui sistem oscilant, așa că nici receptorul nu-și mai păstrează frecvența inițială f_0 (v. § 69).

3) Amplitudinea oscilațiilor de rezonanță tinde să devină infinit de mare, cînd amortizarea tinde către zero. Această condiție ideală nu poate fi realizată.

Prin urmare, dacă vrem ca receptorul să fie *selectiv*, adică să oscileze pentru un domeniu cît mai restrîns al frecvențelor de excitare, va trebui să-i reducem amortizarea la minimum posibil.

Dacă, din contra, i se cere să oscileze forțat, fără să arate o preferință deosebită pentru anumite frecvențe, vom folosi amortizările corespunzătoare.

Această condiție trebuie să o îndeplinească mai ales aparatele de reproducere și înregistrare sonoră : microfoane, difuzoare, membrane de gramofon etc.

Mai putem evita rezonanța, făcînd ca perioada proprie a sistemului să fie cît mai diferită de o eventuală perioadă de excitație.

In acustică avem adesea nevoie de rezonatori cît mai selectivi. Cele mai bune rezultate le dau atunci rezonatorii cu aer.

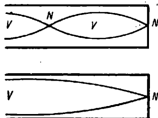


Fig. 33. Tuburi de rezonanță acustică.

Experiența ne arată că un sunet care se propagă printr-un tub, închis la capătul opus, este reflectat acolo cu schimbare de semn a elongațiilor, iar la capătul deschis reflexia se face fără schimbare de semn.

Frecvența proprie de oscilație a coloanei de aer din tub va corespunde astfel acelor lungimi de undă, pentru care se formează un nod de amplitudine la capătul închis și un ventru la capătul deschis (fig. 33).

Dacă notăm lungimea tubului cu L vom avea deci

$$L=(2n-1)\frac{\lambda}{4}$$

unde n are valori întregi, sau, în cazul cel mai simplu,

$$L=\frac{\lambda}{4}$$

pentru $n=1$.

Știind că $v=\lambda f$, înseamnă că vom avea rezonanță pentru orice sunet a cărui frecvență satisface relației

$$f=(2n-1)\frac{v}{4L}.$$

In aceste condiții, sunetul este puternic amplificat.

Ca să adaptăm lungimea coloanei la o frecvență dată, putem introduce, în fundul tubului, un piston mobil, sau turnăm încet apă în el (fig. 34).

Măsurînd apoi lungimile corespunzătoare rezonanței, putem deduce viteza sunetului în aer sau în alt gaz care umple tubul.

Dacă rezonatorul este deschis la ambele capete, rezonanța se va produce cînd lungimea coloanei cuprinde un număr pereche de sferturi de lungime de undă, adică cel puțin două.

Eventual, se poate înlocui gazul cu un lichid oarecare şi măsurăm astfel viteza sunetului în lichid.

Metoda a fost aplicată de *Wertheim*, încă din 1848, apoi de *Bungețianu*[1], în 1908 şi mai recent de *C. Sălceanu*[2].

Rezultatele diferă de acelea din mediul nelimitat fiindcă, mai ales la rezonanță, intervin schimburi de energie între pereții tubului şi lichid. Se folosesc atunci formule teoretice de corecție, care au inconvenientul că nu pot fi verificate experimental, decît în cazuri cu totul particulare, pe lîngă că sînt numai aproximative.

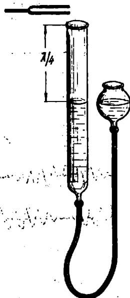


Fig. 34. Rezonatorul cu coloană de aer.

Acelaşi cusur îl are de altfel şi metoda lui *Kundt*, pe care am descris-o mai înainte, fiindcă este tot o metodă de rezonanță.

3. *Reacțiunea receptorului asupra emițătorului.* In experiențele descrise nu am ținut seamă de faptul că, în anumite condiții, receptorul poate să acționeze, la rîndul lui, asupra emițătorului, prin inversare de roluri.

Această se întîmplă cînd *cuplajul*, adică legătura lor este destul de strînsă.

[1]) Fost profesor la Universitatea din Bucureşti. S-a născut la 1860 şi a murit în 1932.

[2]) Actualmente profesor la Institutul Pedagogic din Timişoara.

Vom căuta să analizăm fenomenul prin cîteva experienţe simple :

1) Două pendule, de perioade puţin diferite, sînt legate de un fir, întins orizontal, aşa cum arată fig. 35.

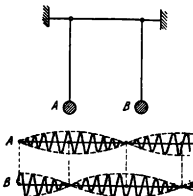


Fig. 35. Oscilaţia sistemelor cuplate.

Dacă punem să oscileze unul din ele, oscilaţia se transmite şi celuilalt, prin firul de legătură.

In primul rînd, constatăm că perioadele, care erau diferite, devin egale. Prin urmare *cele două pendule se sincronizează reciproc.*

Totodată mai constatăm că amplitudinea fiecăruia creşte, în timp ce scade a celuilalt şi invers.

Aceasta înseamnă că *energia trece alternativ de la un pendul la altul.*

2) Repetăm experienţa cu două pendule identice. Vom constata din nou aceeaşi trecere succesivă de energie şi aceleaşi alternări ale maximelor de amplitudine, dar *dacă punem în mişcare ambele pendule, simultan şi cu aceeaşi amplitudine, oscilaţiile continuă fără influenţă reciprocă.*

3) Punem să oscileze, după verticală, un pendul elastic. Treptat, amplitudinea lui scade, în timp ce apar oscilaţii de legănare, ca la un pendul simplu. Apoi acestea dispar şi reapar oscilaţiile după verticală.

Pendulul elastic transmite astfel energie pendulului simplu, cu care este cuplat şi invers, iar perioadele devin egale, prin sincronizare.

In toate aceste experienţe, cuplajul este destul de strîns. Dar dacă, în loc să atîrnăm două pendule de un fir, le-am fi atîrnat de o bară rigidă şi bine fixată, cuplajul ar fi fost mai larg şi fenomenele ar fi decurs după legile obişnuite ale rezonanţei.

De altfel și ceasornicarii știu prea bine că nu se poate face reglajul unor pendule, cînd stau atîrnate una lîngă alta, pe un suport mai puțin rigid și cînd au aproximativ aceeași perioadă de oscilație proprie, fiindcă se sincronizează reciproc și, adesea, una din ele se oprește.

4. *Teoria elementară a fenomenelor de rezonanță.* Să presupunem că o forță exterioară activă F_a, care variază sinusoidal cu pulsația ω, obligă un sistem receptor să oscileze forțat, cu aceeași perioadă ca și dînsa.

Acest receptor poate fi reprezentat schematic așa cum arată fig. 36.

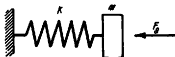


Fig. 36. Pentru studiul rezonanței și al oscilațiilor impuse de forța exterioară F_a.

El are o masă, care opune forța de inerție

$$F_i = -ma\omega^2 \sin \omega t$$

și o elasticitate care, la elongația variabilă x, dezvoltă forța elastică

$$F_e = Kx = Ka \sin \omega t.$$

Dacă mai există și frecări, experiența ne arată că, la vitezele mici, ele sînt proporționale cu viteza.

Forța dezvoltată astfel va fi deci:

$$F_f = Rv = Ra\omega \cos \omega t$$

în care R este un factor de proporționalitate, numit *coeficient de rezistență.*

Dimensiunile lui sînt

$$[R] = \left[\frac{F_f}{v}\right] = MT^{-1}$$

și-l vom exprima în *grame pe secundă* sau în *kilograme pe secundă.*

Toate aceste procese periodice se datoresc forței active F_a, a cărei intensitate va fi dictată de emițător și de cuplajul cu receptorul.

Cum încă nu ştim dacă ea variază în fază cu elongaţiile receptorului, vom admite că este defazată cu unghiul φ şi o vom scrie sub forma

$$F_a = F_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

rămînînd să cercetăm ulterior ce valoare capătă unghiul de defazaj.

Această forţă va trebui să egaleze pe toate celelalte însumate.

Prin urmare

$$-ma\omega^2 \sin \omega t + Ra\omega \cos \omega t + Ka \sin \omega t = F_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

sau, dacă dezvoltăm membrul al doilea şi grupăm termenii, avem:

$$[Ka - ma\omega^2] \sin \omega t + Ra\omega \cos \omega t = F_0 \sin \omega t \cdot \cos \varphi + F_0 \cos \omega t \cdot \sin \varphi.$$

Pentru ca ecuaţia de faţă să devină o identitate, va trebui ca, deoparte şi de alta, să avem aceeaşi coeficienţi pentru termenii în $\sin \omega t$ şi $\cos \omega t$.

Rezultă că

$$F_0 \cos \varphi = Ka - ma\omega^2 \qquad \text{(I)}$$

şi

$$F_0 \sin \varphi = Ra\omega. \qquad \text{(II)}$$

De aici deducem, prin simplă împărţire, *că există, în adevăr, un defazaj între forţa activă şi elongaţie, definit prin relaţia*

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R}{\dfrac{K}{\omega} - m\omega} \qquad (177.1)$$

iar sensul acestui defazaj este dictat de semnul numitorului.

Analog, dacă ţinem seamă că expresia vitezei cu care se mişcă masa oscilantă este

$$v = a\omega \cos \omega t = a\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

deducem că viteza se defazează, față de forța activă, cu unghiul

$$\Psi^{1)} = \frac{\pi}{2} - \varphi.$$

Prin urmare

$$\operatorname{tg}\Psi = \frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} = \frac{\frac{K}{\omega} - m\omega}{R} \qquad (177.2)$$

cu aceleași considerații ca mai sus, în ce privește semnul algebric.

Viteza și elongația maximă a receptorului se defazează față de intensitatea maximă a forței active, iar masa și constanta elastică produc defazaje de sensuri contrare.

În concluzie, *viteza și elongația receptorului nu ating valorile maxime odată cu forța activă, ci se defazează față de dînsa cu unghiurile calculate mai sus.*

Numai în cazul ideal, $R=0$, cînd frecările ar fi nule, defazajul între forță și elongație ar dispare.

Este evident că unghiul φ va fi cu atît mai mic și unghiul Ψ cu atît mai apropiat de 90°, cu cît coeficientul de rezistență al sistemului va fi mai mic.

Aceleași relații de fază ne mai arată că *acțiunile masei și constantei elastice produc defazaje de sensuri contrarii.*

Cu ajutorul celor stabilite, dacă reprezentăm diferitele amplitudini prin vectori, care se rotesc în sensul săgeții, cu viteza unghiulară ω și dacă alegem, de exemplu, cazul în care unghiul φ este pozitiv, orientarea de ansamblu a acestor vectori va fi aceea din fig. 37.

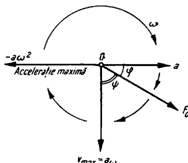


Fig. 37. Diagrama vectorială într-o oscilație impusă de forța exterioară *F*.

În fine, dacă rezolvăm sistemul ecuațiilor de compatibilitate (I) și (II), în privința canti-

[1]) Ψ=literă mare a alfabetului grec. Se citește *psi*.

tății $a\omega$, care reprezintă amplitudinea vitezei sistemului oscilant, găsim că

$$v_{max} = a\omega = \frac{F_0}{\sqrt{\left(\frac{K}{\omega} - m\omega\right)^2 + R^2}} \qquad (177.3)$$

și deducem că amplitudinea vitezei, ca și elongațiile maxime, vor fi direct proporționale cu amplitudinea forței active și cu atît mai mici, cu cît cantitatea

$$Z = \sqrt{\left(\frac{K}{\omega} - m\omega\right)^2 + R^2} \qquad (177.4)$$

va fi mai mare.

Este ușor de văzut că această cantitate, ca și termenii $\frac{K}{\omega}$ și $m\omega$, are dimensiunile fizice ale coeficientului de rezistență R, definit mai sus.

Amplitudinea vitezei este limitată de impedanță, care reprezintă rezistența mecanică totală a sistemului.

Ea se opune creșterii de viteză sau de amplitudine și reprezintă o rezistență mecanică a sistemului, pe care o numim *impedanță*.

Impedanța însumează deci trei feluri de rezistențe:

1) O rezistență *elastică*, exprimată prin raportul $\frac{K}{\omega}$,
2) O rezistența $m\omega$, datorită *inerției* sistemului și
3) O rezistență de *frecare*, definită de coeficientul R.

Cantitatea din paranteză poate fi sau pozitivă, sau nulă.

La rezonanță $\frac{K}{\omega} - m\omega = 0$.

Aceasta înseamnă că *impedanța devine minimă, cînd se reduce numai la coeficientul de rezistență.*

În aceste condiții, vom avea deci

$$\frac{K}{\omega} - m\omega = 0 \quad \text{și} \quad Z = R \qquad (177.5)$$

iar *amplitudinea va atinge valoarea maximă.*

Știind că $\omega=\frac{2\pi}{T}$, deducem că perioada sistemului oscilant emițător este atunci

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

adică *egală cu perioada oscilațiilor proprii ale receptorului.*

Ori aceasta nu e decît *condiția de rezonanță,* pe care am găsit-o și experimental.

La rezonanță, forța activă este în fază cu viteza și în cuadratură cu elongația receptorului.

De altă parte, dacă ținem seamă de relațiile de fază (177.1 și 2) se vede imediat că, pentru orice valoare finită a rezistenței R, *viteza de oscilație a receptorului este în fază, iar elongația în cuadratură cu forța activă de excitare.*

Toate aceste rezultate teoretice, deosebit de importante și în deplin acord cu experiența, se aplică nu numai la oscilațiile mecanice. Vom reveni asupra lor în studiul curenților alternativi și al oscilațiilor electromagnetice.

5. *Exemple numerice.* 1) ***Să se calculeze viteza sunetului în hidrogen, la presiunea normală și temperatura de*** 0° C.

Presiunea normală de 1 033 gf/cm² reprezintă aproximativ $10{,}1\cdot10^5$ **baryi.**

Densitatea hidrogenului, în condițiile date, fiind $9\cdot10^{-5}$ **g/cm³**, formula lui Newton ne dă

$$v=\sqrt{\frac{p}{\rho}\cdot\varkappa}=\sqrt{\frac{10{,}1\cdot10^5}{9\cdot10^{-5}}\cdot1{,}4}=10^5\sqrt{1{,}57}\cong1\ 250\ \text{m/s}.$$

2) ***Ce devine această viteză la temperatura de*** +20 °C ?

Știind că

$$v_t=v_0\sqrt{1+\alpha t}$$

găsim că

$$v_{20°}=1\ 250\cdot1{,}036\cong1\ 300\ \text{m/s}.$$

3) ***Modulul de elasticitate al oțelului este de*** 20 000 kgf/mm², ***iar densitatea*** 7,8 **g/cm³**. ***Să se calculeze viteza sunetului.***

În unități CGS modulul de elasticitate are valoarea

$$E=20\ 000\cdot9{,}81\cdot10^7=1{,}96\cdot10^{12}\ \text{dyn/cm}^2$$

şi formula lui Newton ne dă

$$v=\sqrt{\frac{E}{\rho}}=\sqrt{\frac{1{,}96\cdot 10^{12}}{7{,}8}}\cong 5\,000 \text{ m/s}.$$

4) *În experienţa lui Kundt, bara este de oţel şi tubul este umplut cu hidrogen, la temperatura de +20 °C. Lungimea de undă a sunetului în metal fiind de 2* m, *să se calculeze frecvenţa şi lungimea de undă în hidrogen.*

Viteza sunetului în bară fiind de 5 000 m/s, frecvenţa va fi

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{5\,000}{2}=2\,500 \text{ Hz}.$$

Iar dacă luăm viteza calculată mai sus, pentru hidrogen, avem

$$\lambda_H=\frac{1\,300}{2\,500}=52 \text{ cm}.$$

5) *Viteza sunetului în aer fiind de 331* m/s, *iar în apă 1 400* m/s, *să se calculeze indicele de refracţie relativ şi unghiul de reflexie totală.*

Relaţia

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{v_1}{v_2}=n \qquad (174.1)$$

ne dă

$$n=0{,}236$$

şi

$$\sin i_{lim}=n=0{,}236$$

sau

$$i_{lim}=13°40'.$$

6) *Să se calculeze viteza de propagare a undelor superficiale pe apă, cînd au lungimea de undă de 1* mm.

Se va lua pentru tensiunea superficială valoarea 72 dyn/cm.

Relaţia (172.4) ne dă

$$v=\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}+\gamma\frac{2\pi}{\lambda\rho}}=\sqrt{\frac{981\cdot 0{,}1}{6{,}28}+72\frac{6{,}28}{0{,}1}}\cong 67{,}5 \text{ cm/s}.$$

7) *O masă de 50* g *este atîrnată de un resort, a cărui constantă elastică este K=60 000* dyn/cm. *Ea oscilează forţat, cu 5,25* Hz. *Considerînd coeficientul de rezistenţă R=3,5* g/s *să se calculeze impendanţa şi defazarea faţă de forţa activă.*

Pulsaţia este

$$\omega=2\pi f=6{,}28\cdot 5{,}35=33{,}6 \text{ rad/s}$$

şi relaţia (177.4) ne dă

$$Z=\sqrt{\left(\frac{K}{\omega}-m\omega\right)^2+R^2}=\sqrt{\left(\frac{60\,000}{33{,}6}-50\cdot 33{,}6\right)^2+(3{,}5)^2}\cong 105\ \text{g/s},$$

iar relaţia (177.1) ne dă

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{R}{\frac{K}{\omega}-m\omega}=\frac{3{,}5}{\frac{60\,000}{33{,}6}-50\cdot 33{,}6}=3{,}33\cdot 10^{-2}$$

şi unghiul respectiv va fi de aproximativ 1°54′.

CAPITOLUL XXI

SUNETUL

A. Generalităţi

§ 178. **Producerea sunetelor.** In viaţa curentă, întîlnim sunete muzicale şi zgomote. Ele provin de la corpurile care vibrează, după o lege mai apropiată sau mai depărtată de forma sinusoidală simplă

$$e=a\sin\omega t.$$

In cercetările de acustică folosim toate felurile de sunete, dar avem adesea interesul să ne referim cu deosebire la această formă simplă, sau să ne apropiem cît mai mult de dînsa.

Există numeroase mijloace, cu care putem produce astfel de oscilaţii, mai ales în domeniul audibil.

Cele mai întrebuinţate sînt *diapazoanele, fluierele* şi *coardele vibrante.*

Diapazoanele au, de obicei, forma din fig. 38. Furca este făcută din oţel şi trebuie prelucrată cu multă grijă, ca să aibă peste tot aceeaşi secţiune.

Ea se aşează pe o *cutie de rezonanţă,* deschisă la un capăt şi făcută din lemn de brad, cu fibrele cît mai regulate.

Lungimea ei se calculează în aşa fel ca să cuprindă un sfert al lungimii de undă.

Diapazonul se excită prin lovire, cu un ciocan de lemn sau de cauciuc. Uneori i se adaptează un dispozitiv de întreţinere electrică, la fel cu acela folosit la sonerii.

Odată construit, diapazonul trebuie etalonat, ca să-i cunoaştem frecvenţa de oscilaţie.

Cel mai simplu este să-l comparăm cu altul, de frecvenţă cunoscută, puţin mai mare sau mai mică decît a lui.

Cînd vibrează amîndouă, sunetul rezultat din suprapunere trece prin maxime şi minime succesive, din cauza *bătăilor*, iar frecvenţa acestor bătăi, care pot fi numărate foarte uşor, este egală cu diferenţa dintre frecvenţele componentelor.

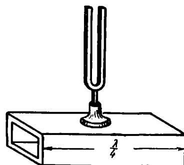


Fig. 38. Diapazon cu cutie de rezonanţă

Dacă am avea, de pildă, cîte un maximum la fiecare zece secunde şi etalonul ar avea frecvenţa de 440 Hz, frecvenţa de măsurat este (440 ± ±0,1 Hz).

O altă metodă simplă este să căutăm lungimea unei coloane de aer, care intră în rezonanţă cu frecvenţa diapazonului, dar precizia măsurării este mult mai mică.

În fine, putem înregistra şi număra direct oscilaţiile dacă lipim, la capătul diapazonului, un fir metalic uşor şi-l punem să zgîrie o sinusoidă, pe o foaie de hîrtie afumată, care se mişcă în faţa lui, cu viteză cunoscută.

Aceasta este *metoda cronografică*.

Fluierul şi coardele vibrante sînt bine cunoscute şi nu au nevoie de o descriere specială. Legile lor de vibraţie le vom cerceta mai tîrziu.

Menţionăm deocamdată numai *fluierul lui Galton* [1]), construit aşa cum arată fig. 39, *a*.

El produce sunete foarte înalte şi ne serveşte ca să măsurăm limita de percepere a acestor sunete.

[1]) *Francis Galton* (1822—1911), medic englez.

Frecvenţa poate fi variată, lungind sau scurtînd coloana de aer, cu un şurub micrometric.

Ca etalon de frecvenţe, mai putem folosi şi *sirenele.*

În principiu, ele sînt construite aşa cum arată fig. 39, *b.* Un disc metalic, ce se roteşte în faţa unui orificiu, prin care vine un curent de aer, are o serie de găuri periferice.

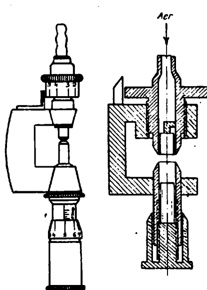


Fig. 39, *a.* Fluierul Galton, în vedere şi secţiune.

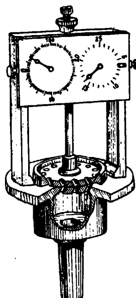


Fig. 39, *b.* Sirenă.

Întreruperea şi deschiderea periodică a curentului produce un sunet, a cărui frecvenţă este dată de produsul dintre numărul găurilor şi numărul de rotaţii pe secundă.

Sistemul funcţionează la fel şi în lichide [1]).

Cîntecul caracteristic al turbinelor şi motoarelor de turaţie mare provine dintr-un fenomen analog.

---

[1]) Inventatorul sirenei este *Cagniard de Latour* (1777—1859), iar numele vrea să facă aluzie la sirenele care-i cîntau lui Ulysse, cînd rătăcea pe mare.

In laboratoare, sirenele nu mai au decît o însemnătate istorică, de cînd tuburile electronice ne permit să producem orice frecvențe fixe sau variabile, în condiții mult mai avantajoase. Domeniul lor se limitează acum numai la semnalizările acustice, în aer sau în apă, fiindcă pun în joc energii sonore destul de mari.

§ 179. **Propagarea sunetelor.** In gaze sau în lichide, undele sonore nu pot să fie decît longitudinale.

In solide avem și unde transversale, dar ele sînt inevitabil însoțite de altele, longitudinale, care se propagă mai repede și aduc sunetul înaintea lor.

In propagarea sunetului prin orice mediu considerăm viteza undelor longitudinale.

Afară de cazuri cu totul speciale, *înțelegem deci prin viteza sunetului viteza undelor longitudinale.*

Această viteză poate fi calculată, ca la orice undă elastică, din cunoscuta formulă a lui Newton, eventual adaptată diferitelor cazuri particulare.

In condițiile obișnuite, viteza sunetului nu depinde de frecvență sau de amplitudine.

In condiții obișnuite, *ea nu depinde nici de amplitudine, nici de frecvența undelor care se propagă.*

Dacă ar fi altfel, ar trebui ca muzica să nu mai poată fi ascultată decît din imediata apropiere. De departe am auzi cu totul altceva.

Abateri de la lege apar numai la frecvențele ultrasonore foarte înalte și la amplitudinile foarte mari, produse de explozii. Ele se datoresc numai schimbării constantelor elastice ale mediului, prea repede sau prea tare comprimat.

Iată cîteva din rezultatele determinărilor, directe sau indirecte, exprimate în metri pe secundă:

Aer	331	Cauciuc (aprox.)	50
Bioxid de carbon	260	Piatră	4 000
Hidrogen	1 261	Fier	5 000
Apă	1 440	Plumb	1 300
Alcool 93%	1 160	Cupru	3 600
Benzol	1 280	Aluminiu	5 000
Sulfură de carbon	1 074	Sticlă	5 000
Toluen	1 228	Plută	500

Datele pentru gaze se referă la presiunea normală și temperatura de 0 °C, iar pentru lichide, la temperatura ambiantă [1].

În orice mediu de propagare, sunetul pierde treptat din intensitate, fiindcă frecările transformă energia mecanică în căldură.

Cum frecarea crește cu amplitudinea vitezei de oscilație, iar aceasta cu frecvența, slăbirea va fi mai rapidă pentru sunetele înalte. Așa se explică de ce, cînd ascultăm de departe o fanfară, auzim numai bașii și toba mare.

Unele substanțe, cum sînt vata, pluta, rumegușul de lemn sau unele tencueli speciale, atenuează sunetul foarte repede și de aceea le folosim ca *izolanți.*

Cele elastice, cum sînt metalele, betonul, piatra sau sticla transmit undele sonore pînă la distanțe mari.

Folosirea lor în construcții are avantaje, din punctul de vedere ingineresc, dar este dezastruoasă, în ce privește zgomotul. De aceea trebuiesc asociate cu pături izolante.

Lichidele transmit de asemenea sunetele cu atenuări foarte mici. *Transmiterea prin vid este imposibilă.*

În propagarea lor, undele sonore ascultă de legile cunoscute ale reflexiei, refracției, difracției și interferenței, asupra cărora nu e nevoie să mai revenim. Ele nu pot fi polarizate, fiindcă vibrațiile sînt longitudinale.

Ecoul și reverberația. Experiența ne arată cu urechea este în stare să deosebească două sunete scurte, care se succed la cel puțin o zecime de secundă.

Viteza sunetului în aer, la +20 °C, este de 340 m/s.

La +20 °C, distanța minimă ca să apară ecoul este de 17 m.

Un observator, care emite un sunet, va trebui deci să fie la cel puțin 17 m *de un obstacol, ca să poată distinge sunetul reflectat.*

El spune atunci că obstacolul *răspunde,* iar fenomenul se numește *ecou.*

---

[1]) Vitezele în lichide sînt extrase dintr-o lucrare personală, care datează din 1924. S-a folosit o metodă directă, care evită fenomenele de rezonanță.

Ecoul poate fi multiplu, cînd se produc reflexii distincte, pe mai multe obstacole, sau cînd observatorul se găseşte între două obstacole paralele.

Intr-o cameră goală, reflexiile consecutive pe suprafaţa pereţilor, care nu pot fi deosebite unele de altele, umplu spaţiul cu unde sonore, care nu se amortizează decît treptat, aşa că sunetul mai persistă şi după încetarea emisiunii.

Intr-un spaţiu limitat, reflexiile succesive pot să prelungească sunetul şi să producă reverberaţia.

Fenomenul se numeşte *reverberaţie* şi nu trebuie confundat cu rezonanţa.

El poate să apară în orice spaţiu limitat de obstacole multiple, de pildă în pădure sau în văgăuni.

Prelungirea sunetelor prin reverberaţie se observă mai ales în sălile mari, fiindcă numărul de reflexii, necesare stingerii, se desfăşură într-un timp mai lung, între obstacole depărtate.

Durata reverberaţiei se exprimă prin timpul necesar ca intensitatea sunetului să se reducă la o milionime.

In studiul acusticii încăperilor se ia, prin convenţie, ca durată a reverberaţiei, timpul necesar ca intensitatea unui sunet să scadă la o milionime.

Timpul acesta se măsoară numai după ce am aşteptat întîi ca sunetul să *satureze* încăperea, adică să apară un echilibru dinamic, între creşterea intensităţii de reverberaţie şi procesul invers, de stingere.

De asemenea trebuie ca intensitatea finală să fie aleasă aşa ca urechea normală să nu mai perceapă sunetul.

• Durata de reverberaţie depinde de forma şi mărimea sălii, dar mai ales de natura şi grosimea materialelor ce acoperă pereţii, fiindcă orice reflexie de sunet este însoţită de o absorbţie, în proporţie mai mare sau mai mică, prin care energia vibratoare se transformă în căldură.

Procentul absorbit mai depinde şi de frecvenţa sunetului:

Cutare material, care absoarbe 60% din energia incidentă, la frecvenţa de 5 000 Hz, poate să nu absoarbă decît 20%, la frecvenţa de 100 Hz.

Durata de reverberaţie va fi atunci mai lungă, pentru sunetele joase, decît pentru cele înalte.

Absorbţia poate să fie aproape totală, în păturile groase şi moi, cum ar fi vata sau lîna,

Substanţele dure şi elastice, ca betonul sau sticla, reflectă, de preferinţă, sunetele înalte.

La 5 000 Hz, sticla nu absoarbe aproape nimic, pe cînd la 100 Hz reține cam 30%.

Intre pereți de sticlă sau de beton, durata de reverberație va fi deci mai lungă, pentru sunetele stridente.

In fine, dacă suprafețele de reflexie sînt neregulate și aspre, cum e cazul tencuielii împroșcate, sunetele înalte, de lungime de undă mică, vor fi împrăștiate prin difuziune, iar cele joase vor fi reflectate.

După scopul pentru care e construită sala, se caută ca, prin folosirea judicioasă a materialelor și suprafețelor absorbante, să se ajungă la durata de reverberație cea mai convenabilă, pentru o bună audiție a vorbei sau a muzicii.

Ea nu trebuie să fie nici prea lungă, fiindcă amestecă sunetele, nici prea scurtă, fiindcă sala devine *„mută"*.

La sălile mici, pînă pe la 2 000 de metri cubi, durata de reverberație optimă este de 1,1—1,5 secunde.

La sălile de spectacol foarte mari, ea trebuie să fie de 2,5—3 secunde.

Vorbirea cere o reverberație mai scurtă decît muzica.

Numai corul și orga sînt avantajate de reverberațiile lungi, care ajung pînă pe la 5 sau 6 secunde.

Un studio de radiodifuziune, sau de înregistrări sonore, trebuie să poată fi adaptat fiecărui gen de audiție. Inginerul de sunet folosește atunci panouri absorbante mobile, a căror mărime și poziție convenabile sînt căutate prin încercări succesive.

A limita reverberația nu înseamnă a suprima sau reduce *toate* reflexiile, ci numai a le stăpîni, ca să nu devină dăunătoare.

Anumite reflexii, mai cu seamă pe tavane, trebuie să fie, din contra, cît mai avantajate, fiindcă ele sînt acele care asigură o bună acustică a sălii.

Suprafețele respective se studiază așafel ca undele reflectate să nu ajungă, în unele puncte, pe drumuri prea lungi, în comparație cu ale celor directe, fiindcă atunci sunetele s-ar auzi de două ori. Se vor evita și interferențele.

Forma de boltă centrată a tavanului, ca și aceea plană, întîlnite așa de frecvent, nu sînt prielnice, nici înălțimile inutil exagerate.

Mai trebuie să se țină seamă că masa spectatorilor formează de asemenea o suprafață absorbantă. Se vor evita deci reflexiile de jos în sus, care modifică acustica sălii, după cum e mai plină sau mai goală.

Figura 40 reprezintă unul din profilele corecte.

Inainte de a începe construcția, se face o *machetă* a sălii, care se căptușește cu foițe reflectante de aluminiu și se cercetează intensitatea luminoasă, în diferitele puncte, cînd se aprinde un bec electric, acolo de unde trebuie să provină sunetele.

De asemenea se fac profile longitudinale, care se umplu cu apă și se cercetează intensitatea și forma undelor superficiale, de diferite lungimi, care închipuie sunetele.

Acustica sălilor de cursuri, de conferințe sau de spectacole pune adesea probleme foarte greu de rezolvat.

Proiectarea lor trebuie să fie condusă nu numai de preocupările arhitecturii artistice, dar şi de realizarea, în condiţii optime, a scopului pentru care sînt făcute. De altfel experienţa ne arată că formele perfecte, din punctul de vedere acustic, sînt perfecte şi din punctul de vedere al purităţii artistice a liniei.

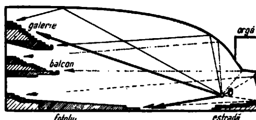


Fig. 40. Profil corect la o sală de concerte.

§ 180. **Calităţile sunetului.** Sunetele se deosebesc unele de altele prin *înălţime, intensitate* şi *timbru.*

Ele reprezintă ceea ce numim *calităţile* sunetului.

Le vom examina pe fiecare în parte.

1. *Înălţimea.* Prin convenţie, spunem că un sunet este mai înalt decît altul, cînd are un număr mai mare de vibraţii pe secundă. Noţiunea izvorăşte din viaţa curentă şi nu are nevoie de altă definiţie.

Sunetul LA normal are, prin convenţie, 440 de vibraţii complete pe secundă.

Tot prin convenţie, *se ia ca bază de comparaţie al cincilea LA din claviatura pianului, care trebuie să aibă 440 de vibraţii complete pe secundă.*

El se numeşte *LA normal* şi serveşte ca punct de plecare pentru fixarea numărului de vibraţii la celelalte tonuri ale gamei muzicale, despre care vom discuta mai tîrziu.

2. *Intensitatea.* Un corp care vibrează comunică mediului o parte din energia lui vibratoare, pe care undele elastice o transportă din aproape în aproape, cu viteza de propagare.

Intensitatea sunetului se exprimă prin energia care străbate într-o secundă unitatea de suprafață, perpendiculară pe direcția de propagare.

Prin definiție, *intensitatea unui sunet reprezintă energia care străbate, într-o secundă, prin unitatea de suprafață, perpendiculară pe direcția de propagare.*

O vom exprima deci în $erg/cm^2 \cdot s$ sau în $J/m^2 \cdot s$, adică în W/m^2, cu dimensiunile MT^{-3}.

Să ne închipuim acum o suprafață sferică virtuală, de rază R, în centrul căreia se găsește izvorul sonor.

După definiția de mai sus, dacă notăm puterea emisă cu P, intensitatea, la distanța R, va fi

$$\boxed{I = \frac{P}{S} = P\frac{1}{4\pi R^2}}. \qquad (180.1)$$

Intensitatea sonoră a undelor sferice variază invers proporțional cu pătratul distanței.

Deducem astfel că *intensitatea unui sunet care se propagă prin unde sferice variază invers proporțional cu pătratul distanței pînă la centrul de emisiune.*

Să considerăm acum și cazul undelor plane. Aceste unde se propagă paralel cu ele înșile, fără să-și mărească suprafața și dacă ne închipuim un cilindru virtual, cu axa orientată în direcția propagării, prin toate secțiunile lui va trece aceeași cantitate de energie, în unitatea de timp (fig. 41).

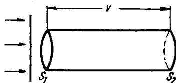


Fig. 41. Pentru calculul intensității sonore.

Viteza maximă a unei mișcări sinusoidale fiind $v_0 = a\omega$, energia cinetică a unei mase oscilante m va fi

$$W_c = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}ma^2\omega^2 = 2\pi^2a^2f^2m.$$

Frontul undelor sonore, care intră prin secțiunea S_1, presupusă de un centimetru pătrat, parcurge într-o secundă distanța v, numeric egală cu volumul unui cilindru de aceeași lungime și energia lor se transmite masei $m = \rho V$, din cuprinsul mediului.

După definiția dată, această energie reprezintă intensitatea sunetului, așa că

$$I=2\pi^2a^2f^2\rho V=\frac{1}{2}v_0^2\rho V. \qquad (180.2)$$

Intensitatea sunetului depinde de viteza de propagare și de densitatea mediului. Ea este direct proporțională cu pătratele amplitudinii și frecvenței.

Această relație, fundamentală în acustică, ne spune că *intensitatea sunetului, într-un mediu dat, este direct proporțională cu pătratele amplitudinii și frecvenței.*

In medii diferite, ea mai depinde încă de densitate și de viteza de propagare, adică implicit de constantele elastice.

Sub cealaltă formă, aceeași relație leagă intensitatea de amplitudinea vitezei de oscilație a particulelor din mediu.

Intensitatea sunetului poate fi exprimată și în funcție de amplitudinea maximă cu care variază presiunea, cînd unda comprimată ia locul celei dilatate.

Teoria elasticității ne duce atunci la relația

$$I=\frac{1}{2}\cdot\frac{P_0^2}{\rho V}. \qquad (180.3)$$

Intensitatea sunetului este direct proporțională cu pătratul amplitudinii de variație a presiunii.

Ea ne arată că *intensitatea este direct proporțională cu pătratul amplitudinii de variație a presiunii.*

Eliminînd pe I între cele două expresii ale lui, ajungem la o altă relație, de asemenea importantă în acustică,

$$P_0=\rho V\cdot v_0. \qquad (180.4)$$

Ea este analogă cu *legea lui Ohm* din electricitate, cu deosebirea că diferența de potențial este înlocuită cu amplitudinea de variație a presiunii, iar intensitatea curentului cu amplitudinea vitezei de oscilație a mediului.

Produsul ρV exprimă rezistența acustică a mediului de propagare.

Produsul ρV ține locul rezistenței electrice și de aceea se numește *rezistența acustică.*

a) *Presiunea de radiație.* Dacă împărțim energia din cilindrul considerat mai sus, prin volumul lui, avem așa numita *densitate de energie sonoră.*

Ea reprezintă cantitatea de energie primită într-o secundă de fiecare centimetru cub al mediului de propagare.

Vom avea deci, prin definiție

$$d = 2\pi^2 a^2 f^2 \rho = \frac{\text{energie}}{\text{volum}} \qquad (180.5)$$

cu dimensiunile fizice

$$[d] = \frac{L^2 M T^{-2}}{L^3} = \frac{L M T^{-2}}{L^2} = \left[\frac{F}{S}\right].$$

Prin urmare *densitatea de energie are dimensiunile unei presiuni.*

Presiunea de radiație este egală cu diferența densităților de energie, pe fața și pe dosul unei suprafețe date.

Teoria fenomenului, confirmată de experiență, ne arată că, în adevăr, un sunet exercită o *presiune de radiație,* egală cu *diferența densităților de energie,* deoparte și de alta ale unei suprafețe date.

Presiunea de radiație se exercită continuu și nu trebuie să fie confundată cu amplitudinea variației de presiune a undelor, pe care am notat-o mai sus cu P_0.

In cazul particular cînd sunetul se reflectă integral și fără absorbții, densitatea de energie în dosul obstacolului este nulă, iar în față devine dublă, prin suprapunerea undelor directe și reflectate.

In cazul acesta

$$P_r = 2d = 4\pi^2 a^2 f^2 \rho \qquad (180.6)$$

sau, ținînd seamă de (180.2),

$$\boxed{P_r = \frac{2I}{V}} \qquad (180.7)$$

şi putem astfel exprima intensitatea unui sunet în funcţie de presiunea de radiaţie, pe care o dezvoltă asupra unei suprafeţe reflectante.

Intensitatea sunetului şi presiunea de radiaţie a lui sînt direct proporţionale una cu alta.

Experimental, relaţia de faţă se verifică la lichide, dar la gaze trebuie să mai ţinem seamă de raportul căldurilor specifice.

Ea devine atunci

$$P_r = (1+\varkappa)\frac{I}{V}. \qquad (180.7\,a)$$

Această relaţie a fost dedusă de *Rayleigh* [1]), printr-o metodă de calcul teoretic, prea complicată ca să insistăm asupra ei.

Ca ordin de mărime, dacă ne referim la cazul concret, cînd o oscilaţie de frecvenţă 1 000 Hz şi amplitudine 0,1 cm se propagă prin apă, găsim că presiunea de radiaţie, pe o suprafaţă reflectantă este

$$P_r = 4\pi^2 f^2 a^2 \rho = 39 \cdot 10^6 \cdot 10^{-2} = 390\,000 \text{ barye} = 400 \text{ gf/cm}^2.$$

In aceleaşi condiţii, dar în aer, ea devine cam de 500 de ori mai mică.

Relaţiile (180.2—180.7) se referă numai la undele plane; pentru cele sferice, formulele de calcul sînt mai complicate.

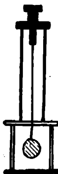


Fig. 42. Discul lui Rayleigh.

Determinarea intensităţii unui sunet se poate face, între altele, cu *discul lui Rayleigh.*

Un disc uşor, de aluminiu sau de mica, cu diametrul de 2—3 mm, este suspendat cu un fir subţire, aşa cum arată fig. 42.

Dacă undele sonore îl întîlnesc înclinat, faţă cu normala, centrul de presiune nu mai coincide cu centrul geometric şi sistemul capătă o mişcare de rotaţie, care tinde să-l aşeze perpendicular pe direcţia de propagare.

Unghiul de rotaţie depinde de constanta de torsiune a firului şi teoria ne spune că este proporţional cu intensitatea sunetului, cîtă vreme nu depăşeşte anumită valoare maximă, pînă la care arcul poate fi confundat cu sinusul.

b) *Coeficientul de absorbţie.* Pentru simplificare, nu am ţinut seamă, în consideraţiile de

[1]) *John William Strutt* (lord Rayleigh), fizician englez, fost profesor la Londra (1842—1919).

mai sus, de eventuale transformări ale energiei sonore fie în căldură, fie în alte forme de energie.

De fapt acțiunea frecărilor inevitabile absoarbe totdeauna o porțiune mai mare sau mai mică, din această energie și o transformă în căldură.

In condițiile obișnuite, putem constata experimental că absorbția este proporțională cu intensitatea sunetului. Dacă admitem că ea este proporțională și cu grosimea unei pături elementare dx, putem scrie că

$$dI = -\beta I dx,$$

unde factorul de proporționalitate β este caracteristic mediului și se numește *coeficient de absorbție.*

Separînd variabilele și integrînd între grosimea O și o grosime oarecare x, avem

$$\int_{I_0}^{I_1} \frac{dI}{I} = -\beta \int_0^x dx.$$

Rezultatul integrării este

$$\ln \frac{I_1}{I_0} = -\beta x.$$

El se mai poate scrie sub forma exponențială

$$\boxed{I_1 = I_0 e^{-\beta x}}. \qquad (180.8)$$

Intensitatea sunetului scade exponențial cu grosimea păturii străbătute și fiecare material are un coeficient propriu de absorbție.

Această relație formulează *legea absorbției* și ne spune că *intensitatea sunetului scade exponențial cu grosimea păturii străbătute.*

Se constată experimental că valoarea coeficientului de absorbție, pentru un material dat, poate să depindă, în oarecare măsură și de frecvență.

La gaze, de pildă, sunetele foarte înalte se sting mai repede decît cele joase, în timpul propagării, iar propagarea ultrasunetelor, cu frecvență mai mare de 10^6 Hz este practic imposibilă.

În izolările acustice, vom alege acele materiale care au coeficientul de absorbție cît mai mare: vată, plută, rumeguş etc.[1]).

3. *Timbrul.* Sunetele cu vibrații sinusoidale simple sînt foarte rar întîlnite, în viața curentă. În general, vibrațiile corpurilor sînt mai complexe şi de aci rezultă calitatea pe care o numim *timbru.*

Prin educație, urechea este în stare să deosebească timbrul vocii unei persoane anumite sau al instrumentelor muzicale, după cum poate să-şi dea seamă de proveniența sunetelor naturale, numai după timbrul lor.

Orice mişcare periodică poate fi descompusă în mai multe mişcări sinusoidale.

Fourier[2]) a demonstrat că, oricît de complicată ar fi o mişcare periodică, ea poate fi descompusă într-o serie de mişcări sinusoidale simple, de amplitudini

$$a_1, a_2, a_3, \ldots$$

şi de frecvențe

$$f, 2f, 3f, \ldots$$

Frecvențele armonicelor sînt multipli întregi ai frecvenței fundamentale.

Aceste frecvențe sînt întotdeauna multipli întregi ai frecvenței celei mai mici f, numită *fundamentală* şi reprezintă, prin definiție, *armonicele ei superioare.*

Ținînd seamă şi de eventuale defazaje, mişcarea rezultantă va avea deci elongația

$$e = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + a_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \ldots$$

Cu cît mişcarea se depărtează mai mult de forma sinusoidală simplă, cu atît numărul termenilor din această sumă, care se numeşte *seria lui Fourier* va fi mai mare.

Unii dintr-înşii pot să lipsească şi atunci armonica respectivă are amplitudinea nulă.

Ca exemplificare grafică, am compus, în fig. 43, *a* şi *b*, o fundamentală dată, cu armonicele ei de ordinele 2 şi 3, care au frecvențele $2f$ şi $3f$, cu diferite defazaje între dînsele.

---

[1]) Putem realiza izolări acustice bune şi cu substanțe care *reflectă* sunetul. Aşa se explică de ce zgomotele din exterior nu trec prin ferestrele închise, cu toate că sticla e destul de subțire.

[2]) *Jean Baptiste Joseph Fourier* (1768—1830) matematician francez.

Există diferite metode, prin care putem înregistra curba oscilațiilor, aduse de undele sonore, ca să le facem după aceea o *analiză armonică.*

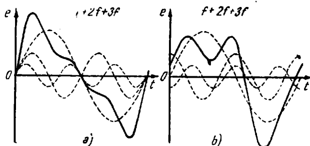


Fig. 43. Compunerea fundamentalei cu armonicele de ordinul 2 și 3, pentru diferite defazaje între ele.

Aparatele folosite se numesc *oscilografe,* iar curbele înregistrate sînt *oscilograme.*

Oscilografele moderne sînt electrice și funcționează după principii despre care vom discuta mai tîrziu.

Deocamdată ne putem servi și de modelul mecanic simplu, reprezentat în fig. 44.

O membrană subțire de cauciuc, întinsă în fundul unei pîlnii, primește vibrațiile sonore și le transmite unei mici oglinzi *O*, printr-un sistem amplificator.

O rază de lumină se reflectă pe această oglindă, urmărește vibrațiile ei și le înscrie pe o hîrtie fotografică, ce se mișcă uniform și perpendicular pe direcția lor.

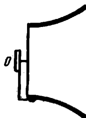


Fig. 44. Dispozitiv simplu pentru obținerea oscilogramelor la sunete.

Figura 45 reproduce una din oscilogramele obținute. Se vede cum, între oscilațiile fundamentalei, se inserează armonicele superioare.

Tot oscilograme sînt și înregistrările pe discuri de gramofon.

Figura 46 ne arată o fotografie mărită a șanțurilor unui disc.

Acul sistemului de reproducere urmărește curba înregistrată și obligă membrana diafragmei sau difuzorului să vibreze după aceeași lege.

Atît la înregistrare, cît și la reproducere, trebuiesc evitate fenomenele de rezonanță, care ar putea să favorizeze anumite frecvențe.

Vom folosi deci sisteme oscilante cu perioadă proprie cu totul diferită de acele cuprinse în domeniul de înregistrat sau vom recurge la amorti-



Fig. 45. Oscilograma unui sunet.

zări, care să permită oscilații forțate, cu un maximum cît mai atenuat al curbei de rezonanță.

Tot pentru analiza sunetelor putem folosi rezonatorii cu coloană de aer, pe care i-am descris în § 177.

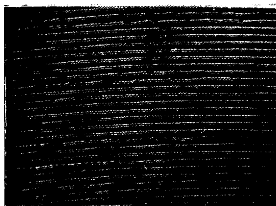


Fig. 46. Vedere mărită a spiralei unui disc de patefon.

Variind lungimea coloanei, ajungem să amplificăm rînd pe rînd sunetul fundamental și armonicele lui.

Dacă adaptăm un manometru cu apă, în fundul tubului, adică la ventrul de presiune, putem determina intensitatea relativă a acestor armonice.

Helmholtz[1]), care a făcut cel dintîi analiza experimentală a sunetelor. folosea rezonatori sferici, pentru că sînt mai selectivi decît coloanele cilindrice (fig. 47).

[1]) Helmholtz este nu numai unul din fondatorii termodinamicii, dar și inițiatorul cercetărilor științifice de acustică și optică fiziologice.

Tot el a realizat şi *sinteza* timbrelor sonore, punînd o serie de diapazoane să vibreze cu frecvența şi amplitudinea relativă a armonicelor găsite.

Aceste cercetări au acum numai o importanță istorică.

De altfel, după o practică de mii de ani, constructorii de orgi cunoşteau de mult combinațiile tonale care dau sunetului timbrul diferitelor instrumente şi chiar al vocii umane.[1])



Fig. 47. Rezonator sferic.

Spectrul sonor. Experiența ne arată că urechea este cu totul insensibilă la schimbarea diferențelor de fază, între armonicele unui sunet.

Schimbarea diferențelor de fază ale armonicelor nu modifică timbrul.

Prin urmare *calitatea pe care o numim* „timbru" *este dictată numai de numărul şi intensitatea relativă a armonicelor.*

De aceea este mai comod să nu ținem seamă de diferențele de fază, decît în cazurile cînd avem motive speciale să le cunoaştem.

Obişnuit, ne servim de aşa numitele *spectre sonore,* în care, pe scara frecvențelor audibile, notăm prin linii verticale, de lungimi proporționale, intensitatea relativă a diferitelor armonice, în raport cu fundamentala.

Figura 48 (I, II, III, IV) ne arată spectrele sonore ale coardelor unei violine *Stradivarius*[2]), acordate pe frecvențele fundamentale.

194 , 290 , 435 şi 652 Hz.

sol , *re* , *la*[3]) *mi*

In V am reprodus, pentru comparație spectrul coardei LA, întinsă pe o violină de fabricație comună.

Se vede cum violina de calitate favorizează numai armonica cu ordinul *3*, pe coarda SOL şi de ordinul *2* pe coarda MI, în timp ce violina comună împrăştie fără folos energia sonoră pe un număr mare de armonice.

Diferențe analoge apar de altfel şi la celelalte instrumente muzicale, precum şi între vocile umane *cultivate* şi cele *brute*.

---

[1]) Orga era cunoscută încă din timpul egiptenilor. Ea s-a perfecționat şi s-a răspîndit mai ales în Bizanț, de unde a trecut în restul Europei.

[2]) *Antonio Stradivari* (1644—1737), vestit constructor de instrumente cu coarde, care a trăit la *Cremona,* în Italia.

[3]) Acest LA corespunde vechiului standard internațional.

Cînd trecem la *zgomote,* atît oscilograma, cît şi spectrul sonor sînt cu atît mai complicate, cu cît ne depărtăm mai tare de caracterul muzical. Seria lui Fourier conţine atunci un număr mare de termeni.

O formă specială de zgomot este *pocnitura,* unde vibraţiile se amortizează într-un timp foarte scurt.

Fig. 48. Spectrele sonore ale coardelor unei violine Stradivarius.

§ 181. **Sensibilitatea urechii.** Am văzut că urechea percepe ca sunet vibraţiile aşa zise *audibile,* a căror frecvenţă este cuprinsă între limitele aproximative de 16 şi 20 000 Hz.

Aceste limite variază de la un individ la altul şi chiar între urechea dreaptă şi urechea stîngă a aceleiaşi persoane.

Ele se schimbă şi cu vîrsta: după 40 de ani, limita superioară coboară, de obicei, pe la 12 000—15 000 Hz.

Este greu să apreciem subiectiv intensitatea unei *senzaţii* auditive, mai ales cînd trecem de la o frecvenţă la alta, fiindcă erorile sînt destul de mari.

Mai uşor este să căutăm aşa numitele *praguri de sensibilitate,* adică intensităţile minime, în erg/cm² · s, ce încă mai pot fi percepute de urechea normală, la diferite frecvenţe.

Curba experimentală are atunci, în linii generale, aspectul din fig. 49. Ea ne arată că:

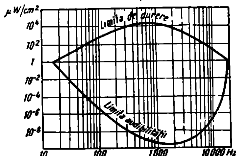


Fig. 49. Variaţia sensibilităţii şi a limitei de durere cu frecvenţa sunetului, la urechea umană.

Intre 2 şi 3 mii de hertz sensibilitatea urechii este maximă şi poate să atingă limita de 10^{-11} erg/cm²·s.

1) *Limita inferioară a intensităţii sonore perceptibile depinde de frecvenţă şi sensibilitatea maximă apare între 2 000 şi 3 000 Hz.*

2) In acest domeniu de frecvenţe, urechea mai poate încă să perceapă intensităţile sonore de ordinul a 10^{-11} erg/cm²·s, adică 10^{-18}W/cm².

Ar trebui peste o sută de miliarde de ani pentru ca această energie, debitată continuu, să ridice numai cu un grad temperatura unui gram de apă!

Un calcul simplu ne mai arată că amplitudinea de vibraţie a păturilor de aer este, în cazul acesta, de ordinul a 10^{-9} cm, adică mai mică decît diametrul atomului de oxigen şi abia $1/10^3$ din lungimea drumului liber mijlociu.

Urechea este deci un organ de simţ extrem de sensibil. Ea întrece, de altfel, cam de zece ori sensibilitatea ochiului.

Aceeaşi figură ne arată intensităţile sonore *maxime*, pe care le poate suporta urechea, pînă cînd începe senzaţia de *durere*.

Suprafaţa cuprinsă între cele două curbe reprezintă astfel întregul domeniu al sunetelor audibile.

La persoanele cu auzul slăbit, curba durerii rămîne cam aceeaşi, dar curba de sensibilitate se ridică spre ordonatele mai mari, aşa că suprafaţa domeniului audibil se micşorează.

Legea lui Weber-Fechner. Observaţiile ne arată că intensitatea *senzaţiilor sonore subiective* este aproximativ proporţională cu variaţia *relativă* a *intensităţii obiective* a sunetului.

Prin urmare, dacă notăm intensitatea senzaţiei cu S, vom avea

$$dS = C\frac{dI}{I}$$

unde C este o constantă numerică de proporţionalitate.

De aici obţinem prin integrare, între limitele I_1 şi I_2,

$$\boxed{S_2 - S_1 = C \cdot \ln\frac{I_2}{I_1}}, \qquad (181.1)$$

iar dacă trecem la logaritmii zecimali

$$S_2 - S_1 = K\,(\log I_2 - \log I_1),$$

unde K este de asemenea constantă.

Sub o formă sau sub alta, relaţiile de faţă formulează legea lui *Weber-Fechner* şi ne spun că:

Intensitatea senzaţiei sonore creşte proporţional cu logaritmul excitaţiei.

Intensitatea subiectivă a senzaţiei sonore variază direct proporţional cu logaritmul excitaţiei.

Această lege, deşi foarte aproximativă, are o importanţă deosebită, fiindcă ne sugerează felul în care am putea să alegem unităţi practice comode, adaptate organului auditiv, atît pentru variaţia intensităţii obiective a excitaţiei, cît şi pentru variaţia subiectivă a senzaţiei.

Obişnuit se dă constantei K valoarea 1 şi vom spune că *nivelul sonor* al excitaţiei a crescut cu o unitate, cînd

$$\log \frac{I_2}{I_1} = 1.$$

Această unitate se numeşte *bel* [1]), iar în practică se foloseşte mai ales *decibelul* $= 10^{-1}$ bel.

Variaţia nivelului sonor ΔN_s va fi deci

$$\Delta N_s = \log \frac{I_2}{I_1} \text{ bel} = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \text{ dbel}.$$

Aceasta înseamnă că dacă o intensitate sonoră I_1, exprimată în W/cm² ar deveni $I_2 = I_1 \cdot 10^n$, senzaţia respectivă ar creşte cu de n ori valoarea iniţială.

Practic, urechea nu simte variaţii de nivel sonor mai mici de un decibel. In aceste condiţii ar trebui ca

$$\Delta N_s = \log \frac{I + \Delta I}{I} = \log \ 1{,}26 = 0{,}1 \text{ bel}$$

şi creşterea corespunzătoare de intensitate ar fi de 26%.

Folosirea decibelului ca unitate face deci inutile valorile fracţionare, imposibil de apreciat cu urechea.

---

[1]) De la numele inginerului *Graham Bell* (1847—1922), care a inventat telefonul.

În acustică se ia ca nivel de plecare şi se consideră ca *zero relativ* acela ce corespunde pragului inferior de sensibilitate a urechii, la frecvenţa de 1 000 Hz, pe care o numim *normală*.

Logaritmul raportului intensităţilor exprimă variaţia nivelului sonor. Ca zero relativ se ia pragul inferior al sensibilităţii urechii, la 1000 Hz.

După curbele din figura 49, această limită este de aproximativ 10^{-16} W/cm². O vom nota cu I_0.

Faţă de zero convenţional ales şi potrivit celor de mai sus, un sunet de intensitate I are nivelul

$$N_s = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dbel.}$$

Aceleaşi curbe, unde am folosit de la început scara logaritmică, pentru că altfel ar fi trebuit să le dăm dimensiuni exagerate, ne mai arată că, la frecvenţa normală, raportul între pragul inferior şi cel superior, unde apare durerea, este, aproximativ, 10^{14}.

Prin urmare *intensitatea sonoră maximă, suportată de ureche, are nivelul de* 140 de decibeli.

La 2 000 Hz, pragul inferior al sensibilităţii urechii este considerat ca negativ, fiindcă se găseşte sub acela corespunzător frecvenţei normale de 1 000 Hz, ales convenţional ca referinţă.

Aceasta înseamnă că şi sensibilitatea însăşi este mai mare, la această frecvenţă, decît la frecvenţa normală.

De multe ori se rezervă denumirea de *bel* (sau *decibel*) unităţii care exprimă variaţia de nivel a *excitaţiei* sonore.

Ea e folosită de asemenea în tehnica transmisiilor telefonice, sau în radiofonie, ca să măsurăm *amplificarea* sau *atenuarea* energiei curenţilor electrici.

Tăria fiziologică a unui sunet se exprimă în foni şi are valoarea numerică a nivelului sonor, exprimat în decibeli.

Cînd ne referim la *senzaţia* sonoră însăşi, se foloseşte o unitate specială, numită *fon* (ph), care se defineşte la fel cu decibelul.

Ea a fost introdusă de *H. Barkhausen*, care a dat şi metodele practice de măsură a *tăriei* sunetelor în general, indiferent de frecvenţa sau de caracterul lor.

Dacă notăm această tărie cu S, vom avea deci, ca şi la nivelul sonor

$$N_s = S = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \text{ foni (ph)}$$

iar pragul inferior, la frecvenţa normală, se consideră că are tăria zero.

Pentru comparaţie, tabela de mai jos ne arată nivelele de tărie, în cîteva cazuri particulare:

Pragul inferior (la 1 000 Hz)	0 foni
Freamătul frunzelor	10 „
Vorba în şoaptă	20 „
Stradă liniştită, fără circulaţie	30 „
Ruperea hîrtiei	40 „
Vorbirea obişnuită	50 „
Vociferare	60 „
Stradă zgomotoasă, tunetul	70 „
Limita pentru voce	80 „
Motocicleta	90 „
Motoare cu explozie mai mari	100 „
Zgomotul atelierelor metalurgice, pînă la	110 „
Avionul (la circa 50 m)	120 „
Zgomot dureros, tunul auzit din apropiere	130 „
Orchestra	40—110 „
Difuzorul de radio (în apropiere)	30— 70 „

§ 182. **Orientarea după sunet.** Cu unele excepţii, pe care le vom arăta mai jos, auzul ne permite să situăm în spaţiu direcţia de unde vine un sunet.

Mijloacele de orientare sînt multiple:

1. *Gradientul sonor.* Cînd izvorul de sunete este în apropierea noastră, senzaţia sonoră variază sensibil cu distanţa. Această variaţie reprezintă, prin definiţie, gradientul sonor şi va fi mai mare cînd ne mişcăm chiar pe direcţia de unde vine sunetul.

2. *Înclinarea razelor sonore.* Energia sonoră, care cade pe o suprafaţă dată, se schimbă cu unghiul de incidenţă al razelor sonore.

Ca să găsim direcţia lor, întoarcem capul pînă ce una din urechi aude sunetul cu intensitatea maximă şi incidenţa este atunci normală, pe suprafaţa pavilionului.

3. *Diferența de drum parcurs.* În cele două procese de mai sus nu este nevoie să folosim ambele urechi. Una din ele poate fi chiar astupată sau surdă.

Să presupunem acum că un observator ascultă sunetul plecat de la un izvor care nu se află exact în fața lui (fig. 50).

Una din urechi îl primește atunci înaintea celeilalte, cu diferența de timp

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{D}{v} \sin \alpha,$$

unde v este viteza sunetului și D diametrul capului.

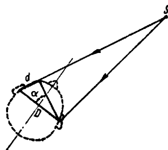


Fig. 50. Orientarea biauriculară după sunet.

Această diferență permite, prin educație, observatorului să întoarcă capul pe direcția de unde vine sunetul, ca să primească excitația simultan, cu ambele urechi.

Aprecierea direcției este uimitor de precisă, fiindcă limita inferioară sensibilă este de numai 10^{-5}s pentru Δt.

Diametrul capului fiind cam de 16 cm, eroarea de apreciere este de numai $\pm 3°$.

Precizia poate fi și mai mare, dacă mărim artificial distanța dintre urechi și ascultăm sunetul prin două tuburi de cauciuc, de lungimi egale.

Dar dacă aceste tuburi au lungimi diferite, sau dacă îndoim unul din ele, spre față ori spre spate, avem iluzia că izvorul sonor se deplasează lateral.

Există diverse dispozitive practice, construite pe acest principiu, cu care putem aprecia destul de bine direcția unui sunet. în apă sau în aer.

De pildă, marile vase de pescuit urmăresc balenele sau bancurile de scrumbii după zgomot, cu două microfoane, fixate pe copastie, sub linia de plutire. Unul se ascultă cu urechea dreaptă, iar celălalt cu urechea stîngă.

Aprecierea direcției, prin diferența timpurilor de propagare, devine imposibilă, la sunetele uniforme, fără fluctuații de intensitate, înălțime sau timbru.

Aceasta o putem constata uşor, cu două difuzoare de radio, aşezate la distanţă destul de mare, pe două direcţii diferite.

Facem ca unul din ele să producă un sunet uniform, apoi îl scoatem treptat din circuit, înlocuindu-l totodată cu al doilea. Dacă trecerea de pe unul pe altul este continuă şi fără salturi, nimeni nu observă schimbarea, mai ales la sunetele mai înalte.

Prin urmare nu diferenţa de fază intervine în procesul de orientare, ci diferenţa timpurilor de propagare ale fluctuaţiilor sonore.

§ 183. **Efectul Doppler.** Cînd un izvor de sunete trece pe lîngă un observator, el are impresia că sunetul e mai înalt, cînd se apropie şi mai bas, cînd se depărtează.

Fenomenul este cunoscut sub numele de *efectul Doppler*[1]) şi poate fi observat la o locomotivă care flueră, sau la un automobil care claxonează.

Ne propunem să calculăm aparenta variaţie de frecvenţă, în diferite cazuri particulare.

1) Dacă observatorul este imobil faţă de mediu, iar izvorul se apropie de el cu viteza v_s cele f_0 vibraţii, transmise mediului, în timp de o secundă, vor da naştere la f_0 lungimi de undă, care, în loc să se înşire pe distanţa v, numeric egală cu viteza de propagare, se strîng pe distanţa $v-v_s$.

Lungimea de undă va scădea prin urmare, în raportul

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_1}=\frac{v}{v-v_s}$$

şi totul se petrece ca şi cînd frecvenţa ar creşte în raportul invers

$$\frac{f_1}{f_0}=\frac{v}{v-v_s}.$$

Deducem că

$$f_1=f_0\frac{v}{v-v_s}. \qquad (183.1)$$

2) Dacă observatorul se mişcă cu viteza v_{obs}, faţă de izvorul sonor, presupus imobil şi de asemenea se apropie de dînsul, pe

[1]) *Cristian Doppler* (1803—1853), fost profesor de matematici la Praga şi Viena.

lîngă cele f_0 lungimi de undă, el mai străbate un număr suplimentar

$$f=\frac{v_{obs}}{\lambda}$$

şi vom avea

$$f_1=f_0+f=\frac{v}{\lambda}+\frac{v_{obs}}{\lambda}.$$

Dar $\lambda=v/f_0$, aşa că frecvenţa aparentă devine

$$f_1=f_0\frac{v+v_{obs}}{v}. \qquad (183.2)$$

Cînd izvorul sonor şi observatorul se apropie unul de altul, frecvenţa aparentă a sunetului creşte.

In ambele cazuri frecvenţa sunetului sufere o creştere aparentă, dar legea de variaţie nu este aceeaşi.

Contrarul se întîmplă dacă izvorul sonor şi observatorul se depărtează unul de altul.

3) Cînd se mişcă unul spre altul, atît izvorul sonor, cît şi observatorul, este uşor de văzut că

$$\boxed{f_1=f_0\frac{v+v_{obs}}{v-v_s}}. \qquad (183.3)$$

Dacă sensul uneia din mişcări se inversează, vom schimba semnul vitezei respective.

Efectul Doppler poate fi obervat nu numai la undele sonore, dar şi la orice alte fenomene periodice, care se propagă prin unde. Vom reveni asupra lui, în studiul opticii.

B. **Gamele muzicale**

§ 184. Intervale muzicale. Se ştie că, pentru două sunete, de frecvenţe f şi $2f$, urechea are aceeaşi impresie de *tonalitate*

Octava este intervalul între o frecvenţă f şi alta $2f$. Ea se împarte în altele mai mici, după treptele gamei muzicale.

Prin definiţie, *intervalul cuprins între ele reprezintă o octavă muzicală, iar sunetele respective au acelaşi nume.*

Octavele succesive ale frecvenţei fundamentale f vor fi deci armonicele superioare de ordinul

$$2 \ , \ 4 \ . \ 8 \ , \ 16 \ldots$$

cu frecvenţele

$$2f \ , \ 4f \ , \ 8f \ , \ 16f \ldots$$

Pentru execuţia melodiilor, intervalul octavei se împarte în altele mai mici, alese convenţional, după anumite criterii şi numite *trepte*.

Aşa rezultă *gama muzicală*.

Criteriile de formare a gamelor au evoluat în cursul vremurilor, odată cu muzica însăşi, sau cu instrumentele muzicale. Ele au fost impuse adesea şi de caracterele muzicii populare.

Numai două elemente au rămas neschimbate: *octava*, ca interval de bază şi *consonanţa*, pe care rămîne să o definim.

Urechea consideră ca în consonanţă două sunete fundamentale suprapuse, care produc o impresie plăcută. Contrarul defineşte *disonanţa*.

Condiţia de consonanţă este să nu apară bătăi, nici între fundamentale, nici între armonicele joase.

De altă parte *Helmholtz*, în cunoscutele lui cercetări de acustică fiziologică, ajunge la concluzia că *două sunete în consonanţă nu trebuie să dea bătăi acustice, decît cel mult între armonicele de ordin înalt.*

Consonanţa perfectă o găsim numai la octavă, fiindcă ambele sunete au toate armonicele de aceleaşi frecvenţe şi contopirea lor este desăvîrşită.

Pentru alte sunete, ea nu poate fi decît relativă şi cu atît mai apropiată de condiţia ideală, cu cît bătăile interesează armonice din ce în ce mai depărtate de frecvenţa fundamentală.

Luînd acum ca bază octava cuprinsă între frecvenţele

$$f = 264 \text{ Hz} \quad \text{şi} \quad 2f = 528 \text{ Hz}$$

care reprezintă, prin convenţie, sunetele

$$do_0 \quad \text{şi} \quad do_1$$

ne propunem să divizăm acest interval în 7 trepte, aşafel ca să avem cea mai bună consonanţă posibilă, în raport cu cele două limite de sprijin.

Mijlocul cel mai simplu este ca, **lăsînd la o parte octavele succesive**, de frecvenţe $2f$, $4f$, $8f$, . . . să luăm şirul celorlalte armonice naturale, de frecvenţe

$$3 \cdot 264 \ , \ 5 \cdot 264 \ , \ 9 \cdot 264 \ , \ 10 \cdot 264 \ , \ 12 \cdot 264 \ \text{şi} \ 15 \cdot 264$$

şi să trecem apoi la octavele lor inferioare, cuprinse în intervalul de bază ales, prin împărţire cu numere întregi convenabile[1]).

Obţinem astfel frecvenţele succesive din tabela de mai jos

Tabela 15

Ordinul armonicii	1	9	5	12	3	10	15	2
Factorul de înmulţire cu fundamentala *f*	1	9/8	5/4	12/9	3/2	10/6	15/8	2
Frecvenţa respectivă	264	297	330	352	396	440	495	528
Denumirea sunetului	do_0	re	mi	fa	sol	la	si	do_1
Factor de înmulţire cu precedentul	9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15	

Am definit astfel aşa numita *gamă naturală majoră* sau **gama** lui *Zarlino*[2]).

Denumirea de *naturală* ne spune că ea derivă din armonicele naturale ale fundamentalei *do*.

Treptele ei nu sînt egale. Între *do-re, fa-sol* şi *la-si* factorul de înmulţire are valoarea cea mai mare: 9/8.

Aceste intervale se numesc *tonuri majore*, spre deosebire de intervalele *re-mi* şi *sol-la*, care sînt *tonuri minore*.

Raportul între factorii de înmulţire, la tonurile majore şi minore, este 9/8 : 10/9=81/80, adică numai cu 1/80 mai mare ca unitatea.

Această diferenţă se numeşte *comă*. O ureche muzicală o simte încă foarte bine, dar în practică se neglijează.

Cele mai mici intervale le găsim între *mi-fa* şi *si-do*. Ele reprezintă *semitonuri*.

In concluzie:

Gama majoră conţine cinci tonuri, din care două minore, şi două semitonuri.

Gama majoră cuprinde cinci tonuri, din care două minore şi două semitonuri.

Pe vremuri, muzica era *homofonă*, fiindcă toţi muzicanţii cîntau la unison aceeaşi melodie, iar acompaniamentul se limita să sprijine tonalitatea, intervenind numai din timp în timp.

---

[1]) Se lasă la o parte armonicele de ordinul 7, 11 şi 13, care duc la raporturi prea complicate, precum şi octavele lor. Armonica de ordinul 12 nu este decît octava frecvenţei 6*f*.

[2]) Muzicant italian (1540—1599).

Gamele erau atunci altele decît cele de azi, iar consonanța juca numai un rol cu totul secundar.

Cînd ea a devenit *polifonică*, în cursul evului mediu, adică a început să suprapună mai multe melodii, cîntate simultan, se impunea ca ele să fie și în consonanță.

Pe atunci se considerau intervalele de *cvartă* (do-fa) și de *cvintă* (do-sol) ca fiind cele mai consonante, după octavă.

In adevăr, aceste sunete corespund raporturilor simple: 4/3 și 3/2, față cu fundamentala, pe care o numim *„tonică"*.

Spre sfîrșitul evului mediu, muzica nordului, adusă din *Flandra* de *trubaduri*, a impus consonanța de *terță* (do-mi) și de *sixtă* (do-la), cu care urechea noastră este acum atît de obișnuită, încît acordul *do-mi-sol* ni-se pare cel mai consonant.

Din *melodică*, muzica a devenit *armonică* și a pus bază din ce în ce mai mult pe folosirea diferitelor acorduri.

Intre tonurile minore și semitonuri, raportul frecvențelor este 10/9 : 16/15=25/24.

Inseamnă că, pentru a ridica o notă cu un semiton, se înmulțește frecvența ei cu 25/24, iar pentru a o coborî tot cu un semiton, vom înmulți cu 24/25.

Aceste operații se arată prin semnele convenționale ♯=*diez* și ♭=*bemol*.

Cum factorii de înmulțire sînt diferiți, la urcare și coborîre, semitonul unei note nu reprezintă același sunet ca semitonul vecin, al notei următoare sau precedente.

Cu chipul acesta, gama naturală completă cuprinde 21 de sunete diferite.

Execuția ei, posibilă pentru voce, sau pentru instrumentele cu coarde, devine aproape imposibilă, la instrumentele cu clape. De aceea, în locul gamei naturale, *Johann Sebastian Bach* a introdus definitiv așa numita *gamă temperată*, în care semitonul superior al unei note se confundă cu semitonul inferior al notei următoare[1]).

Cu chipul acesta rezultă *gama cromatică temperată*, care cuprinde 12 semitonuri.

Urechea noastră este acum atît de obișnuită cu dînsa, încît nu mai simte diferența.

O altă gamă, de întrebuințare curentă, este gama *minoră* ascendentă:

do, re mi♭, fa, sol, la♭, si, do

și descendentă:

do, si♭, la♭, sol, fa, mi♭, re, do.

Totodată, dacă păstrăm intervalele arătate, putem construi cîte o gamă care leagă fiecare ton al gamei cromatice, de octava lui.

Avem astfel tot atîtea game majore sau minore și, prin anumite acorduri intermediare, se poate trece de la una la alta.

[1]) *Johann Sebastian Bach* (1685—1750), este unul din cei mai mari muzicanți ai tuturor timpurilor.

Procedeele de trecere constituie aşa numitele *modulaţii*. Muzicanţii le întrebuinţează întotdeauna, după anumite reguli, fiindcă menţinerea continuă a unei singure tonalităţi dăunează calităţii şi devine obositoare pentru auditor.

Afară de gamele arătate, mai există încă numeroase altele, stabilite pe criterii diferite, mai ales în muzica populară.

Pe lîngă acordurile consonante, compozitorii moderni folosesc adesea şi *disonanţele*, după anumite concepţii, uneori personale, alteori încadrate în legile *armoniei*. Nu este cazul să insistăm asupra lor.

Înţelegerea acestei muzici este o problemă de evoluţie şi de educaţie, cînd, în adevăr, este ceva de înţeles.

C. Vibraţia corpurilor

§ 185. **Coarde vibrante.** Coardele sau strunele, folosite în instrumentele muzicale, sînt făcute, de obicei, din metal sau din maţe de oaie, uscate şi răsucite.

Le putem face să vibreze fie prin *percuţie* sau *lovire* (piano, ţambal), fie prin *pişcare*, (ghitară, harfă, mandolină) fie prin *frecare* (violină, violoncel, contrabas).

Orice coardă, frecată în lung, poate să vibreze şi longitudinal, cu frecvenţă mai mare decît a vibraţiilor transversale. Vibraţiile longitudinale nu au însă aplicaţii, la instrumentele muzicale, aşa că nu vom ţine seamă de ele.

Excitaţia coardei nu este sinusoidală, dar după orice lege ar decurge, poate fi descompusă, prin seria Fourier, într-o sumă de termeni sinusoidali.

Din aceştia, coarda alege şi amplifică, prin rezonanţă, pe acela ce corespunde frecvenţei de vibraţie proprie f.

În aceste condiţii, undele staţionare formează cîte un nod de vibraţie la fiecare capăt, aşa că lungimea coardei corespunde unei jumătăţi a lungimii de undă.

Dacă o notăm cu L, vom avea deci

$$f = \frac{1}{2L} v = \frac{v}{\lambda}.$$

Coarda este întinsă de o forţă F, pe care, dacă o raportăm la suprafaţă, avem *efortul* P.

Se demonstrează că viteza de propagare este

$$v=\sqrt{\frac{P}{\rho}}=\sqrt{\frac{F}{\pi r^2\rho}}$$

şi rezultă că frecvenţa proprie poate fi exprimată prin relaţia

$$\boxed{f=\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\pi r^2\rho}}} \qquad (185.1)$$

unde ρ reprezintă densitatea.

De altă parte, se vede imediat că produsul $\pi r^2\rho=\mu$ exprimă numeric masa unităţii de lungime a corzii, care se numeşte *densitate liniară.*

Prin urmare

$$\boxed{f=\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}}. \qquad (185.2)$$

Această relaţie formulează legea coardelor vibrante şi ne spune că *frecvenţa vibraţiilor proprii este direct proporţională cu rădăcina pătrată a tensiunii, invers proporţională cu lungimea şi tot invers proporţională cu rădăcina pătrată a densităţii liniare.*

Frecvenţa proprie a coardelor este invers proporţională cu lungimea şi direct proporţională cu rădăcina pătrată a raportului dintre tensiune şi densitatea liniară.

Experimental, studiul acestei legi se face cu *sonometrul,* reprezentat în fig. 51.

Coarda este întinsă pe o cutie de rezonanţă, cu greutăţi etalonate, iar lungimea ei o variem cu un *scaun* mobil *S*.

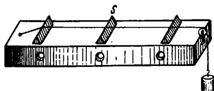


Fig. 51. Sonometrul.

Se constată astfel că, pentru a dubla frecvenţa de vibraţie, trebuie sau să scurtăm coarda la jumătate, sau să mărim tensiunea de patru ori.

Ca să micşorăm frecvenţa de vibraţie a unei strune de lungime dată, avem la dispoziţie două mijloace: sau slăbim tensiunea, sau mărim densitatea liniară.

Prima soluţie nu este avantajoasă, pentru instrumentele muzicale, fiindcă o coardă prea slab întinsă pierde din sonoritate.

De aceea, constructorii de instrumente preferă să mărească densitatea liniară, învelind coardele într-o spirală metalică. Se păstrează astfel supleţa coardei şi se evită, totodată, grosimile exagerate.

1. *Armonicele coardelor.* O coardă care vibrează poate să intre în rezonanţă nu numai cu frecvenţa fundamentală f, dar şi cu armonicele superioare, de frecvenţă $2f$, $3f$ etc.

În cazul acesta, peste fusul principal, se suprapun, mai puţin vizibil, nodurile şi ventrele respective, aşa cum arată fig. 52, pentru armonicele de ordinul *2* şi *3*.

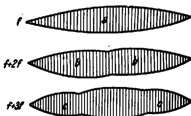


Fig. 52. Fundamentala şi armonicele superioare de ordinul *2* şi *3* pe o coardă vibrantă.

Formarea şi amplitudinea acestor armonice depinde de modul de excitare:

După cum coarda este lovită, frecată sau pişcată în una din regiunile *a*, *b* sau *c*, favorizăm fie fundamentală, fie armonicele de ordinul *2* sau *3*.

Condiţii analoge dictează şi apariţia celorlalte armonice, fiindcă, în punctul excitat, se formează totdeauna un ventru local.

Muzicanţii cunosc din practică aceste fapte şi ştiu că timbrul instrumentului poate fi sensibil modificat, după poziţia arcuşului pe coarde.

La coardele vibrante pot să apară atît armonicele pare, cît şi cele impare.

Totodată, din cele arătate, se vede că *o coardă vibrantă poate să emită, pe lîngă sunetul fundamental, atît armonicele de ordin par, cît şi pe cele impare,* în măsura în care internodurile se pot insera între punctele de fixare şi punctul de excitaţie.

Dacă atingem uşor coarda cu degetul, în dreptul unuia din noduri şi o frecăm încet cu arcuşul, fără să apăsăm, armonica respectivă este favorizată în aşa măsură, încît absoarbe aproape întreaga energie de vibraţie, în dauna fundamentalei sau a celorlalte armonice.

Sunetul capătă atunci un timbru caracteristic de fluier şi vibraţiile sînt practic sinusoidale.

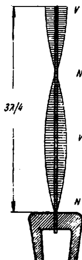


Fig. 53. Unde staţionare pe o lamă vibrantă.

Este ceea ce, în termeni de muzică, se numeşte *flageolet*, prin analogie cu un tip de fluier, folosit uneori ca instrument muzical.

2. *Vibraţia barelor*. Cînd, în locul coardelor, folosim bare sau lame elastice, problema este analogă şi are trei variante posibile:

1) Dacă bara este fixată la un singur capăt, se formează acolo un nod al undelor staţionare, iar la capătul liber apare un ventru (fig. 53).

Lungimea barei cuprinde atunci un număr impar de sferturi de undă.

In aceste condiţii, este evident că *sistemul nu poate să emită decît armonicele de ordin impar.*

2) Cînd bara este fixată la mijloc, apare acolo un nod, iar, la capete, ventre.

O bară fixată la un capăt emite armonicele impare, iar cînd e fixată la mijloc emite pe cele pare. O bară liberă le emite pe toate.

Lungimea ei cuprinde astfel un număr pereche de sferturi de undă şi *sistemul nu poate să emită decît armonicele superioare de ordin par.*

3) In fine, dacă legăm un capăt al barei, cu un fir de suspensiune, legătura este destul de liberă ca să permită formarea unui ventru, la ambele capete, iar la mijloc poate să apară fie nod, fie ventru.

Lungimea barei cuprinde atunci un număr întreg de jumătăţi de undă, ca şi la coardele vibrante şi *sistemul poate să emită atît armonicele pare, cît şi pe cele impare.*

Pentru aceeaşi fundamentală, bara fixată la un capăt este de două ori mai scurtă decît bara liberă sau fixată la mijloc.

Cunoscînd legea de distribuţie a nodurilor şi ventrelor, este uşor de văzut că, *pentru aceeaşi frecvenţă fundamentală, va trebui ca lungimea barei libere, sau fixate la mijloc, să fie de două ori mai mare decît a barei fixate la un capăt*, cînd toate au aceeaşi secţiune şi sînt făcute din acelaşi material.

Aceleaşi consideraţii sînt valabile şi pentru vibraţia *longitudinală* a barelor, cu singura deosebire că, viteza propagării fiind mai mare, frecvenţa va creşte în proporţie.

§ 186. **Tuburi sonore.** Tuburile sonore au aplicaţii numeroase la instrumentele muzicale : orgă sau instrumente de suflat.

Teoria lor matematică este destul de complicată, cum e de altfel şi la bare sau la coardele vibrante.

In cele ce urmează, ne vom limita să le considerăm ca simpli rezonatori cu coloană de aer şi să enunţăm doar cîteva legi fundamentale, *care se aplică numai la tuburile de diametru mic, în comparaţie cu lungimea.*

Sistemul de excitare. Pentru ca o coloană de gaz, cuprinsă într-un tub, să intre în vibraţie, trebuie să *excităm* aceste vibraţii, prin diverse procedee, care se pot grupa în două categorii :

1) Trimitem un curent de aer, într-o margine a deschiderii tubului. Excitarea se datoreşte atunci vîrtejurilor gazoase.

Procedeul găseşte aplicaţii, între altele, la *flaut* sau la *nai*, dar dă rezultate chiar cînd suflăm într-o cheie găurită. Curentul de aer trebuie să aibă anumită direcţie, pe care, ca să o nimerim, se cere puţin exerciţiu.

Există însă un mijloc de a-l trimite în direcţia bună, adaptînd la capătul tubului dispozitivul pe care fig. 54 îl reprezintă în secţiune.

Aerul intră prin *A*, se loveşte de marginea ascuţită *B* şi produce sunetul.

Aşa sînt construite *tuburile de orgă*.

2) Folosim o membrană, sau o lamă elastică, pe care trecerea unui curent de aer le face să vibreze. Vibrația închide sau deschide periodic orificiul de intrare și se transmite coloanei gazoase.

Dispozitivul se numește *ancie* și poate fi realizat în felurite chipuri, de la frunza obișnuită, pînă la anciile perfecționate ale instrumentelor muzicale.

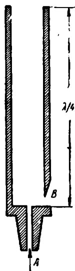


Fig. 54. Tub de orgă, în secțiune.

Unele sînt ancii libere, care vibrează direct în aer, fără să mai fie adaptate la un tub sonor.

Un exemplu îl avem la muzicuțele de gură ale copiilor, unde anciile sînt lame de metal (cîte una pentru fiecare ton), adaptate la niște deschideri dreptunghiulare (fig. 55).

Acordeonul și *armoniul* sînt construite pe același principiu, iar clapele comandă curentul de aer, trimis de foale.

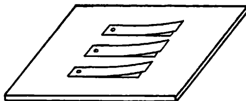


Fig. 55. Ancii cu lamele metalice.

La unele instrumente muzicale, cum sînt *clarinetul, saxofonul, oboiul* sau *fagotul,* ancia este făcută din trestie și adaptată la un tub sonor, a cărui lungime poate fi variată, cu niște clape care deschid sau închid anumite orificii.

Alteori chiar buzele și limba muzicantului, strînse mai tare sau mai puțin, într-o mică pîlnie metalică, formează ancia. Este cazul instrumentelor de alamă: *trompetă, corn, trombon* etc.

Sistemele de excitare, cu ancie sau cu suflare directă, produc, în genere, sunete complexe, de obicei neplăcute și fără

caracter muzical. Aceste sunete sînt formate prin suprapunerea unui număr mare de oscilaţii sinusoidale, cu diferite frecvenţe.

Tubul sonor exercită o selecţie şi, din complexul iniţial, izolează şi amplifică numai frecvenţele în rezonanţă cu coloana de aer.

Cu chipul acesta, sunetul nemuzical, curăţat de toate vibraţiile parazite, devine plăcut şi muzical.

Coloana de aer îndeplineşte deci rolul de *selector* şi de *amplificator*.

In regiunea excitată, ancia produce un nod, iar suflarea directă un ventru.

Experienţa ne arată că, *în regiunea excitată, se formează un nod de vibraţie, cînd ne servim de ancie şi un ventru, cînd recurgem la suflarea directă.*

La celălalt capăt al coloanei de aer, vom avea, evident, un ventru, dacă tubul este deschis şi un nod, la tuburile închise.

Vom deosebi deci trei cazuri tipice:

I. *Tuburi excitate prin suflare directă, deschise la capete.* — Se formează cîte un ventru, la ambele capete.

Situaţia este analogă cu a barelor libere şi sistemul poate să permită formarea tuturor armonicelor, pare sau impare.

II. *Tuburi cu suflare directă, închise la un capăt.* — Se formează un ventru, în punctul de excitare şi un nod la capătul opus.

Cazul este analog cu al barei fixate la un singur capăt.

Pentru aceeaşi frecvenţă fundamentală, tubul acesta are lungimea de două ori mai mică decît precedentul, dar nu este capabil să emită decît armonicele de ordin impar.

III. *Tuburi cu ancie, deschise la capăt.* — Apare un nod, la punctul de excitare şi un ventru la capătul opus.

Situaţia este analoagă cu precedenta şi, pentru aceeaşi frecvenţă fundamentală, tuburile au aceeaşi lungime. Se emit de asemenea armonicele impare.

Tubul cu ancie închis nu poate fi realizat, fiindcă nu se poate sufla în el.

În rezumat:

În cazul I lungimea de undă a fundamentalei este de două ori mai mare decît lungimea tubului, iar în cazurile II şi III de patru ori mai mare.

Acestea din urmă au avantajul unei lungimi de două ori mai mici, pentru aceeaşi fundamentală şi dezavantajul că nu pot să emită decît armonicele impare, din care lipsesc tocmai octavele, care asigură sonoritatea cea mai bună.

Prin încălzire, sau după un timp de vibraţie mai îndelungat, coardele vibrante *se lasă* şi sunetul fundamental tinde să coboare.

La instrumentele de suflat, încălzirea coloanei de aer, după o întrebuinţare mai îndelungată, măreşte viteza sunetului şi ridică frecvenţa.

Într-un ansamblu orchestral, cele două tipuri de instrumente vor tinde, prin urmare, să se dezacordeze în sensuri contrarii.

Ca exemplu numeric, dacă am vrea ca un tub de orgă să producă sunetul cel mai bas, de 16 Hz, ar trebui ca, la temperatura ordinară, să aibă lungimea

$$L = \frac{\lambda}{2} = \frac{340}{2 \cdot 16} = 10{,}30 \text{ m}$$

dacă este deschis la capăt şi 5,15 m, dacă este închis.

§ 187. **Vibraţia plăcilor şi membranelor.** Fenomenul este aici mult mai complicat decît la coarde, bare sau tuburi sonore, fiindcă se desfăşoară nu în două, ci în trei dimensiuni.

Plăcile pot să vibreze sub acţiunea elasticităţii proprii; membranele trebuie să fie întinse.

După felul excitaţiei, sau după poziţia punctelor de fixare apar *linii nodale*, pe care le putem evidenţia presărînd nisip, care se aglomerează în lungul lor (fig. 56).

Plăcile au fost fixate la mijloc, excitarea lor făcîndu-se fie prin lovire, fie prin frecare cu arcuşul.

Aceste desemne sînt cunoscute sub numele de *figurile lui Chladni* [1]).

După legi analoge vibrează şi clopotele.

[1]) *Ernst Chladni* (1756—1827) fizician german.

Membranele şi plăcile au întrebuinţări largi în sistemele de înregistrare şi de producere ale sunetului : *microfoane, telefoane, difuzoare* etc.

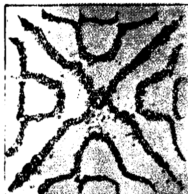



Fig. 56. Figurile lui Chladni.

In orchestre, plăcile de bronz, cu dimensiuni mai mari sau mai mici, sînt adesea folosite ca să producă anumite efecte sonore : *talgere, tam-tam* etc.

De asemenea se folosesc membranele animale, întinse pe un cadru de lemn sau de metal : *tobă mare, timpani, darabană* etc.

După dimensiuni şi după gradul de întindere, ele pot să producă sunete cu caracter aproape muzical.

Obişnuit, clopotele produc, afară de sunetul fundamental, diverse alte sunete muzicale, care nu sînt armonicele lui naturale. De aceea folosirea lor în orchestre nu este indicată şi le înlocuim prin tuburi de bronz, de diferite lungimi, pe care le lovim cu ciocane de lemn.

§ 188. Rezonanţa în instrumentele muzicale. In instrumentele de suflat avem interesul să vibreze numai coloana de aer şi să transmitem aceste vibraţii mediului, fără alt intermediar.

Funcţionarea lor nu e decît o consecinţă a fenomenelor de rezonanţă a acestei coloane şi nu avem nici un motiv să mai participe la dînsa şi rezonanţa materialului solid, pentru că atunci anumite sunete ar fi, eventual, favorizate, în dauna celorlalte.

De aceea instrumentele de tablă se fac din materiale moi : *alamă* sau mai bine *argint*, la care vibraţiile proprii se amortizează foarte repede.

Alteori se foloseşte lemnul tare de abanos, care de asemenea participă numai în mică măsură, la vibraţia coloanei de aer.

La instrumentele cu coarde, unde intensitatea proprie a sunetului este prea mică, avem, din contra, interesul să-l amplificăm, prin rezonanța lemnului sau a coloanei de aer, cuprinsă într-o *cutie de rezonanță*, studiată așa fel ca să nu favorizăm anumite domenii de frecvență, în dauna altora. Se folosește atunci un lemn special de brad, cu fibrele cît mai regulate.

Prin experiențe și încercări îndelungate, s-a ajuns la forma, în aparență tipică, a instrumentelor de astăzi, dar în fapt legată de numeroase amănunte, uneori imposibil de stabilit sau de reprodus. De dînsele depinde în cea mai mare măsură calitatea instrumentului.

§ 189. **Ultrasunetele.** Sunetele audibile nu depășesc decît foarte rar frecvența de 20 000 Hz. Dincolo de această limită avem *ultrasunetele*.

Le putem produce prin diferite mijloace: sirene speciale, vibrația barelor metalice sau a coloanelor de aer destul de scurte, anumite dispozitive electromagnetice etc., iar metoda cea mai potrivită este să folosim vibrația lamelor de cuarț, tăiate într-un fel anumit, din cristalul natural.

In cîmpuri electrice, aceste lame se contractă sau se dilată, după sensul liniilor de forță, iar într-un cîmp care variază periodic în timp, cu aceeași frecvență ca și vibrația proprie a cuarțului, putem aduce lama în rezonanță și atinge astfel intensități sonore, pînă la ordinul kilowaților pe decimetru pătrat.

In aer, mai ales la frecvențele înalte, ultrasunetele se sting repede, dar prin lichide sau prin solide propagarea se face în condiții destul de bune.

Se produc atunci condensări și dilatări, cu variații foarte mari de presiune, iar accelerațiile impuse păturilor străbătute pot să întreacă de sute de mii de ori pe a gravitației.

Rezultă astfel agitații locale foarte intense, care dau naștere la fenomene speciale, cu aplicații practice deosebit de importante.

Sub acțiunea ultrasunetelor se poate mări viteza unor reacții chimice care, în condiții normale, se desfășoară mult mai încet.

In anumite condiții, ele sînt în stare să rupă moleculele mari sau să provoace, din contra, o grupare a lor, prin polimerizare [1]).

Ceața, fumul și alte suspensiuni se coagulează și se precipită, iar unele substanțe, cum ar fi mercurul în apă, se emulsionează aproape instantaneu.

Anumite substanțe explozibile se aprind, iar plăcile fotografice se înnegresc, prin developare, după o acțiune mai îndelungată a undelor ultrasonore.

Chiar la frecvențe ceva mai joase, gazele dizolvate în lichide se degajă imediat și aproape total. Aceasta se poate constata cu un simplu pahar cu sifon, în fundul căruia lovim cu vîrful unui cuțit, fiindcă apar atunci armonice, cu frecvențe destul de înalte.

Cînd cufundăm mîna într-un lichid, parcurs de ultrasunete, simțim o durere intensă, mai ales în articulații.

---

[1]) Aceste fenomene de polimerizare au fost cercetate experimental, în 1950, de *A. Cișman, Șt. Bojin* și *M. Munteanu*, la soluțiile de gelatină, tratate prin ultrasunete.

Micile animale acvatice sînt omorîte, infuzoriile crapă, iar fermenții sînt distruși. De aceea s-a încercat o aplicație a ultrasunetelor, la sterilizarea mustului de vin și a laptelui, ca să împiedice fermentarea.

Bacteriile obișnuite rezistă însă, mai ales în forma de spori.

Undele ultrasonore, cu lungime de cîțiva milimetri, se reflectă foarte bine pe obstacole, fiindcă fenomenele de difracție devin practic neglijabile, chiar la suprafețele neregulate. De aceea le folosim la sondajele submarine, ca să măsurăm adîncimea apei. Se trimite atunci, spre fundul mării, un fascicul de ultrasunete, cu durată scurtă și se înregistrează momentul plecării și sosirii lor, după reflexie.

Creatorul acestei metode de sondaj ultrasonor este fizicianul *Paul Langevin*[1]). Ea a fost aplicată, pentru prima oară, în războiul mondial din 1914—1918, la căutarea și urmărirea submarinelor.

Pe același principiu se bazează *defectoscopia* ultrasonoră: Un fascicul de unde, care se propagă printr-o piesă metalică, se reflectă pe neregularitățile întîlnite și ne permite astfel să localizăm defectele de turnare sau de forjare.

Aici trebuie să amintim, în primul rînd, lucrările lui *Sokolov*, de la Leningrad.

In *terapeutică*, se folosesc ultrasunetele, de anumită intensitate și frecvență, la tratarea reumatismelor.

Mai menționăm că liliecii au laringele adaptat ca să emită sunete de frecvențe superaudibile pentru om, care au fost măsurate și sînt de ordinul a 40 000 Hz. Aceste ultrasunete se reflectă pe obstacole și permit animalului să se orienteze la întuneric.

Inainte de a încheia capitolul, unde nu am citat decît prea puține din numeroasele aplicații sau fenomene caracteristice, trebuie să amintim că, între cercetătorii de vază, din acest domeniu, este și romînul *Neda Marinescu*, ale cărui lucrări sînt acum citate în toată literatura de specialitate.

Ca manual de consultare, recomandăm Introducere în Acustică de Acad. *Eugen Bădărău*, apărută în editura Academiei R.P.R., în 1953.

Exemple numerice. 1) *Cîte persoane ar trebui să vorbească simultan, cu glas tare, ca să atingă nivelul sonor al unui motor de motocicletă?*

Se va lua pentru vorbire nivelul de 50 foni, iar pentru motocicletă 90 foni.

Diferența nivelelor sonore este

$$N_s' - N_s = 10 \cdot \log \frac{I'}{I} \text{ foni.}$$

[1]) *Paul Langevin* (născut în 1872 și decedat de curînd). A fost profesor la Paris și este cunoscut prin lucrări fundamentale, mai ales în magnetism și electricitate.

Prin urmare

$$90-50=10\cdot\log\frac{I'}{I}$$

şi rezultă că

$$\log\frac{I'}{I}=4.$$

Inseamnă că *trebuie să vorbească simultan zece mii de persoane*, ca să atingă nivelul sonor al motocicletei şi încă nu am ţinut seamă că răspîndirea lor, pe o suprafaţă mare, implică absorbţii parţiale ale sunetului. în timpul propagării.

2) *Două locomotive se mişcă una spre alta cu aceeaşi viteză. Care trebuie să fie această viteză pentru ca mecanicul celei de a doua locomotive să audă cu frecvenţa aparentă de 1 000 Hz fluierul celeilalte, care are în realitate frecvenţa de 800 Hz?*

Relaţia (183.3) ne dă

$$\frac{f_1}{f_0}=\frac{v+v_{obs}}{v-v_s}.$$

Considerînd că viteza sunetului în aer ar fi de 330 m/s şi ţinînd seamă că $v_{obs}=v_s$, avem

$$\frac{f_1}{f_0}=\frac{1\,000}{800}=\frac{330+v_s}{330-v_s}=\frac{5}{4}.$$

Rezultă astfel că

$$v_s\cong 36 \text{ m/s}=130 \text{ km/h}.$$

D. Scurtă privire istorică asupra acusticii

Dezvoltarea cunoştinţelor de acustică, în lumea antică, a mers în paralel cu dezvoltarea muzicii şi a instrumentelor muzicale, care ajunseseră la un grad de perfecţionare destul de înaintat, încă din timpul egiptenilor şi al babilonienilor.

Arta muzicală a grecilor era considerată ca un apanaj al zeilor, în aşa măsură încît Apollo l-a jupuit pe Marsyas de viu, fiindcă prea ştia să cînte frumos din fluier.

Ei vorbeau despre *armonia sferelor cereşti*, credeau că aud mişcările astrelor şi legau notele gamei de numărul plantelor.

In special gama lui *Pytagora*[1]) s-a păstrat în muzică pînă prin veacul al XVI-lea.

Filozofii greci observaseră de mult originea vibratorie a sunetelor, ştiau să calculeze raportul lungimilor a două tuburi sonore, în stare să producă sunete în consonanţă, cunoşteau fenomenele de reflexie şi unele aplicaţii practice.

Se spune că *Denys,* tiranul Syracusei[2]) îşi amenajase închisorile aşa ca să poată spiona chiar convorbirile în şoaptă, prin canale ascunse, care se terminau cu pavilioane în formă de ureche.

Imboldul dat cercetării experimentale, începînd cu *Renaşterea,* a deschis orizonturi noi, înlăturînd vechile preocupări metafizice.

Lionardo da Vinci a studiat undele superficiale pe apă, dar observaţiile lui au rămas multă vreme necunoscute.

Odată cu dezvoltarea mecanicii, problema vibraţiilor şi a undelor elastice intră pe un făgaş nou, cînd *Newton* interpretează fenomenul şi ajunge la cunoscuta formulă de propagare. Corecţia impusă de caracterul adiabatic al comprimărilor şi dilatărilor a fost introdusă abia după 1800 de *Laplace.*

Fundamentale sînt de asemenea concepţiile lui *Huyghens,* asupra mecanismului propagării undelor, dar ele n-au fost înţelese de la început, în justa lor lumină.

De altfel o interpretare teoretică a fenomenelor oscilatorii, cît şi cercetarea lor mai amănunţită nu au devenit posibile decît după ce *Bernoulli, Euler* şi *Lagrange* au pus bazele mecanicii analitice, iar *Fourier* a găsit metoda de dezvoltare în serie.

Aici calculul şi experienţa au mers mînă-în-mînă, în cea mai fructuoasă colaborare.

Chladni este considerat ca unul din principalii fondatori ai acusticii experimentale. El face, pentru prima dată, o distincţie precisă între fenomenul fizic şi cel fiziologic, cercetează anatomia urechii şi găseşte că limita superioară a frecvenţelor audibile nu depăşeşte 20 000 de vibraţii pe secundă.

Aici menţionăm că primele cercetări anatomice asupra urechii au fost făcute în 1574 de medicul italian *Bartolomeo Eustachio* şi că abia cu trei secole mai tîrziu *Alfonso Corti* a descoperit fibrele şi organul intern de percepţie a sunetului, pe care anatomiştii îl numesc acum *organul lui Corti.*

Tot Chladni a cercetat vibraţia barelor, a plăcilor şi a membranelor, precum şi variaţia vitezei sunetului cu temperatura, care mai fusese de altfel studiată înainte de *Lambert*[3]).

Legea coardelor vibrante a fost găsită experimental de *Mersenne*[4]), apoi completată de *Riccati*[5]).

---

[1]) Se crede că a trăit în veacul al VI-lea î. e. n.

[2]) 405—368 î. e. n.

[3]) *Jean Henri Lambert* (1728—1777) filozof şi matematician francez.

[4]) *M. Mersenne* (1588—1648) astronom, fizician şi matematician francez.

[5]) *Jacopo Riccati* (1678—1754) matematician şi fizician italian.

Mersenne a făcut de altfel şi primele măsurări ale vitezei sunetului în aer (1640). Ele au fost reluate de *Viviani* (1656), de *Robert Boyle* (1700), apoi de o comisiune, instituită de *Biroul de longitudini* din Paris, în care a participat şi *Humboldt*[1]) (1822).

Măsurările acestea, făcute cu cea mai mare precizie posibilă pe atunci şi în două direcţii opuse, ca să elimine acţiunea vîntului, au dus la rezultatul că, la temperatura de 0 °C şi presiunea normală, viteza sunetului în aer este de 330,8 m/s.

Se măsura cu cronometrul timpul trecut între momentul sosirii luminii şi al sunetului unei lovituri de tun.

Au urmat apoi determinările lui *Régnault*[2]), făcute cu lux de mijloace experimentale, în conductele de alimentare cu apă ale Parisului, pe atunci în curs de instalare.

Cu prilejul acesta, el a descoperit că, în apropierea unui centru de explozie, viteza sunetului în aer este mult mai mare decît în condiţiile obişnuite şi poate să depăşească 1 000 de metri pe secundă.

Primele determinări în apă au fost făcute pe *Lacul Geneva*, de *Colladon* şi *Sturm*[3]), în 1827. Un dispozitiv automat lovea un clopot, scufundat în apă şi aprindea totodată, în aer, o cantitate de praf de puşcă. Măsurînd apoi diferenţa timpurilor de propagare ale luminii şi undelor sonore, s-a găsit că viteza sunetului în apă, la temperatura de +8 °C, este de 1 435 metri pe secundă.

Alte măsurări, făcute de *Wertheim*[4]) pe Sena au dus la rezultatul de 1 437 m/s, la +15 °C.

Metodele de rezonanţă şi alte metode directe au fost deja menţionate, la timpul lor, în capitolul respectiv.

Noţiunea de *viteză de fază* şi de *grup* a fost introdusă în 1825 de fraţii *Weber*[5]), iar legile presiunii de radiaţie au fost cercetate de *William Thomson*, de *Rayleigh* şi apoi de *Lebedev*[6]), care a evidenţiat fenomene analoge şi la undele luminoase.

O metodă simplă, prin care se pot urmări variaţiile de presiune, la undele staţionare în gaze, a fost găsită de *Lecomte*, în 1857 şi perfecţionată apoi de *König*[7]), care a construit aşa numitele *capsule manometrice:*

Acestea sînt separate în două compartimente, printr-o membrană subţire, care vibrează, sub acţiunea undelor sonore şi face să varieze, în ace-

---

[1]) *Alexander v. Humboldt* (1769—1859) vestit naturalist german.

[2]) *Henri Victor Régnault* (1810—1872) fizician şi chimist francez.

[3]) *Jean Daniel Colladon* (născut în 1802), fost profesor la Paris, apoi la Geneva.

Jacob Karl Franz Sturm (1803—1855) matematician şi fizician. A fost în tinerete institutor la Geneva, apoi membru al Academiei din Paris.

[4]) *Wilhelm Wertheim* (1815—1861) medic şi fizician, născut la Viena şi mort la Paris.

[5]) *Wilhelm Eduard* (1804—1891) şi *Ernst Heinrich* (1795—1878), au trăit la Leipzig.

[6]) *Piotr Nicolaievici Lebedev* (1866—1911), fost profesor de fizică la Universitatea din Moscova. Lucrările lui sînt la baza concepţiilor moderne asupra luminii.

[7]) *Rudolph König* (1832—1904), născut în Germania şi mort la Paris.

lași ritm, debitul unui gaz combustibil, care trece prin celălalt compartiment și alimentează o mică flacără. Vibrațiile se transmit flacării, care devine *sensibilă*, adică se lungește sau se scurtează după aceeași lege.

Am descris, în capitolul respectiv, cercetările de acustică fiziologică ale lui *Helmholtz*. El era și doctor în medicină și a început cariera universitară ca profesor de anatomie, apoi de fiziologie. Abia la 50 de ani a fost chemat ca profesor de fizică la Berlin. De aceea a putut fi în stare să lege, cu egală competență cele două domenii.

Am arătat de asemenea cum legea fiziologică a lui *Weber-Fechner* a dus la instituirea sistemului de unități, legate de intensitatea senzațiilor auditive. Această lege datează din 1884.

In ce privește definiția calităților sunetului, ea a fost dată de *Euler*, pe la 1770.

Nu este cazul să intrăm în amănunte, fiindcă ar însemna să dăm o extindere prea mare acestui capitol de istorie a științei. Ne-am limitat numai la cîteva date rezumative, legate de etapele mai importante.

PARTEA A CINCIA
ELECTROSTATICA

CAPITOLUL XXII
FENOMENE FUNDAMENTALE

§ 190. **Obiectul electrostaticii.** Putem constata experimental că unele corpuri, de pildă rășina, ebonita, ceara roșie sau sticla, capătă însușirea să atragă obiecte ușoare: fulgi de pasăre, fire de bumbac sau bucățele de hîrtie, după ce le frecăm cu o stofă de lînă, cu o blană sau cu o bucată de mătase.

Această însușire dispare destul de repede, dar poate să reapară după o nouă frecare.

Fenomenul a fost observat mai întîi la chihlimbar. Filosoful grec *Thales din Milet,* care a trăit acum 2500 de ani [1]), este primul care-l amintește, doar ca simplă curiozitate și spune că l-a aflat de la o țesătoare. Apoi a căzut în uitare.

Abia pe la 1600 medicul englez *Gilbert* [2]), reluînd cercetările, constată că mai sînt și alte corpuri, cu aceeași proprietate și, după numele grecesc al chihlimbarului (*elèktron*), numește *electrizare* fenomenul care le aduce în această situație.

Vom spune deci că acele corpuri se electrizează prin frecare, sau că se încarcă cu *electricitate*.

Timp de aproape 200 de ani, studiul electricității s-a limitat apoi la o acumulare treptată de observații *calitative*.

Legătura *cantitativă* s-a putut stabili numai după ce încercările lui *Cavendish, Priestley* sau *Daniell Bernoulli,* urmate de cercetările sistematice ale lui *Coulomb* [3]) au dus la formularea matematică a legii de interacțiune, din care putem calcula for-

---

[1]) Intre 640 și 548 î. e. n., dar aceste date sînt nesigure.

[2]) *William Gilbert* (1540—1603) S-a ocupat și cu studii de magnetism.

[3]) *Charles Auguste de Coulomb* (1736—1806), fizician francez.

lele dezvoltate şi stabili unităţile de măsură pentru ceea ce numim *cantitate de electricitate* or *sarcină electrică.*

De aici înainte intrăm pe făgaşul adevăratei cercetări ştiinţifice, prin care determinările din laborator, unite cu calculul matematic, au dus, în cîteva decenii, la închegarea *electrostaticii.*

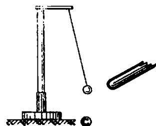
Electrostatica este studiul electricităţii în echilibru.

Domeniul acestui capitol cuprinde ansamblul fenomenelor caracteristice stării de echilibru a sarcinilor electrice.

Pentru observarea calitativă a interacţiunilor electrice, putem folosi un dispozitiv simplu şi lesne de realizat : *pendulul electric.*

El constă dintr-o bobiţă uşoară, de plută sau de măduvă de soc, atîrnată cu un fir subţire de mătase, pe un suport convenabil, aşa cum arată fig. 57.

Această bobiţă poate fi, eventual, înlocuită prin cilindrul de hîrtie al unei ţigări, golită de tutun.


Fig. 57. Pendulul electric.

§ 191. **Izolanţi şi conductori.** Din acţiunea de atracţie asupra unui pendul electric, putem constata că :

1) La unele substanţe, de pildă ebonitul, răşina, parafina, chihlimbarul, sticla etc., electrizarea se limitează numai la regiunea frecată şi nu se răspîndeşte mai departe.

Aceste substanţe sînt *rău conducătoare de electricitate* sau *izolanţi.*

2) Altele, cum ar fi metalele, nu pot fi electrizate prin frecare, decît cu condiţia să le adaptăm un mîner izolant.

Aceste substanţe sînt *bune conducătoare de electricitate* sau *conductori.*

Aici orice sarcină electrică se răspîndeşte pe toată întinderea şi poate să invadeze alţi conductori, numai prin simplă atingere, ca şi cum ar forma, toţi, împreună, unul singur.

Din clasa conductorilor fac parte, pe lîngă metale, diverse minerale, soluţiile saline, bazice sau acide, ţesuturile vegetale sau animale, pămîntul şi numeroase altele [1].

Intre cele două categorii de mai sus nu există o delimitare precisă. Putem trece de la cei mai buni izolanţi, cum ar fi chihlimbarul, cuarţul sau parafina, la cei mai buni conductori, cum sînt argintul sau cuprul, printr-o serie nesfîrşită de trepte intermediare: lemnul, hîrtia, bumbacul etc.

Există corpuri conductoare şi corpuri izolante, cu numeroase trepte intermediare.

Aerul, umed sau uscat, este un izolant. Dacă, totuşi, orice corp electrizat se descarcă repede la umezeală, aceasta se datoreşte păturii superficiale de apă, ce se depune prin condensare.

In practică, un izolant poate fi mai bun decît altul, dar nu putem realiza o izolare perfectă.

Putinţa de răspîndire a sarcinilor electrice ne dă mijlocul să încărcăm un conductor, prin simpla atingere cu altul, deja electrizat.

Realizăm astfel o *electrizare prin contact.*

Contactul direct poate să transmită sarcini electrice de la un corp la altul.

La corpurile rău conducătoare, această trecere se limitează însă numai la regiunile imediat vecine cu punctul de atingere, iar zona interesată va fi cu atît mai restrînsă, cu cît izolantul e mai bun.

Contactul cu pămîntul împrăştie sarcina electrică a conductorilor şi duce la dispariţia fenomenelor amintite mai sus.

§ 192. **Diferenţierea sarcinilor electrice.** Este uşor de constatat că un pendul electric, pe care l-am încărcat prin atingere cu un baston de ebonită, electrizat prin frecare, nu mai este atras de dînsul ci, din contra, respins. In schimb, aşa încărcat, il atrage un baston de sticlă electrizată.

Corpurile încărcate cu specii diferite de sarcini electrice se atrag, iar cele încărcate la fel se resping.

Tot experienţa ne mai arată că două pendule electrice se resping, dacă au fost încărcate cu acelaşi baston, dar se atrag, dacă le-am încărcat, pe unul cu bastonul de sticlă şi pe celălalt cu bastonul de ebonită.

[1] Noţiunile de *izolant* şi *conductor* au fost introduse de fizicianul englez *Stephan Gray*, pe la 1729.

Aceste fapte ne duce la următoarele concluzii:

1) *Frecarea face să apară, pe sticlă și pe ebonită, două specii diferite de sarcini electrice.*

2) *Două corpuri se atrag, dacă poartă sarcini electrice diferite și se resping, dacă sînt încărcate la fel.*

Cercetările sistematice au arătat că unele corpuri se încarcă, prin frecare, la fel cu sticla, iar altele la fel cu ebonita.

Se poate întîmpla însă ca unul și același corp să se electrizeze uneori într-un fel, alteori în altul.

Sticla, de pildă, se electrizează ca ebonita, dacă o frecăm cu o blană de pisică.

De aceea, ca să nu avem îndoială, se recomandă să o frecăm totdeauna cu o stofă de lînă.

Tot așa rășinile se pot electriza, la rece ca ebonita, iar la cald ca sticla.

Nu există decît două specii de sarcini electrice.

In tot cazul, oricare ar fi corpul frecat, el se electrizează fie ca sticla, fie ca ebonita, dar o a treia specie de sarcină electrică nu există.

După ce am cercetat electrizarea corpului frecat, rămîne să cercetăm și electrizarea corpului care freacă.

Vom înveli deci cu un postav, sau cu mătase, un disc de lemn sau de metal, îi vom adapta un mîner izolant și ne vom servi de dînsul ca să frecăm un al doilea disc, de ebonită (fig. 58).

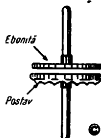


Fig. 58. Cele două discuri se încarcă cu sarcini egale și de semne contrarii.

Experiența ne arată că aceste două discuri, cîtă vreme le ținem lipite unul de altul, nu deviază pendulul electric și totul se petrece ca și cum nu ar fi electrizate.

Dar dacă le separăm, constatăm că unul s-a electrizat ca sticla, iar celălalt ca ebonita.

Faptul că, împreunate, nu atrag pendulul, ne obligă să admitem că cele două sarcini apărute reprezintă cantități egale de electricitate, care-și anulează reciproc efectele, prin *neutralizare*.

Franklin a numit *pozitivă* electrizarea ce se dezvoltă pe sticlă și *negativă* pe a ebonitei, notîndu-le cu + și cu —.

Această notare, pur convențională, este acum adoptată pentru cele două specii de sarcini electrice, oricare ar fi proveniența lor.

Prin convenție, considerăm ca pozitivă electrizarea sticlei și ca negativă pe a ebonitei.

Cînd ele sînt egale, în valoare absolută, ca în experiența de mai sus, vom spune să *suma lor algebrică este nulă*.

Dacă, după ce am despărțit cele două discuri frecate, le apropiem iarăși unul de altul, se formează o mică scînteie electrică, vizibilă la întuneric și electrizările contrare dispar, prin *recombinare*.

Frecarea separă cantități de electricitate egale și de semne contrarii, care înainte se neutralizau reciproc.

Totul ne arată deci că *frecarea nu face decît să separe două cantități de electricitate, egale și de semne contrarii, care înainte se neutralizau reciproc.*

Acțiunea de separare implică, evident, o absorbție de energie, împotriva forțelor de atracție mutuală, pe care sistemul o înmagazinează sub forma potențială și o restituie ca lumină, căldură, lucru mecanic etc., în cursul procesului de recombinare.

Aici se aplică, bineînțeles, principiul conservării energiei, dar nu e încă momentul să intrăm în amănunte.

Totodată, experiențele descrise mai sus, ca și numeroase altele ne arată că:

Orice sarcină electrică apare sau dispare împreună cu alta, egală și de semn contrar.

Orice sarcină electrică apare sau dispare împreună cu altă sarcină, egală și de semn contrar.

Înseamnă că, *într-un sistem izolat,* ce ar fi avut inițial o anumită sarcină electrică, pozitivă sau negativă, electrizările ulterioare o lasă neschimbată, fiindcă suma algebrică a sarcinilor apărute nu poate fi decît nulă.

Acesta este *principiul conservării electricității.*

§ 193. Originea fenomenelor de electrizare. În § 81, am arătat că atomii au configurația unor sisteme solare și că:

1) Orice atom este format dintr-un *nucleu*, încărcat *pozitiv*, în jurul căruia se rotesc, pe orbitele respective, particule satelite, încărcate *negativ* şi numite *electroni*.

2) Aceşti electroni au masa cam de 2 000 de ori mai mică decît atomul de hidrogen şi sînt *„atomi de electricitate"*, în sensul că toţi poartă aceeaşi sarcină electrică şi că nu găsim în natură decît multipli întregi ai acestei sarcini *elementare*.

3) La rîndul lui, nucleul cuprinde particule neutre, numite *neutroni* şi particule *pozitive*, numite *protoni*.

Aceste particule au, aproximativ, masa atomului de hidrogen.

4) In valoare absolută, sarcina pozitivă a protonului este egală cu sarcina negativă a electronului.

5) Numărul protonilor nucleari depinde de natura chimică a elementului respectiv şi corespunde cu numărul de ordine din tabela periodică a lui Mendeleev.

6) In atomul *neutru*, pentru fiecare proton din nucleu, găsim cîte un electron satelit, aşa că sarcinile pozitive şi negative se compensează exact.

Din diferite cauze, de pildă prin acţiunea frecării, se poate întîmpla ca o parte din atomii unui corp să piardă electroni. Corpul rămîne atunci cu un exces de sarcină *pozitivă*, iar electronii cedaţi se fixează supranumerar pe atomii celuilalt şi-l încarcă *negativ*.

Electrizarea prin frecare se datoreşte schimbului de electroni, între cele două corpuri.

Electrizarea prin frecare nu este, prin urmare, decît o consecinţă a schimbului de electroni, între atomii celor două corpuri.

In lumina acestei concepţii, se explică uşor atît principiul conservării electricităţii, cît şi faptul că un acelaşi corp se electrizează uneori pozitiv, alteori negativ.

Intre cele două corpuri frecate, încărcarea pozitivă revine aceluia care cedează mai uşor electronii.

Schimbul de electroni se poate produce, de altfel, nu numai prin frecare, ci şi printr-un contact intim, între două corpuri diferite.

Astfel, o baghetă de sticlă sau o bucată de parafină, pe care le-am cufundat în mercur, le scoatem afară încărcate negativ, fiindcă mercurul le cedează electroni.

De asemenea două plăci metalice diferite se electrizează prin simplu contact, fiindcă unul din metale cedează electroni celuilalt.

Fenomene analoge pot să apară chiar prin contactul între două corpuri identice, din punctul de vedere chimic, dar diferite ca stare fizică : temperatură, compresiune, stare de agregare etc.

Izolanții păstrează electronii sateliți mai bine decît conductorii și au chiar tendința să fixeze alții, suplimentari.

Izolanții fixează electronii sateliți, pe cînd metalele îi lasă liberi.

Metalele, din contra, îi pierd cu destulă ușurință. Ele conțin, de altfel și *electroni liberi,* cari vagabondează printre atomi și sufăr agitația termică obișnuită.

Cu aceste noțiuni sumare, deosebirea de comportare, dintre izolanți și conductori, se explică în felul următor :

a) Un electron, care a trecut pe un izolant, se fixează imediat pe un atom, iar acesta este, la rîndul lui, fixat în rețeaua structurală.

Sarcina negativă primită este astfel imobilizată și nu are putința de a se răspîndi.

Tot așa, dacă o parte din atomii izolantului au pierdut electroni, excedentul de sarcină pozitivă rămîne iarăși localizat, fiindcă ei nu pot să primească alți electroni, de la atomii din regiunile vecine, care să compenseze pierderea.

b) La metale, am văzut că electronii se bucură de mai multă libertate.

Dacă metalul a primit electroni, ei se împrăștie și transportă cu dînșii sarcinile negative.

Dacă a cedat electroni, excesul de sarcină pozitivă se împrăștie, de asemenea, fiindcă sosesc alți electroni, din regiunile vecine, cu tendința de a uniformiza repartiția.

§ 194. **Electrizarea prin influență.** Am văzut că un corp electrizat și destul de ușor se mișcă, sub acțiunea forțelor electrice, dacă aducem în apropiere un alt corp electrizat.

Cînd corpul este mai greu, sau dacă e fixat rigid, forțele electrice îl lasă în repaus, dar atunci ne putem aștepta ca înseși sarcinile electrice de pe dînsul să se miște, sub acțiunea acestor forțe, presupunînd că e vorba de un conductor.

Această deducție poate fi controlată prin următoarea experiență simplă :

Electrizăm, printr-un mijloc oarecare, un cilindru de metal, așezat pe un picior izolant, după ce am legat, la cele două capete, cîte o pereche de pendule electrice, așa cum arată fig. 59.

Aceste pendule se resping reciproc și divergența lor ne arată că s-au încărcat cu electricitate.

Dar dacă apropiem de unul din capete un al doilea corp electrizat, constatăm că :

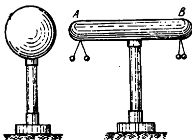


Fig. 59. Electrizarea prin influență.

1) Dacă ambele corpuri sînt electrizate la fel, divergența pendulelor crește în B și scade în A.

2) Dacă electrizările sînt de semne contrarii, divergența crește în A și scade în B.

Rezultă că, în adevăr, forțele electrice sînt capabile să transporte sarcina cilindrului și să o îngrămădească fie la un capăt, fie la celălalt, după cum e vorba de o atracție sau de o respingere.

Să reluăm acum aceeași experiență, fără să electrizăm inițial cilindrul. Potrivit celor știute, el conține, totuși, sarcini electrice egale și de semne contrarii, care nu au fost încă separate și se neutralizează reciproc.

Dacă apropiem de dînsul un corp electrizat, bunăoară pozitiv, sarcinile contrarii se separă parțial, prin acțiunea combinată a forțelor de atracție și de respingere.

Pendulele diverg atunci la ambele capete, iar electrizările sînt negative în A și pozitive în B.

Vom spune că aceste sarcini contrarii s-au separat prin acțiunea de *influență electrică* a corpului din apropiere.

Acțiunea unui conductor electrizat separă, prin influență, o parte din sarcinile contrare de pe un conductor vecin.

Separarea nu este totală. Ea se accentuează și pendulele diverg mai tare, dacă mărim sarcina de pe conductorul vecin, sau dacă-l aducem ceva mai aproape.

O a treia pereche de pendule, atîrnate în regiunea mediană a cilindrului, rămîn în repaus și ne arată că acolo avem o *zonă neutră*.

Această zonă nu apare chiar la jumătatea distanței, ci este deplasată spre capătul unde acționează corpul electrizat, fiindcă și forțele electrice sînt mai intense, în apropierea lui.

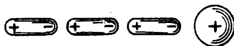


Fig. 60. Electrizarea prin inducție a unui șir de conductori.

Experiența poate fi repetată cu o serie întreagă de conductori izolați, așezați unul în prelungirea celuilalt.

Sarcinile ce apar prin influență se distribuie atunci așa cum arată fig. 60.

Oricare din acești conductori poartă, la un capăt, o sarcină pozitivă, iar la capătul opus alta negativă, de aceeași valoare absolută.

Două sarcini electrice, egale, de semne contrarii și distanțate între ele, reprezintă un dipol.

Fiecare pereche de sarcini egale, de semne contrarii și astfel distanțate între ele, formează ceea ce numim un *dipol electric.*

In locul denumirii de *influență electrică,* se folosește adesea și aceea de *inducție electrostatică.*

Corpul electrizat, ce exercită acțiunea, se numește atunci *inductor,* iar cel ce a primit-o este *indusul.*

Este evident că, dacă sarcina inductoare dispare, sau dacă ducem inductorul la o distanță foarte mare, indusul revine la starea neutră inițială, prin recombinarea sarcinilor contrarii.

Ca să împiedicăm această neutralizare, va fi suficient să-l atingem un moment cu degetul, *înainte de a îndepărta inductorul.*

Presupunînd că acesta e încărcat pozitiv, sarcina de același semn este respinsă în pămînt și, pînă la urmă, indusul rămîne cu o sarcină negativă, care se răspîndește pe toată întinderea lui.

Fenomenul de inducție ne dă astfel mijlocul să încărcăm un conductor cu o specie cunoscută de electricitate, fiindcă sarcina rămasă are semnul contrar sarcinii inductoare.

Am arătat mai sus că electrizarea prin frecare sau prin contact se explică prin schimbul de electroni, în urma căruia, corpul

care-i primeşte se încarcă negativ, iar cel care-i cedează rămîne cu un surplus de sarcină pozitivă.

Electrizarea prin influență are o explicație analogă :

Presupunînd, pentru fixarea ideilor, că inductorul este încărcat pozitiv, el atrage, în apropierea lui, o parte din electronii liberi ai metalului din care e făcut indusul.

Regiunea de îngrămădire a electronilor capătă atunci un surplus de sarcină negativă, iar aceea de unde au plecat rămîne încărcată pozitiv.

Un caz particular de separare a sarcinilor electrice prin influență poate fi observat şi la corpurile izolante, dar atunci mecanismul fenomenului este cu totul altul şi va face obiectul unui capitol viitor.

1. *Electroscopul.* În studiul calitativ al fenomenelor de electrizare, ne-am folosit pînă acum de pendulul electric.

In locul lui, mai putem folosi şi alte aparate, între care unul aproape tot aşa de simplu, dar mai sensibil şi cu posibilități de aplicare mult mai largi : *electroscopul.*

Partea lui principală este o vergea metalică, terminată cu o mică sferă, la capătul de sus şi cu două foițe foarte subțiri, de aur sau de aluminiu, la partea de jos (fig. 61).

Vergeaua străbate, printr-un dop izolant, într-un flacon de sticlă, care să apere foițele de vătămare, sau, mai bine într-o cutie metalică, prevăzută cu o fereastră.

Ca să cercetăm dacă un corp este sau nu electrizat, îl apropiem de sfera metalică. Foițele se încarcă atunci, prin inducție şi diverg, depărtîndu-se una de alta.

Ca să aflăm şi semnul electrizării, încărcăm întîi vergeaua cu o sarcină de semn cunoscut, prin contact sau prin inducție.

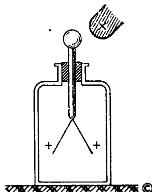


Fig. 61. Electroscopul.

Apropierea corpului electrizat măreşte atunci divergența foițelor, dacă e încărcat la fel şi o micşorează, dacă poartă o sarcină de semn contrar.

Sensibilitatea poate fi mult mărită, dacă înlocuim foiţele cu fire foarte subţiri, de cuarţ argintat, pe care le privim la microscop.

Modelul reprezentat în fig. 62 a fost imaginat de *Exner*[1]).

Aici sensibilitatea poate fi mărită sau micşorată, cu două plăci metalice laterale, pe care le apropiem sau depărtăm.

Pe partea dinspre foiţe, aceste plăci se încarcă prin inducţie, le atrag şi fac să crească divergenţa lor.

Atît plăcile, cît şi cutia metalică, sînt legate la pămînt, din motive pe care le vom arăta mai tîrziu.

Fig. 62. Electroscop Exner.

2. *Dielectrici.* In toate experienţele şi fenomenele descrise, atît forţele de interacţiune, între corpurile electrizate, cît şi electrizările prin inducţie, la care dau naştere, se desfăşoară nu numai prin pătura separatoare de aer, dar şi prin vid, sau printr-un izolant oarecare: parafină, ulei, sticlă, ebonită etc.

Această însuşire a izolanţilor, de a servi ca mediu de transmitere pentru interacţiunile electrice, a îndreptăţit pe *Faraday* să-i numească *dielectrici,* de la cuvîntul grecesc *dia,* sinonim cu *trecere* sau *străbatere.*

Izolanţii se mai numesc şi dielectrici, fiindcă sînt capabili să transmită interacţiunile electrice.

Tot Faraday a înţeles cel dintîi că, în această transmitere, dielectricul nu rămîne pasiv, ci suferă anumite deformări cuasielastice, despre care vom discuta pe larg mai tîrziu.

Deocamdată amintim în treacăt că mecanismul fenomenului este analog cu acela întîlnit la interacţiunile newtoniene.

3. *Concluzii şi observaţii finale.* Toate explicaţiile de mai sus, care ne-au dus la interpretarea fenomenelor

[1]) *Franz Exner* (născut în 1849), fost profesor la Viena.

de electrizare fie prin schimbul de electroni, între două corpuri, fie prin mişcarea lor de ansamblu, în cuprinsul unui conductor metalic, reprezintă doar o anticipare sumară, asupra unor fapte, pe care le vom analiza mai pe larg, în alte capitole viitoare.

Oricît ar fi de succinte, aceste lămuriri preliminare ne vor permite să privim, de la început, electricitatea sub aspectul ei material: *protonii* şi *electronii*, cari fac parte integrantă din atomii şi moleculele substanţelor.

O veche concepţie, astăzi perimată, considera electricitatea ca un *fluid imponderabil*, cu structură *continuă*, capabil să *curgă* pe conductori, sau să treacă de la un corp la altul.

Nimic nu ne împiedică să vorbim şi astăzi de un *„fluid electric"*, fiindcă imaginea este destul de intuitivă, dar nu trebuie să uităm că el nu este *imponderabil*, ci transportă particule materiale, după cum nu trebuie să uităm că el nu este nici *continuu*, ci are o structură *discontinuă*, legată de existenţa reală a sarcinii elementare.

Ca încheiere a acestui capitol şi înainte de a trece la studiul *cantitativ* al fenomenelor electrostatice, menţionăm că starea de echilibru nu poate fi atinsă, într-un sistem oarecare, decît printr-o serie de *situaţii tranzitorii succesive*, în care sarcinile electrice se mişcă, spre o poziţie finală stabilă, dictată de legăturile întîmpinate.

Orice transport de electricitate este un curent electric şi face obiectul electrodinamicii.

Apar astfel transporturi de electricitate, adică ceea ce numim *curenţi electrici*, iar studiul lor face obiectul *electrodinamicii*.

Domeniul electrostaticii începe acolo unde aceste transporturi încetează, ca să facă loc stării de echilibru a sarcinilor electrice.

§ 195. **Legea lui Coulomb.** În 1785, *Coulomb* a găsit experimental relaţia cantitativă care exprimă forţa de interacţiune, în funcţie de sarcinile electrice în prezenţă şi de distanţa respectivă. El s-a servit de o balanţă de torsiune, construită aşa cum arată fig. 63:

O bară izolantă, cît mai uşoară, este suspendată cu un fir subţire. Ea poartă, la un capăt, o mică sferă conductoare, iar la capătul opus e lipită o aripioară de hîrtie, care amortizează oscilaţiile şi, totodată, echilibrează greutatea sferei.

O a doua sferă, egală în diametru, este fixată rigid, pe un suport izolant, la nivelul primei și la aceeași distanță, față de firul de suspensie al barei.

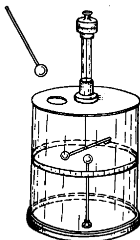


Fig. 63. Balanța de torsiune a lui Coulomb.

Tot sistemul e introdus într-un cilindru protector, de sticlă, unde o substanță higroscopică absoarbe vaporii de apă, ca să asigure o cît mai bună izolare.

1) În prima serie de cercetări, se încarcă ambele sfere cu cîte o sarcină electrică oarecare. Ele se atrag sau se resping și, cu ajutorul unghiului de torsiune al firului, putem determina forța de interacțiune.

Rezultatul experiențelor ne duce la concluzia că *această forță este invers proporțională cu pătratul distanței dintre centrele sferelor*.

2) În a doua serie de cercetări, cele două sfere, în prealabil electrizate, sînt descărcate treptat, prin atingere cu o a treia sferă izolată, de aceeași mărime, dar ne electrizată.

Prin atingeri succesive, se poate reduce sarcina oricăreia din sfere, întîi la jumătate din valoarea inițială, apoi la un sfert și așa mai departe.

Răsucind capătul de sus al firului de suspensie, așa ca să readucem, de fiecare dată, sferele la distanța la care se găseau înainte de electrizare, unghiul de torsiune respectiv ne permite iarăși să calculăm forța de interacțiune, pentru diferite valori ale sarcinilor.

Iar dacă notăm cu Q și Q' sarcinile inițiale, constatăm experimental că, după diferitele descărcări succesive,

pentru sarcinile Q și Q' forța măsurată este F,
pentru sarcinile $Q/2$ și Q' forța măsurată este $F/2$,
pentru sarcinile $Q/2$ și $Q'/2$ forța măsurată este $F/4$

și așa mai departe

De aici se vede că, indiferent de unităţile în care am exprima sarcinile electrice, *forţa de interacţiune, la o distanţă dată, este proporţională cu produsul lor.*

Aceste două serii de cercetări ne duc împreună la concluzia că forţa de interacţiune F, între două corpuri, încărcate cu sarcinile Q_1 şi Q_2 şi situate la distanţa r, se poate exprima prin relaţia

$$F = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \tag{195.1}$$

în care constanta de proporţionalitate ε caracterizează mediul separator, din punctul de vedere electric şi se numeşte *constantă dielectrică* sau *permitivitate.*

Valoarea ei numerică şi dimensiunile fizice depind de sistemul unităţilor folosite.

Această relaţie, fundamentală în electrostatică, exprimă *legea lui Coulomb.*

Cantităţile de electricitate Q, pe care le-am numit *sarcini electrice* vor fi considerate ca *punctiforme,* adică răspîndite pe corpuri cu dimensiuni geometrice practic neglijabile, în comparaţie cu distanţa care le separă.

Formula lui Coulomb (195.1) este analogă cu formula lui Newton (78.1), prin care am exprimat forţele de interacţiune ale maselor gravitaţionale.

De aceea sarcinile electrice se mai numesc uneori şi *mase electrice,* dar această denumire tinde să fie părăsită.

Din acelaşi motiv, tot aşa cum forţele gravitaţionale se mai numesc şi *newtoniene,* vom numi *coulombiene* forţele de interacţiune electrică.

Forţa coulombiană este proporţională cu produsul sarcinilor electrice şi invers proporţională cu pătratul distanţei ce le separă.

În concluzie : *forţele coulombiene, ce apar între două corpuri electrizate, sînt direct proporţionale cu produsul sarcinilor electrice şi invers proporţionale cu pătratul distanţei care le separă.*

Intensitatea acestor forţe scade, cînd creşte permitivitatea mediului dielectric.

Experienţele lui Coulomb, care au dus la formularea legii de faţă, repetate chiar şi în condiţiile de astăzi, duc la rezultate destul de neprecise, fiindcă forţele de măsurat sînt foarte mici.

Ele au mai mult o importanţă istorică şi de aceea este preferabil să considerăm această lege doar ca o ipoteză fundamentală şi să o verificăm indirect, prin consecinţele ei.

§ 196. **Sistemul unităţilor electrostatice CGS.** Cîtă vreme nu sîntem încă legaţi de un anumit sistem de unităţi electrice, nimic nu ne împiedică să le alegem acum, în aşa fel încît constanta dielectrică să apară ca o simplă cantitate numerică, fără dimensiuni fizice, a cărei valoare, în vid, o vom fixa convenţional şi arbitrar $\varepsilon_0 = 1$.

Prin convenţie, constanta dielectrică se consideră ca un număr fără dimensiuni fizice, care în vid are valoarea 1.

În aceste condiţii, legea lui Coulomb capătă, în vid, forma simplificată

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}.$$

Iar dacă luăm ca bază unităţile sistemului CGS, vom exprima forţa în dyne şi distanţa în centimetri.

În cazul particular cînd

$$Q_1 = Q_2 = \text{o unitate de sarcină electrică}$$

şi

$$r = \text{un centimetru},$$

va trebui deci ca

$$F = \frac{1 \cdot 1}{1^2} = \text{o dynă.}$$

Sîntem acum în măsură să definim, în cadrul sistemului mecanic CGS, o unitate de sarcină electrică şi vom spune că:

În vid, forţa de interacţiune, între două corpuri încărcate cu cîte o sarcină-unitate CGS electrostatică este de o dynă.

Două corpuri sînt încărcate cu cîte o unitate electrostatică CGS de sarcină electrică, dacă forţa de interacţiune în vid, la distanţa de un centimetru, este de o dynă.

Această unitate, astfel definită, ne va servi ca punct de plecare pentru alegerea unui întreg complex de unităţi electrice

care, luate împreună, formează *sistemul unităţilor electrostatice CGS*.

In măsura în care nu au nume speciale, aceste unităţi se notează cu iniţialele u.CGS e.s. ori, mai simplu, cu u.e.s.

Dacă interacţiunea electrică s-ar desfăşura nu în vid, ci printr-un izolant oarecare, constanta dielectrică a mediului reapare în formula lui Coulomb, cu valoarea numerică respectivă şi va trebui să scriem că

$$F = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \text{ dyn.}$$

unde permitivitatea vidului $\varepsilon_0 = 1$ va fi luată ca termen de comparaţie.

Cantitatea numerică ε va reprezenta deci raportul între permitivitatea mediului şi a vidului, adică ceea ce numim *permitivitatea relativă.*

Este evident că, dacă am schimba convenţia de plecare şi am alege pe altă cale unitatea de sarcină electrică, tot cu ajutorul formulei lui Coulomb, permitivitatea vidului nu ar mai fi un simplu număr abstract, ci ar căpăta dimensiuni fizice.

De aceea, pentru a evita scăpările din vedere, mai ales la trecerea în alte sisteme de unităţi, obişnuim să o păstrăm în evidenţă, chiar dacă este egală cu unitatea.

Vom scrie deci, de preferinţă, formula lui Coulomb sub forma

$$F = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

in cazurile cînd interacţiunea electrică se desfăşoară prin vid şi sub forma

$$F = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \qquad (196.1)$$

într-un dielectric de permitivitate ε, în raport cu a vidului, considerată ca termen de comparaţie.

Experimental se constată că toţi dielectricii au permitivitatea mai mare decît a vidului.

Aceasta înseamnă că şi *forţele de interacţiune electrică au intensitatea maximă, în vid.*

In vid, forţele coulombiene sînt mai intense decît în alţi dielectrici.

La presiunea normală, aerul are, practic, aceeaşi permitivitate ca şi vidul.

Tabela de mai jos cuprinde valorile relative ale permitivităţii citorva substanţe, determinate experimental, prin comparaţie cu a vidului.

Tabela 16

Substanţa	ε
Aer, la presiunea normală	1,000 59
Parafină	2—2,2
Petrol	1,9—2,3
Ebonită (aprox.) . . .	2,6
Sulf	4
Sticlă (aprox.)	5,5—5,7
Mică	6—7
Porţelan, aprox.) . . .	5,7—6,3
Apă, la 0°C	81

De aici se vede că, în condiţii similare, forţele de interacţiune în apă sînt de 81 de ori mai mici decît în vid.

Vom vedea mai tîrziu ce importanţă deosebită are această permitivitate aşa de mare, la trecerea curentului electric prin soluţiile de săruri minerale, baze sau acizi.

Dimensiunile u.e.s. de sarcină electrică. Formula lui Coulomb, în care considerăm permitivitatea ca număr abstract, ne duce la ecuaţia de dimensiuni

$$LMT^{-2}=L^{-2}Q^2$$

şi de aici deducem că dimensiunile sarcinii electrice, în sistemul electrostatic CGS, vor fi:

$$[Q]=L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}.$$

§ 197. **Sistemul unităţilor MKSA.** Sistemul electrostatic CGS pleacă de la unităţile absolute de masă, lungime şi timp, eliminind permitivitatea, ca mărime fizică.

El are multiple avantaje, în anumite domenii de cercetare ştiinţifică, mai ales pentru fizician, dar devine incomod, în aplicaţiile tehnice.

De aceea, încă din 1881, congresul electricienilor a fixat, ca unitate practică de sarcină electrică, un multiplu al unităţii electrostatice, definită mai sus.

Un coulomb reprezintă $3 \cdot 10^9$ u. e. s. de sarcină electrică.

Această unitate reprezintă $3 \cdot 10^9$ unităţi electrostatice CGS şi se numeşte *coulomb* (C).

Cu vechea convenţie, asupra permitivităţii, formula lui Coulomb ne arată că, la distanţa de 100 cm, două sarcini de cîte $3 \cdot 10^9$ u.e.s. implică forţa de interacţiune

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^{18}}{10^4} = 9 \cdot 10^{14} \text{ dyn},$$

presupunînd că aceste sarcini se află în vid.

Am putea să alegem însă valoarea permitivităţii vidului în aşa fel ca formula lui Coulomb să ne dea forţa în newtoni, cînd exprimăm distanţa în metri şi sarcina electrică în coulombi.

Ţinînd seamă de rapoartele numerice de transformare, am avea, în aceste condiţii,

$$F = \frac{9 \cdot 10^{14}}{10^5} = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{1 \cdot 1}{1^2} = \frac{1}{\varepsilon_0} N$$

şi rezultă că permitivitatea vidului ar trebui să aibă valoarea numerică

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{9 \cdot 10^9}.$$

Iar formula lui Coulomb se va scrie, pentru interacţiunile în vid,

$$\boxed{F = 9 \cdot 10^9 \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}} \quad \text{(newtoni)} \qquad (197.1)$$

şi pentru interacţiunile într-un mediu de permitivitate ε,

$$\boxed{F = 9 \cdot 10^9 \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}} \quad \text{(newtoni)} \qquad (197.1a)$$

Dacă exprimăm sarcina electrică în coulombi şi folosim unităţile MKS, permitivitatea vidului are valcarea $\varepsilon = 1/9 \cdot 10^9$.

În locul unităţilor sistemului CGS, am introdus astfel unităţile practice ale sistemului MKS, la care am adăogat o a patra unitate: *coulombul* (C).

Cită vreme această unitate specială rămîne definită ca simplu multiplu al unităţii electrostatice CGS, chiar dacă am adaptat-o sistemului MKS, fixarea etalonului de măsură corespunzător nu se poate face decît cu ajutorul formulei lui Coulomb şi al determinării experimentale a forţei de interacţiune.

Am văzut însă că asemenea determinări nu pot fi destul de precise şi de aceea, păstrînd raportul iniţial $3 \cdot 10^9$, între coulomb şi u.e.s. de sarcină electrică, trebuia găsit mijlocul ca unitatea *coulomb* să fie definită pe altă cale, mai accesibilă măsurărilor de precizie.

Anticipînd asupra domeniilor electrodinamicii şi electromagnetismului şi pentru a evita reveniri ulterioare în electrostatică, menţionăm de pe acum că această definiţie pleacă de la unitatea de *intensitate* a unui curent electric, pe care o numim *amper*[1]) (A).

Intensitatea unui curent exprimă cantitatea de electricitate ce trece într-o secundă printr-o secţiune a unui conductor.

Mai menţionăm că *intensitatea exprimă cantitatea de electricitate* (sau sarcina electrică), *ce trece într-o secundă prin fiecare secţiune a unui conductor, parcurs de curentul electric.*

Vom vedea mai tîrziu cum se defineşte corect amperul, din legea electrogmagnetismului.

Prin orice secţiune a unui conductor, curentul de un amper transportă un coulomb pe secundă.

Deocamdată e suficient să ştim că *un curent de un amper transportă cîte un coulomb pe secundă, prin fiecare secţiune a conductorului.*

Aşadar, dacă în t secunde, curentul electric transportă Q coulombi, el are intensitatea

$$I = \frac{Q}{t} \text{ A (amperi)} \qquad (197.2)$$

[1]) In onoarea fizicianului francez *André Marie Ampère* (1775—1836), unul din principalii fondatori ai electromagnetismului.

Intensitatea unui curent poate fi determinată experimental cu precizie mult mai mare decît forțele de interacțiune electrostatică și ne permite să măsurăm, implicit, cantitățile de electricitate, fără ajutorul formulei lui Coulomb.

De aceea o vom considera ca o mărime fundamentală, alături de masă, lungime și timp.

La mărimile mecanice adăugăm astfel o mărime specială, caracteristică fenomenelor electrice, tot așa cum în căldură am ales temperatura absolută, ca o a patra mărime de bază.

Sistemul MKSA se sprijină pe unitățile: metru, kilogram-masă, secundă și amper.

In chipul acesta s-a instituit sistemul MKSA, în care unitățile fundamentale sînt *metrul, kilogramul-masă, secunda* și *amperul*.

Standardul de Stat a introdus legal sistemul acesta, în toate cazurile practice generale.

Sistemul electrostatic CGS, împreună cu sistemul electromagnetic CGS, despre care vom vorbi mai tîrziu, rămîn mai departe în vigoare, *dar numai pentru anumite cercetări științifice*.

Dimensiuni fizice. Odată ce am admis intensitatea curentului electric printre mărimile fundamentale, va trebui să-i atribuim o dimensiune specială: [I].

Relația (197.2) ne arată atunci că, în sistemul MKSA, dimensiunile sarcinii electrice sînt

$$[Q] = \mathrm{IT}$$

iar formula lui Coulomb ne duce la ecuația de dimensiuni

$$\mathrm{LMT}^{-2} = \frac{1}{[\varepsilon]} \cdot \frac{(\mathrm{IT})^2}{\mathrm{L}^2}$$

și rezultă astfel că permitivitatea are dimensiunile fizice

$$[\varepsilon] = \mathrm{L}^{-3}\mathrm{M}^{-1}\mathrm{T}^4\mathrm{I}^2.$$

In sistemul MKSA, constanta dielectrică nu mai este număr abstract, ci o mărime fizică.

Prin urmare, *în sistemul* MKSA, *constanta dielectrică nu mai este un număr abstract, ci o mărime cu dimensiuni fizice.*

Ea păstrează însă valoarea numerică $\varepsilon_0 = 1/9 \cdot 10^9$, pentru interacțiunile ce se desfășoară în vid.

§ 198. **Distribuția electricității pe conductori.** Dacă electrizăm un cilindru metalic, așezat pe un suport izolant, putem constata ușor că suprafața exterioară atrage un pendul electric, dar nu și suprafața interioară (fig. 64).

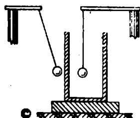


Fig. 64. Acțiunile electrice nu se transmit spre interiorul conductorului.

De asemenea mai putem constata că interiorul cilindrului nu transmite sarcini electrice altui conductor, închis înlăuntru, cu care vine în contact. Mai mult încă: dacă acel conductor aduce cu dînsul o sarcină electrică, atingerea cu peretele interior îl descarcă total.

Aceste experiențe, ca și numeroase altele, ne duc la concluzia că *sarcina electrică a unui conductor în echilibru se răspîndește numai pe suprafața exterioară, iar forțele electrice nu acționează spre interior.*

La conductorii în echilibru electric, sarcina se răspîndește numai pe suprafața exterioară, iar forțele electrice nu acționează spre interior.

Faraday, care a descoperit aceste fenomene, se închidea într-o cușcă metalică, pe care asistenții o electrizau pe dinafară. Cele mai sensibile aparate, luate în cușcă, nu arătau prezența vreunei sarcini electrice induse, chiar dacă erau în legătură directă cu pereții.

Aceleași rezultate se obțin cînd pereții cuștii sînt legați la pămînt. Nici atunci sarcinile electrice din exterior nu au vre-o acțiune asupra conductorilor din interior.

Situația se schimbă însă, dacă cercetăm transmiterea fenomenelor electrice de la interior, spre exterior:

1) *Cînd cușca sau cilindrul sînt izolate,* față de pămînt, un conductor electrizat, introdus înlăuntru, face să apară, prin inducție, o sarcină egală și de semn contrar, pe fața interioară și alta,

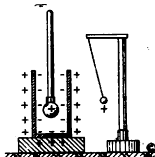


Fig. 65. Conductorul izolat nu împiedică acțiunile electrice de la interior spre exterior.

de acelaşi semn ca a lui, pe faţa exterioară, aşa cum arată fig. 65.

Peretele metalic nu mai împiedică atunci transmiterea forţelor electrice, spre exterior.

2) *Cînd cuşca sau cilindrul nu sînt izolate,* această transmitere încetează, fiindcă sarcinile induse pe peretele exterior trec în pămînt.

În concluzie: *o suprafaţă conductoare închisă împiedică transmiterea fenomenelor electrice în ambele sensuri, dacă este legată la pămînt şi numai în sensul de la exterior spre interior, dacă este izolată.*

O cutie metalică blochează fenomenele electrice de la exterior spre interior, dacă este izolată şi în ambele sensuri, dacă e legată la pămînt.

Această însuşire are numeroase aplicaţii practice la *ecranele electrice*, pe care le folosim ca să punem anumite aparate sensibile la adăpost de orice acţiune electrică, sau ca să împiedicăm aceste acţiuni să străbată spre exterior.

În termeni tehnici, ecranele electrice se mai numesc şi *blindaje.*

Densitate electrică. După ce am stabilit că electricitatea se răspîndeşte pe suprafaţa exterioară a conductorilor în echilibru electric, rămîne să cercetăm în ce măsură forma geometrică a conductorului poate să aibă o influenţă asupra legii de răspîndire.

Pentru aceasta, va trebui mai întîi să definim noţiunea de *densitate electrică superficială.*

Densitatea electrică superficială se exprimă prin raportul între cantitatea de electricitate şi suprafaţă.

Sub această denumire, înţelegem raportul dintre cantitatea de electricitate şi suprafaţa pe care e răspîndită.

Densitatea electrică superficială, sau mai simplu *densitatea electrică*, se va exprima deci fie în *u.e.s. pe centimetrul pătrat,* fie în *coulombi pe metrul pătrat.*

Ea se notează, de obicei, cu litera grecească σ (sigma) şi este uşor de văzut că, în sistemul electrostatic CGS, are dimensiunile fizice

$$[\sigma]=\left[\frac{Q}{S}\right]=\frac{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}}{L^2}=L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1},$$

iar în sistemul MKSA,

$$[\sigma]=\left[\frac{Q}{S}\right]=\frac{IT}{L^2}=L^{-2}TI.$$

În sistemul acesta, unitatea respectivă se va numi deci și ***amper · secundă pe metru pătrat,*** cînd vrem să evidențiem unitățile de bază.

Afară de rare excepții, densitatea electrică nu este uniformă, pe un conductor dat. De aceea va trebui să ne referim, pentru exprimarea corectă, la suprafețe infinit mici.

Definiția o putem da, în acest caz, numai cu ajutorul relației

$$\sigma=\frac{dQ}{dS}$$

iar măsurarea riguroasă devine imposibilă, fiindcă determinările fizice nu se pot face decît pe suprafețe finite.

Ca să evităm erorile prea mari, va trebui deci ca, în orice caz, regiunea explorată să aibă o suprafață cît mai mică.

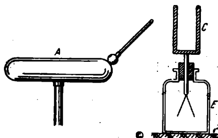


Fig. 66. Determinarea densității electrice superficiale.

O cercetare aproximativă se poate face cu dispozitivul din fig. 66.

El constă dintr-un electroscop (E), a cărui cutie metalică este legată la pămînt și a cărui vergea poartă un cilindru conductor, deschis la capătul de sus (C).

După ce încărcăm electric un conductor izolat (A), de o formă oarecare, îl atingem în diferite puncte ale suprafeții, cu un plan de probă [1]), luăm de pe dînsul cantități de electricitate proporționale cu densitatea electrică, din regiunea respectivă, le ducem în cilindrul electroscopului și le descărcăm acolo.

[1]) Planul de probă este un mic disc metalic, așezat pe un mîner izolant.

Divergența foițelor este, la rîndul ei, proporțională cu sarcinile electrice aduse în cilindru și ne permite să comparăm densitațile superficiale, din regiunile explorate.

Ca rezultat al determinărilor, am trasat în jurul conductorilor din fig. 67, niște linii punctate, la distanțe proporționale cu densitațile electrice măsurate.

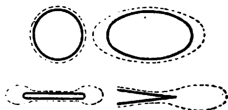


Fig. 67. Densitatea electrică superficială pe conductori de forme diferite.

Aceste linii ne arată că densitatea electrica superficială nu este uniformă, decît la conductorii sferici, unde raza de curbură e constantă.

Densitatea electrică este mai mare în regiunile cu raza de curbură mai mică.

La conductorii de alte forme, *ea devine, comparativ, cu atît mai mare, cu cît raza de curbură a suprafeței este mai mică.*

In dreptul vîrfurilor ascuțite, îngrămădirea sarcinilor electrice devine atît de mare, încît poate să ducă la descărcarea conductorului.

Iau naștere atunci diverse fenomene particulare, în păturile de aer vecine, pe care le vom descrie ceva mai tîrziu, la timpul lor.

CAPITOLUL XXIII

CIMPUL ELECTRIC

A. Noțiuni fundamentale

§ 199. **Definiție, intensitate.** Să presupunem că un corp electrizat, cu sarcina punctiformă Q, este simultan atras de alte două corpuri, încărcate cu sarcinile Q_1 și Q_2, de asemenea punctiforme (fig. 68).

Dacă distanțele respective sînt r_1 și r_2, forțele de interacțiune vor avea intensitățile

$$F_1 = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q \cdot Q_1}{r_1^2} \quad \text{și} \quad F_2 = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q \cdot Q_2}{r_2^2}$$

iar rezultanta lor va fi F.

Dacă sarcinile Q_1 și Q_2, presupuse *constante*, nu se mută din loc, este ușor de văzut că intensitatea rezultantei variază proporțional cu raportul Q/ε, dar nu-și modifică orientarea în spațiu, cîtă vreme sarcina Q își păstrează semnul și poziția inițială.

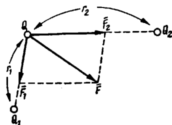


Fig. 68. Pentru explicarea noțiunii de cîmp electric.

În aceste condiții, sensul și direcția vectorului respectiv rămîn invariabile, fiindcă ambele componente scad sau cresc în aceeași proporție.

La aceeași concluzie vom ajunge dacă un număr oarecare de corpuri electrizate, cu sarcini constante, ar acționa, din poziții fixe, asupra altuia, de asemenea fix, a cărui sarcină variază, fără să-și schimbe semnul, sau cînd se modifică permitivitatea mediului.

Dacă se schimbă și semnul, rezultanta își inversează sensul, dar nu-și modifică direcția.

În practică, mai ales la sistemele complexe, ne interesează mai puțin să cunoaștem poziția în spațiu și sarcina electrică a corpurilor ce exercită acțiuni simultane, într-un punct dat.

De altfel o asemenea problemă nici nu poate fi rezolvată, decît în unele cazuri particulare.

Ceea ce ne interesează e să cunoaștem intensitatea și orientarea forței coulombiene, ce acționează asupra unui corp electrizat, cînd îl aducem într-un punct anumit, precum și variațiile acestei forțe, cînd el își schimbă locul, în cuprinsul unui spațiu dat.

Orice regiune din spaţiu, în care un corp electrizat ar fi supus acţiunii unei forţe coulombiene, reprezintă un cîmp electric.

O asemenea regiune din spaţiu, în care orice corp electrizat ar fi supus acţiunii unei forţe coulombiene, reprezintă, prin definiţie, un *cîmp electric*[1]).

Din cele arătate pînă acum, se vede că această forţă coulombiană este proporţională cu sarcina electrică, asupra căreia se exercită, după cum şi forţa newtoniană este proporţională cu masa gravitaţională.

Vom putea scrie deci că

$$\boxed{F = E \cdot Q} \qquad (199.1)$$

în care factorul de proporţionalitate E reprezintă *intensitatea cîmpului electric* (sau coulombian).

Relaţia de faţă este în totul analogă cu

$$F = g \cdot m$$

unde factorul de proporţionalitate g reprezenta *intensitatea cîmpului gravitaţional* (sau newtonian).

Intensitatea cîmpului electric este factorul de proporţionalitate între sarcina electrică şi forţa coulombiană.

Intensitatea cîmpului coulombian depinde de mărimea şi de distribuţia în spaţiu a sarcinilor electrice, tot aşa cum intensitatea cîmpului newtonian depinde de mărimea şi de distribuţia maselor gravitaţionale.

Trebuie să accentuăm însă, de la început, următoarele deosebiri esenţiale:

1) *Intensitatea forţelor de interacţiune şi a cîmpului electric depinde de constanta dielectrică, adică de natura mediului, pe cînd la cîmpul gravitaţional nu se constată o asemenea dependenţă.*

---

[1]) Noţiunea de cîmp electric ar putea fi definită mai complet în felul următor: el este unul din cele două aspecte ale cîmpului electromagnetic, provocat de sarcini electrice şi de variaţii ale cîmpului magnetic. *Caracteristica sa esenţială este acţiunea mecanică asupra particulelor încărcate cu electricitate.*

2) *Intre corpurile electrizate pot să apară atracții sau respingeri, pe cînd la masele gravitaționale nu cunoaștem decît forțe de atracție.*

Ca să evităm confuziile, se impune astfel să adoptăm, de la început, o anumită convenție, asupra *sensului* unui cîmp electric:

Sensul pozitiv al unui cîmp electric este acela în care acționează asupra unui corp încărcat pozitiv.

Vom considera deci că sensul pozitiv este acela în care forțele cîmpului acționează asupra unui corp încărcat pozitiv.

1. *Unități și dimensiuni.* Relația de definiție (199.1) ne arată că intensitatea locală a unui cîmp electric se exprimă prin raportul dintre forța dezvoltată și sarcina electrică, introdusă în el.

Aceasta înseamnă că un cîmp electric are intensitatea-unitate, cînd un corp încărcat cu unitatea de sarcină sufere acțiunea forței-unitate.

Intensitatea cîmpului electric se poate exprima în dyn/u.e.s. de sarcină sau în newtoni pe coulomb.

Prin urmare, *în sistemul electrostatic, un cîmp-unitate acționează cu forța de o dynă, asupra unui corp încărcat cu unitatea de sarcină electrostatică CGS, iar în sistemul MKSA forța este de un newton, cînd sarcina este de un coulomb.*

In cele două sisteme, intensitatea cîmpului electric se va putea exprima deci:

1) în dyn/u.e.s. sau 2) în N/C.

Dimensiunile acestor unități sînt, respectiv,

$$[E]=\left[\frac{F}{Q}\right]=\frac{LMT^{-2}}{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}}=L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$$

și

$$[E]=\frac{F}{Q}=\frac{LMT^{-2}}{IT}=LMT^{-3}I^{-1}.$$

Vom vedea mai tîrziu că unitatea intensității de cîmp electric se poate alege și pe altă cale.

În ce priveşte caracterul acestei mărimi, din însuşi felul în care am ajuns la noţiunea de cîmp electric, rezultă că el este o mărime dirijată, pe care o putem reprezenta vectorial şi supune operaţiilor vectoriale cunoscute.

Cîmpul electric este o mărime vectorială.

2. Cîmpul în jurul unei sarcini electrice. Pentru două sarcini electrice Q şi Q_1, legea lui Coulomb se mai poate scrie şi sub forma

$$\frac{F}{Q_1} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

şi fiindcă raportul F/Q_1 reprezintă, prin definiţie, intensitatea cîmpului în care se găseşte sarcina Q_1, vom avea

$$E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r^2}. \qquad (199.2)$$

Acest cîmp este produs de un corp, încărcat cu sarcina punctiformă Q, într-un punct aflat la distanţa r de dînsul.

El reprezintă *numeric* forţa exercitată, în cazul particular cînd, în punctul acela s-ar găsi un alt corp, electrizat cu sarcina punctiformă Q_1, egală cu unitatea.

Cîmpul, în jurul unui corp electrizat este proporţional cu sarcina şi invers proporţional cu pătratul distanţei.

Prin urmare, *în jurul unui corp electrizat, apare un cîmp de intensitate direct proporţională cu sarcina lui şi invers proporţională cu pătratul distanţei.*

§ 200. **Vectorul inducţie electrică.** O altă mărime, de întrebuinţare curentă în electrostatică, este aşa numita *inducţie electrică* sau *cîmp de inducţie.*

Inducţia electrică este dată de produsul între intensitatea cîmpului electric şi permitivitatea mediului.

Prin definiţie, această mărime, de asemenea vectorială, se exprimă prin produsul între intensitatea cîmpului electric şi permitivitatea mediului prin care străbate.

Dacă o notăm cu D, vom avea deci

$$\boxed{D = \varepsilon \cdot E} \qquad (200.1)$$

iar relația (199.2) de mai sus ne dă

$$D=\frac{Q}{r^2}. \qquad (200.1a)$$

Inducția electrică este o mărime independentă de natura mediului.

Inducția electrică este deci o mărime care depinde numai de cantitatea de electricitate și de distanță, fiindcă, spre deosebire de cîmpul electric, permitivitatea mediului nu mai apare în expresia ei.

Este ușor de văzut că, dacă folosim unitățile CGS electrostatice și ne aflăm în vid,

$$\varepsilon_0 E=E=D.$$

În acest sistem, egalitatea de față este și fizică și numerică.

Ea dispare însă, cînd ne referim la unitățile MKSA, fiindcă atunci

$$E=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2} \quad \text{în timp ce} \quad D=\frac{Q}{r^2}.$$

Mai menționăm că, în anumite cazuri particulare, de pildă în cristale, vectorul-cîmp nu se suprapune peste vectorul-inducție electrică, ci pot să aibă direcții diferite.

Dimensiuni. Fiindcă, în sistemul CGS electrostatic, permitivitatea e un simplu număr, dimensiunile inducției electrice vor fi aceleași ca ale cîmpului electric.

În vid, aceste două mărimi sînt egale și fizic și numeric; în alte medii, ele diferă prin valorile numerice.

Potrivit relației (200.1), vom avea deci

$$[D]=[\varepsilon\cdot E]=L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}.$$

Dar dacă trecem la sistemul MKSA, permitivitatea capătă dimensiuni proprii și atunci

$$[D]=[\varepsilon\cdot E]=L^{-3}M^{-1}T^4I^2\cdot LMT^{-3}I^{-1}$$

sau

$$[D]=L^{-2}TI.$$

Inducția electrică are dimensiunile densității electrice superficiale.

Comparația ne arată că, în ambele sisteme de unități, inducția electrică are dimensiunile densității electrice superficiale (§ 198).

§ 201. **Liniile de forță.** Ca și la cîmpul newtonian, intensitatea, sensul și direcția unui cîmp coulombian pot să varieze, dacă ne referim la diferite puncte din spațiu.

Orice linie continuă, la care forțele cimpului rămîn mereu tangente, este o linie de forță electrică.

Recurgînd la aceeași reprezentare, vom numi linie de forță electrică *orice linie continuă, la care forțele din cîmpul coulombian se mențin mereu tangente.*

Această condiție poate fi satisfăcută însă pentru două sensuri diferite ale unei direcții date și de aceea va trebui să alegem unul din ele, după o regulă fixă, ca să evităm confuziile.

Liniile de forță au sensul convențional pozitiv al cimpului, adică de la o sarcină pozitivă, spre alta negativă.

Vom admite deci că liniile de forță merg în sensul convențional pozitiv al cîmpului, adică în sensul în care ar fi solicitat un corp încărcat pozitiv (fig. 69).

Este evident că, într-un cîmp dat, vom găsi o infinitate de linii de forță, dar cîmpul însuși nu poate să existe, dacă în tot spațiul nu ar fi decît o singură sarcină electrică.

Aceasta ar contrazice, de altfel, principiul conservării electricității, fiindcă apariția ei trebuie neapărat să fie însoțită de separarea unei a doua sarcini, de semn contrar.

Cînd intervine și o a treia, liniile de forță capătă unele deformări, pe care le putem neglija, dacă această sarcină este ea însăși neglijabilă, în comparație cu celelalte două.

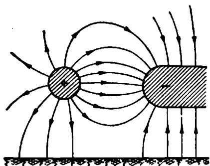


Fig. 69. Linii de forță electrice și sensul lor convențional.

Liniile de forţă nu se pot întrerupe sau sfîrşi liber în spaţiu.

In general, o linie de forţă nu se poate întrerupe sau sfîrşi liber în spaţiu.

Capetele ei se sprijină totdeauna pe două corpuri, sau pe două sisteme, încărcate cu sarcini electrice de semne contrarii.

Alteori ele se leagă între dînsele, iar linia de forţă formează atunci o curbă închisă, la care nu mai putem deosebi începutul şi sfîrşitul. Cazul acesta îl vom cerceta mai tîrziu.

Revenind la convenţia de mai sus, cînd liniile de forţă unesc două sarcini contrare *sensul lor va fi de la sarcina pozitivă, spre cea negativă,* pentru că acesta e şi sensul în care ar fi solicitat un corp încărcat pozitiv.

Noţiunea de linii de forţă electrice a fost introdusă de Faraday.

Existenţa lor poate fi arătată experimental prin diferite metode :

De pildă, putem lipi două foiţe metalice, pe o placă de sticlă, bine uscată, le electrizăm şi presărăm deasupra fire scurte, de păr, tăiate dintr-o perie.

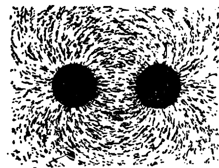


Fig. 70. Spectrul electric între doi conductori circulari, cu sarcini de semne contrarii.

Aceste fire se electrizează prin influenţă, se orientează tangent la liniile de forţă şi se dispun după curbe regulate, aşa cum arată fig. 70, pentru foiţe circulare sau paralele, încărcate cu sarcini de semne contrarii.

In altă variantă, aceeaşi experienţă poate fi repetată, cufundînd conductorii într-un lichid izolant, de pildă în ulei de parafină, în care facem o suspensie de cristale mărunte, de gips.

Observăm astfel dispoziţia liniilor de forţă, în spaţiu.

In fig. 71 le-am reprezentat schematic, între doi conductori cu sarcini de acelaşi semn, sau de semne contrarii.

În al doilea caz, ele unesc cei doi conductori, iar în primul merg să caute, undeva în spațiu, sarcinile contrare, pe care s-ar putea sprijini.

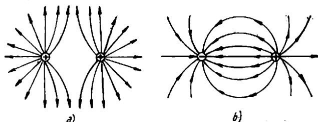


Fig. 71. Liniile de forță electrice între sarcini de același semn sau de semne contrarii.

Noțiunea de *linie de forță*, introdusă de *Faraday*, ne face să înțelegem, cel puțin în parte, mecanismul transmiterii forțelor de interacțiune, între corpurile electrizate.

Dielectricul servește ca mediu de transmitere continuă și din aproape în aproape a fenomenelor de interacțiune electrică.

Ca și la gravitație, această transmitere nu se face direct și la distanță, ci din aproape în aproape, fie prin vid, fie printr-un dielectric oarecare.

Forma curbată a liniilor de forță amintește pe a unei vergele de oțel îndoite și ne arată că dielectricul, ce separă sarcinile electrice, concentrate pe anumite corpuri, nu rămîne pasiv, ci totul se petrece ca și cum el ar suferi anumite deformări *cuasielastice*.

Cîmpul electric este o formă de existență a materiei, capabilă să transmită interacțiunile electrice.

În orice dielectric, fie chiar vidul, va trebui deci să considerăm cîmpul electric drept o formă specială de existență a materiei, în stare să asigure transmiterea interacțiunilor electrice.

Am ajuns astfel să cunoaștem legile cantitative de interacțiune a corpurilor electrizate și să ne dă seamă, în oarecare măsură, de mecanismul transmiterii lor.

Împreună cu celelalte fapte, arătate înainte, aceasta e deja foarte mult, fiindcă ne permite să stăpînim unele procese și să le folosim în avantajul nostru.

Totuşi, cunoştinţele actuale nu au pătruns încă în miezul fenomenelor, fiindcă nu putem spune cum şi de ce iau naştere forţele de interacţiune, după cum nu ştim ce este, în fond, electricitatea.

Aflarea răspunsului la aceste întrebări este o problemă de viitor, legată mai ales de cunoaşterea mai adîncă a structurii particulelor elementare.

B. Fluxul electric

§ 202. **Fluxul de inducţie.** Din cele arătate, rezultă că orice cîmp electric se caracterizează nu numai printr-o anumită intensitate, dar şi prin forma sau distribuţia în spaţiu a liniilor de forţă.

In cele ce urmează, cu toate că aceste linii de forţă sînt în număr infinit, vom face iarăşi o convenţie:

Prin convenţie, fiecare unitate de cîmp trimite prin unitatea de suprafaţă perpendiculară pe direcţia lui cîte o linie de forţă.

Vom admite anume că, prin fiecare unitate de suprafaţă, perpendiculară pe direcţia cîmpului, fiecare unitate de cîmp trimite cîte o singură linie de forţă.

Acolo unde cîmpul este mai intens, liniile de forţă, figurate pe baza convenţiei făcute, se vor îndesi. Dacă, din contra, se răresc, aceasta înseamnă o slăbire a cîmpului.

Intr-un cîmp uniform, liniile de forţă sînt paralele, rectilinii şi echidistante.

Intr-un cîmp uniform, le vom figura deci prin linii drepte, paralele şi echidistante, cu atît mai îngrămădite, cu cît cîmpul este mai intens.

Această reprezentare convenţională are avantajul că ne permite să figurăm simultan atît sensul sau direcţia forţelor, cît şi intensitatea lor, în diferitele regiuni ale cîmpului.

Ea rămîne valabilă şi pentru ceea ce am numit *inducţie electrică,* sau *cîmp de inducţie, D.*

Să considerăm acum o suprafaţă *S,* prin care străbate perpendicular un cîmp de inducţie uniform şi de intensitate *D,* reprezentat prin liniile lui de forţă, după convenţia de mai sus, aşa cum arată fig. 72.

Numărul acestor linii de forță, prin unitatea de suprafață, este *D, iar toate împreună* reprezintă numeric și ne dau imaginea fizică a unei mărimi, pe care o vom numi *flux de inducție* prin suprafața *S*.

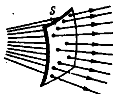


Fig. 72. Liniile de forță intîlnesc normal suprafața traversată.

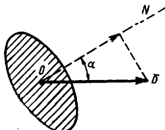


Fig. 73. Fluxul de inducție se definește prin componenta normală a cîmpului.

Dacă notăm această mărime cu Ψ[1]), reprezentarea de față ne duce la expresia

$$\boxed{\Psi = D \cdot S} \cdot \qquad (202.1)$$

Se poate întîmpla însă ca liniile de forță să cadă oblic, pe suprafața considerată (fig. 73).

Fluxul de inducție se exprimă prin produsul dintre suprafață și componenta normală a inducției electrice.

În cazul acesta, vom lua, în locul vectorului *D*, proiecția lui pe direcția normală, adică acea componentă a lui care străbate perpendicular suprafața *S*.

Ajungem așa la o expresie mai generală,

$$\boxed{\Psi = D \cdot S \cdot \cos\alpha} \qquad (202.2)$$

care cuprinde, implicit, și cazul incidenței normale $\alpha = 0$.

Am folosit această metodă, bazată pe reprezentări convenționale, fiindcă este intuitivă și se aplică foarte frecvent, în rezolvarea problemelor practice.

[1]) Ψ = literă grecească mare. Se citește *psi*.

Nu trebuie să uităm însă că orice linie de forţă desenată reprezintă real un cîmp-unitate, ce străbate unitatea de suprafaţă.

De aceea fluxul de inducţie nu e o simplă abstracţie geometrică, ci o mărime fizică, cu semnificaţie bine precizată.

Este uşor de văzut că, în cazul particular cînd cîmpul traversează suprafaţa-unitate, intensitatea lui şi fluxul de inducţie au aceeaşi valoare numerică, dar aceasta nu înseamnă că au şi acelaşi înţeles fizic.

Unităţi şi dimensiuni. In sistemul electrostatic CGS, dimensiunile inducţiei electrice fiind

$$[D]=[\varepsilon \cdot E]=L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$$

rezultă că dimensiunile fluxului de inducţie vor fi

$$[\Psi]=[D \cdot S]=L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}.$$

Iar în sistemul MKSA, ştiind că

$$[D]=L^{-2}TI,$$

deducem că dimensiunile fluxului de inducţie sînt

$$[\Psi]=[D \cdot S]=TI.$$

Fluxul de inducţie are dimensiunile unei sarcini electrice.

Comparaţia ne arată că, *în ambele sisteme de unităţi, fluxul de inducţie are dimensiunile unei sarcini electrice.*

Unităţile fluxului de inducţie nu au nume speciale. De aceea valorile numerice vor fi urmate fie de specificarea dimensiunilor, fie, mai simplu, de iniţialele sistemului folosit.

§ 203. **Teorema lui Gauss.** Să considerăm o suprafaţă închisă, reală sau închipuită, în interiorul căreia se găseşte un corp, încărcat cu sarcina electrică punctiformă $+Q$ (fig. 74).

Ne propunem să calculăm fluxul de inducţie, prin această suprafaţă, indiferent de forma sau de mărimea ei.

Pentru aceasta să ne închipuim că, în jurul punctului unde se află sarcina electrică, am trasat o sferă fictivă, de rază r.

Fluxul ce străbate această suprafaţă sferică va fi, evident, egal cu acela ce străbate suprafaţa considerată, fiindcă amîndouă interceptează aceleaşi linii de forţă.

La distanţa *r*, cîmpul corespunzător sarcinii $+Q$ este

$$E=\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{Q}{r^2} \qquad (199.2)$$

şi corespunde inducţiei electrice

$$D=\varepsilon\cdot E=\frac{Q}{r^2}\cdot$$

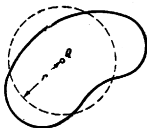


Fig. 74. Pentru demonstrarea teoremei lui Gauss.

Prin suprafaţa sferică, fluxul de inducţie va fi deci

$$\Psi=D\cdot S=4\pi r^2\cdot\frac{Q}{r^2},$$

şi rezultă că, prin orice suprafaţă care înveleşte sarcina $+Q$,

$$\boxed{\Psi=4\pi Q}\cdot \qquad (203.1)$$

Problema devine şi mai simplă, cînd sarcina electrică se găseşte în exteriorul suprafeţii închise.

Pentru aceasta, vom face mai întîi o *convenţie de semn* şi vom considera ca *pozitiv* fluxul care *intră* în suprafaţa înfăşurătoare şi ca *negativ* pe cel care *iese* din ea.

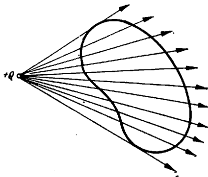


Fig. 75. Pentru demonstrarea teoremei lui Gauss.

Figura 75 arată limpede că aceste două fluxuri, de semne contrarii, sînt egale, în valoare absolută, fiindcă orice linie de forţă, care intră pe o parte, iese prin partea cealaltă.

Prin urmare suma lor algebrică este nulă.

Această concluzie, împreună cu relaţia (203.1) formulează *teorema lui Gauss:*

Printr-o suprafaţă închisă, fluxul de inducţie este $4\pi Q$, pentru o sarcină interioară şi nul, pentru orice sarcină exterioară.

Fluxul de inducţie, printr-o suprafaţă închisă, are valoarea $4\pi Q$, cînd sarcina Q se găseşte în interior şi este nul, pentru orice sarcină exterioară.

§ 204. **Fluxul cîmpului electric.** Inducţia şi fluxul de inducţie sînt independente de permitivitatea mediului şi reduc toate interacţiunile la vid.

În unele cazuri, avem însă motive speciale să ţinem seamă şi de natura dielectricului.

Folosim atunci, în locul fluxului de inducţie, fluxul cîmpului electric, pe care-l vom defini din relaţia

$$\boxed{\psi^{1)} = E \cdot S \cdot \cos \alpha} \qquad (204.1)$$

în totul analogă cu (202.2).

Ştiind că, prin definiţie,

$$D = \varepsilon \cdot E \quad \text{rezultă că} \quad \psi = \frac{\Psi}{\varepsilon}.$$

În aceste condiţii, relaţia (203.1)

$$\Psi = 4\pi Q \quad \text{se va scrie} \quad \psi = \frac{1}{\varepsilon} \cdot 4\pi Q.$$

Exprimate în u.e.s., cele două fluxuri au aceleaşi dimensiuni fizice şi devin egale numeric, dacă dielectricul este vidul.

Dar dacă trecem la sistemul MKSA, permitivitatea capătă dimensiuni proprii şi are, în vid, valoarea numerică ştiută: $\varepsilon_0 = 1/9 \cdot 10^9$.

Cele două fluxuri diferă atunci, atît ca dimensiuni fizice, cît şi ca valori numerice.

§ 205. **Cîmpul unui plan electrizat.** Să presupunem că pe un plan, care se întinde la infinit, sînt răspîndite sarcini electrice, cu densitatea uniformă σ (fig. 76).

---

[1]) ψ = literă mică grecească, corespunzătoare lui Ψ.

Pe acest plan, să delimităm o porţiune finită, de suprafaţă S, pe care se găseşte sarcina electrică

$$Q = \sigma \cdot S$$

şi să o închidem într-o prismă fictivă, aşa cum arată fig. 76.

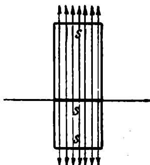


Fig. 76. Pentru calculul cîmpului unui plan electrizat.

După teorema lui Gauss, va trece prin suprafaţa înfăşurătoare fluxul de inducţie

$$\Psi = 4\pi Q = 4\pi\sigma S.$$

Din motive de simetrie, liniile de forţă ale cîmpului de inducţie nu pot fi decît perpendiculare pe suprafaţa planului considerat, aşa că *ele vor străbate numai bazele prismei.*

Prin însăşi definiţia fluxului de inducţie, vom avea deci

$$\Psi = 2SD$$

şi egalînd cele două valori obţinute, ajungem la relaţia finală

$$\boxed{D = 2\pi\sigma} \cdot \qquad (205.1)$$

Cîmpul de inducţie al unui plan infinit, încărcat cu densitatea σ, este $2\pi\sigma$ şi nu depinde de distanţă.

Această relaţie ne dă intensitatea cîmpului de inducţie al planului, în funcţie de densitatea superficială şi ne arată că *ea nu depinde de distanţa punctului, în care o măsurăm.*

Este uşor de văzut că dacă, în locul inducţiei, considerăm cîmpul electric, vom avea, în aceleaşi condiţii,

$$\boxed{E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot 2\pi\sigma} \cdot \qquad (205.2)$$

În fine, dacă, în loc de un singur plan, am avea *două* suprafeţe plane şi paralele, încărcate cu densităţile $+\sigma$ şi $-\sigma$, în spaţiul dintre ele acţiunile individuale, asupra unui corp electrizat, ar decurge în acelaşi sens (fig. 77).

Cîmpul de inducţie şi cîmpul electric, rezultate din aceste acţiuni suprapuse, capătă astfel intensităţi de două ori mai mari şi se menţin constante, oricare ar fi poziţia punctului ales.

Ca şi în cazul unui singur plan, *aceste cîmpuri vor fi deci uniforme*, dar de astă dată

$$D=4\pi\sigma \quad \text{şi} \quad E=\frac{1}{\varepsilon}\cdot 4\pi\sigma. \quad (205.3)$$

Fig. 77. Cîmpul electric între două suprafeţe plane infinite.

Ele devin egale, în vid, cînd folosim unităţile CGS.

C. Conductorii în cîmp electric

§ 206. **Condiţia de echilibru electric.** Să considerăm un conductor izolat, pe care sarcinile electrice sînt în echilibru.

Pentru fixarea ideilor, vom presupune că aceste sarcini sînt *pozitive*, cu toate că semnul lor ne este indiferent.

Liniile de forţă pleacă atunci de pe suprafaţa electrizată şi se duc să caute, undeva în spaţiu, un alt corp sau sistem, încărcat cu sarcini contrarii, de care să se lege.

Ştiind că, pe conductorul considerat, o sarcină pozitivă reprezintă un deficit de electroni, iar una negativă un exces, vom admite, provizoriu, că una din liniile de forţă ar avea traseul reprezentat în fig. 78.

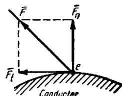


Fig. 78. Liniile de forţă cad perpendicular pe suprafaţa unui conductor în echilibru.

Electronii, în punctul ei de incidenţă, ar fi supuşi atunci forţei înclinate F care, prin componenţa tangenţială F_t, i-ar obliga să se mişte pe suprafaţa conductorului şi echilibrul electric ar deveni imposibil, cîtă vreme apar transporturi de electricitate.

La un conductor în echilibru, liniile de forţă se termină normal pe suprafaţă.

Raţionamentul ne arată deci că repartiţia sarcinilor unui conductor în echilibru electric implică o incidenţă a liniilor de forţă, normală pe suprafaţa lui.

Dacă, în urma unei schimbări de situaţie a sistemului, sarcinile electrice ar tinde către altă poziţie de echilibru, transportul de electricitate s-ar datori unei înclinări momentane a liniilor de forţă care, la sfîrşitul procesului tranzitoriu, trebuie să revină la incidenţa normală.

Complicînd situaţia, să presupunem că un corp electrizat, bunăoară pozitiv, încarcă prin influenţă un conductor izolat, care se găseşte în apropiere (figura 79).

Cîte vreme indusul era încă departe, liniile de forţă ale inductorului aveau traseele pe care figura le reprezintă punctat.

Experienţa ne arată că apropierea indusului le deformează: el fură şi captează o parte din ele, aşa că, după restabilirea echilibrului, găsim traseele reprezentate în trăsături pline.

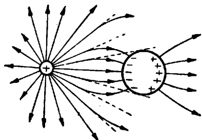


Fig. 79. Conductorul din cîmp captează liniile de forţă, le rupe şi face punte între capete.

Un număr de electroni, încărcaţi negativ, s-au deplasat în sensul invers cîmpului şi totul se petrece ca şi cum sarcini pozitive, egale cu a lor, s-ar fi deplasat în sensul cîmpului.

Dar cînd orice transport de electricitate a încetat, ca să facă loc echilibrului electric, întreaga sarcină se distribuie superficial, nici o linie de forţă nu mai pătrunde în adîncul conductorului şi nici un cîmp electric nu mai există, în interiorul lui.

Acţiunea de ecran a învelişurilor conductoare, pe care am descris-o în alt capitol, devine acum uşor de interpretat.

Este evident că, deoarece sarcinile induse, de ambele semne, sînt egale, în valoare absolută, tot atîtea linii de forţă vor intra printr-un capăt al conductorului, cîte vor ieşi prin capătul opus, aşa că fluxurile sînt egale, de ambele părţi.

Conductorul însuşi rupe liniile de forţă şi face punte între cele două porţiuni.

Ca exemplu practic, am reprezentat, în fig. 80, liniile de forță ale unui cîmp, inițial omogen, care au fost deformate, prin introducerea unui conductor găunos. Trasarea lor s-a făcut experimental, prin metoda știută, presărînd cristali mici de gips.

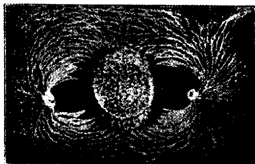


Fig. 80. Deformarea liniilor de forță și acțiunea de ecranare a unui conductor găunos.

Dispoziția firișoarelor ne arată atît fenomenul de captare a liniilor de forță, cît și absența oricărui cîmp elecrtic, în interiorul conductorului.

§ 207. **Teorema lui Coulomb.** Să considerăm un conductor, de o formă oarecare, încărcat electric (fig. 81).

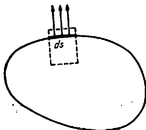


Fig. 81. Pentru deducerea teoremei lui Coulomb.

Repartiția sarcinilor nu este aceeași, pe toată suprafața, dar putem izola mintal o porțiune infinitesimală dS, pe care densitatea electrică are valoarea constantă σ.

Ea conține deci cantitatea de electricitate

$$dQ=\sigma \cdot dS.$$

Cînd conductorul este în echilibru electric, liniile de forță, în imediata vecinătate a suprafeții, sînt perpendiculare pe dînsa.

Ne propunem să calculăm cîmpul de inducție, în această regiune, foarte apropiată de suprafața dS.

Procedînd ca în cazul unui plan electrizat, vom închide suprafaţa elementară considerată într-o prismă dreaptă, cu una din baze în imediata vecinătate a conductorului.

Această bază primeşte întregul flux de inducţie, corespunzător sarcinii dQ, fiindcă nu există linii de forţă îndreptate în sensul invers.

Dacă notăm inducţia, la nivelul ei, cu D, vom avea, conform definiţiei fluxului

$$d\Psi = D \cdot dS.$$

Dar, după teorema lui Gauss, considerînd conturul prismatic in întregime,

$$d\Psi = 4\pi\sigma \cdot dS$$

şi egalînd ajungem la relaţia finală

$$\boxed{D = 4\pi\sigma} \qquad (207.1)$$

care formulează *teorema lui Coulomb*.

In locul inducţiei, putem considera cîmpul electric şi atunci vom scrie că, în mediul de permitivitate ε,

$$\boxed{E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot 4\pi\sigma} \cdot \qquad (207.1a)$$

Dacă trecem de cealaltă parte a suprafeţii, spre interiorul conductorului în echilibru, nu mai găsim linii de forţă şi atît cîmpul, cît şi inducţia electrică sînt *nule*.

In imediata vecinătate a unui conductor în echilibru, inducţia electrică este $4\pi\sigma$, iar pe suprafaţă devine $2\pi\sigma$

Se poate demonstra că, pe suprafaţa însăşi, unde se face trecerea de la o situaţie la alta, inducţia şi cîmpul electric au valoarea mediei aritmetice, între zero şi valorile exprimate de relaţiile de mai sus. Prin urmare, pe conductor,

$$\boxed{D = 2\pi\sigma} \quad \text{şi} \quad \boxed{E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot 2\pi\sigma} \cdot \qquad (207.2)$$

Presiunea electrostatică. Considerînd o suprafaţă elementară dS, pe un conductor electrizat la densitatea σ,

cantitatea de electricitate σdS, pe care o conține, va fi supusă forței .

$$dF=\sigma\cdot E\cdot dS=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot 2\pi\sigma^2\cdot dS$$

Fiindcă distanțele sînt de ordinul atomic, am considerat că acțiunea se desfășoară în vid, unde permitivitatea este ε_0.

De aici deducem că raportul dF/dS, care reprezintă, prin definiție, o presiune, are valoarea

$$\boxed{P=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot 2\pi\sigma^2}\cdot \qquad (207.3)$$

Presiunea electrostatică are valoarea $2\pi\sigma^2/\varepsilon_0$ și e orientată spre exterior.

Această presiune, datorită acțiunii forțelor electrice, la suprafața conductorului, se numește *presiune electrostatică*.

Ea este orientată spre exteriorul oricărui conductor electrizat și, în situația de echilibru electric, are valoarea maximă, fiindcă liniile de forță au direcția normală.

Am văzut că densitatea electrică superficială a conductorilor în echilibru este mai mare, în dreptul regiunilor curbate sau ascuțite.

Cum presiunea electrostatică depinde de *pătratul* densității electrice, acțiunea ei, în dreptul vîrfurilor, ajunge să expulseze sarcina conductorului și să-l descarce.

În păturile de aer vecine apar atunci fenomene luminoase, numite *efluvii* electrice, a căror explicație o vom da mai tîrziu.

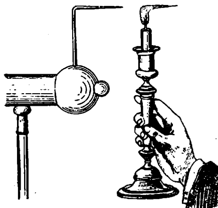


Fig. 82. Vîntul electric îndoaie flacăra lumînării.

De altă parte, respingerea lor mutuală produce curenţi în aceste pături, care pot să mişte obiecte uşoare sau să îndoaie flacăra unei lumînări (fig. 82).

Fenomenul este cunoscut sub numele de *„vînt electric"*.

Chiar cînd nu există vîrfuri ascuţite, conductorul încărcat cu o cantitate mai mare de electricitate se îmbracă într-o pătură luminoasă. Acest fenomen e cunoscut sub numele de *efectul de coroană*, sau *efectul corona*.

Acţiunea vîrfurilor poate de asemenea să treacă încărcarea unui conductor, pe altul vecin, ca şi cum ar fi aduse în contact.

De aceea un conductor ascuţit nu poate fi ţinut în echilibru electric.

D. Izolanţii în cîmpul electric

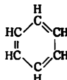
§ 208. **Polarizarea dielectricilor**. Concepţiile actuale despre structura corpusculară a atomilor ne permit să interpretăm legarea lor în molecule ca o consecinţă a interacţiunilor electrice şi a schimbului reciproc de electroni sateliţi.

Excepţie fac numai aşa zisele legături *nepolare,* din moleculele cu o singură specie de atomi: O_2, H_2 etc., pe care le interpretăm în lumina *mecanicii ondulatorii.*

Nu este cazul să intrăm de pe acum în amănunte. Ne vom limita numai să cercetăm ce consecinţe poate să aibă modul de repartiţie al sarcinilor electrice contrarii, în moleculele substanţelor, din punctul de vedere al comportării lor, în cîmpul electric.

Aici vom deosebi două situaţii caracteristice:

1) Se poate întîmpla ca aceste sarcini să fie distribuite după o anumită lege de simetrie, aşa fel ca proprietăţile electrice ale moleculei să fie aceleaşi, în toate direcţiile.



Intre numeroase altele, un exemplu ni-l dă molecula de *benzen* (C_6H_6), a cărei structură este bine cunoscută.

Din cauza simetriei radiale, totul se petrece aci ca şi cum sarcinile contrarii ar fi concentrate într-un singur punct, în centrul moleculei, aşa că, în aceste condiţii, o putem asemui cu un conductor în stare neutră.

Pusă într-un cîmp electric, o asemenea moleculă suferă unele deformări, care distanţează numai *temporar* sarcinile contrarii suprapuse.

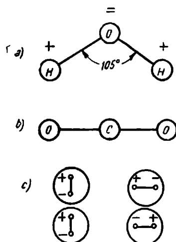
Ea devine astfel un *dipol electric,* dar se întoarce la situaţia iniţială, odată cu dispariţia cîmpului deformant, care strica simetria.

2) În alte cazuri, repartiţia ne mai fiind simetrică, sarcinile contrarii nu se mai pot considera ca suprapuse, ci rămîn distanţate.

Vom cita ca exemplu molecula de apă ($H^+-O^=-H^+$). Aci atomul de oxigen tinde să capteze cîte un electron de la fiecare atom de hidrogen. El îşi apropie astfel două sarcini elementare *negative,* iar hidrogenul rămîne cu un supliment de sarcină *pozitivă.*

Dacă cei trei atomi s-ar înşira în linie dreaptă, am avea o situaţie simetrică, din punct de vedere electric.

În realitate însă lanţul se frînge şi molecula capătă aspectul din fig. 83, *a.*



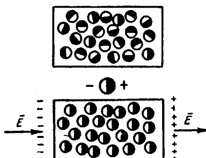


Fig. 84. Orientarea dipolilor în cîmpul electric.

Fig. 83. Dipoli moleculari şi asocierea moleculelor dipolare.

O asemenea moleculă reprezintă un *dipol permanent,* care, într-un cîmp electric, se orientează cu axa tangent la liniile de forţă şi cu capătul pozitiv în sensul lor.

La alte substanțe cu structură analogă, de pildă la *bioxidul de carbon* (CO_2), atomii se așază în linie, situația devine simetrică și nu mai găsim dipoli permanenți (fig. 83, *b*).

Din aceleași motive, parafinele nu sînt dipolare, oricît de lung ar fi lanțul molecular.

Moleculele cu repartizare nesimetrică a sarcinilor electrice sînt dipolare.

Figura 84 ne arată orientarea dipolilor permanenți, înainte și după apariția cîmpului electric.

Este evident că această orientare nu e posibilă, decît în măsura permisă de agitația termică, sau de legăturile rețelelor interne.

Moleculele dipolare formează cu ușurință asociații complexe, așa cum arată figura 83, *c*.

Atît apariția dipolilor temporari, cît și orientarea celor permanenți, dau naștere la fenomene caracteristice, care se accentuează odată cu creșterea intensității cîmpului și constituie ceea ce numim *polarizarea* dielectricilor.

Polarizarea dielectricilor se datorește orientării sau apariției dipolilor.

Vom începe studiul lor cu definirea prealabilă a cîtorva mărimi speciale.

Este evident că atît orientarea dipolilor permanenți, cît și formarea celor temporari, fac să apară, pe fețele opuse ale dielectricului, la intrarea și ieșirea liniilor de forță, sarcini egale și de semne contrarii (fig. 84).

Sarcinile induse în dielectrici nu sînt libere, ci legate de molecule.

Aceste sarcini nu sînt libere, ca la conductori, ci legate de molecule, așa că nu se pot mișca decît odată cu ele.

1) Dacă notăm cu d distanța dintre sarcinile electrice $\pm Q$ ale unei singure molecule, produsul

$$Q \cdot d$$

reprezintă, prin definiție, *momentul dipolar* al moleculei.

El este o mărime vectorială, a cărei direcție se confundă cu *axa dipolului*, iar sensul e ales convențional, de la sarcina negativă, spre cea pozitivă.

Momentul dipolar se exprimă prin produsul dintre sarcina electrică a unuia din capete şi lungime.

Tot aşa, dacă notăm cu l grosimea păturii dielectrice şi cu Q valoarea absolută a sarcinii de pe una din feţe, produsul

$$M_e = Q \cdot l$$

reprezintă *momentul dipolar al întregului dielectric.* El va fi, evident, egal cu suma geometrică a momentelor moleculare, dar cîtă vreme dipolii moleculari nu sînt orientaţi, valoarea lui este nulă, pe baza legilor statisticii.

2) Dacă facem raportul dintre momentul dipolar al dielectricului şi volumul lui, obţinem momentul dipolar al unităţii de volum, care-i de asemenea o mărime vectorială, ce reprezintă, prin definiţie *intensitatea de polarizare electrică,* sau mai simplu *polarizarea* şi se notează cu P.

Polarizarea se exprimă prin raportul dintre momentul dipolar şi volum. Ea este egală cu densitatea electrică superficială.

Vom avea deci, pe baza definiţiei date,

$$\boxed{P = \frac{M_e}{V} = \frac{Q \cdot l}{V}}. \qquad (208.1)$$

Iar dacă notăm suprafaţa străbătută *normal* de liniile de forţă cu S,

$$P = \frac{Q \cdot l}{S \cdot l} = \frac{Q}{S} = \sigma$$

de unde rezultă că *intensitatea de polarizare şi densitatea superficială a sarcinilor legate, ce apar pe feţele opuse ale dielectricului, sînt egale, cînd liniile de forţă le străbat perpendicular.*

Polarizarea este egală cu densitatea electrică superficială a sarcinilor legate.

3) Cu rare excepţii, pe care le vom cerceta mai tîrziu, polarizarea unui dielectric nu poate să apară decît în prezenţa unui cîmp exterior, care să orienteze dipolii permanenţi, sau să determine apariţia celor temporari.

Susceptibilitatea electrică este factorul de proporționalitate între polarizare și inducția în vid.

Experiența ne arată că intensitatea de polarizare este proporțională cu cîmpul de inducție în vid. Factorul de proporționalitate se numește *susceptibilitate electrică* și se notează cu *k*.

Vom avea deci

$$\boxed{P=\sigma=k\varepsilon_0 E}. \qquad (208.2)$$

Regula de proporționalitate nu este generală, ci are de asemenea unele excepții, pe care le vom cerceta la timpul lor.

4) Dacă dielectricul are dipoli permanenți și se află într-un cîmp alternativ, care schimbă sensul de un număr oarecare de ori pe secundă, răsturnările succesive ale acestor dipoli, constrînși să urmărească inversările cîmpului, vor implica, totodată, o absorbție de energie, împotriva forțelor interne de frecare și transformarea ei în căldură.

Un dielectric solid, cu dipoli permanenți se încălzește într-un cîmp alternativ.

Înseamnă că un dielectric solid, cu dipoli permanenți, se încălzește, dacă se află într-un cîmp electric alternativ.

La dielectricii gazoși sau lichizi, încălzirea este practic neglijabilă, ca și frecările interne.

Energia de încălzire o dă însuși cîmpul. Ea depinde de amplitudinea lui, de frecvența răsturnării și de natura dielectricului.

In cîmpurile intense și de frecvență înaltă, urcarea excesivă a temperaturii poate să ducă la spargerea, topirea sau aprinderea dielectricului.

La dielectricii nepolari, formarea dipolilor temporari, prin distanțarea sarcinilor contrarii din molecule, implică numai o creștere a energiei potențiale interne, pe care sistemul o cedează înapoi, odată cu revenirea la starea inițială, așa că nu apar fenomene de încălzire.

Ca să evităm încălzirile, vom folosi deci, la frecvențele înalte, fie dielectricii gazoși, fie uleiurile minerale purificate, fie unele porțelanuri speciale, parafina, sticla de cuarț sau anumite rășini sintetice, nepolare.

5) Oricare ar fi natura sau starea de agregare a dielectricului, orientarea dipolilor permanenţi vine în conflict cu agitaţia termică moleculară, care tinde să o dezorganizeze.

La dielectricii dipolari, creşterea temperaturii micşorează polarizarea şi susceptibilitatea electrică.

Experienţa ne arată că, în adevăr, *la dielectricii cu dipoli permanenţi, ridicarea temperaturii face să scadă intensitatea de polarizare şi astfel, implicit, scade şi susceptibilitatea electrică.*

Unităţi şi dimensiuni. Relaţiile de definiţie ale mărimilor caracteristice, specificate mai sus, ne duc la următoarele dimensiuni fizice:

Momentul dipolar, $M_e = Q \cdot l$ (a nu se confunda cu masa, care în ecuaţiile de dimensiuni se notează tot cu M):

$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}$ (CGS)	şi	LTI (MKSA).

Polarizarea, $P = \frac{M_e}{V}$:

$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$ (CGS)	şi	$L^{-2}TI$ (MKSA).

Susceptibilitatea electrică, $k = \frac{P}{\varepsilon_0 E}$:

simplu număr (CGS)	simplu număr (MKSA).

§ 209. **Relaţia dintre inducţie şi polarizare.** În interiorul unui dielectric, acţiunile reciproce, datorite sarcinilor electrice legate, se desfăşoară prin vidul interatomic.

Aici apariţia sau orientarea dipolilor moleculari adaugă, peste inducţia D_0 a cîmpului exterior incident, o inducţie internă D_i, orientată după aceeaşi direcţie.

Să considerăm deci un dielectric, supus în vid cîmpului de inducţie

$$D_0 = \varepsilon_0 E$$

Dacă ne închipuim o tăietură foarte subţire, de grosime nu mai mare decît a distanţelor intermoleculare, orientată perpendicular pe liniile de forţă, fenomenul de polarizare face să apară, pe feţele ei, sarcini legate, cu densităţile $+\sigma$ şi $-\sigma$, care dau naştere la cîmpul de inducţie internă

$$D_1 = 4\pi\sigma = 4\pi P. \quad (205.3)$$

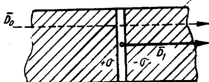


Fig. 85. Pentru deducerea relaţiei dintre inducţia şi polarizarea electrică.

Cele două inducţii electrice suprapuse ne dau inducţia totală

$$\boxed{D = \varepsilon_0 E + 4\pi P} \quad (209.1)$$

şi avem astfel o relaţie fundamentală, care leagă inducţia de polarizare.

Iar dacă mai ţinem seamă că

$$D = \varepsilon E \quad \text{şi că} \quad P = k\varepsilon_0 E$$

unde ε reprezintă permitivitatea dielectricului considerat, rezultă, prin substituire, o altă relaţie fundamentală

$$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + 4\pi k)}. \quad (209.2)$$

Ea leagă, de astă dată, susceptibilitatea dielectricului de permitivitate.

Am văzut că, la dielectricii cu dipoli permanenţi, susceptibilitatea scade, cînd creşte temperatura. Relaţia de faţă ne spune că, odată cu dînsa, trebuie să scadă şi permitivitatea.

§ 210. **Efectul seignetoelectric.** Dacă studiem experimental variaţia intensităţii de polarizare a cristalelor de sare *Seignette* [1]), în funcţie de inducţia electrică incidentă $\varepsilon_0 E$, ajungem la curba reprezentativă din fig. 86, care se referă la diferitele faze succesive ale procesului :

[1]) Sarea lui Seignette este tartratul dublu de sodiu şi potasiu.

1) In prima fază (porţiunea *1* de pe curbă), substanţa, *care nu a mai fost încă niciodată electrizată,* e supusă acţiunii unui cîmp de inducţie crescător, începînd cu valoarea zero.

Aici se constată că funcţiunea nu variază liniar şi că polarizarea se limitează la o intensitate maximă, pe care am notat-o cu P_s, iar apoi rămîne constantă.

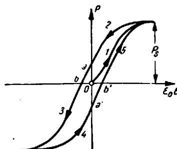


Fig. 86. Ciclu seignetoelectric de histeresis.

Faptul că ea nu mai creşte ne arată că, în acest moment, acţiunea cîmpului a izbutit să orienteze toţi dipolii permanenţi, din cristal şi vom spune că am ajuns la *saturaţie.*

2) In faza a doua (porţiunea *2*), cîmpul a revenit la zero. Se constată că polarizarea nu dispare cu totul, ci mai păstrează o *remanenţă,* proporţională cu segmentul *Oa,* ceea ce înseamnă că o parte din dipoli au rămas orientaţi.

3) In faza următoare (porţiunea *3*), cîmpul creşte iarăşi, după ce a fost inversat.

Cînd el atinge o intensitate proporţională cu segmentul *Ob,* polarizarea remanentă dispare. Această intensitate, necesară ca să învingă forţele interne, ce menţineau dipolii parţial orientaţi, corespunde cu aşa numitul ***cîmp coercitiv*** [1]) al substanţei.

După aceea fenomenul merge către o nouă saturaţie.

4) Readucem cîmpul de inducţie la zero, îl inversăm din nou şi, urmînd porţiunile de curbă *4* şi *5*, în sensul săgeţilor, se revine la prima valoare de saturaţie P_s, iar ciclul se închide. Aici segmentele *Oa'* şi *Ob'* sînt iarăşi proporţionale cu polarizarea remanentă şi cu cîmpul coercitiv.

Această curbă închisă este un *ciclu de histeresis* electric şi ne arată că fenomenul nu este reversibil, fiindcă nu putem parcurge aceeaşi porţiune de curbă în ambele sensuri.

[1]) de la *coercere* (latin) = a forţa.

Dacă ne referim la relaţia cunoscută

$$P = k\varepsilon_0 E \quad (208.2)$$

şi dacă susceptibilitatea k s-ar fi menţinut constantă, curba reprezentativă a fenomenului ar fi fost o dreaptă, care trece prin originea coordonatelor.

Aceasta nu se întîmplă la sarea Seignette, ceea ce înseamnă că *susceptibilitatea şi, implicit, permitivitatea nu sînt constante,* ci se schimbă cu intensitatea cîmpului de inducţie.

Sub temperatura de +25 °C, polarizarea sării Seignette urmează o curbă de histeresis, pe care distingem o saturaţie şi o remanenţă.

Fizicienii sovietici *B. P. Kurciatov* şi *P. P. Kobenko* au studiat aceste fenomene şi au găsit că *ele sînt legate de temperatură.*

Peste +25 °C, permitivitatea devine mult mai mică, dar se menţine constantă, ca şi susceptibilitatea, iar intensitatea de polarizare variază liniar cu cîmpul şi nu mai găsim nici saturaţie, nici remanenţă, ceea ce înseamnă că dipolii permanenţi au dispărut.

Faptele descrise mai sus caracterizează *efectul seignetoelectric.*

Ele au fost constatate şi la unele săruri ale *acidului metatitanic,* iar mai tîrziu vom vedea în ce măsură sînt analoge cu procesul de magnetizare a fierului.

Existenţa fenomenelor de remanenţă şi a unui ciclu de histeresis pot fi constatate nu numai la substanţele seignetoelectrice, dar şi la orice dielectric solid, cu dipoli permanenţi.

Aici însă *curba de histeresis nu ne mai arată existenţa unei saturaţii,* ci capătă forma unei elipse, mai mult sau mai puţin turtite, cu axa înclinată, faţă de coordonate.

Mai mult încă: asemenea curbe nereversibile apar uneori şi la dielectricii fără dipoli permanenţi. Interpretarea teoretică a fenomenului pleacă atunci de la ipoteza existenţei unor ioni mobili, pe cari cîmpul îi transportă împotriva forţelor de frecare internă.

Energia calorică dezvoltată este proporţională cu suprafaţa curbei de histeresis a dielectricului.

In tot cazul, deplasările acestor ioni, cît şi răsturnarea dipolilor permanenţi, implică apariţia unei cantităţi de căldură, proporţională cu suprafaţa curbei de histeresis a dielectricului şi cu numărul de cicluri parcurse.

Dar dacă frecvența de răsturnare devine prea mare, dipolii permanenți nu mai sînt în stare să urmărească inversările cîmpului. Dielectricul își modifică atunci proprietățile și se comportă ca și cum nu ar mai fi dipolar.

Mai menționăm că, în cîmpurile slabe și după anumită direcție, care definește *axa electrică* a cristalului, substanțele seignetoelectrice au permitivitatea excepțional de mare.

Experimental găsim următoarele valori:

Sarea Seignette	$\varepsilon_{max.}$ =	500— 600
Metatitanatul de bariu		1 000—1 500
Metatitanatul de bariu cu unele adausuri		7 000—9 000.

§ 211. **Efectul piezo și piroelectric.** În § 81, am arătat că un cristal are structura internă organizată pe plane reticulare, paralele și echidistante.

De asemenea am arătat că un cristal cu rețea ionică se comportă ca o moleculă gigantică a substanței respective (fig. 144 din paragraful amintit).

1) Pentru anumită formă a rețelei, un asemenea cristal, supus unei deformări mecanice, după anume direcție, suferă o deplasare relativă a sarcinilor ionice contrarii, se polarizează și rezultă un dipol temporar.

Deformarea cristalelor cu anumită structură a rețelii ionice poate să-i polarizeze fără intervenția unui cîmp exterior.

Pe fețele respective și opuse ale cristalului vor apare atunci, așa cum apăreau și în cîmpul electric, densitățile superficiale $+\sigma$ *și* $-\sigma$.

Fenomenul a fost descoperit de frații *Curie* [1]) și reprezintă *efectul piezoelectric.*

El poate fi constatat la cuarț, turmalină, sare Seignette și la numeroase alte substanțe cristalizate.

[1]) *Pierre Curie* (1859—1906), fizician francez, cunoscut prin cercetări fundamentale în magnetism și mai ales pentru descoperirea elementului radium. Premiu Nobel (1903).

Paul Jacques Curie (născut în 1856).

Pentru evidențierea și cercetarea lui, ne putem servi de o lamă de cuarț, tăiată din cristalul natural, așa cum arată fig. 87.

Dacă lipim, pe fețele opuse, două foițe metalice și le supunem unei comprimări, tracțiuni sau flexiuni, polarizarea cristalului va induce, pe aceste foițe, sarcini contrarii $+Q$ și $-Q$, pe care le putem colecta și măsura.

Experiența ne arată că ele sînt direct proporționale cu deformarea cristalului, deci cu efortul exercitat asupra lui.

Dacă, din contra, vom aduce din afară aceste sarcini, lama se scurtează sau se lungește, după cum e și sensul cîmpului aplicat.

Acesta este fenomenul piezoelectric invers.

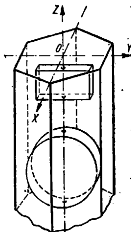


Fig. 87. Tăierea unei lame de cuarț piezoelectric.

Am amintit, în § 189, despre folosirea cuarțului piezolectric la producerea ultrasunetelor.

Il mai putem folosi, de asemenea, la măsurarea precisă a micilor deformări, determinînd sarcinile ce apar pe fețele lamei, supusă la comprimare sau flexiune.

Dacă lama este supusă la vibrații, apar, între foițele fixate pe fețele ei, sarcini care variază în același ritm. Ele produc atunci, printr-un fir de legătură, curenți variabili pe care-i putem amplifica după aceea, cu ajutorul tuburilor electronice. Pe acest principiu se construiesc microfoanele moderne, de fidelitate mare, pe care le folosim la înregistrările sonore.

Mai amintim că, în construcția pendulelor astronomice de precizie, vibrațiile unei lame de cuarț, într-un cîmp electric alternativ de aceeași frecvență cu a ei, întreține mișcarea mecanismului și asigură măsurarea timpului, cu o precizie de ordinul a 0,003 secunde, pe luna de funcționare.

2) Negustorii de pietre prețioase au observat de mult că unele din ele, încălzite în palmă, capătă însușirea să atragă corpuri ușoare.

Aepinus [1]) a înțeles cel dintîi că fenomenul se datorește unor sarcini electrice și l-a numit *piroelectrizare* [2]).

[1]) *Franz Ulrich Theodor Aepinus* (născut la Rostock, în Germania, la 1724 și mort la Dorpat, în Rusia, la 1802), medic și fizician. A fost întîi profesor la Berlin, apoi a emigrat în Rusia, unde a devenit membru al academiei de la Petersburg.

[2]) de la *pyr* — *pyros* (grec) = foc.

Efectul piroelectric este uşor de observat la diferite cristale naturale, mai ales la *turmalină,* care este un borosilicat de aluminiu.

Mecanismul intern, care se datoreşte, în parte, şi deformărilor survenite prin dilatare, este următorul:

Cristalul are o polarizare electrică naturală permanentă şi conţine, la cele două capete, sarcini legate, de semne contrarii.

In aer, aceste sarcini captează ioni, cari le neutralizează şi le împiedică să se manifeste.

Unele cristale au o polarizare naturală, mascată de ionii captaţi. Fenomenul piroelectric o pune in evidenţă.

Dar dacă încălzim cristalul, modificăm intensitatea de polarizare, lăsăm libere o parte din sarcinile ionice şi astfel rezultă fenomenele de electrizare constatate.

§ 212. **Refracţia liniilor de forţă.** Sarcinile electrice de pe un conductor sînt libere şi de aceea nu stau în echilibru, decît cu condiţia ca liniile de forţă ale cîmpului, în care se află, să cadă normal pe suprafaţă.

La dielectrici, sarcinile de polarizare sînt însă legate de molecule şi nu se pot mişca decît odată cu ele. De aceea starea de echilibru devine posibilă, chiar dacă liniile de forţă ar cădea înclinat.

Cunoscînd acestea, să presupunem că un cîmp electric, de intensitate *E,* trimite linii de forţă, înclinate pe suprafaţa de separaţie a două medii dielectrice diferite. De ambele părţi, el poate fi descompus în cîte o componentă normală şi alta tangenţială, aşa cum arată fig. 88.

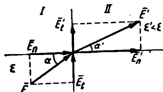


Fig. 88. Refracţia liniilor de forţă electrice.

Componentele normale străbat dintr-un mediu în altul şi, după cele ştiute, despre cîmpul electric, vor fi invers proporţionale cu permitivităţile respective.

Componentele tangenţiale rămîn constante, în tot cuprinsul suprafeţii de separaţie.

Ca urmare, direcţia cîmpului rezultant se frînge, iar figura ne arată de ce vectorul respectiv se apropie de normală, dacă permitivitatea este mai mică, în mediul al doilea, decît în primul.

Rămîne să căutăm legea cantitativă a fenomenului.

Pentru aceasta, vom delimita o suprafaţă elementară dS, destul de mică pentru ca fluxul de inducţie ce o străbate să poată fi considerat ca uniform (fig. 89).

La trecerea dintr-un mediu în altul, liniile de forţă s-au frînt, adică s-au *refractat,* făcînd cu normala unghiurile α şi α'.

Deoarece, prin secţiunile ds şi ds', fluxurile de inducţie sînt aceleaşi.

$$\varepsilon E\, ds = \varepsilon' E'\, ds'.$$

Dar figura ne arată că

$$ds = dS \cos\alpha$$

şi că

$$ds' = dS \cos\alpha'.$$

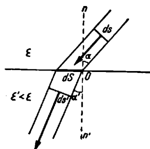


Fig. 89. Pentru deducerea legii de refracţie a liniilor de forţă electrice.

Rezultă astfel că

$$\varepsilon E \cos\alpha = \varepsilon' E' \cos\alpha'.$$

De altă parte, deoarece componentele tangenţiale nu se modifică, vom avea

$$E \sin\alpha = E' \sin\alpha'$$

şi, prin împărţirea membru cu membru, găsim relaţia finală

$$\boxed{\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha'} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'}}. \qquad (212.1)$$

Tangentele unghiurilor de incidenţă şi refracţie sînt proporţionale cu constantele dielectrice.

Prin urmare, liniile de forţă se refractă în aşa fel încît raportul dintre tangentele unghiurilor de incidenţă şi de refracţie este egal cu raportul constantelor dielectrice ale celor două medii.

Ca exemplu practic, am reprezentat, în fig. 90, traseul liniilor de forţă, cînd în mediul de permitivitate ε introducem un disc, de permitivitate ε', mai mare sau mai mică decît ε.

Pentru comparaţie, am figurat de asemenea liniile de forţă, în cazul unui disc metalic, în echilibru electric, introdus în cîmp (fig. 90, *c*).

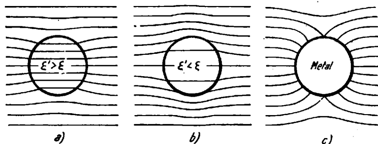


Fig. 90. Dielectricii pot să strîngă sau să împrăştie liniile de forţă, iar metalul le captează.

Dielectricul cu permitivitatea mai mare decît mediul le îndeseşte, iar cel cu permitivitate mai mică le răreşte, pe cînd conductorul metalic le captează, le întrerupe şi face punte între capete.

Vom vedea mai tîrziu cum şi în ce măsură fenomenele descrise la dielectrici, sau la cîmpurile electrice, se repetă la cîmpurile produse de magneţi.

Exemple numerice. 1) *Doi conductori punctiformi sînt încărcaţi cu sarcinile electrice de* $+2$ *şi* -8 u.e.s. *Care-i forţa de atracţie în vid, la distanţă de* 4 cm*?*

Formula lui Coulomb ne dă

$$F=\frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}=\frac{8 \cdot 2}{16}=1 \text{ dyn.}$$

Ce devine această forţă, într-un mediu de permitivitate 2*?*

$$F_1=\frac{F}{2}=0{,}5 \text{ dyn.}$$

2) *Într-un mediu cu permitivitatea de două ori mai mare decît a vidului, se află doi conductori punctiformi, încărcaţi cu sarcina de cîte un coulomb. Să se calculeze forţa de interacţiune, la distanţa de un metru.*

In unităţi MKSA, formula lui Coulomb ne dă

$$F=\frac{9\cdot 10^9}{2}\cdot\frac{1\cdot 1}{1^2}=4{,}5\cdot 10^9\ \mathrm{N}=4{,}58\cdot 10^8\ \mathrm{kgf}.$$

3) *Intr-un mediu cu permitivitatea* $9\cdot 10^{-9}$ MKS, *un corp e încărcat cu sarcina punctiformă de zece coulombi. Să se calculeze intensitatea cîmpului electric, la distanţa de* 100 cm.

Relaţia

$$E=\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{Q}{r^2} \qquad (199{,}2)$$

în care ε, exprimat în cadrul convenţiei făcute pentru u.e.s., are valoarea

$$\varepsilon=\frac{9\cdot 10^9}{1/9\cdot 10^9}=81$$

ne dă, în u.e.s.,

$$E=\frac{1}{81}\cdot\frac{30\cdot 10^9}{100^2}=3{,}7\cdot 10^4\ \mathrm{dyn/u.e.s.}$$

iar în unităţi MKSA,

$$E=\frac{1}{9\cdot 10^{-9}}\cdot\frac{10}{1^2}=1{,}11\cdot 10^9\ \mathrm{N/C}.$$

4) *Care este, în condiţiile problemei precedente, inducţia electrică, exprimată în cele două sisteme de unităţi?*

Relaţia

$$D=\varepsilon E \qquad (200.1)$$

ne dă, în u.e.s.,

$$D=81\cdot 3{,}7\cdot 10^4=3\cdot 10^6\ \mathrm{dyn/u.e.s.}$$

iar în sistemul MKSA,

$$D=9\cdot 10^{-9}\cdot 1{,}11\cdot 10^9=10\ \mathrm{A\cdot s/m^2}$$

5) *Să se calculeze fluxul de inducţie, pentru* D$=10^6$ u.e.s., *printr-o suprafaţă de* 100 cm², *sub incidenţa de* 60°.

Relaţia

$$\Psi=DS\cos\alpha \qquad (202.2)$$

ne dă, în CGSe.s.

$$\Psi=10^6\cdot 100\cdot 0{,}5=5\cdot 10^7\ \mathrm{u.e.s.}$$

In sistemul MKSA, inducţia capătă valoarea

$$D=\frac{10^6}{3\cdot10^5}=3{,}33\ \mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{A}\cdot\mathrm{s},$$

şi fluxul de inducţie devine

$$\Psi=3{,}33\cdot10^{-2}\cdot0{,}5=1{,}65\cdot10^{-2}\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}.$$

6. *Un plan infinit este încărcat la densitatea electrică de doi coulombi pe centimetrul pătrat. El acţionează, în vid, asupra unui corp, încărcat cu sarcina de* 100 u.e.s. *Să se calculeze forţa de interacţiune.*

Relaţia (205.2) ne dă

$$E=2\pi\sigma=2\pi\cdot2\cdot3\cdot10^9=12\pi\cdot10^9\ \text{u.e.s.}$$

şi forţa căutată va fi

$$F=12\pi\cdot10^9\cdot100=12\pi\cdot10^{11}\ \text{dyn}.$$

In sistemul MKSA, cîmpul are intensitatea

$$E=9\cdot10^9\cdot2\pi\cdot2\cdot10^4=36\pi\cdot10^{13}\ \mathrm{N/C}.$$

şi găsim forţa

$$F=E\cdot Q=36\pi\cdot10^{13}\frac{100}{3\cdot10^9}$$

sau

$$F=12\pi\cdot10^6\ \mathrm{N}$$

care echivalează, în dyne, cu valoarea găsită mai sus.

7) *Să se calculeze inducţia electrică şi presiunea electrostatică, pe suprafaţa unui conductor sferic, aflat în vid şi încărcat la densitatea superficială de* 10 u.e.s./cm².

Conductorul fiind sferic şi la distanţă mare de orice alte corpuri electrizate, densitatea este uniformă şi avem

$$D=2\pi\cdot10=62{,}8\ \text{dyn/u.e.s.} \qquad (207.2)$$

Iar în unităţi MKSA,

$$D=2\pi\frac{10}{3\cdot10^9}\cdot10^4\cong2{,}09\cdot10^{-4}\ \mathrm{N/C}$$
$$=2{,}09\cdot10^{-4}\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}.$$

De altă parte, relaţia (207.3) ne dă, în CGSe.s.:

$$P=\frac{2\pi\sigma^2}{\varepsilon_0}=2\pi\cdot 10^2=628\ \text{dyn/cm}^2.$$

Iar în unităţi MKSA,

$$P=\frac{2\pi\sigma^2}{\varepsilon_0}=\frac{2\pi}{9}\cdot 10^{-8}\cdot 9\cdot 10^9$$

sau

$$P=62{,}8\ \text{N/m}^2.$$

CAPITOLUL XXIV

POTENŢIALUL ELECTRIC

§ 213. **Lucrul mecanic în cîmpul electric.** Să presupunem că o sarcină electrică punctiformă, aflată pe un corp oarecare, se mişcă într-un cîmp electric, reprezentat prin liniile de forţă şi descrie o traiectorie impusă *alb*, într-un sens ori în altul (fig. 91).

Este evident că, dacă mişcarea decurge sub acţiunea forţelor cîmpului, *se liberează* un lucru mecanic $+A$.

Dacă, din contra, ea decurge sub acţiunea unor forţe din afară, împotriva forţelor cîmpului, *se absoarbe,* ca energie potenţială, un lucru mecanic, pe care, deocamdată, îl vom nota cu $-A_1$.

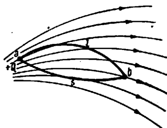


Fig. 91. Lucrul mecanic al forţelor electrice nu depinde de forma traiectoriei.

1) Este uşor de văzut că aceste lucruri mecanice sînt egale, în valoare absolută, fiindcă, dacă nu ar fi aşa, nimic nu ne-ar împiedica să efectuăm operaţia în ambele sensuri şi să realizăm fie un cîştig, fie o dispariţie de lucru mecanic, în dezacord cu principiul conservării lui.

2) Complicînd situația, să presupunem acum că sarcina electrică parcurge, într-un sens, traiectoria *alb*, iar în sensul contrar se întoarce pe traiectoria *bsa*.

Și de astă dată, una din mișcări libereaza lucru mecanic, iar cealaltă îl absoarbe.

Dar este iarăși evident că aceste lucruri mecanice nu pot fi decît egale, fiindcă altfel, prin alegerea convenabilă a sensului de parcurgere a ciclului, am reveni la situația de plecare cu un cîștig de energie și am putea să construim un *perpetuum mobile*.

3) La aceeași concluzie vom ajunge dacă, păstrînd neschimbată poziția punctelor *a* și *b* în cîmp, am transporta sarcina electrică pe orice altă traiectorie, între aceste puncte.

Prin urmare, odată cu revenirea la punctul de plecare, lucrul mecanic total va fi

$$A_t = A - A_1 = 0.$$

Lucrul mecanic în cîmpul electric depinde numai de poziția punctelor de plecare și de sosire ale sarcinii transportate.

Așadar, pe orice traiectorie am transporta o sarcină electrică, într-un cîmp electric, lucrul mecanic depinde numai de poziția punctelor de plecare și de sosire.

§ 214. **Diferența de potențial electric.** Să considerăm acum un cîmp electric *uniform*, de intensitate E și să transportăm împotriva lui un corp încărcat cu unitatea pozitivă, $+1$, de sarcină electrică, din b în a, pe o traiectorie oarecare (fig. 92).



Fig. 92. Pentru explicarea noțiunii de diferență de potențial electric.

Forța constantă, dezvoltată de cîmp, este

$$F = 1 \cdot E$$

și lucrul mecanic, absorbit ca energie potențială, va fi exprimat prin produsul între această forță și proiecția r a drumului, pe direcția ei.

Vom avea deci

$$A = -1 \cdot E \cdot r$$

unde semnul — ne arată convențional că este vorba de un lucru mecanic absorbit.

Dacă, renunțînd să mai păstrăm în evidență unitatea de sarcină electrică, nu o mai scriem în membrul al doilea, valoarea numerică rămîne aceeași, dar am avea o ecuație neomogenă, în dimensiuni fizice.

Pentru ca aceasta să nu se întîmple, vom pune, în locul lucrului mecanic A, o altă mărime U, numeric egală cu dînsul și ale cărei dimensiuni vor face omogenă relația de legătură

$$\boxed{U = -E \cdot r}. \qquad (214.1)$$

Diferența de potențial electric reprezintă numeric lucrul mecanic, implicat în transportul sarcinii +1, între două puncte date, dintr-un cîmp electric.

Această mărime, pe care o numim „diferență de potențial electric" *are deci semnul și valoarea numerică a lucrului mecanic, implicat în transportul unității pozitive de sarcină electrică, între două puncte date, dintr-un cîmp electric.*

Este evident că dacă, în locul sarcinii-unitate, am transporta, împotriva forțelor cîmpului, o sarcină pozitivă oarecare $+Q$, lucrul mecanic, absorbit ca energie potențială, ar fi

$$\boxed{A = U \cdot Q = -E \cdot r \cdot Q} \qquad (214.2)$$

iar semnul s-ar inversa, dacă sarcina transportată ar fi negativă, sau dacă transportul ar decurge în sensul forțelor din cîmp.

Diferența de potențial electric, înmulțită cu sarcina transportată, ne dă lucrul mecanic.

Prin urmare, produsul dintre diferența de potențial și sarcina electrică transportată are, numeric și fizic, valoarea lucrului mecanic.

Din felul cum o definește relația (214.1), diferența de potențial electric are o semnificație analogă cu diferența de potențial gravitațional, cu deosebirea că sarcina electrică înlocuiește masa inertă, iar intensitatea cîmpului coulombian înlocuiește intensitatea g a cîmpului newtonian, pe care am presupus-o constantă, în apropierea suprafeții Pămîntului (§ 80).

O altă concluzie importantă, ce apare ca o consecință a celor de mai sus, este că *electricitatea nu reprezintă o energie, dacă nu există diferențe de potențial, iar, la rîndul lor, acestea implică neapărat existența unui cîmp electric.*

Fără diferențe de potențial, o sarcină electrică nu reprezintă energie.

Cîmpul electric tinde, așadar, să transporte corpurile încărcate cu electricitate, care pot fi conductori, izolanți sau particule elementare.

Tot așa cîmpul gravitațional tinde să transporte masele inerte, dar în toate cazurile sensul transportului corespunde unei liberări de energie și duce spre o poziție de echilibru, adică spre situația cu energie potențială minimă, permisă de legături.

Am văzut că *orice transport de electricitate reprezintă un curent electric, dar apariția lui spontană nu este posibilă, fără existența diferențelor de potențial, iar liberarea de energie duce spre dispariția lor.*

Transporturile spontane de electricitate implică existența diferențelor de potențial.

1. *Unități și dimensiuni.* Relația (214.2) ne arată că

$$U = \frac{A}{Q}.$$

Prin urmare, în sistemul electrostatic CGS, diferența de potențial, între două puncte date, va fi de o unitate, dacă transportul unității respective de sarcină electrică implică lucrul mecanic de un erg.

Dacă transportul 1 u.e.s. de sarcină electrică implică lucrul mecanic de un erg, diferența de potențial este de o unitate electrostatică.

In acest sistem, diferențele de potențial vor avea dimensiunile

$$[U] = \left[\frac{A}{Q}\right] = \frac{L^2MT^{-2}}{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}} = L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$$

iar unitatea respectivă nu are nume special.

Transportul sarcinii de un coulomb, sub diferenţa de potenţial de un volt implică lucrul mecanic de un joule. Un volt=1/300 u.e.s.

In sistemul MKSA, diferenţa de potenţial va fi de o unitate, dacă transportul sarcinii de un couloumb implică lucrul mecanic de un joule.

Această unitate practică se numeşte *volt*[1]) (V).

Ştiind că

un joule$=10^7$ ergi şi că un coulomb$=3\cdot 10^9$ u.e.s.

rezultă că raportul de transformare va fi

$$\frac{10^7}{3\cdot 10^9}=\frac{1}{300}.$$

Prin urmare unitatea electrostatică CGS reprezintă 300 de volţi.

Cît despre dimensiunile fizice, se vede imediat că, în sistemul acesta,

$$[U]=\left[\frac{A}{Q}\right]=\frac{ML^2T^{-2}}{IT}=L^2MT^{-3}I^{-1}.$$

Dar, în sistemul MKSA, unitatea de bază este *amperul*, pe cînd *coulombul* apare numai ca unitate derivată.

De aceea este preferabil să definim *voltul* cu ajutorul intensităţii curentului electric, ce apare sub acţiunea unei diferenţe de potenţial, decît să-l definim cu ajutorul sarcinii transportate.

Admiţînd că intensitatea acestui curent este constantă, relaţia (214.2) ne dă, pentru timpul *t*,

$$U=\frac{A/t}{Q/t}=\frac{P}{I}\ \text{V (volţi)}.$$

Diferenţa de potenţial rezultă astfel din raportul între puterea debitată şi intensitatea curentului.

Folosind această relaţie, definiţia unităţii MKSA, pentru diferenţa de potenţial, este următoarea :

---

[1]) In onoarea lui *Alessandro Volta*, fizician italian care a inventat pila electrică (1745—1827).

Curentul electric de un amper debitează puterea de un watt cînd, între punctele respective ale conductorului, avem diferența de potențial de un volt.

Un volt reprezintă diferența de potențial, ce trebuie să existe între două puncte ale unui conductor, pentru ca un curent constant de un amper să debiteze, între acele puncte, puterea de un watt.

După standardul legal, folosirea unității *volt* este obligatorie, în toate cazurile practice, iar definiția de față este cea mai corectă.

Unitatea electrostatică CGS va fi deci folosită numai în anumite cercetări științifice.

2. *Zero relativ de potențial.* Noțiunea de *diferență de potențial,* pe care am definit-o fie cu ajutorul variației de energie potențială, fie cu al puterii debitate de un curent electric, ne apare ca o *mărime scalară.*

De aceea nu concepem un *zero absolut* de potențial și va trebui să alegem, prin convenție, un *zero relativ,* de referință, așa cum facem și pentru energie.

Prin convenție, potențialul pămîntului se ia ca zero relativ de referință.

Această convenție poate fi schimbată oricînd ne convine, dar de obicei se ia, ca zero relativ, de referință, potențialul pămîntului.

Vom considera deci ca nul potențialul unui corp, sau sistem de corpuri, dacă, legîndu-l cu pămîntul, printr-un conductor, nu apare nici un transport de electricitate.

Diferența de potențial, față de un zero convențional, reprezintă însuși potențialul și se notează cu V.

Diferența de potențial, față cu orice zero convențional, reprezintă atunci însuși potențialul și se notează cu V, în loc de U.

Intre două puncte a și b, dintr-un cîmp electric sau de pe un conductor prin care trece un curent electric, relația de definiție (214.1) se va mai putea scrie deci sub forma

$$V_a - V_b = U = -E \cdot r \qquad (214.1a)$$

în ipoteza că potențialul în b are valoare numerică mai mare decît în a, față cu sistemul de referință ales.

3. *Potențialul în cîmp neuniform.* Pentru definirea diferenței de potențial, am plecat de la cazul particular cînd cîmpul electric fiind uniform are aceeași intensitate în orice punct.

Rămîne să vedem cum poate fi adaptată această noțiune la cazul general, cînd cîmpul este neuniform.

Pentru aceasta, păstrînd în evidență potențialele între care intervine diferența U, vom pleca de la relația (214.1 a) și vom scrie că

$$V_a - V_b = -E \cdot r.$$

In forma de față, această relație nu e valabilă, decît pentru cîmpul uniform, de intensitate constantă E.

Putem presupune însă că distanța r, măsurată în lungul unei linii de forță, ar tinde către o cîtime infinitesimală dr, așa de mică, încît cîmpul să poată fi considerat constant, în cuprinsul ei.

In aceste condiții, punctele a și b tind să se confunde, iar potențialul variază, de la unul la altul, cu cantitatea infinitesimală dV, așa că

$$dV = -E \cdot dr$$

sau, ceea ce e tot una,

$$\boxed{E = -\frac{dV}{dr}}. \qquad (214.3)$$

Această relație fundamentală ne permite să calculăm intensitatea cîmpului electric, într-un punct oarecare, cînd cunoaștem legea de variație a potențialului, în funcție de distanța r.

Derivata cu semn schimbat a potențialului exprimă intensitatea cîmpului :

$$E = -\textbf{grad}\ V$$

Ea ne spune că derivata cu semn schimbat a potențialului, față cu distanța, măsurată în lungul liniilor de forță, reprezintă intensitatea cîmpului electric, în punctul considerat.

Ca în toate cazurile similare, această derivată reprezintă *gradientul* potențialului, dacă distanța e luată în sensul și după direcția cîmpului.

De aceea, relația de față se poate scrie sub forma

$$\boxed{E = -\mathrm{grad}\, V}. \qquad (214.4)$$

§ 215. **Potențialul în jurul unei sarcini punctiforme.** Să presupunem că un corp, încărcat cu o sarcină punctiformă, produce în jurul lui un cîmp electric, ale cărui linii de forță se duc să caute sprijin, undeva în spațiu, pe alt corp, încărcat cu o sarcină de semn contrar.

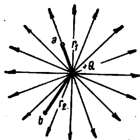


Fig. 93. Pentru calculul potențialului în jurul unei sarcini punctiforme.

Dacă nu pot să-l găsească, decît la distanță mai mare, aceste linii de forță se vor dispersa, în jurul punctului de plecare, simetric și radial, cum arată fig. 93.

Pentru precizarea situației vom presupune că sarcina electrică punctiformă are valoarea Q.

În jurul ei, vom alege la întîmplare două puncte a și b situate la distanțele r_1 și r_2.

Dacă ne propunem să calculăm diferența de potențial, între aceste puncte, problema e simplă fiindcă relația cunoscută (214.3), pusă sub forma

$$-dV = E \cdot dr$$

și în care înlocuim intensitatea cîmpului prin valoarea, de asemenea cunoscută

$$E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

ne dă prin integrare, între distanțele r_1 și r_2,

$$-\int_{V_1}^{V_2} dV = \frac{1}{\varepsilon} \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{r^2}\, dr$$

sau

$$\boxed{V_1 - V_2 = \frac{Q}{\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}. \qquad (215.1)$$

Semnul membrului al doilea se inversează, dacă sarcina punctiformă ar fi $-Q$.

In cîmpul unui corp electrizat şi punctiform, diferenţele de potenţial variază proporţional cu diferenţa dintre inversele distanţelor, măsurate radial.

Această relaţie fundamentală ne spune că, *în cîmpul unui corp electrizat şi punctiform, diferenţele de potenţial, între două puncte, alese arbitrar, variază proporţional cu diferenţa dintre inversele distanţelor, măsurate radial şi cu raportul dintre sarcina lui şi permitivitatea mediului.*

Dacă distanţa r_2 este presupusă infinită, aceeaşi relaţie ne dă, cînd celălalt punct e situat la distanţa r,

$$V_r - V_\infty = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r}.$$

Convenţional, potenţialul, la distanţă infinită, este nul.

Putem face acum convenţia că potenţialul, la distanţă infinită, este nul şi atunci V_r este însuşi potenţialul, la distanţa r. Cu această nouă convenţie, vom avea deci, în cîmpul unui corp, încărcat cu sarcina $+Q$,

$$\boxed{V_r = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r}}. \qquad (215.2)$$

Iar semnul se inversează, dacă sarcina este negativă.

Variaţia de energie potenţială, cînd unitatea pozitivă de sarcină este adusă de la infinit, are valoarea numerică a potenţialului în punctul respectiv.

Variaţia de energie potenţială, cînd unitatea pozitivă de sarcină electrică este adusă de la infinit, pînă la distanţa r *de un corp electrizat are deci valoarea numerică a potenţialului, în punctul considerat, oricum ar fi situat.*

Faţă de orice zero convenţional, care poate fi la pămînt, la infinit, sau într-un punct ales după voie, *potenţialul va fi deci pozitiv, cînd forţele cîmpului tind să disloace de acolo sarcini pozitive* şi negativ, în cazul contrar.

§ 216. **Suprafețe echipotențiale.** Să considerăm un cîmp electric, reprezentat prin liniile lui de forță (fig. 94, *a*).

Este evident că dacă un corp, încărcat cu o sarcină punctiformă, s-ar mișca în cuprinsul lui, după una din traiectoriile figurate punctat, care sînt mereu perpendiculare pe liniile de forță, lucrul mecanic ar fi nul.

Orice linie ori suprafață perpendiculară pe liniile de forță este echipotențială.

Orice traiectorie, astfel definită, reprezintă o *linie echipotențială,* iar în spațiu vom avea *suprafețe echipotențiale,* numite așa fiindcă, în cuprinsul lor, nu există diferențe de potențial.

Am văzut că lucrul mecanic, implicat în transportul unei sarcini electrice, între două potențiale date, nu depinde de forma traiectoriei descrise.

Transportul pe orice traiectorie a unei sarcini electrice date, între două suprafețe echipotențiale date, implică același lucru mecanic.

Înseamnă că oricum am alege niște puncte, pe două suprafețe echipotențiale date și pe orice traiectorie am transporta între ele o sarcină dată, lucrul mecanic, absorbit sau efectuat de forțele electrice, va fi totdeauna același.

Un exemplu tipic de suprafață echipotențială ni-l dă orice

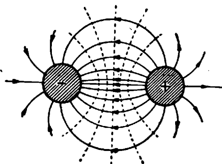


Fig. 94, *a*. Liniile de forță și suprafețele echipotențiale într-un cîmp electric.

conductor în echilibru electric, pe care se știe că liniile de forță cad perpendicular.

Cît despre interiorul lui, acolo nu apar diferențe de potențial, fiindcă nu există diferențe de potențial. El capătă deci potențialul suprafeții exterioare.

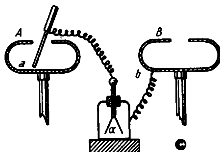


Fig. 94, b. Suprafețele interne sau externe ale conductorilor în echilibru electric sînt echipotențiale.

La un electroscop, divergența foițelor depinde de diferența de potențial, pe care o au față de învelișul metalic de protecție, in care le punem obișnuit.

Dacă legăm vergeaua la un conductor electrizat și cutia metalică la pămînt, sau la alt conductor electrizat, divergența observată ne poate servi ca mijloc de măsură, pentru diferența de potențial (fig. 94, *b*).

Constatăm astfel că această divergență nu depinde de punctele de contact alese și este nulă, dacă le luăm pe același conductor, în echilibru electric.

1. *Potențialul unei sfere electrizate.* Dacă electrizăm o sferă conductoare izolată, în apropierea căreia nu mai sînt și alte corpuri electrizate, situația de echilibru electric impune ca liniile de forță să se distribuie radial și simetric, așa cum arată fig. 95.

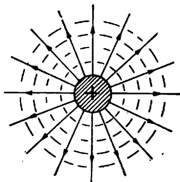


Fig. 95. Liniile de forță și suprafețele echipotențiale în jurul unui conductor sferic.

Ne putem convinge că această prevedere corespunde cu realitatea, dacă lipim pe suprafața sferei capetele unor fire ușoare, de bumbac. Ele se zbîrlesc și se orientează în prelungirea razelor.

Experiența descrisă ne permite să tragem următoarea concluzie:

Totul se petrece ca și cum întreaga sarcină a unei sfere în echilibru electric ar fi concentrată în centrul ei.

Cu toate că electricitatea în echilibru se răspîndește pe suprafața conductorilor, totul se petrece ca și cum întreaga sarcină a unei sfere ar fi concentrată în centrul ei.

Cunoscînd acest lucru, sîntem în măsură acum să exprimăm potențialul, pe suprafața unei sfere de rază R, încărcată cu cantitatea de electricitate Q, cînd mediul ambiant are permitivitatea ε.

Potrivit relației (215.2), el este

$$\boxed{V = \pm \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{R}} . \qquad (216.1)$$

Ca zero convențional, am considerat potențialul la distanță infinită, iar semnul este dictat de semnul sarcinii Q.

Potențialul unui conductor sferic este proporțional cu sarcina și invers proporțional cu raza lui.

Prin urmare, potențialul unui conductor sferic, în echilibru electric, este direct proporțional cu sarcina și invers proporțional cu raza lui.

Se înțelege de la sine că aceste concluzii nu mai sînt valabile cînd liniile de forță, deviate de alte corpuri electrizate, nu s-ar mai distribui simetric și uniform, pe suprafața sferei, fiindcă atunci nici densitatea electrică superficială nu ar mai fi uniformă.

In asemenea cazuri, totul se petrece ca și cum sarcina sferei nu ar mai fi concentrată în centru, ci *excentric*.

Este evident că, pentru o sferă încărcată omogen, suprafețele echipotențiale vor fi tot niște sfere, concentrice cu dînsa. Situația este atunci similară cu a suprafețelor echipotențiale din jurul Pămîntului, trasate în cîmpul gravitațional. Ele unesc puncte cu același nivel și sînt de asemenea sfere concentrice.

Această analogie ne îndreptățește să extindem denumirea de *suprafață de nivel* și pentru suprafețele echipotențiale din cîmpul electric, *oricare ar fi forma lor.*

2. *Imaginea grafică a gradientului de potențial.* Să considerăm o porțiune din suprafața unui conductor electrizat, pe care se găsește o regiune mai ascuțită (fig. 96).

Liniile de forță ale cîmpului se vor îngrămădi mai tare în această regiune, fiindcă și densitatea electrică e mai mare, așa că, pentru același lucru mecanic, o sarcină electrică dată va trebui să parcurgă o distanță mai mică, decît în regiunile vecine.

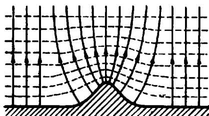


Fig. 96. Ridicătura îndesește liniile de forță și suprafețele echipotențiale.

Urmarea directă este că suprafețele echipotențiale se vor îndesi, apropiindu-se una de alta, în dreptul ridicăturii.

Iar dacă facem convenția să nu reprezentăm decît pe acelea între care avem aceeași diferență de potențial, de pildă un volt, obținem traseele punctate din figură.

De altă parte, știind că intensitatea cîmpului electric se leagă de variația potențialului prin relația

$$E = -\frac{dV}{dr} = -\text{grad } V \qquad \textbf{(214.3.4)}$$

aceste suprafețe echipotențiale, chiar dacă nu sînt trasate la distanțe infinitesimale, ne vor permite totuși, prin îngrămădirea lor, să ne dăm seamă unde este cîmpul mai intens. Ele ne arată limpede configurația lui, tot așa cum curbele de nivel, trasate pe o hartă geografică, ne arată configurația terenului.

Această imagine intuitivă ne va face să înțelegem ușor de ce, în locul unităților pentru intensitatea de cîmp electric,

newtoni pe coulomb sau *dyne pe u.e.s.*

arătate în § 199, este mai comod să definim unitatea cu ajutorul gradientului de potențial.

Pentru aceasta, considerînd mai întîi cazul unui cîmp uniform, e destul să observăm că relațiile (199.1 și 214.1) ne dau împreună

$$E = \frac{F}{Q} = -\frac{U}{r}.$$

Și atunci, folosind unitățile MKSA, rezultă că, în cîmpul unde forța este de un newton, pentru sarcina de un coulomb, potențialul variază cu un volt, cînd ne deplasăm cu un metru, în direcția liniilor de forță.

Înseamnă că aceeași intensitate de cîmp se poate exprima

1) *în newtoni pe coulomb* sau 2) *în volți pe metru*

fără ca valorile numerice să difere.

Intr-un cîmp electric de un volt pe metru, sarcinii de un coulomb îi corespunde forța de un newton.

Prin urmare, într-un cîmp cu intensitatea de un volt pe metru, sarcinii de un coulomb îi corespunde forța de un newton.

Cu această unitate, determinările pot fi mult mai precise, fiindcă se poate măsura mult mai bine o diferență de potențial, decît o forță de interacțiune electrică.

In cîmpurile neuniforme, avem de asemenea o aproximație destul de bună, dacă ne raportăm la variații mici, dar finite ale distanței, fără să mai recurgem la cîtimile infinitesimale, implicate de relația (214.3.4), menționată mai sus.

Ceea ce definim atunci este *intensitatea mijlocie* a cîmpului, pe distanța considerată.

Pe timp de furtună, apar cîmpuri electrice, între nori și suprafața Pămîntului, a căror intensitate poate să atingă și chiar să depășească 10 000 V/m. Fulgerul și trăsnetul sînt consecința lor directă.

Deasupra copacilor, clădirilor și a tuturor corpurilor ce ies în relief, suprafețele echipotențiale se îndesesc, gradientul de potențial crește și cîmpul electric devine incomparabil mai intens decît în regiunile vecine. Aceasta explică predilecția trăsnetului pentru obiectele înalte.

Cel ce e surprins de furtună, într-un cîmp deschis, nu se poate feri de trăsnet, decît culcîndu-se la pămînt, sau mai bine într-un șanț, chiar dacă e plin cu apă.

Efectul paratrăsnetului : vargă metalică ascuțită, așezată pe o clădire înaltă și legată la pămînt printr-un conductor destul de gros, are aceeași explicație. Trăsnetul poate să cadă pe el, dar nu pe clădire [1].

---

[1] Paratrăsnetul a fost inventat de *Franklin*.

§ 217. **Potențialul în jurul unui dipol.** Am văzut că două sarcini electrice, $+Q$ și $-Q$, separate printr-o distanță l, formează împreună un *dipol electric*, al cărui moment este

$$M_e = Q \cdot l$$

indiferent dacă e vorba de sarcini mobile, pe un conductor, sau legate, pe fețele unui dielectric polarizat.

Considerîndu-le, pentru simplificare, ca punctiforme, liniile de forță ale cîmpului ce apare între ele au traseele reprezentate în fig. 97.

Potrivit celor știute, un corp electrizat și introdus într-un punct oarecare P, din acest cîmp, sufere acțiunile suprapuse ale forței de atracție F_1 și de respingere F_2, a căror rezultantă F se orientează tangent la linia de forță, ce trece prin acel punct.

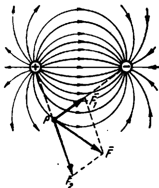


Fig. 97. Cîmpul electric acționează tangent la liniile de forță.

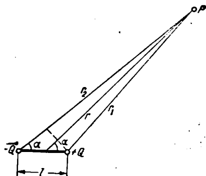


Fig. 98. Pentru calculul potențialului în jurul unui dipol.

Tot pentru simplificarea raționamentului, vom presupune că punctul P se găsește la o distanță r, mult mai mare decît lungimea dipolului l (fig. 98).

Aici sarcina $+Q$ va impune potențialul

$$V_1 = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r_1}. \qquad (215.2)$$

iar sarcina $-Q$ ne dă

$$V_2 = -\frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r_2}.$$

Potențialul total, în punctul P, va fi deci

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{Q}{\varepsilon} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2}.$$

Dacă distanțele r_1 și r_2 sînt foarte mari, în comparație cu lungimea dipolului, putem scrie, cu aproximație, că

$$r_2 - r_1 = l \cdot \cos\alpha \qquad \text{și că} \qquad r_1 \cdot r_2 = r^2.$$

De asemenea putem considera că unghiurile notate în figură cu α sînt egale, fiindcă diferența lor este neglijabilă.

Cu aceste aproximații, vom avea deci

$$V = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q \cdot l}{r^2} \cos\alpha$$

și, în fine, dacă ținem seamă de valoarea momentului dipolar,

$$\boxed{V = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{M_e}{r^2} \cos\alpha}. \qquad (217.1)$$

Această relație fundamentală ne arată că, *spre deosebire de sarcinile electrice singuratice, potențialul în jurul unui dipol variază invers proporțional cu pătratul distanței și nu cu distanța însăși.*

Potențialul în jurul unui dipol variază invers cu pătratul distanței.

În cazul particular, cînd punctul P se găsește pe linia de simetrie,

$$\alpha = 90^\circ \qquad \text{și} \qquad V = 0$$

iar dacă se află în prelungirea dipolului,

$$\alpha = 0^\circ \qquad \text{și} \qquad V = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{M_e}{r^2}.$$

Expresia intensității cîmpului. În fig. 99 am reprezentat o linie de forță, între capetele dipolului și am ales pe dînsa un punct P, situat pe un cerc de rază r, cu centrul pe mijlocul distanței l.

Intensitatea E a cîmpului am desfăcut-o în componentele E_r, orientată radial şi E_t, orientată tangențial.

Dacă punctul P ar suferi o deplasare infinitesimală dr, în direcția razei, variația respectivă a potențialului ar fi dV.

Potrivit relației cunoscute (214.3), vom putea scrie deci că intensitatea componentei radiale este

$$E_r = -\frac{dV}{dr}$$

şi expresia (217.1) ne dă prin derivare, în raport cu variabila r,

$$\boxed{E_r = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{2M_e}{r^3} \cos \alpha} \cdot \quad (217.2)$$

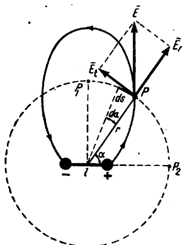


Fig. 99. Componentele cîmpului unui dipol electric.

Dacă punctul P s-ar deplasa, pe o distanță infinitesimală, în direcția componentei tangențiale, variabila ar fi de astă dată arcul de cerc. Dar aici trebuie să ținem seamă că el e, la rîndul lui, funcție de unghiul la centru α.

Vom nota variația arcului cu ds şi, procedînd ca mai sus, avem

$$E_t = -\frac{dV}{ds} = -\frac{dV}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{ds}$$

sau

$$E_t = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{M_e}{r^2} \sin \alpha \cdot \left(\frac{d\alpha}{ds}\right) \cdot$$

De altă parte, figura ne arată că

$$ds = r \cdot d\alpha$$

şi după substituire ajungem la relația finală

$$\boxed{E_t = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{M_e}{r^3} \sin \alpha} \cdot \quad (217.3)$$

În cazul particular, cînd punctul P se află pe axa de simetrie a dipolului, în P_1,

$$\alpha=90^\circ, \quad E_r=0 \quad \text{şi} \quad E_t=\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{M_e}{r^3}$$

iar dacă se află în prelungirea lui, adică în P_2,

$$\alpha=0^\circ, \quad E_r=\frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{2M_e}{r^3} \quad \text{şi} \quad E_t=0$$

de unde se vede că *intensitatea maximă a componentei radiale este de două ori mai mare decît a celei tangenţiale.*

Cele două puncte particulare, din jurul dipolului, situate unul în prelungirea lui, iar celălalt pe axa de simetrie şi la aceeaşi distanţă r de punctul central, definesc aşa numitele *poziţii ale lui Gauss.*

Din examinarea relaţiilor finale (217.2 şi 3) se vede că, *în jurul unui dipol, orice corp electrizat este sub acţiunea unei forţe invers proporţionale cu cubul şi nu cu pătratul distanţei,* cum era cazul în cîmpul sarcinilor singuratice.

Forţele electrice în cîmpul unui dipol sînt invers proporţionale cu cubul distanţei.

Ca încheiere, vom considera şi cazul, foarte obişnuit în practică, al unei singure sarcini, aşezată în faţa unei suprafeţe plane şi conductoare, legată la pămînt.

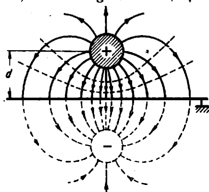


Fig. 100. Imaginea unui conductor, faţă de suprafaţa legată la pămînt îl transformă într-un dipol de lungime $2d$.

Ea induce, în această suprafaţă, sarcini de semn contrar cu dînsa şi experimental putem constata că liniile de forţă au, la echilibru, traseele reprezentate în fig. 100.

Totul se petrece aici ca şi cum de cealaltă parte a planului conductor şi simetric faţă de prima, s-ar găsi concentrată o a doua sarcină egală şi de semn contrar.

Situația se prezintă astfel ca și cum s-ar forma o imagine în oglindă, bineînțeles virtuală, a sarcinii electrice și a liniilor de forță reale.

In aceste condiții, vom considera sistemul *sarcină—imagine* ca un dipol real și-i vom atribui momentul

$$M_e = 2dQ.$$

Ca exemplu practic, întîlnim această situație cînd un conductor electrizat se află în apropierea suprafeții Pămîntului.

Inălțimea lui fiind h, lungimea dipolului este $2h$.

O aplicație deosebit de importantă a acestor fapte o vom găsi în tehnica radiocomunicațiilor.

Exemple numerice. 1) *Să se exprime în volți și în u.e.s. diferența de potențial dintre două puncte, știind că transportul sarcinii electrice de* 0,05 C *implică lucrul mecanic de* 4 000 J.

Relația (214.2) ne dă

$$U = \frac{A}{Q} = \frac{4\,000}{0{,}05} = 80\,000 \text{ V}$$

sau

$$U = \frac{80\,000}{300} = 266 \text{ u.e.s.}$$

2) *Se consideră, în cîmpul unei sarcini electrice de* 100 u.e.s. *așezată într-un mediu de permitivitate* 0,22 MKSA *un punct* a, *la distanța de* 10 m. *Unde se va găsi un alt punct* b, *dacă diferența lui de potențial, față de primul, este de un volt?*

Relația cunoscută

$$U = \frac{Q}{\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad (215.1)$$

conduce la

$$r_2 = \frac{r_1 Q}{Q - \varepsilon r_1 U}.$$

Folosind unitățile MKSA, vom avea deci

$$r_2 = \frac{10 \cdot \frac{100}{3 \cdot 10^9}}{\frac{100}{3 \cdot 10^9} - 0{,}22 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 1} = \frac{1\,000}{100 - 6{,}6} = 10{,}7 \text{ m.}$$

Condiţia cerută va fi deci îndeplinită dacă, luînd ca centru sarcina electrică, punctul a se va găsi undeva, pe o sferă cu raza de 10 m, iar punctul b pe altă sferă, cu raza de 10,7 m.

3) *Permitivitatea aerului fiind practic egală cu a vidului, iar gradientul de potenţial, în apropierea suprafeţei. Pămîntului fiind de aproximativ* 100 V/m, *să i se calculeze sarcina electrică totală.*

Teorema lui Coulomb ne dă, pentru cîmpul electric,

$$E=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot 4\pi\sigma \tag{207.1a}$$

şi rezultă că sarcina este

$$Q=4\pi\sigma R^2=4\pi R^2\frac{\varepsilon_0 E}{4\pi}=\varepsilon_0 R^2 E,$$

Folosind unităţile CGS electrostatice, avem

$$Q=1\,(6{,}4\cdot 10^8)^2\cdot\frac{1}{300}=13{,}6\cdot 10^{14}\text{ u.e.s.}$$

Iar în unităţi MKSA,

$$Q=\frac{1}{9\cdot 10^9}(6{,}4\cdot 10^6)^2\cdot 100=4{,}53\cdot 10^5\text{ C.}$$

CAPITOLUL XXV

CAPACITATE ELECTROSTATICĂ

§ 218. **Capacitatea unui conductor.** Este evident că dacă, prin transporturi repetate, mărim cantitatea de electricitate de pe un conductor izolat, care se află la distanţă mare de alţi conductori electrizaţi, cîmpul pe suprafaţa sau în preajma lui se intensifică în aceeaşi proporţie, potrivit legii lui Coulomb.

Aceasta înseamnă că şi potenţialul acestui conductor, exprimat prin lucrul mecanic, necesar ca să aducem pe dînsul sarcina electrică — unitate, de la infinit, va fi direct proporţional cu sarcina lui totală şi vom avea

$$\frac{Q_1}{V_1}=\frac{Q_2}{V_2}=\frac{Q_3}{V_3}=\ldots=\frac{Q}{V}=C$$

sau, în general,

$$\boxed{Q = C \cdot V}\,. \qquad (218.1)$$

unde factorul de proporţionalitate C este o constantă, caracteristică formei şi mărimii conductorului, pe care o numim *capacitate electrostatică.*

Capacitatea electrostatică este raportul, constant pentru un conductor dat, între sarcină şi potenţial.

Capacitatea electrostatică se exprimă deci prin raportul, constant pentru un conductor dat, între sarcina electrică şi potenţial, sau între variaţia sarcinii şi variaţia respectivă a potenţialului, faţă de un sistem oarecare de referinţă.

1. *Unităţi şi dimensiuni.* În sistemul unităţilor electrostatice dimensiunile capacităţii sînt

$$[C] = \left[\frac{Q}{V}\right] = \frac{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}}{L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}} = L$$

şi unitatea se numeşte *centimetru* (cm), fiindcă are dimensiunile unei lungimi.

U.e.s. de capacitate se numeşte centimetru, fiindcă are dimensiunea lungimii.

Ea reprezintă capacitatea conductorului al cărui potenţial creşte cu o unitate electrostatică, dacă-i sporim încărcarea cu unitatea electrostatică de sarcină electrică, adusă de la infinit.

În sistemul MKSA

$$[C] = \left[\frac{Q}{V}\right] = \frac{IT}{L^2MT^{-3}I^{-1}} = L^{-2}M^{1/2}T^4I^2$$

şi unitatea se numeşte *farad* (F)[1]).

Dacă potenţialul creşte cu un volt, cînd sarcina creşte cu un coulomb, capacitatea este de un farad. Ea reprezintă $9 \cdot 10^{11}$ centimetri.

Ea reprezintă capacitatea conductorului al cărui potenţial creşte cu un volt, cînd îi sporim încărcarea cu sarcina de un coulomb, adusă de la infinit.

[1]) În onoarea lui *Michael Faraday.*

Ca submultipli se folosesc mai ales:

microfaradul (μF) $= 10^{-6}$ F şi
picofaradul (pF) $= 10^{-12}$ F.

Ştiind că

un coulomb reprezintă $3 \cdot 10^9$ u.e.s şi că
un volt echivalează cu 1/300 u.e.s.,

se vede imediat că raportul numeric de transformare va fi

$$\frac{\text{farad}}{\text{centimetru}} = \frac{3 \cdot 10^9}{1/300} = 9 \cdot 10^{11}.$$

Vom avea deci:

$1 F = 9 \cdot 10^{11}$ cm; $1 \mu F = 9 \cdot 10^5$ cm şi $1 pF = 0{,}9$ cm.

Capacitatea de un picofarad este aproape egală cu aceea de un centimetru. De aceea, în practica obişnuită, se neglijează diferenţa.

2. *Capacitatea unei sfere.* Ştiind că potenţialul unei sfere se poate calcula din relaţia

$$V = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{R} \tag{216.1}$$

şi mai ştiind că

$$C = \frac{Q}{V} \tag{218.1}$$

se vede imediat că o sferă de rază R are capacitatea

$$\boxed{C = \varepsilon R} \tag{218.2}$$

Iar dacă sfera se află în vid şi folosim unităţile sistemului electrostatic, permitivitatea pierde dimensiunile fizice şi devine numeric egală cu unitatea.

În vid, capacitatea unei sfere, exprimată în centimetri, este egală cu raza ei.

Rezultă că, în vid, capacitatea unei sfere, exprimată în centimetri, este egală cu raza.

Pentru conductori de alte forme, calculul este mult mai complicat şi adesea imposibil. Recurgem atunci la măsurări experimentale.

Ca să ne facem o idee despre ordinul de mărime al unităţilor definite mai sus, e suficient să observăm că raza Pămîntului fiind de aproximativ $6 \cdot 10^8$ cm, capacitatea lui este

$$C = 6 \cdot 10^8 \text{ cm} \cong 0{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ F}.$$

Pentru conductorii singuratici, unitatea *farad* este deci mult prea mare, ca să poată fi realizată.

Va trebui deci să căutăm pe altă cale mijlocul de a mări capacitatea unui conductor, sau a unui sistem de conductori, fără să exagerăm, totodată, dimensiunile geometrice.

Dar, înainte de a descrie metoda folosită şi pentru o cît mai clară înţelegere a noţiunii de *capacitate electrostatică,* trebuie să observăm că, din însăşi relaţia de definiţie (218.1) rezultă că:

Capacitatea ne arată cîte unităţi de sarcină electrică sînt necesare, pentru ca potenţialul unui conductor să crească cu o unitate.

Valoarea numerică a capacităţii ne arată cîte unităţi de sarcină electrică sînt necesare, pentru ca potenţialul unui conductor dat să crească cu o unitate.

§ 219. **Condensatori.** Cu un electroscop, legat aşa cum arată fig. 101, ne putem convinge uşor că potenţialul unui conductor electrizat, măsurat prin divergenţa foiţelor, scade cînd îl apropiem de pămînt sau de alt conductor, legat cu pămîntul, pe care-l considerăm ca zero de referinţă.

Concluzia directă e că lucrul mecanic, implicat în transportul unităţii de sarcină electrică, între conductor şi pămînt, devine mai mic.

Dar această schimbare de poziţie nu are cum să modifice sarcina iniţială Q a conductorului şi atunci, dacă ne gîndim la relaţia de definiţie

$$C = \frac{Q}{V} \qquad \textbf{(218.1)}$$

ajungem imediat la concluzia că *scăderea de potenţial observată implică o creştere corespunzătoare a capacităţii.*

Apropierea unui conductor de altul, ales ca zero de referinţă, micşorează potenţialul şi măreşte capacitatea.

Aceeaşi constatare o putem face cînd măsurăm diferenţa de potenţial nu numaidecît în raport cu pămîntul, dar şi cu orice alt conductor, de care ne apropiem treptat, iar fenomenul se numeşte *„condensare"*.

Aplicarea lui în practică ne permite să construim sisteme a căror capacitate este incomparabil mai mare decît a conductorilor singuratici de orice formă şi pe care le numim *condensatori*.

Aceştia se compun, în principiu, din două *armături*, adică din doi conductori, aşezaţi cît mai aproa-

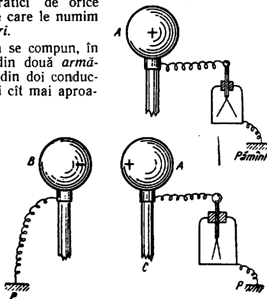


Fig. 101. Efectul condensării.

pe unul de altul, aşa fel ca suprafeţele de influenţă reciprocă să fie cît mai mari.

Intre aceste armături, vom stabili o diferenţă de potenţial U, încărcîndu-le cu electricitate.

De obicei se ia ca zero convenţional de referinţă potenţialul uneia din ele, indiferent dacă este constant sau variabil, faţă de alte sisteme din exterior.

In aceste condiţii, diferenţa de potenţial U reprezintă însuşi potenţialul armăturii celeilalte, aşa că o putem nota cu V.

Nimic nu ne împiedică de altfel ca, prin legarea la pămînt, să fixăm potenţialul armăturii de referinţă şi să luăm astfel ca zero convenţional potenţialul pămîntului.

Dintre numeroasele variante posibile, vom considera numai cele trei forme simple, reprezentate în fig. 102.

Varianta *a* reprezintă *condensatorul plan*. In *b* avem *condensatorul sferic*, la care armăturile sînt sfere concentrice, iar în *c* am reprezentat *condensatorul cilindric*.

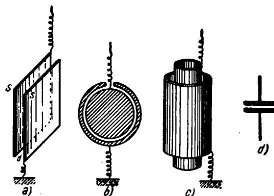


Fig. 102. Diverse forme de condensatori.

Orice formă ar avea un condensator, îl putem figura schematic şi convenţional aşa cum se arată în fig. 102, *d*.

1. *Condensatorul plan*. Distanţa între armături o vom nota cu *d*, suprafaţa de influenţă a fiecăreia din ele cu *S*, iar densităţile electrice respective, după încărcare, cu $\pm\sigma$.

Dacă distanţa e destul de mică, putem considera cele două suprafeţe plane ca practic infinite şi cîmpul între dînsele ca uniform.

În aceste condiţii şi în valoare absolută, cîmpul are intensitatea

$$E=\frac{1}{\varepsilon}\cdot 4\pi\sigma \qquad (205.3)$$

şi dacă ţinem seamă că

$$V=E\cdot d \qquad \text{şi că} \qquad Q=\sigma\cdot S \qquad (214.1)$$

relaţia de definiţie a capacităţii

$$C=\frac{Q}{V} \qquad (218.1)$$

ne dă imediat

$$\boxed{C=\varepsilon\frac{S}{4\pi d}}. \tag{219.1}$$

Capacitatea unui condensator plan este proporțională cu suprafața uneia din armături și invers proporțională cu distanța lor.

Capacitatea unui condensator plan este, așadar, direct proporțională cu suprafața fiecăreia din armături și invers proporțională cu distanța lor.

2. *Condensatorul sferic.* Vom nota razele celor două sfere concentrice cu R_1 și R_2 (fig. 103).

Sfera interioară conține sarcina Q și deci, după teorema lui Gauss, trimite prin suprafața celeilalte fluxul electric

$$\psi=\frac{1}{\varepsilon}\cdot 4\pi Q.$$

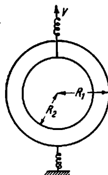


Fig. 103. Condensatorul sferic.

Potrivit însăși definiției lui, acest flux va fi egal cu produsul dintre intensitatea cîmpului electric și suprafața străbătută normal de liniile de forță.

Prin urmare

$$\frac{1}{\varepsilon}\cdot 4\pi Q=4\pi R_1^2 E.$$

Iar dacă diferența razelor este destul de mică, în comparație cu ele însile, vom putea scrie cu aproximație că

$$Q=\varepsilon\cdot R_1R_2E.$$

De altă parte, cîmpul fiind uniform, pe distanța mică $d=R_1-R_2$, diferența de potențial, între cele două suprafețe sferice, va fi

$$V=E(R_1-R_2)$$

și atunci relația de definiție (218.1) ne dă capacitatea

$$\boxed{C=\varepsilon\frac{R_1R_2}{R_1-R_2}}. \tag{219.2}$$

Capacitatea condensatorului sferic este proporţională cu produsul şi invers proporţională cu diferenţa razelor.

Aşadar capacitatea condensatorului sferic este direct proporţională cu produsul şi invers proporţională cu diferenţa razelor.

3. *Condensatorul cilindric.* Vom considera, între cei doi cilindri, a căror lungime o notăm cu l, un al treilea cilindru fictiv, de rază r (fig. 104).

Suprafaţa lui va fi

$$S=2\pi r\cdot l,$$

iar cilindrul interior electrizat va trimite prin ea fluxul electric

$$\psi=S\cdot E=2\pi r\cdot l\cdot E.$$

Şi acum, dacă exprimăm cîmpul E prin gradientul patenţialului, cu semn schimbat, avem, prin egalarea fluxului cu valoarea lui, dată de teorema lui Gauss,

$$-2\pi r\cdot l\frac{dV}{dr}=\frac{1}{\varepsilon}\cdot 4\pi Q.$$

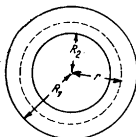


Fig. 104. Pentru calculul capacităţii unui condensator cilindric.

După separarea variabilelor, integrarea între razele R_1 şi R_2 ne dă

$$\int_V^0 dV=\frac{2\cdot Q}{\varepsilon\cdot l}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r}$$

unde am considerat ca zero de referinţă potenţialul armăturii exterioare.

După efectuare, găsim că

$$V=\frac{2\cdot Q}{\varepsilon\cdot l}\cdot\ln\frac{R_1}{R_2}$$

şi avem astfel diferenţa de potenţial exprimată în funcţie de sarcina Q a unei armături.

Cu ajutorul ei, relaţia de definiţie (218.1) ne dă capacitatea condensatorului. Ea este

$$\boxed{C=\frac{\varepsilon l}{2\cdot\ln(R_1/R_2)}}. \qquad (219.3)$$

Capacitatea condensatorului cilindric este direct proporţională cu lungimea şi invers proporţională cu dublul logaritmului raportului razelor.

Prin urmare capacitatea unui condensator cilindric este direct proporţională cu lungimea lui şi invers proporţională cu dublul logaritmului raportului razelor.

Relaţiile (219.1, 2 şi 3) ne arată că, în expresia capacităţii, permitivitatea dielectricului ce separă armăturile intervine ca factor.

Raportul între capacitatea unui condensator cu un dielectric oarecare şi capacitatea în vid are valoarea numerică a permitivităţii dielectricului.

Aceasta înseamnă că, dacă măsurăm capacitatea unui condensator cu un dielectric oarecare şi apoi capacitatea lui în vid, raportul datelor are valoarea numerică a permitivităţii acelui dielectric.

Metoda a fost întrebuinţată, pentru prima dată, de *Faraday*, care a numit această valoare numerică *putere inductoare specifică.* Din punct de vedere fizic, ea nu trebuie să fie confundată cu permitivitatea însăşi, fiindcă reprezintă un simplu număr abstract.

Demonstrarea experimentală a schimbării de capacitate, prin introducerea diferiţilor dielectrici, se poate face, între altele, cu dispozitivul reprezentat în fig. 105 şi cunoscut sub numele de *condensatorul lui Aepinus.*

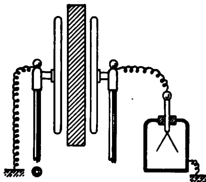


Fig. 105. Condensatorul lui Aepinus.

Una din cele două armături plane se leagă la vergeaua unui electroscop şi se încarcă cu electricitate.

Cutia metalică a electroscopului, ca şi cealaltă armătură sînt legate la pămînt.

Divergenţa foiţelor scade cînd, în locul stratului de aer, introducem între armături un alt izolant, iar, sub grosime egală, o placă de sticlă produce o scădere mai mare decît una de ebonită sau de parafină, fiindcă şi permitivitatea e mai mare.

Cu acelaşi dispozitiv putem arăta şi efectul apropierii reciproce a armăturilor, care de asemenea micşorează diferenţa de potenţial.

4. *Realizarea practică a condensatorilor.* Cea mai veche formă de condensator este ***butelia de Leyda***, reprezentată în fig. 106. Armăturile sînt foiţe metalice, de aluminiu sau de cositor, lipite pe feţele interioare şi exterioare, iar peretele de sticlă formează dielectricul.

Un astfel de condensator, de mărimea unei sticle de un litru, are capacitatea electrostatică destul de mică: de ordinul a 700—800 centimetri.

O experienţă interesantă se poate face cu o butelie de Leyda demontabilă:

O încărcăm întîi, o desfacem şi descărcăm armăturile, punîndu-le în contact, apoi o refacem şi constatăm că a rămas mai departe încărcată.

Faptul se datoreşte polarizării dielectricului şi fenomenelor de remanenţă, care determină apariţia, prin influenţă, a unor noi sarcini pe armături.



Fig. 106. Butelie de Leyda.

Capacităţi mai mari se pot realiza cu mai multe plăci metalice, separate printr-un dielectric şi legate între ele aşa cum arată fig. 107, cele pare deoparte şi cele impare de altă parte.

Este uşor de văzut că, la condensatorul figurat, suprafaţa utilă este de şase ori mai mare decît a fiecării perechi de plăci, în parte.

De asemenea putem realiza o creştere de capacitate, prin reducerea grosimii stratului de dielectric. Această grosime are totuşi, un minimum, impus de condiţiile de funcţionare. Ea trebuie dimensionată aşa fel ca să împiedice trecera scînteilor electrice.

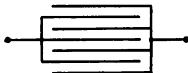


Fig. 107. Schema unui condensator plan cu mai multe plăci.

De aceea e mai lesne să construim condensatori de capacitate mare, pentru diferenţe de potenţial mici, decît pentru acelea de ordinul miilor de volţi, întîlnite curent în electrotehnică.

Dacă trebuie să aplicăm, între armături, diferenţe de potenţial alternative, inversările cîmpului ar putea să dea naştere la pierderi prin histeresis, urmate de încălziri şi chiar de spargerea izolantului.

In cazurile acestea, vom evita dielectricii la cari se observă fenomene de remanenţă. Aerul, sub presiunea normală sau mărită, uleiurile minerale purificate şi parafina sînt cele mai avantajoase, alături de unele răşini sintetice, fără dipoli permanenţi.

Figura 108 reprezintă, întreg şi desfăcut, unul din tipurile cele mai curente de condensatori.

El realizează capacitatea de $2\mu F$ şi poate fi încărcat sub 500—1 000 V.

Armăturile sînt formate din benzi de cositor sau de aluminiu, separate prin hîrtie parafinată şi răsucite una pe alta.

Ar trebui ca un conductor sferic să aibă diametrul de 36 km, ca să atingă această capacitate.

De asemenea sînt bine cunoscuţi condensatorii variabili, folosiţi obişnuit în aparatele de radio.

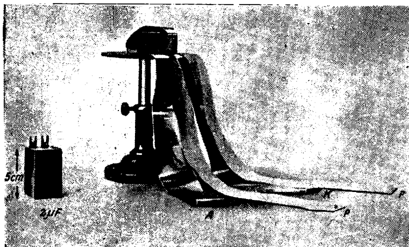


Fig. 108. Condensator de doi microfarazi, întreg şi desfăcut (după *Pohl*).

Construcţia lor este arătată în fig. 109, care face inutilă o descriere mai amănunţită, iar capacitatea lor este de ordinul sutelor de centimetri.

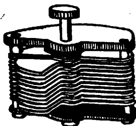


Fig. 109. Condensator variabil.

5. *Gruparea condensatorilor*. În diferitele aplicaţii practice ajungem adesea în situaţia de a grupa împreună mai mulţi condensatori.

Obţinem astfel o capacitate globală, a cărei valoare depinde de felul grupării şi de capacităţile parţiale.

Ea reprezintă ceea ce numim *capacitatea echivalentă* a sistemului, înţelegînd prin această denumire capacitatea unui condensator unic, în stare să-l înlocuiască.

În cele ce urmează, ne vom referi la două cazuri tipice.

1) Să presupunem că am legat împreună, prin fire conductoare, armăturile mai multor condensatori, aşa cum arată fig. 110.

La fiecare din ei, diferenţa de potenţial între armături fiind aceeaşi, vom avea, prin însăşi definiţia capacităţii

$$Q_1 = C_1 V$$
$$Q_2 = C_2 V$$
$$Q_3 = C_3 V$$
$$\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots$$

Fig. 110. Condensatori montaţi în paralel.

Aceste relaţii, adunate împreună, ne dau imediat

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots = (C_1 + C_2 + C_3 + \cdots) V$$

Şi fiindcă, în general,

$$Q = CV$$

rezultă că

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots} \qquad (219.4)$$

La gruparea în suprafaţă, capacitatea echivalentă este suma celor parţiale.

Această grupare se numeşte *în paralel* sau *în suprafaţă*, iar *capacitatea echivalentă este egală cu suma capacităţilor parţiale.*

2) In altă variantă, vom presupune că am legat condensatorii aşa cum arată fig. 111, iar între extremităţi am aplicat diferenţa de potenţial V, faţă de unul din capete, luat ca sistem de referinţă.

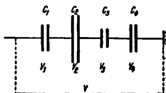


Fig. 111. Condensatori montaţi în serie.

In această situaţie, dacă prima armătură este încărcată cu cantitatea de electricitate $+Q$, următoarea primeşte, prin inducţie, sarcina $-Q$, apoi iarăşi $+Q$ şi aşa mai departe.

Toate armăturile conţin deci sarcini egale, în valoare absolută.

De astă dată, spre deosebire de gruparea în suprafaţă, diferenţele de potenţial nu mai sînt aceleaşi, ci vom avea

$$V_1+V_2+V_3+\cdots=V$$

sau, ceea ce e tot una,

$$\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}+\frac{Q}{C_3}+\ldots=\frac{Q}{C}$$

şi rezultă astfel că

$$\boxed{\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\ldots}. \qquad (219.5)$$

La gruparea în serie, inversa capacităţii echivalente este egală cu suma inverselor capacităţilor parţiale.

Această grupare se numeşte *în serie* şi relaţia de faţă ne arată că *inversa capacităţii echivalente este egală cu suma inverselor capacităţilor parţiale şi că reprezintă o capacitate mai mică decît oricare din ele.*

Intre armăturile fiecăruia din condensatori, diferenţa de potenţial este mai mică decît aceea totală V. De aceea gruparea în serie se foloseşte mai ales în cazul diferenţelor de potenţial mari, la care fiecare condensator, în parte, nu ar putea să reziste. Nu trebuie să pierdem însă din vedere că, pentru fiecare condensator, astfel grupat,

$$V_n=\frac{Q}{C_n}$$

şi că toţi condensatorii conţin aceeaşi sarcină Q.

În ansamblul sistemului, capacitatea cea mai mică suportă deci diferenţa de potenţial cea mai mare, iar condensatorul respectiv este cel mai expus la spargere, din tot lanţul.

În cazul particular cînd capacităţile grupate în serie sînt egale, se vede uşor de ce capacitatea echivalentă rezultă din împărţirea uneia din ele prin numărul condensatorilor grupaţi.

3) Pe lîngă cele două grupări tipice descrise, putem realiza şi grupări *mixte*, în care o parte din condensatori sînt legaţi în serie, iar alţii în paralel.

Calculul capacității echivalente folosește atunci simultan ambele formule, arătate mai sus.

§ 220. **Energia unui condensator încărcat.** Să presupunem că una din armăturile unui condensator are potențialul V, față de cealaltă, considerată ca zero de referință.

Ca să ducem, de pe una pe alta, o sarcină electrică Q, împotriva forțelor cîmpului, va trebui să efectuăm lucrul mecanic

$$A = VQ \tag{214.2}$$

pe care sistemul îl înmagazinează ca energie potențială W și-l restituie cînd aceleași forțe readuc înapoi sarcina electrică transportată.

Această relație nu poate fi aplicată însă, decît cu condiția ca potențialul V să nu sufere nici o schimbare, în urma transportului, ceea ce nu se întîmplă în realitate, fiindcă

$$V = \frac{Q}{C}. \tag{218.1}$$

Ca să înlăturăm dificultatea, vom presupune că transportăm numai o sarcină infinitesimală dQ, așa de mică încît potențialul să poată fi considerat constant.

În aceste condiții, variația respectivă de energie va fi dW și relația (214.2) de mai sus devine

$$dW = V \cdot dQ$$

sau

$$dW = \frac{Q}{C}\, dQ.$$

De aici obținem prin integrare, între limitele Q_1 și Q_2,

$$W = \frac{1}{C} \int_{Q_1}^{Q_2} Q \cdot dQ,$$

sau

$$\boxed{W = \frac{1}{2C}\left(Q_2^2 - Q_1^2\right)}. \tag{220.1}$$

Aceasta reprezintă energia implicată, cînd sarcina electrică variază între limitele date.

Pentru întreaga sarcină Q, ea devine

$$W=\frac{Q^2}{2C}.$$

Iar dacă ţinem seamă de (218.1), relaţia de faţă se mai poate scrie şi sub forma

$$\boxed{W=\frac{1}{2}C\cdot V^2}. \qquad (220.2)$$

Energia unui condensator încărcat se exprimă prin jumătatea produsului dintre capacitate şi pătratul diferenţei de potenţial.

Prin urmare, energia înmagazinată la încărcarea unui condensator, sau liberată la descărcarea lui, se exprimă prin jumătatea produsului dintre capacitate şi pătratul diferenţei de potenţial maxime, între armături.

Din punctul de vedere al energiei, obţinem deci mai mult prin variaţia potenţialului, decît prin variaţia capacităţii.

Dacă nu există pierderi prin histeresis, care să ducă la împrăştiere de căldură, concepţiile cunoscute, asupra mecanismului de transmitere a interacţiunilor electrice, prin mediul separator, ne permit să admitem că energia condensatorului se localizează în dielectric.

Să considerăm deci cazul simplu al unui condensator plan. Capacitatea lui este

$$C=\varepsilon\frac{S}{4\pi d}. \qquad (219.1)$$

Iar dacă înmulţim şi împărţim cu d, avem

$$C=\varepsilon\frac{S\cdot d}{4\pi d^2} \quad \text{sau} \quad C=\varepsilon\frac{v}{4\pi d^2}$$

unde v reprezintă volumul dielectricului, cuprins între armături.

Relaţia (220.2) ne dă atunci

$$W=\frac{\varepsilon}{8\pi}\cdot\frac{V^2}{d^2}\cdot v.$$

Dacă plăcile condensatorului sînt destul de mari şi destul de apropiate una de alta, cîmpul electric între dînsele poate fi considerat ca uniform şi raportul V/d reprezintă intensitatea lui.

Vom putea scrie deci că

$$\boxed{\frac{W}{v} = \frac{\varepsilon}{8\pi} \cdot E^2}. \qquad (220.3)$$

În această relaţie finală, cantitatea din membrul întîi, reprezentată prin raportul dintre energia totală, înmagazinată în dielectric şi volumul lui, exprimă aşa numita *densitate cubică de energie.*

Densitatea cubică de energie în dielectric este proporţională cu permitivitatea şi cu pătratul intensităţii cîmpului electric.

Ea ne arată că fiecare unitate de volum din dielectric are o energie potenţială direct proporţională cu permitivitatea lui şi cu pătratul intensităţii cîmpului.

Exemple numerice. 1) *Să se exprime în centimetri şi în farazi capacitatea unui condensator, la care diferenţa de potenţial între armături variază cu* 600 u.e.s., *cînd sarcina variază cu* $9 \cdot 10^9$ u.e.s.

Relaţia (218.1) ne dă, în u.e.s.,

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{9 \cdot 10^9}{600} = 1{,}5 \cdot 10^7 \text{ cm.}$$

ceea ce face, în microfarazi,

$$C = \frac{1{,}5 \cdot 10^7}{9 \cdot 10^{11}} \cong 17 \ \mu\text{F}.$$

2) *Un condensator este format din două fâşii metalice, late de* 4 cm *şi lungi de* 10 m, *separate prin hîrtie parafinată cu constanta dielectrică de două ori mai mare decît a vidului. Să i se calculeze capacitatea, cînd grosimea izolatorului este de* 0,05 mm.

Relaţia

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d} \qquad (219.1)$$

în care

$$S = 4 \cdot 1\,000 = 4\,000 \text{ cm}^2$$

şi

$$d = 0{,}005 \text{ cm}$$

ne dă

$$C = \frac{2 \cdot 4\,000}{4\pi \cdot 0{,}005} \approx 127\,000 \text{ cm.}$$
$$= 127/9 \cdot 10^2 = 0{,}14\ \mu\text{F}.$$

Dacă am fi recurs la unitățile MKSA, trebuia să ținem seamă că permitivitatea vidului are valoarea numerică $\varepsilon_0 = \frac{1}{9 \cdot 10^9}$, așa că, în dielectricul ales, $\varepsilon = \frac{2}{9 \cdot 10^9}$.

In aceste aceste condiții

$$C = \frac{2}{9 \cdot 10^9} \cdot \frac{S}{4\pi d} = 1{,}4 \cdot 10^{-7}\ \text{F}.$$

3) *Suprafața utilă a fiecăreia din plăcile unei condensator plan este de* 0,5 m², *distanța lor este de* 12 mm, *iar dielectricul aer, de permitivitate practic egală cu a vidului.*

Să se calculeze energia inmagazinată sub diferența de potențial de 20 000 V.

Energia înmagazinată este

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \tag{220.2}$$

iar capacitatea rezultă din relația

$$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{4\pi d}. \tag{219.1}$$

Vom avea deci

$$W = \frac{\varepsilon_0 S \cdot U^2}{8\pi d}.$$

Iar prin înlocuirea datelor numerice găsim că

$$W = \frac{1 \cdot 0{,}5 \cdot (20\,000)^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot \pi} \cong 0{,}0737\ \text{J}.$$

4) *După încărcarea condensatorului de mai sus, apropiem plăcile pînă la* 6 mm. *Sarcina electrică rămînînd aceeași, cu cît variază diferența de potențial și energia înmagazinată?*

Intre situația inițială și cea finală vom avea

$$Q = C_1 U_1 = C_2 U_2.$$

De altă parte

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

şi aceste două relaţii ne dau

$$U_2=U_1\frac{d_2}{d_1}.$$

Iar prin înlocuirea datelor numerice găsim că

$$U_2=\frac{6}{12}\cdot 20\,000=10\,000\ \text{V}.$$

Ca să calculăm variaţia energiei, observăm că

$$\frac{W_1}{W_2}=\frac{C_1U_1^2}{C_2U_2^2}=\frac{d_1}{d_2}$$

şi rezultă că

$$W_2=W_1\cdot\frac{d_2}{d_1}=\frac{6}{12}\cdot 0{,}0736=0{,}0368\ \text{J}.$$

Energia scade deci în raportul apropierii plăcilor.

5) *Se leagă în serie un condensator de* 2μF *cu alţi doi de cîte* 6μF *şi se aplică la capete diferenţa de potenţial de* 3 000 V.

Să se calculeze capacitatea echivalentă a sistemului şi diferenţa de potenţial între armăturile condensatorului celui mai mic.

Relaţia

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} \tag{219.5}$$

ne dă, prin înlocuirea datelor numerice,

$$C\cong 1{,}2\ \mu\text{F}.$$

De altă parte, ştiind că toţi condensatorii conţin sarcini electrice egale, rezultă că

$$Q=C\cdot U=C_2U_2.$$

Prin urmare

$$U_2=\frac{1{,}2}{2}\cdot 3\,000=1\,800\ \text{V}$$

pe cînd ceilalţi doi condensatori suportă numai cîte 600 V.

CAPITOLUL XXVI

ELECTROMETRE

§ 221. **Principiul şi funcţionarea.** Electrometrele sînt aparate cu care măsurăm diferenţele de potenţial, între două puncte ale unui conductor, prin care trece un curent electric, sau între doi conductori diferiţi, în echilibru electric.

Caracteristica distinctivă a electrometrelor, de orice specie, constă în aceea că permit efectuarea măsurărilor numai pe baza legilor electrostaticii, deci fără ca ele înşile să fie parcurse de un curent electric.

Tipul cel mai simplu de electrometru este electroscopul, pe care l-am descris la timpul lui şi de care ne-am folosit în multiple ocazii, numai că trebuie să-l gradăm în volţi.

Gradarea se face cu ajutorul unei *curbe de etalonare,* pe care o trasăm după ce înregistrăm în abscisă cît mai multe diferenţe de potenţial cunoscute, aplicate între vergea şi cutia metalică a electroscopului, iar pe ordonată divergenţele corespunzătoare ale foiţelor.

Electroscoapele primitive, introduse într-un simplu flacon de sticlă, nu pot fi întrebuinţate ca electrometre, fiindcă divergenţele observate sînt influenţate de prezenţa conductorilor sau a sarcinilor electrice din apropiere.

Dacă foiţele sînt destul de subţiri şi facem citirea divergenţei lor sub microscop, sensibilitatea poate să atingă cîteva zecimi de volt.

Electroscopul are avantajul unei capacităţi electrostatice proprii destul de mici, aşa că, prin introducerea lui, nu se modifică sensibil potenţialul electrostatic de măsurat.

Există încă numeroase alte tipuri de electrometre, din care vom descrie numai două:

1. *Electrometrul absolut, plan.* Acest aparat permite determinarea unei diferenţe de potenţial, fără prealabilă etalonare, numai cu ajutorul forţei de interacţiune, între plăcile unui condensator plan.

Schematic, el este construit aşa cum arată figura 112.

Una din plăcile condensatorului, de formă circulară *A*, este izolată şi legată la potenţialul de măsurat, *V*.

Cealaltă placă B este fixată de brațul unei balanțe și legată la pămînt.

Ea e introdusă concentric într-un inel I, la același potențial ca și dînsa. Rostul acestui *inel de gardă* este să asigure unifor-

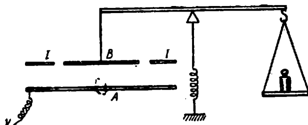


Fig. 112. Principiul electrometrului absolut, plan.

mitatea cîmpului, între A și B, împiedicînd o eventuală împrăștiere a liniilor de forță (fig. 113).

Prin felul cum s-au făcut legăturile conductoare, potențialul de măsurat are, ca zero relativ, de referință, potențialul pămîntului.

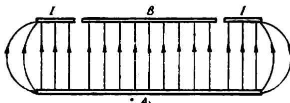


Fig. 113. Inelul de gardă.

Dacă densitatea electrică superficială, pe una din plăci este σ, cîmpul pe care-l produce va fi, în u.e.s., luînd $\varepsilon = 1$, în aer,

$$E = 2\pi\sigma. \tag{205.2}$$

Rezultă că cealaltă placă, încărcată cu sarcina σS, va fi atrasă cu forța

$$F = 2\pi\sigma^2 S.$$

Dacă sistemul celor două plăci are capacitatea C și dacă placa izolată are potențialul V, față de pămînt, se vede imediat că

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{CV}{S}.$$

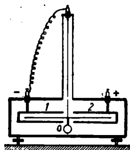
Aceste plăci formează un condensator, a cărui capacitate, în aer, este

$$C = \frac{S}{4\pi d}.$$

Iar dacă facem înlocuirile cuvenite, în expresia forței, ajungem la relația finală

$$\boxed{V = \sqrt{\frac{8\pi d^2 F}{S}}}. \tag{221.1}$$

Forța de atracție se măsoară echilibrînd balanța, iar dimensiunile geometrice se măsoară direct și astfel putem calcula potențialul plăcii mobile, față de pămînt.



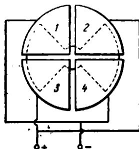


Fig. 114. Electrometrul cu cadrane.

2. *Electrometrul cu cadrane.* Acesta se compune din patru sectoare circulare metalice, dispuse așa cum arată fig. 114. Ele înconjură și acopăr un „ac", făcut din tablă subțire de aluminiu și reprezentat punctat.

In ordinea numerică, sectorul *1* este legat electric de sectorul *3*, iar sectorul *2* de sectorul *4*.

Intre aceste două perechi de cadrane se aplică diferența de potențial de măsurat.

Acul este suspendat cu un fir conductibil, cît mai subțire și legat electric la una din perechile de sectoare.

Mai există și alte posibilități de montare, asupra cărora nu e cazul să insistăm aici.

Calculul şi experienţa ne arată că, sub acţiunea cîmpului electric format, acul se roteşte de un unghi α, proporţional cu diferenţa de potenţial aplicată.

Aşadar

$$\boxed{\alpha = K \cdot V} \qquad (221.2)$$

unde constanta de proporţionalitate K depinde de construcţia aparatului şi se determină, odată pentru totdeauna, legînd o diferenţă de potenţial cunoscută, între perechile de cadrane.

Spre deosebire de precedentul, acest electrometru nu mai este absolut, fiindcă are nevoie de o prealabilă etalonare, care presupune o comparaţie cu o diferenţă de potenţial dată.

In schimb, el este mult mai sensibil.

CAPITOLUL XXVII

MAŞINI ELECTROSTATICE

§ 222. **Principiul maşinilor cu adiţiune.** Să presupunem că luăm cu un conductor izolat, o cantitate de electricitate q, de la un corp electrizat, de pildă pozitiv şi o descărcăm, prin atingerea lui cu peretele interior al unui conductor găunos, de asemenea izolat (fig. 115).

Dacă repetăm de n ori această operaţie, potenţialul faţă de pămînt al conductorului, pe care-l încărcăm treptat, devine

$$C = \frac{Q}{C} = \frac{n \cdot q}{C}$$

şi creşte cu numărul de transporturi efectuate.

El nu poate însă depăşi o limită maximă, fiindcă, de la o vreme, din cau-

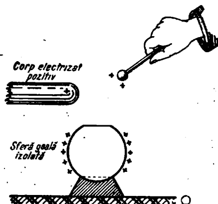


Fig. 115. Principiul maşinilor electrice cu adiţiune.

za presiunii electrostatice prea mari, orice sarcină suplimentară se descarcă în aer.

Ca să micşorăm această presiune şi să putem atinge sarcini şi potenţiale cît mai mari, va trebui deci să folosim numai conductori sferici, pe care densitatea electrică superficială este uniformă şi, totodată, să le dăm o rază cît mai mare.

Acesta este principiul de funcţionare al tuturor maşinilor electrostatice aşa zise *cu adiţiune*.

O astfel de maşină are următoarele organe principale:

1) Un *producător* de electricitate;

2) Un *transportor*, cu care să o putem duce pe conductorul de încărcat;

3) Un *colector* care să o primească, preferabil de formă sferică şi de rază cît mai mare.

Dintre numeroasele maşini, ce ar putea să funcţioneze pe acest principiu, vom descrie numai două:

1. *Maşina lui Van-de-Graaf.* Transportorul este o curea izolantă, de mătase, de cauciuc sau de hîrtie impregnată cu un lac special. Ea se mişcă pe două tambure, purtate de un motor electric (fig. 116).

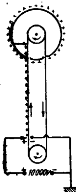


Fig. 116. Schema maşinii de adiţiune tip Van-de-Graaf.

La partea inferioară, această curea trece între o placă metalică şi un vîrf ascuţit, între care stabilim o diferenţă de potenţial, destul de mare ca să producă efluvii. Ea se încarcă astfel cu electricitate de semnul aceleia din vîrful ascuţit.

Partea superioară este introdusă, printr-o deschidere potrivită, într-o sferă metalică, de rază cît mai mare, unde alt vîrf ascuţit captează sarcinile aduse şi le transmite spre exteriorul sferei.

In acelaşi timp, un alt dispozitiv identic încarcă o a doua sferă cu electricitate de semn contrar.

Diferenţa de potenţial între ele creşte treptat, prin acumulare şi, cînd atinge anumită valoare limită, se produc scîntei electrice.

La maşinile de dimensiuni mari, cele două sfere au cîţiva metri, în diametru şi sînt fixate pe coloane izolante, de 10—15 metri înălţime.

Cu ele se pot realiza diferenţe de potenţial de ordinul a zece milioane de volţi.

Figura 117 reprezintă fotografia unei astfel de maşini.

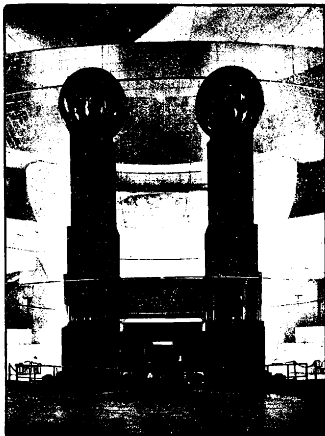


Fig. 117. Maşină Van-de-Graaf pentru zece milioane de volţi.

Producerea diferenţelor de potenţial foarte mari este acum necesară în cercetările moderne asupra structurii şi transmutaţiilor atomice.

In timpul experienţelor, operatorul se poate instala în una din sfere, împreună cu aparatele necesare. El nu este cîtuşi de puţin incomodat, fiindcă acolo cîmpul electric este nul.

Primele maşini de acest fel au fost construite în 1932.

In altă variantă, sfera de încărcat este închisă în alta mai mare, ce o înveleşte la distanţă convenabilă.

Intre aceste sfere se introduce fie aer sub presiune, fie, mai bine, gazul *freon* (CCl_2F). Cu chipul acesta se evită descărcările premature, fiindcă aerul, sub presiunea normală, îşi pierde, în parte, însuşirile izolante, sub acţiunea cîmpurilor electrice prea intense.

2. *Maşina lui Wimshurst.* Cu toate că tipul acesta de maşină este acum învechit (datează din 1883) şi adesea capricios în funcţionare, îl mai găsim încă în toate laboratoarele de fizică şi serveşte mai ales pentru demonstraţii de curs.

El constă din două discuri, de sticlă sau de ebonită, aşezate pe o axă comună, pe care o transmisie mecanică le roteşte în sens contrar (fig. 118).

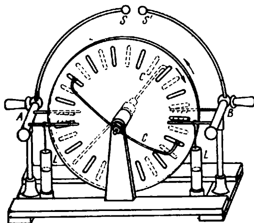


Fig. 118. Maşina electrostatică Wimshurst.

Aceste discuri au, pe suprafeţele exterioare, cîte o coroană de sectoare metalice, numite **„pastile"**

Două vergele conductoare *C*, dispuse diametral şi aşezate perpendicular una pe alta, în faţa sectoarelor, le freacă cu nişte periuţe, tot metalice şi le încarcă cu electricitate.

In dreptul diametrului orizontal, se află doi conductori izolați, *A* și *B*, care îmbucă discurile, fără să le atingă și joacă rolul de colectori. Ei sînt prevăzuți cu vîrfuri ascuțite (sau piepteni) și comunică cu două sfere, care formează *polii* mașinii.

Printr-un fenomen destul de complex, de electrizare prin frecare și prin influență, al cărui mecanism nu-l cunoaștem încă amănunțit, sectoarele metalice ajung în fața colectorilor încărcate, deoparte pozitiv, de altă parte negativ.

Vîrfurile ascuțite iau aceste sarcini electrice și procesul de adițiune face ca diferența de potențial dintre poli să crească treptat, pînă apare scînteia electrică.

Pentru a mări capacitatea sistemului și cantitatea de electricitate acumulată, se mai leagă, între colectori, armăturile interioare ale unor butelii de Leyda, ale căror armături exterioare sînt puse la pămînt.

Scînteile devin atunci mai luminoase și mai zgomotoase, fiindcă transportă cantități mai mari de electricitate.

O mașină Wimshurst, cu două discuri de 50—60 cm diametru, poate să producă diferențe de potențial de ordinul zecilor de mii de volți.

Se construiesc și mașini cu mai multe discuri, unde cantitatea de electricitate transportată este mai mare.

Scînteile electrice produse nu sînt decît niște transporturi de electricitate, adică aceea ce numim *curenți electrici.*

Ca să deosebim aceste descărcări de transporturile prin conductori, le vom numi *disruptive,* fiindcă sparg pătura izolantă și o fac să devină conductoare.

Diferența de potențial, sub care iau naștere, depinde de forma și de mărimea conductorilor, de distanța lor și de natura izolantului separator.

Ea definește așa numitul *potențial exploziv.*

La diferite distanțe și între două sfere de 5 cm diametru, găsim experimental următoarele potențiale explozive, în aer, la presiunea normală:

1 cm	32 000 V	4 cm	93 500 V
2 cm	58 600 „	5 cm	106 000 „
3 cm	80 000 „	10 cm	142 000 „

Cu ajutorul unei curbe, trasate cu aceste date, putem determina diferențele mai mari de potențial, din simpla măsurare a distanței explozive. Metoda e folosită curent în electrotehnică.

In aer, la distanță mică, scînteia electrică este rectilinie, dar la distanțe mai mari începe să capete forma șerpuită și ramificată din fig. 119.

Ramificațiile se îndreaptă, în genere, de la conductorul pozitiv, spre cel negativ.

Apariția scînteii este precedată de *efluvii* sau de *efectul corona,* descris în (§ 207).

Aspectul efluviilor depinde de semnul sarcinii conductorului. Figura 120 reproduce fotografia lor, pentru ambele semne: Conductorul a fost aici aşezat chiar pe placa fotografică [1]).

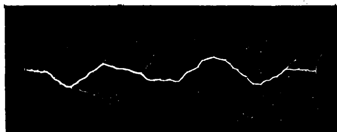


Fig. 119. Scînteia se ramifică spre polul negativ.

Fig. 120, *a*. Efluvii în jurul unui conductor încărcat pozitiv.

[1]) Aceste clişee ne-au fost puse la dispoziţie de prof. *Th. V. Ionescu*, de la Universitatea din Bucureşti.

Sub presiune redusă, descărcarea electrică prin gaze capătă un aspect cu totul diferit de aceea ce se produce sub presiunea normală.

Cînd această presiune nu e peste măsură de scăzută, întreaga coloană de gaz devine luminoasă, iar culoarea luminii depinde de natura gazului, precum și de condițiile descărcării.

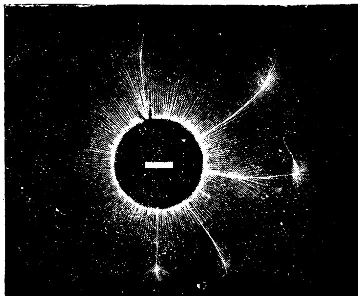


Fig. 120, *b*. Efluvii în jurul unui conductor încărcat negativ.

Un exemplu bine cunoscut îl avem la firmele cu tuburi de *neon*, unde lumina este roșie.

Pentru demonstrații la curs ne mai servim și de așa numitele *tuburi Geissler*, arătate în fig. 121.

Mecanismul acestor descărcări în gaze rărite îl vom cerceta mai tîrziu.

Descărcarea electrică, sub orice formă, implică existența unei diferențe de potențial și, odată cu transportul de electricitate, liberează energie, sub forma luminoasă, calorică, mecanică etc.

Cînd ea trece prin corpul animalelor, dă naștere la contracții musculare, la comoții și, uneori, la accidente mortale.

Un exemplu tipic de transformare directă a energiei electrice în energie mecanică, fie cinetică, fie potențială, ni-l dau înseși fenomenele de atracție ale corpurilor, sub acțiunea forțelor electrice.

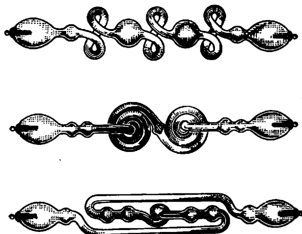


Fig. 121. Tuburi Geissler.

Un alt exemplu, deosebit de interesant, îl găsim la mașinile electrostatice, a căror funcționare devine reversibilă, în anumite condiții prielnice:

O mașină Wimshurst mai mare, pe care o descărcăm prin alta mai mică, legînd între dînșii polii respectivi, o pune în mișcare, ca și cum am învîrti-o cu mîna.

CAPITOLUL XXVIII

SARCINA ELECTRICĂ ELEMENTARĂ

§ 223. Cercetările lui Millikan. În (§ 81), anticipînd asupra structurii atomilor, am arătat că ei au configurația unor sisteme solare și că, în stare normală, sarcinile negative ale electronilor sateliți compensează exact sarcinile pozitive ale protonilor din nucleu.

De asemenea am văzut că un atom ce a pierdut electroni sateliți devine un ion pozitiv, iar dacă fixează alții, suplimentari, devine un ion negativ.

In aerul atmosferic, asemenea ioni există permanent, în număr de cîteva sute, la centimetrul cub. Dar acest număr poate să devină mult mai mare, în anumite condiții particulare, de pildă ca urmare a descărcărilor electrice, prin acțiunea substanțelor radioactive, prin efectul radiației solare, prin frecarea păturilor de aer de obstacole etc.

In fine, am mai văzut că picăturile de apă, ce se formează prin condensarea vaporilor din atmosferă, apar mai ales în jurul ionilor, sau a particulelor fine în suspensie.

Odată formate, aceste picături tind să capteze și alți ioni, pe care agitația termică îi aduce, întîmplător, în contact cu ele.

In 1910, *Millikan* [1]) a izbutit să măsoare direct forțele electrostatice, pe care un cîmp electric, de intensitate cunoscută, le exercită asupra ionilor și astfel să determine sarcina lor.

In linii generale, dispozitivul experimental, pe care fig. 122 îl reprezintă schematic și în mărime naturală, este următorul:

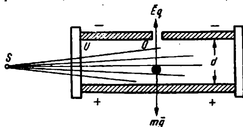


Fig. 122. Schema experienței lui Millikan.

Intre două plăci metalice, plane și paralele, se aplică o diferență de potențial reglabilă, de ordinul sutelor de volți.

Dacă o notăm cu U și dacă distanța dintre plăci este d, intensitatea cîmpului, presupus uniform, va fi

$$E = \frac{U}{d}. \qquad (214.1)$$

Lateral, spațiul este limitat prin plăci transparente și izolante, care împiedică formarea curenților de aer și, din același motiv, tot sistemul este menținut la temperatură uniformă și constantă.

[1]) *Robert Andrew Millikan* (născut în 1868), fizician american, fost profesor la Pasadena, în California. Premiu Nobel (1923)

Un vaporizator obişnuit introduce, prin deschiderea *O*, picături fine de ulei. Picăturile de apă nu ar fi potrivite, fiindcă se evaporă prea repede şi, totodată, strică izolarea electrică.

Aceste picături conţin aproape totdeauna un număr oarecare de ioni şi chiar procesul de pulverizare le comunică sarcini electrice.

Dacă ele sînt electrizate pozitiv, acţiunea cîmpului va tinde să le ducă în sensul liniilor de forţă ; dacă sînt negative, vor fi trase în sensul contrar.

Pentru precizarea situaţiei, să presupunem că sensul cîmpului ar fi cel arătat în figură şi că examinăm o picătură, de masă m, încărcată cu sarcina electrică $+q$.

Ea se află sub acţiunea simultană a două forţe direct opuse : una este greutatea proprie mg, iar cealaltă este forţa electrică Eq. In aceste condiţii, dacă potrivim intensitatea cîmpului electric aşa fel ca

$$mg = Eq$$

forţa electrică echilibrează greutatea şi picătura rămîne imobilă.

Raza picăturii se măsoară sub microscop. Cu ajutorul ei putem apoi calcula întîi volumul şi apoi masa, fiindcă densitatea uleiului este cunoscută de la început.

După aceea, ecuaţia de echilibru de mai sus ne dă mărimea sarcinii q.

Experienţa arată că sarcinile diferitelor picături examinate nu sînt egale, dar se constată că *ele nu pot să aibă orice valoare*, ci corespund întotdeauna multiplilor întregi ai unei *sarcini elementare*, pe care o numim *cuantă de electricitate* şi care poate fi pozitivă sau negativă.

Echilibrind greutatea picăturilor electrizate, cu un cîmp electric opus, constatăm că sarcina lor este un multiplu întreg al unei sarcini elementare.

Această primă metodă, a *picăturii echilibrate*, nu e încă suficient de precisă, fiindcă determinarea razei sub microscop, mai ales la picăturile foarte mici, nu se poate face destul de exact.

In a doua serie de experienţe, Millikan caută să o determine pe altă cale :

Cîtă vreme încă nu există cîmpul electric, picătura cade, sub acţiunea greutăţii proprii şi atinge o *viteză-limită*, impusă de frecarea cu păturile de aer.

După legea lui Stokes, această viteză este

$$v_c = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2}{\eta} \rho g, \tag{103.2}$$

unde ρ reprezintă densitatea uleiului și η coeficientul de viscozitate al aerului.

Măsurînd sub microscop această viteză-limită, putem calcula raza și apoi masa picăturii.

Aplicăm apoi cîmpul electric, o echilibrăm și calculăm sarcina q, din ecuația de echilibru, așa cum am făcut și în cazul precedent.

În fine, în a treia serie de experiențe, Millikan lasă întîi picătura să cadă în aer, fără cîmp electric.

Știind că, la vitezele mici, forța de frecare cu mediul gazos variază direct proporțional cu viteza și că mișcarea devine uniformă cînd această forță egalează greutatea proprie, vom avea

$$mg - Kv_c = 0 \tag{I}$$

unde K este o constantă de proporționalitate.

Aplicăm apoi cîmpul electric și-l orientăm așa ca picătura să pornească în sus, împotriva gravitației.

De astă dată, viteza-limită de urcare, pe care o vom nota cu v_u, este dictată de relația

$$mg - qE + Kv_u = 0. \tag{II}$$

Relațiile (I) și (II) combinate ne dau atunci

$$\frac{v_u}{v_c} = \frac{qE - mg}{mg}$$

iar raza și masa picăturii le calculăm din relația (103.2).

Toate cantitățile fiind cunoscute, putem astfel calcula valoarea sarcinii q.

Dacă facem să dureze observația un timp mai îndelungat și mai ales dacă punem în apropiere o substanță radioactivă, sau

dacă trecem prin aparat un fascicul de raze ultraviolete, care măresc ionizarea gazului, picătura poate să capteze ioni suplimentari.

Sarcina ei se modifică şi viteza-limită de asemenea.

Experienţa ne arată atunci că variaţiile de sarcină nu pot fi continue, ci decurg prin salturi, ce corespund cuantei elementare de electricitate, definită mai înainte.

Determinările făcute au dus la rezultatul că această cuantă, pe care o notăm obişnuit cu e, are valoarea

$$e = \pm 4{,}802 \cdot 10^{-10} \text{ u e.s.} \quad \text{sau}$$

$$e = \pm 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

Ea reprezintă, ca valoare absolută, fie sarcina negativă a electronului, fie pe aceea pozitivă a protonului.

Un atom ionizat o va cuprinde de atîtea ori, cîţi electroni sateliţi a pierdut sau captat.

Vom vedea mai tîrziu cum alte metode, cu totul diferite, ne duc la acelaşi rezultat.

CAPITOLUL XXIX

ELECTRICITATEA ATMOSFERICĂ

A. Noţiuni fundamentale

§ 224. **Gradientul de potenţial atmosferic.** Lăsînd la o parte desfăşurarea istorică a concepţiilor despre fenomenele electrice din atmosferă, asupra căreia vom da unele indicaţii mai tîrziu, ne vom limita, în cele ce urmează, la un foarte scurt rezumat cu caracter informativ, asupra cunoştinţelor actuale.

Un simplu electroscop, gradat în volţi, a cărui cutie metalică este legată la pămînt şi a cărui vergea este în legătură cu un vîrf ascuţit, pe care-l ridicăm la diferite înălţimi, ne permite să

constatăm că, între păturile atmosferice și suprafața pămîntului, apar diferențe de potențial, ce ne arată existența unui cîmp electric (fig. 123).

Vîrful ascuțit constituie o *sondă* și comunică foițelor electroscopului potențialul, în raport cu pămîntul, al punctului în care l-am situat.

Există și alte tipuri de sonde, asupra cărora nu e cazul să insistăm aici.

Se mai constată că, *pe timp senin și liniștit,* acest potențial crește cam cu 120 V, cînd înălțimea crește cu un metru.

Această creștere, astfel raportată la variația de înălțime, definește, după cum se știe, atît intensitatea cîmpului electric din jurul pămîntului, cît și gradientul de potențial atmosferic.

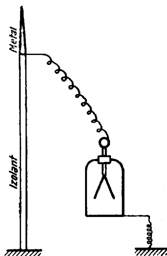


Fig. 123. Determinarea potențialului în atmosferă.

Gradientul mijlociu de potențial atmosferic, în păturile inferioare, este de 120 V/m.

Valoarea numerică citată reprezintă o medie, pentru întreaga suprafață a pămîntului și se referă numai la păturile inferioare. Dacă ne ridicăm pe la 9 000 m, gradientul scade pînă la doi volți pe metru.

In fine, se mai constată că liniile de forță ale cîmpului se orientează de obicei de sus în jos, ceea ce înseamnă că atmosfera este încărcată pozitiv, iar pămîntul negativ.

Ca să poată fi electrizată, atmosfera trebuie să conțină un număr oarecare de molecule ionizate. Experiența ne arată, în adevăr, că un conductor încărcat se descarcă în aer, oricît de bine l-am izola, ceea ce înseamnă că el atrage și fixează ionii de semn contrar sarcinii proprii, pînă la neutralizare.

Măsurînd pierderea de sarcină a unui conductor de capacitate cunoscută, într-un timp dat, cînd suflăm pe lîngă el o can-

titate cunoscută de aer, putem determina numărul de ioni, cuprinşi în unitatea de volum.

Se constată astfel că, la nivelul solului şi în condiţii normale, fiecare centimetru cub de aer conţine 500—600 de ioni.

Dar totodată se mai constată că sînt mai mulţi ioni pozitivi decît negativi. Excesul unora, asupra celorlalţi, face ca sarcinile pozitive să domine şi astfel se explică de ce cîmpul electric, între atmosferă şi pămînt, are sensul constatat.

Faptul că gradientul de potenţial se micşorează, la înălţimile mai mari, ne arată că acolo excesul ionilor pozitivi, asupra celor negativi, este mai mic.

Ionii atmosferici sînt în continuă prefacere. O parte din ei se recombină şi se neutralizează reciproc, iar alţii sînt captaţi de pămînt sau de corpurile electrizate, în timp ce factorii naturali de ionizare : radioactivitatea solului, razele ultraviolete ale Soarelui, furtunile şi aşa numitele *raze cosmice,* care vin din spaţiile interastrale, compensează pierderile şi produc alţii, în locul lor.

Gradientul de potenţial atmosferic nu păstrează necontenit valoarea menţionată, ci suferă variaţii periodice, de la noapte la zi, sau de la iarnă la vară, între limite destul de restrînse.

Dar peste aceste variaţii mici se suprapun altele accidentale, mai ales pe timp de furtună, cu efecte spectaculoase.

Numărul ionilor, în unitatea de volum, devine atunci incomparabil mai mare, iar gradientul de potenţial poate să atingă şi chiar să depăşească 10 000 V/m.

Pe lîngă fulgere şi trăsnete, se mai produc atunci efluvii, în vîrfurile ascuţite şi efectul corona, în jurul obstacolelor mai înalte.

Marinarii îl observă adesea, în vîrful catargului, iar alpiniştii în capătul bastonului cu care se sprijină.

Uneori aceste fenomene luminoase pot fi văzute chiar în jurul capului unei persoane, ce stă pe o înălţime.

Mai menţionăm că, în anumite condiţii speciale, cîmpul şi gradientul de potenţial atmosferic se pot inversa, mai ales în regiunile de margină ale zonelor de ploaie sau de ninsoare.

§ 225. **Electrizarea norilor.** Interpretarea electrizării norilor pleacă de la un fenomen cunoscut sub numele de *efectul Lenard* [1]):

Un obstacol ce pulverizează o vînă de apă se electrizează negativ, iar picăturile se încarcă pozitiv.

Picăturile ce se formează, cînd o vînă de apă loveşte un obstacol, se electrizează pozitiv, iar obstacolul se încarcă negativ (fig. 124).

Dacă aceleaşi picături le fărîmiţăm mai departe, suflînd asupra lor un curent de aer, electrizarea pozitivă creşte, iar aerul se ionizează negativ.

Se ştie că, în cuprinsul unei depresiuni atmosferice, apar curenţi verticali, de aer, ascendenţi în regiunea centrală şi descendenţi, în zonele marginale.

In timpul furtunilor de vară, care se întind obişnuit pe suprafeţe reduse, violenţa curenţilor ascendenţi e în stare să menţină în aer chiar picăturile mai mari de apă şi boabele de grindină.

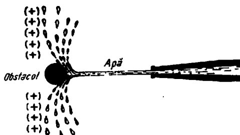


Fig. 124. Efectul Lenard.

Ei fărîmiţează aceste picături, le încarcă cu cantităţi mari de electricitate pozitivă, iar aerul se ionizează negativ.

Ionii formaţi se ridică spre păturile superioare, unde vor deveni centre de condensare, pentru alte picături.

Consecinţa este că, în straturile inferioare, norii capătă sarcini pozitive, iar în cele superioare găsim un exces de sarcini negative.

Stratificarea nu se poate menţine, din pricina curgerii turbulente, care produce vîrtejuri, dar în măsura în care masele de nori nu se amestecă, ci sufăr mişcări de ansamblu, apar diferenţe de potenţial enorme, atît între dînsele, cît şi faţă de pămînt.

Ele sînt acelea care dau naştere la descărcările electrice, caracteristice furtunilor de vară.

[1]) *Philip Lenard* (1862—1947), fost profesor la universitatea din Heidelberg. Titular al premiului Nobel (1905).

În cuprinsul depresiunilor de suprafață mare, cu ploaie liniștită și de lungă durată, cum sînt mai ales ploile de toamnă, curenții ascendenți sînt mult mai slabi. Ele nu aduc descărcări electrice, fiindcă nici condensarea nu e destul de rapidă, ca să producă picături mari, nici fragmentarea acestor picături nu merge prea departe.

Toamna și iarna fulgerul este un fenomen foarte rar. Doar pe timp de viscol dacă se mai observă unele descărcări electrice, datorite încărcării fulgilor de zăpadă, prin frecarea cu aerul.

Energia electrică din atmosferă nu este, în fond, decît rezultatul transformării energiei calorice, pe care ne-o trimite Soarele, iar forma intermediară este, de obicei, energia mecanică a curenților de aer.

Randamentul termodinamic al acestei transformări este mult mai mic, în timpul iernii, fiindcă și diferențele de temperatură între regiunile imediat vecine devin mai mici.

Studiul electrizării norilor se află încă în faza de acumulare a faptelor de observație, care să permită dezvoltarea unei teorii mai ample și mai complete. În situația de față, cunoștințele noastre sînt limitate, iar cercetările experimentale dificile și periculoase.

Dintre multiplele teorii existente, asupra cărora nu e cazul să insistăm, nici una nu e în stare să explice fenomenele, în toată complexitatea lor.

§ 226. **Fulgerul.** Lungimea obișnuită a scînteilor electrice, care străbat norii sub forma de fulger, este de 1—2 kilometri, dar poate să întreacă uneori 10 și chiar 15 kilometri.

Prin comparație cu scînteile pe care le putem produce în laborator, sau din determinarea experimentală a gradientului de potențial care precede un trăsnet, rezultă că diferențele de potențial trebuie să atingă sute de milioane de volți.

Intensitatea curentului pe care-l transportă se poate măsura fie prin efectele termice, fie de la distanță, prin efectele magnetice. Ea este de ordinul a 10 000—20 000 de amperi.

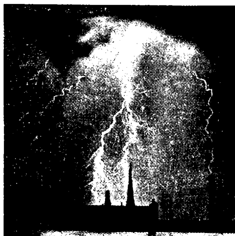
Dacă fotografiem un fulger, cu un aparat fotografic în rotație rapidă, așa ca imaginile să cadă în locuri diferite, pe placa sensibilă, se constată că el se compune din mai multe descărcări consecutive, care se succed la intervale de 1/100—1/1000 dintr-o secundă, fiecare de sens contrar precedentei.

Intr-o miime de secundă, puterea debitată de un fulger, sub intensitatea de 20 000 de amperi şi diferenţa de potenţial de 250 milioane de volţi este de $5 \cdot 10^9$ kilowaţi!

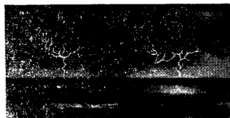
Cînd se va găsi un mijloc practic de folosire, fenomenele electrice din atmosferă vor putea deci să constituie un important izvor de energie.

Se ştie că scînteile electrice lungi au tendinţă să se ramifice, de la polul pozitiv, spre cel negativ. Fotografia unui trăsnet ne poate astfel arăta semnul electrizării norului, faţă de pămînt.

Se constată aşa că, de cele mai multe ori, norul este pozitiv, dar se întîlnesc adesea şi electrizări inverse (fig. 125, *a* şi *b*).



(*a*)



(*b*)

Fig. 125. Trăsnete descendente şi ascendente.

Fulgerul şi trăsnetul produc, pe scară incomparabil mai mare, aceleaşi efecte ca şi scînteile electrice obţinute în laborator: spargeri, distrugeri, aprinderi, electrocutare, procese chimice etc.

Se pare că bubuitul caracteristic nu se datoreşte numai încălzirii bruşte a păturilor de aer, ci mai ales formării unui compus instabil, între oxigen şi azot, a cărui formulă chimică nu se cunoaşte. Il numim *substanţă fulminantă* şi poate fi produs şi în laborator, tot cu ajutorul scînteilor electrice, sub forma unor mici granule, care explodează imediat ce se răcesc.

Una din principalele sinteze naturale, datorite descărcărilor electrice din atmosferă, în prezenţa vaporilor de apă, este a amoniacului, absolut indispensabil pentru dezvoltarea plantelor.

B. Scurtă privire istorică asupra electrostaticii

Desfăşurarea spectaculoasă a fenomenelor electrice din atmosferă a fost privită cu spaimă şi înconjurată de mister, pînă la începutul veacului al XVIII-lea, chiar pentru filosofi şi învăţaţi.

Din lipsă de alte cunoştinţe, li s-a dat o explicaţie mistică şi astfel fiecare religie sau mitologie are cîte un zeu, ce stăpîneşte fulgerul şi-l foloseşte ca o armă de luptă, sau ca un mijloc de intimidare, împotriva duşmanilor personali.

Thales din Milet, care vorbeşte pentru prima oară despre însuşirile curioase ale chihlimbarului frecat, nu a descoperit el însuşi fenomenul, ci din relatările unei ţesătoare.

Aceasta se petrecea cu 600 de ani înainte de era noastră şi opera lui Thales a căzut repede în uitare.

In tot cazul, nimeni nu i-a dat atenţie, pînă cînd medicul *Gilbert*, în a doua jumătate a veacului al XVI-lea, descopere că nu e vorba de o însuşire particulară a unei anumite substanţe, ci de fapte cu caracter mult mai larg.

El constată că există numeroase corpuri ce atrag obiecte uşoare, cînd sînt frecate şi numeşte fenomenul *electrizare.*

Il studiază apoi, prin comparaţie cu magnetizarea şi observă că magnetul atrage numai cu capetele, pe cînd corpul electrizat atrage pe toată întinderea lui. De asemenea mai observă că magnetul atrage numai fierul, pe cînd corpul electrizat atrage orice substanţă.

Incercările de explicaţie nu puteau fi decît naive: Gilbert îşi închipuie magnetizarea ca un fel de *efluvii nemateriale,* ce intră printr-un capăt, ies prin celălalt şi formează un fel de *vîrtej*, pe cînd la corpul electrizat aceste efluvii sînt *materiale* şi au chiar o greutate proprie, iar pentru o mai bună înţelegere, le compară cu mirosul corpurilor.

Dacă metalele nu se electrizează, înseamnă că nu sînt capabile să emită efluvii destul de fine.

Lucrarea lui Gilbert, *De magnete*, apărută la Londra în 1600, a deschis în ştiinţă capitolul nou al electricităţii.

Kepler şi *Galileu* o comentează şi o admiră, *Descartes* fundamentează pe concepţia efluviilor şi a vîrtejelor o întreagă teorie filosofică, iar *Newton*, care a murit în 1727, a susţinut-o cu toată autoritatea lui.

Importanţa ei consistă în descoperirea fundamentală a faptelor experimentale. Interpretarea lor nu era decît pură metafizică.

Otto de Gericke nu acceptă teoria efluviilor. El face un pas mare mai departe, în domeniul experimental, dar cercetările lui au rămas multă vreme în umbră, întîi fiindcă nu le-a publicat decît foarte tîrziu, în 1672, după ce le comunicase doar prin scrisori directe, cum era obiceiul timpului, apoi fiindcă el însuşi a pus mai multă greutate pe studiul pompelor de vid şi al presiunii atmosferice.

Motivul acestei indiferenţe temporare nu e greu de văzut:

Mecanica lui *Newton,* apărută în 1687, a concentrat, pentru cîteva decenii, activitatea lumii ştiinţifice asupra problemelor de dinamică şi de gravitaţie, lăsînd în umbră orice altă preocupare.

Intr-o lungă serie de cercetări (1705—1711), *Hawksbee* observă şi studiază unele fenomene luminoase, la corpurile frecate în vid.

El construieşte o maşină electrostatică mai mare, cu un cilindru de sticlă, descrie fenomenele de influenţă, fără să observe încărcările contrarii şi mai constată că electrizarea se răspîndeşte pe suprafaţa corpurilor.

Din experienţele descrise, rezultă că ar fi observat şi deosebirea dintre conductori şi izolanţi, dar nici el nu face vre-o menţiune specială.

După exemplul academiei *dei Lincei* de la Roma, din care făcea parte şi *Galileu,* încep să apară, încă din primele decenii ale veacului al XVIII-lea, reviste ştiinţifice, în toate ţările de cultură.

Inlocuind vechiul sistem al comunicărilor directe, prin scrisori personale, aceste reviste au adus un mijloc de răspîndire largă a ideilor şi a rezultatelor cercetării ştiinţifice, iar progresele nu au întîrziat să se arate.

Intr-o scrisoare, publicată în 1708, medicul *Dr. Wall,* relatînd experienţele făcute cu o bucată mare de chihlimbar, spune, între altele:

„Se pare că scînteia electrică şi zgomotul ei ar fi ceva asemănător cu fulgerul şi tunetul".

Este pentru prima dată cînd cineva îndrăzneşte să facă o asemenea apropiere, dar *Wall* era englez şi trăia ceva mai departe de inchiziţie, iar vremea lui *Voltaire* şi a enciclopediştilor nu venise încă.

Următoarea perioadă, în dezvoltarea cunoştinţelor de electricitate, începe în 1729, cu cercetările lui *Stephen Gray* şi se încheie în 1785, cu cercetările lui *Coulomb.*

Gray este acela care, după ce a înţeles limpede deosebirea dintre izolanţi şi conductori, arată cum pot fi electrizate metalele, prin frecare sau prin influenţă.

Insuşirile observate la chihlimbar, de ţesătoarea din Milet, se generalizează astfel pentru toate corpurile, de orice specie.

Dar, cu toate că ajunsese numai la un pas de dînsa, nici *Gray* n-a sezisat diferenţierea speciilor de electricitate.

1) Gericke construieşte prima maşină electrostatică: o sferă de sulf, pe care o rotea în jurul unei axe şi o freca între palme.

2) Cu dînsa izbuteşte să producă, pentru prima oară, o scînteie electrică, în laborator.

2) Observă în treacăt fenomene de inducţie, dar nu le consideră ca un fapt nou.

4) Constată acţiunea vîrfurilor şi transmiterea electricităţii prin metale, dar nu vede fenomenul de conducere în adevărata lui semnificaţie.

De la Gericke nu s-a mai făcut aproape nimic în electricitate, în următorii 50 de ani.

Doar *Boyle* dacă repetă unele din experienţele lui şi face observaţia, cu semnificaţie teoretică pe atunci încă nebănuită, că atracţiile electrice se transmit şi prin vid.

Abia cu cinci ani mai tîrziu, în 1734, *Dufay*[1]) observă că sticla se electrizează altfel decît rășina.

Cele două specii de electricitate se atrag între ele, iar speciile contrarii se resping.

Iar ca să le deosebească, tot Dufay le numește *electricitate sticloasă* și *electricitate rășinoasă*.

El construiește de asemenea diferite aparate, care nu sînt decît electroscoape rudimentare, între altele și un fel de balanță, cu care încearcă să compare forțele electrice.

Studiază apoi lumina produsă de scîntei și este primul care observă efectele lor fiziologice.

Trecînd peste alte cercetări, mai puțin însemnate, menționăm doar că *Gordon*[2]), după ce a construit o mașină electrostatică de dimensiuni încă nemaivăzute, a realizat, pentru prima dată, experiențele cunoscute din toate cărțile de școală: *clopoțeii electrici, grindina electrică* și așa mai departe.

Scînteile produse erau destul de mari ca să aprindă lichidele inflamabile.

Pe la 1745, *Kleist*[3]), încercînd să electrizeze apa sau mercurul dintr-un pahar, pe care-l ținea în mînă, căpătă o comoție puternică, cînd atinge cu cealaltă mînă lichidul electrizat. El realizează astfel primul condensator.

In același an, *Musschenbroeck*[4]), la Leyda, în Olanda, fără să cunoască experiențele lui Kleist, făcute cu cîteva luni înainte, încearcă de asemenea să electrizeze apa, dar nu observă nimica deosebit, fiindcă vasul era pus pe masă.

Un prieten, *Cunaeus*, care era de față, ia vasul într-o mînă și, cînd atinge apa cu cealaltă mînă, simte comoția.

Musschenbroek repetă atunci experiența, în aceleași condiții și rezultatul a fost că s-a speriat așa de tare, încît s-a pus la pat, iar cînd s-a vindecat de spaimă, i-a scris lui *Nollet* că nu ar mai face-o *„nici pentru coroana Franței"*.

De aici vine numele *buteliei de Leyda*, care s-a păstrat pînă în zilele noastre.

Bineînțeles, experiența a făcut senzație în toată lumea științifică. Repetarea ei a dus la perfecționarea metodei, prin înlocuirea apei cu foițe metalice și, totodată, s-au descoperit fenomenele de remanență, la pereții de sticlă.

Pentru prima dată începe să se vorbească de *cantitatea de electricitate* și astfel încep încercările de a o măsura, fără succes de altfel, fiindcă problema va fi rezolvată mai tîrziu.

---

[1]) *Charles François Dufay* (1698—1739), căpitan în armata franceză, chimist și *intendent* al grădinii botanice din Paris.

[2]) *Andreas Gordon* (1712—1751), fizician de origină scoțiană, stabilit la Erfurt, în Germania.

[3]) *Ewald Georg Kleist* (mort în 1748), fizician german.

[4]) *Pieter van Musschenbroeck* (1692—1761), cunoscut fizician olandez.

Sîntem în epoca în care *Nollet* scrie că

„Electricitatea este un fluid imponderabil şi foarte subtil, care miroase a usturoi şi se aprinde sub ciocnirea propriilor ei raze".

O importanţă deosebită, pentru cele ce vor urma, o are lucrarea lui *Watson* [1]), în care se spune că

„Electricitatea este efectul unui fluid, care se găseşte pe toate corpurile, în stare naturală. Corpurile electrice, cum e sticla, pot să primească o cantitate mai mare din acest fluid şi să-l cedeze apoi altora".

Teoria fluidului unic înlocuieşte astfel vechea concepţie a efluviilor lui *Gilbert.*

Urmează apoi cunoscutele cercetări ale lui *Franklin* care, asistînd la o conferinţă despre electricitate, se entuziasmează pentru aceste probleme şi se ocupă de dînsele tot restul vieţii.

După Franklin, întreaga natură materială este făcută dintr-o substanţă fină, numită *eter.* Particulele acestei substanţe se resping între dînsele, dar sînt atrase de materia obişnuită, care poate să le cedeze sau să le primească.

Un plus de eter corespunde unei încărcări electrice *pozitive,* iar un deficit aduce o electrizare *negativă.*

Franklin este deci adeptul *fluidului unic.* De la el au rămas notările cu + şi —, pe care le folosim şi astăzi, dar cu altă semnificaţie.

Începe deci să-şi facă drum ideea că electricitatea este materie.

După concepţia lui, fenomenele electrice din atmosferă s-ar datori evaporării apei de mare, unde se află cantităţi enorme din fluidul amintit. Vaporii nu fac decît să-l ia cu dînşii, aşa că norii ar trebui să fie neapărat încărcaţi pozitiv. Mai tîrziu şi-a schimbat însă părerea, cînd cercetările au arătat că există şi nori negativi.

Este bine cunoscută experienţa cu zmeul, pe care Franklin l-a înălţat pe timp de furtună, i-a pus un vîrf ascuţit şi a izbutit să scoată scîntei din sfoara udată de ploaie.

Ea datează din 1752 şi a inspirat ideea *paratrăsnetului,* care a început să fie aplicată în Europa, de pe la 1762.

În cealaltă parte a lumii şi concomitent cu cercetările lui Franklin, care încă nu fuseseră terminate sau publicate, *Lomonosov,* împreună cu *Richmann* [2]), urmăreau aceeaşi idee: să dovedească identitatea între fulger şi scînteile obţinute în laborator.

În adevăr, în raportul către Academia Rusă, din 1752, Lomonosov scrie ca *„a făcut experienţe aeriene destul de periculoase, în privinţa electricităţii".*

Cît erau de periculoase aceste experienţe, se vede bine, fiindcă Richmann a murit trăsnit, în iulie 1753.

[1]) *William Watson* (1715—1787), medic şi farmacist englez.

[2]) *Georg Wilhelm Richmann* (1711—1753), fizician de origină suedeză, stabilit în Rusia, ca membru al Academiei din Petersburg.

Lomonosov a construit de altfel şi un aparat pentru măsurarea directă a forţelor electrice, bazat pe torsiunea firelor, pe care l-a numit *indicator electric*.

Fără legătură între dînşii şi tot independent de alţii, *d'Alibart* şi *de Lor*, au izbutit de asemenea să capteze electricitatea atmosferică, prin vîrfuri ascuţite, să încarce cu dînsa conductori izolaţi şi să producă scîntei electrice, în mai 1752.

Mai menţionăm că tot în 1752, *le Monier*[1]) a descoperit încărcarea pozitivă a aerului.

Natura electrică a descărcărilor atmosferice fiind acum pe deplin demonstrată, în anii următori începe munca migăloasă a determinării cantităţii de electricitate.

Apar astfel diverse tipuri de electrometre, cu care, bine înţeles, măsurările nu puteau fi încă decît comparative.

Aici trebuie să cităm lucrările lui *Daniel Bernoulli, Cavendish,* dar mai ales ale lui *Priestley*.

In cercetările asupra condensatorilor, *Canton*[2]) studiază electrizarea remanentă a dielectricului, dar noţiunea de *polarizare* a fost introdusă mult mai tîrziu, de *Faraday*.

Apoi *Wilke*[3]) dă o primă explicaţie a fenomenelor de electrizare prin influenţă, pe care o completează *Aepinus*.

In 1775, *Franklin* arată neîndoielnic răspîndirea superficială a electricităţii în echilibru.

In aceeaşi epocă, ideea fluidului unic începe să facă loc unei concepţii dualiste, susţinută mai ales de *Lichtenberg*[4]), după care ne conducem şi astăzi.

Prin 1703 începuseră a sosi în Europa cele dintîi pietre de turmalină, aduse din Ceylon.

Nu se ştie cine a observat întîi fenomenele de electrizare, pe care asemenea pietre le arată la încălzire.

Aepinus a făcut primele cercetări şi a numit fenomenul *piroelectricitate*.

Tot în aceeaşi epocă încep cercetările asupra efectului de încălzire al scînteilor şi descărcărilor electrice.

Trecînd asemenea descărcări printr-un spaţiu închis, *Priestley* observă o scădere de volum, pe care *Cavendish* o explică apoi prin formarea de compuşi oxigenaţi ai azotului.

A fost prima sinteză chimică, realizată în aceste condiţii.

Nu putem intra în toate amănuntele, dar din scurtul rezumat de mai sus e uşor de văzut cîtă muncă şi cîte dibuiri au trebuit ca să ajungem, în două sute de ani, la cunoaşterea, cel puţin calitativă, a fenomenelor electrice.

---

[1]) *Pierre Charles le Monier* (1715—1799), fizician şi astronom francez.
[2]) *John Canton* (1718—1772), fizician englez.
[3]) *Christian Heinrich Wilke* (1722—1776).
[4]) *Georg Christoph Lichtenberg* (1744—1799), fizician german, matematician şi astronom, fost profesor la Göttingen.

In 1785, *Coulomb* arată experimental analogia dintre forțele newtoniene și forțele de interacțiune ale *„maselor"* electrice.

Legea pătratului distanțelor era de altfel bănuită și chiar cercetată, e drept că nu în condiții tocmai satisfăcătoare, în epoca în care au început cercetările lui. Valoarea acestor cercetări consistă în aceea că relația, precis formulată, a permis, pe deoparte, măsurarea cantităților de electricitate, de altă parte studiul cantitativ și matematic al fenomenelor.

Teoria potențialului electric, extinsă de *Gauss* după modelul teoriei potențialului gravitațional, făcută de *Laplace* cu 30 de ani mai înainte, a schimbat și a limpezit vederile asupra electricității, ca izvor de energie.

De aici a decurs tot restul, în ce privește metodele teoretice.

Iar cînd, mai tîrziu, principiile termodinamicii au adus o lumină nouă, legătura dintre căldură și energia electrică s-a impus de la sine și a servit chiar la determinarea echivalentului mecanic al caloriei.

In 1852, *Faraday* lămurește mecanismul trasmiterii forțelor de interacțiune electrică și magnetică, iar în 1860 *Maxwell* ajunge să demonstreze că transmiterea nu se face instantaneu, ci cu viteza luminii.

Fizicienii au început atunci să privească fenomenele electrice mai mult ca o manifestare a cîmpurilor, lăsînd momentan pe planul al doilea sarcinile înseși.

Este interesant de menționat că *Euler*, pe la 1753, vorbește deja de unele *tensiuni* în eter.

Ionizarea spontană a aerului atmosferic a fost descoperită în 1906 de *Elster și Geitel* [1]), pe atunci profesori la un liceu de provincie din Germania.

Această descoperire a deschis un drum larg de cercetare teoretică și experimentală. Ea a fost urmată de lucrările, de asemenea fundamentale, ale lui *Langevin*, apoi de altele, care au creat un capitol nou de fizică și au dus treptat la descoperirea misterioaselor *raze cosmice*.

In 1895, *H. A. Lorentz* [2]) introduce concepția corpusculară a electronului, iar în 1910 *Millikan* izbutește să determine direct cuanta elementară de electricitate, pozitivă sau negativă.

Am citat aceste descoperiri mai recente numai în treacăt. Cercetarea lor va face obiectul altui capitol, iar desfășurarea istorică a cunoștințelor, de la 1800 încoace, privește mai puțin electrostatica și mai mult curentul electric, fiindcă în luna martie, din anul 1800, *Volta* construiește prima pilă electrică și deschide *„secolul electricității"*.

---

[1]) *Julius Elster* (1855—1923).
Hans K. F. Geitel (1854—1920).

[2]) *Hendrik Antoon Lorentz* (1853—1928), fizician olandez, titular al premiului Nobel (1902).

PARTEA A ŞASEA
ELECTRODINAMICA

CAPITOLUL XXX
CURENTUL ELECTRIC

§ 227. **Intensitatea curentului.** Electrodinamica este studiul electricităţii în mişcare, spre deosebire de electrostatică, unde am cercetat electricitatea în echilibru.

Orice transport de electricitate este un curent electric, de intensitate *dQ/dt*.

Prin definiţie, orice transport de electricitate, indiferent de felul cum decurge, reprezintă un curent electric [1]).

Curentul electric se caracterizează prin *intensitatea* lui, adică prin *cantitatea de electricitate ce trece printr-o suprafaţă dată, în timp de o secundă.*

Dacă o notăm cu *I*, vom avea deci, pentru o intensitate care nu variază în timp, aşa cum am văzut şi în § 197,

$$I = \frac{Q}{t}. \quad \textbf{(197.2)}$$

Iar dacă intensitatea variază cu timpul, o vom exprima prin

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \textbf{(227.1)}$$

şi vom considera că nu are cînd să varieze, în intervalul foarte scurt *dt*.

Această relaţie defineşte *valoarea instantanee,* în momentul *t,* ales arbitrar sau după împrejurări.

---

[1]) Vom vedea mai tîrziu că reciproca nu e totdeauna adevărată, fiindcă, în anumite situaţii, curentul electric poate să nu reprezinte un transport real de electricitate, ci numai unul fictiv.

1. *Sensul convențional al curentului.* Dacă transportul de electricitate decurge sub acțiunea forțelor dezvoltate de un cîmp electric, adică în sensul care tinde să micșoreze diferențele de potențial, se liberează o cantitate de energie.

Cîtă vreme cîmpul este acela care asigură transportul, ne este cu totul indiferent, din punctul de vedere energetic, dacă sarcinile transportate sînt pozitive ori negative.

De aceea, pentru simplificare, vom admite, prin convenție, că orice curent electric transportă numai sarcini pozitive, ceea ce înseamnă că sensul spontan al transportului este de la un conductor încărcat pozitiv, spre altul, încărcat negativ, sau de la potențialul superior spre potențialul inferior.

Prin convenție, admitem că orice curent electric duce sarcini pozitive.

Afară de cazurile speciale, cînd ne preocupă însuși mecanismul desfășurării fenomenului, din punctul de vedere al proceselor tipice, legate de semnul sarcinii transportate, această convenție de sens va rămîne valabilă în toată dezvoltarea ulterioară a electrodinamicii.

2. *Unități și dimensiuni.* In sistemul CGS electrostatic, relația de definiție a intensității ne dă

$$[I] = \left[\frac{Q}{t}\right] = \frac{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}}{T} = L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$$

iar unitatea respectivă nu are nume special.

In sistemul MKSA, după cum am văzut în § 197, unitatea de intensitate devine fundamentală și se numește *amper,* iar dimensiunile sînt

$$[I] = I.$$

Știind că, sub intensitatea constantă de un amper, curentul electric transportă un coulomb pe secundă și că

un coulomb reprezintă $3 \cdot 10^9$ u.e.s.,

înseamnă că

un amper echivalează cu $3 \cdot 10^9$ u.e.s.

§ 228. **Curentul de convecție.** Să presupunem că un corp, care poartă pe el sarcina electrică $+Q$, parcurge distanța l, mișcîndu-se rectiliniu și uniform, cu viteza v (fig. 126).

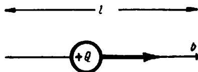


Fig. 126. Curentul electric de convecție.

Situația poate fi întîlnită în nenumărate cazuri practice, de pildă la picăturile de ploaie, încărcate cu electricitate, care cad spre pămînt, sau la orice corp electrizat, care se mișcă, fie sub acțiunea unui cîmp electric, fie dintr-o cauză mecanică oarecare.

Mișcarea unui corp, împreună cu sarcina lui electrică, reprezintă un curent electric de convecție.

Un asemenea transport de electricitate, *împreună cu suportul pe care se află,* indiferent de cauza căreia se datorește, reprezintă un curent electric de *convecție.*

Știind că intensitatea oricărui curent constant este definită de relația

$$I=\frac{Q}{t} \qquad (197.2)$$

vom putea scrie, în cazul de față și pentru distanța l,

$$I=\frac{Q}{l/v}$$

și rezultă că

$$\boxed{I=\frac{Q\cdot v}{l}}. \qquad (228.1)$$

Produsul dintre sarcina electrică și viteză, împărțit prin distanță, ne dă intensitatea curentului de convecție.

Această relație ne arată că intensitatea curentului de convecție se exprimă prin produsul dintre sarcină și viteză, împărțit prin distanța parcursă de corpul electrizat.

Dacă sarcina transportată este negativă, nu rămîne decît să schimbăm semnul algebric, în cazul cînd e nevoie să arătăm

această diferență și tot așa vom face, dacă transportul decurge împotriva unui cîmp electric.

§ 229. **Curentul de conducție.** Dacă legăm, printr-un fir metalic, doi conductori între care există o diferență de potențial, o parte din sarcina unuia trece pe celălalt, ca să egalizeze potențialele, iar motorul care face transportul este cîmpul electric.

Transportul electricității prin conductori constituie un curent de conducție.

În general, *orice transport de electricitate, ce decurge prin masa unui conductor,* constituie un curent de *conducție*.

El nu se localizează numai la suprafață, ci străbate prin toată secțiunea conductorului, fiindcă răspîndirea superficială este o particularitate a sarcinilor electrice în echilibru.

Experiența ne arată că, pentru un conductor dat, există o relație de proporționalitate directă, între diferența de potențial U, aplicată la extremitățile lui și intensitatea I a curentului.

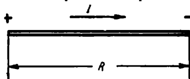


Fig. 127. Curentul electric de conducție.

Situația fiind aceea din fig. 127, vom avea deci

$$\boxed{U=R\cdot I}, \qquad (229.1)$$

unde factorul de proporționalitate R reprezintă ceea ce numim *rezistența electrică* a conductorului ales.

Legea lui Ohm se exprimă prin relația

$U=R\cdot I.$

Această relație, fundamentală pentru curenții de conducție, formulează *legea lui Ohm* [1]).

Originea și mecanismul intern al fenomenelor de conducție nu sînt încă lămurite în toate amănuntele, din punctul de vedere teoretic.

[1]) *Georg Simon Ohm* (1787—1854), fizician german, fost profesor la München.

In cele ce urmează, vom face numai cîteva considerații elementare, unde vom pleca de la faptul cunoscut că metalele au electroni liberi, în număr cu atît mai mare, cu cît sînt mai conductibile.

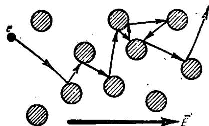


Fig. 128. Cîmpul electric suprapune o mişcare ordonată a electronilor peste aceea dezordonată.

Aceşti electroni suferă mişcarea de agitație termică, ciocnindu-se mereu, fie între dînşii, fie mai ales cu moleculele întîlnite.

Acțiunea unui cîmp electric suprapune însă, peste mişcarea dezordonată, o mişcare suplimentară de ansamblu şi atunci situația se prezintă aşa cum arată, la o scară foarte exagerată, fig. 128.

Sensul mişcării este de la potențialul pozitiv, spre cel negativ, adică inversat, față cu sensul convențional.

In asemenea condiții, electronii liberi din metal se comportă ca un gaz, ceea ce justifică numele de *gaz electronic*, folosit obişnuit în concepțiile actuale.

Electronii liberi din metale se comportă ca un gaz şi capătă o mişcare de ansamblu, sub acțiunea unui cîmp electric.

Transportul electricității prin metale are deci un mecanism analog transportului prin convecție, numai că, de astă dată, cei care se mişcă sînt electronii liberi.

Dacă, din complexitatea mişcării unui electron, considerăm numai componenta v a vitezei, după direcția cîmpului electric, (singura care interesează efectiv transportul de electricitate), va trebui să ținem seamă că ea este limitată prin acțiunea frecărilor interne, care se opun forțelor electrice.

Vom admite, prin ipoteză, că forța de frecare, întîmpinată de un electron, este direct proporțională cu viteza.

Ea va fi deci

$$F_f = K \cdot v,$$

unde K este o constantă de proporționalitate.

De altă parte, forța exercitată de cîmpul electric asupra electronului, ce poartă sarcina e, va fi

$$F_e = e \cdot E,$$

unde E reprezintă intensitatea cîmpului.

Viteza-limită va fi atinsă cînd

$$K \cdot v = e \cdot E.$$

Și acum să considerăm un conductor metalic, de lungime l și de arie a secțiunii drepte S (fig. 129).

Diferența de potențial între capete o vom nota, ca de obicei, cu U. Ea dă naștere la un cîmp uniform, de intensitate

$$E = \frac{U}{l}. \qquad (214.1)$$

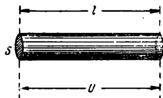


Fig. 129. Pentru deducerea legii lui Ohm.

Potrivit relației (228,1), curentul produs de un singur electron, ce străbate printr-o secțiune dată a conductorului, are intensitatea

$$i = \frac{e \cdot v}{l}.$$

Iar dacă ținem seamă de cele două relații precedente, găsim că

$$i = \frac{e^2}{K \cdot l^2} \cdot U.$$

Presupunînd că metalul conține n electroni liberi, în fiecare unitate de volum, numărul lor total va fi

$$N = S \cdot l \cdot n.$$

Sumarea curenților produși de fiecare în parte ne dă intensitatea totală I și ultimele două relații ne duc la expresia finală

$$\boxed{U = \frac{K}{n \cdot e^2} \cdot \frac{l}{S} \cdot I}. \qquad (22J.2)$$

Comparaţia cu legea experimentală

$$U=R\cdot I \qquad (229.1)$$

ne arată acum că rezistenţa R are valoarea

$$\boxed{R=\frac{K}{n\cdot e^2}\cdot\frac{l}{S}}. \qquad (229.3)$$

Rezistenţa este direct proporţională cu lungimea conductorului şi invers cu secţiunea şi cu densitatea cubică a electronilor liberi.

Această relaţie ne spune că rezistenţa unui conductor este direct proporţională cu lungimea şi invers proporţională cu secţiunea lui. Ea devine cu atît mai mică, cu cît numărul electronilor liberi, în unitatea de volum, este mai mare.

Dacă ne referim la un conductor de lungime-unitate şi cu secţiunea egală cu unitatea de suprafaţă, relaţia (229.3) ne arată că rezistenţa lui, pe care de astă dată o vom nota cu ϱ şi o vom numi *rezistivitate*, este

$$\rho=\frac{K}{n\cdot e^2}.$$

Inversa rezistivităţii se notează cu γ şi se numeşte *conductivitate*.

Legea lui Ohm, formulată prin relaţia (229.1), se va mai putea scrie deci sub forma

$$\boxed{U=\rho\cdot\frac{l}{S}\cdot I} \qquad (229.4)$$

sau sub forma

$$\boxed{U=\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{l}{S}\cdot I}. \qquad (229.4\text{ a})$$

Aceste relaţii au fost deduse de Ohm pe cale teoretică, urmînd un raţionament cu totul diferit de cel de faţă şi analog cu acela de la propagarea căldurii. El considera electricitatea

ca un fluid continuu, fiindcă pe vremea lui nu se cunoşteau încă nici electronul, nici cuanta elementară de sarcină.

Ele sînt în deplin acord cu experienţa.

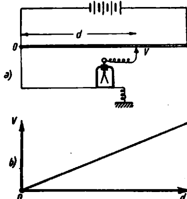


Fig. 130. In lungul unui conductor omogen, parcurs de curent, potenţialul variază liniar.

Din examinarea lor, se vede imediat că dacă ne ducem în lungul unui conductor, de structură şi secţiune omogene, prin care trece un curent electric de intensitate dată, diferenţa de potenţial ce apare între două puncte fixe, luate la întîmplare, va fi direct proporţională cu distanţa lor.

Verificarea se poate face cu orice electrometru, legat între punctele alese.

Eventual, putem pleca dintr-un punct fixat, al cărui potenţial să fie luat ca zero, de referinţă, şi atunci vom constata că potenţialul celuilalt punct variază direct proporţional cu depărtarea lui (fig. 130).

In lungul unui conductor omogen, parcurs de un curent electric, diferenţele de potenţial variază liniar cu distanţele.

Vom spune deci, că în lungul unui conductor omogen, parcurs de un curent electric, diferenţele de potenţial variază liniar cu distanţele.

Revenind acum la viteza-limită a electronilor în conductor, definită prin relaţia cunoscută

$$K \cdot v = e \cdot E$$

menţionăm că ea este de ordinul fracţiunilor de milimetru pe secundă şi nu trebuie confundată cu viteza de propagare a fenomenului electric însuşi, în lungul conductorului, care poate să atingă, în anumite condiţii, viteza luminii în vid, adică $3 \cdot 10^{10}$ cm/s.

Tot aşa, în propagarea undelor elastice, viteza lor nu trebuia să fie confundată cu viteza de mişcare a particulelor materiale,

după cum nici viteza de curgere a unui lichid, în regim staționar, nu trebuia să fie confundată cu viteza de transmitere a mişcării coloanei, cînd se deschide un robinet, la o distanţă oarecare.

1. *Variaţia rezistenţei cu temperatura.* Experienţa ne arată că rezistenţa conductorilor depinde de temperatură după o relaţie de forma

$$\boxed{R=R_0\,(1+at)}, \qquad (229.5)$$

în care factorul de proporţionalitate a se numeşte *coeficient de temperatură* şi reprezintă un simplu număr, ce se raportează la grad.

La metalele pure, în stare de element chimic, afară de rare excepţii, valoarea lui este foarte apropiată de

$$a=0{,}004/\text{grd}$$

şi relaţia de mai sus poate fi aplicată între limite destul de largi de temperatură.

Pentru alte feluri de conductori, sau pentru aliaje, aceeaşi relaţie rămîne, în principiu, valabilă, dar adesea între limite ceva mai restrînse, din pricina schimbărilor de structură internă, care de altfel pot să apară şi la metalele pure.

Cît despre valoarea coeficientului a, ea depinde, în cazul acesta, de natura materialului şi poate fi uneori tot pozitivă, iar alteori practic nulă, sau chiar negativă.

Cînd e *pozitivă,* conductorul se numeşte *de prima specie* şi rezistenţa creşte cu temperatura.

Cînd e *negativă,* conductorul este *de specia a doua* şi rezistenţa lui scade, în urma încălzirii.

Tabela de mai jos dă valorile coeficientului de temperatură, pentru cîteva metale pure sau aliaje.

Tabela 17

Substanţa	a	Substanţa	a
Argint	+0,004 1	Platină	+0,003 9
Cupru	+0,004 3	Bismut	+0,004 5
Zinc	+0,004 2	Manganin	+0,000 01
Fier	+0,006 6	Constantan	−0,000 03

Aceste valori au fost măsurate în jurul temperaturii normale de +20 °C. La *cărbunele de retortă*, coeficientul de temperatură este de asemenea negativ și de ordinul a —0,002.

Manganinul (84% Cu, 4% Ni și 12% Mn), precum și *constantanul* (60% Cu, 40% Ni) au coeficienții de temperatură foarte mici, așa că rezistența lor este practic invariabilă.

Cînd cunoaștem legea de variație a rezistenței cu temperatura, la un metal anumit, bunăoară la un fir subțire de platină, putem efectua o determinare de temperatură, din simpla măsurare a rezistenței și precizia este mai mare decît la termometrele obișnuite.

Dispozitivele construite pe acest principiu se numesc *bolometre* și au numeroase aplicații practice, mai ales în studiul căldurii radiante.

2. *Supraconductori.* În 1911, *Kammerling Onnes* a descoperit că, la unele metale, rezistența electrică scade brusc, pînă la zero, în apropierea temperaturii de zero absolut.

Metalul devine atunci *supraconductor*, iar fenomenul se desfășoară așa cum arată curbele din fig. 131, pentru *thaliu* și *plumb*. El poate fi constatat nu numai la metale în stare pură, dar și la unele aliaje.

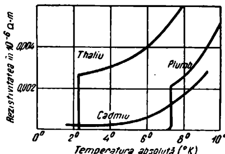


Fig. 131. Apariția supraconductibilității la temperaturile joase.

Dispariția rezistenței electrice înseamnă dispariția frecărilor interne, ce se opun mișcării de ansamblu a electronilor, în masa conductorului.

Cîtă vreme asemenea frecări există, trecerea curentului produce încălzire; dacă dispar, curentul nu mai încălzește conductorul.

Aceste fenomene au făcut obiectul a nenumărate cercetări experimentale și, mai recent, s-au găsit unele substanțe care devin supraconductoare chiar la temperatura de —70 °C.

Încercările de interpretare a mecanismului după care se desfășoară și de încadrare a tuturor faptelor cunoscute, într-o teorie

unitară, au dus la dezvoltări matematice, în genere prea complicate şi încă nesatisfăcătoare [1]).

Mai menţionăm că supraconductibilitatea poate să dispară, dacă trecem prin metal un curent peste măsură de intens, ori dacă-l introducem într-un cîmp magnetic ce depăşeşte o limită dată.

3. *Alţi factori care modifică rezistenţa.* Cercetînd experimental un fenomen descoperit înainte de *William Thomson*, în care acţiunea unui cîmp magnetic modifică rezistenţa conductorilor, *Hurmuzescu* [2]) a arătat, în 1897, că apare o creştere direct proporţională cu pătratul intensităţii cîmpului.

Mai recent, în 1929, *Kapiţa,* extinzînd cercetările în cîmpuri foarte intense, a găsit că aici variaţia devine liniară.

Ca ordin de mărime, ea este, în tot cazul, destul de mică.

Comprimarea micşorează rezistenţa, iar destinderea sau lungirea conductorului o măresc.

Rezistenţa depinde de temperatură, deformare, stare de agregare, cîmp magnetic etc. Unele metale devin supraconductoare, la temperaturi foarte joase.

La punctul de topire, se observă de obicei o creştere a rezistenţei, dar regula nu e generală.

Există de asemenea substanţe a căror rezistenţă scade, cînd sînt puternic luminate, dar aceste fenomene vor fi cercetate mai tîrziu, în cadrul efectului *fotoelectric.*

4. *Legea lui Wiedemann şi Franz.* Experimental se constată că există un paralelism între conductibilitatea calorică şi cea electrică şi că raportul

$$\frac{\text{Conductibilitate calorică}}{\text{Conductibilitate electrică}} = K \cdot T$$

unde K este un factor de proporţionalitate, iar T reprezintă temperatura absolută.

[1]) In domeniul experimental cităm lucrările mai noi ale lui *P. L. Kapiţa,* de la Moscova, iar în domeniul teoretic lucrările recente ale lui *S. A. Ghinsburg* şi *L. P. Landau* aduc o contribuţie cu totul nouă.

[2]) *Dragomir Hurmuzescu* (1865—1954), fost profesor la Universitatea din Iaşi, apoi la Bucureşti.

Aceasta este legea lui *Wiedemann și Franz*[1]).

Conductibilitatea calorică este direct proporțională cu cea electrică.

Ea se aplică la toate metalele, dar nu e valabilă la temperaturile prea joase.

Valoarea găsită experimental, pentru constanta K, este

$$K=2,3\cdot10^{-8}.$$

Aceeași valoare poate fi calculată și teoretic, dacă privim electronii liberi din metal ca un gaz foarte diluat și aplicăm procedeele de calcul statistic din teoria cinetică a gazelor, iar concordanța confirmă vederile actuale despre *gazul electronic.*

5. *Unități de rezistență și dimensiuni.* Relația de definiție

$$R=\frac{U}{I} \tag{229.1}$$

ne arată că, în sistemul CGS electrostatic, dimensiunile rezistenței sînt

$$[R]=\frac{L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}}{L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}}=\frac{1}{LT^{-1}}$$

adică *inversa dimensiunilor unei viteze.*

Aceeași relație de definiție ne mai arată că, *în acest sistem, un conductor* (sau o porțiune dintr-un conductor) *are rezistența-unitate dacă, aplicînd la extremități diferența de potențial-unitate, curentul care trece are unitatea de intensitate.*

În sistemul MKSA, dimensiunile rezistenței vor fi

$$[R]=\left[\frac{U}{I}\right]=\frac{L^2MT^{-3}I^{-1}}{I}=L^2MT^{-3}I^{-2}$$

și, de astă dată, *conductorul va avea rezistența-unitate dacă dife-*

1) *Gustav Heinrich Wiedemann* (1862—1899), fost profesor la Basel. *Rudolph Franz* (n. în 1827), fost profesor la un gimnaziu din Berlin.

Dacă, sub diferența de potențial de un volt, curentul are intensitatea de un amper, rezistența este de un ohm.

rența de potențial de un volt, aplicată la extremitățile lui, va face să treacă un curent cu intensitatea de un amper.

Această unitate se numește *ohm* și se notează cu litera grecească Ω (omega mare).

Convenția internațională din 1908 fixase, ca etalon de rezistență, așa numitul *ohm internațional*, definit prin rezistența unei coloane de mercur, cu secțiunea de un milimetru pătrat și lungimea de 106,32 cm, la temperatura de 0 °C.

O altă convenție, mai recentă, a hotărît să se renunțe la etaloanele electrice, fiindcă determinarea lor experimentală e mereu depășită de perfecționarea metodelor de măsură.

In ce privește raportul numeric de transformare, între unitatea MKSA și unitatea electrostatică CGS, el este

$$\frac{1/300}{3\cdot 10^9}=\frac{1}{9\cdot 10^{11}}.$$

O unitate electrostatică CGS de rezistență reprezintă $9\cdot 10^{11}$ Ω.

Prin urmare o unitate electrostatică CGS de rezistență reprezintă $9\cdot 10^{11}\,\Omega$

Trecînd la rezistivitate, relația

$$U=\rho\cdot\frac{l}{S}\cdot I \tag{229.4}$$

comparată cu

$$U=R\cdot I \tag{229.1}$$

ne arată că

$$\boxed{\rho=\frac{R\cdot S}{l}}. \tag{229.6}$$

Iar dacă facem

$S=$ un metru² și $l=$ un metru,

relația de față ne arată că *rezistivitatea, în sistemul MKSA reprezintă numeric rezistența unui conductor cu secțiunea de un metru pătrat și lungimea de un metru.*

Rezistivitatea se exprimă în ohmi · centimetru sau în ohmi · metru.

Aceeaşi relaţie, în care ţinem seamă de dimensiunile fizice, ne mai arată că ea se va exprima în *ohmi · metru.*

De multe ori, ca să evităm valorile prea mici, se ia ca unitate şi rezistenţa unui conductor cu secţiunea de un centimetru pătrat şi lungimea de un centimetru.

În cazul acesta, rezistivitatea se va exprima în *ohmi · centimetru.*

Tabela de mai jos ne dă, în ohmi·centimetru, rezistivităţile cîtorva substanţe:

Tabela 18

Substanţa	ϱ (Ω·cm)	Substanţa	ϱ (Ω·cm)
Argint	$16\cdot10^{-7}$	Plumb	$210\cdot10^{-7}$
Cupru	$17\cdot10^{-7}$	Mercur	$960\cdot10^{-7}$
Zinc	$60\cdot10^{-7}$	Marmură	10^{8}
Fier	$86\cdot10^{-7}$	Sticlă	$5\cdot10^{13}$
Platină	$107\cdot10^{-7}$	Mică	$5\cdot10^{16}$
Manganin	$430\cdot10^{-7}$	Sticlă de cuarţ	$5\cdot10^{18}$
Constantan	$500\cdot10^{-7}$	Apă purificată	10^{6}

§ 230. **Curentul de deplasare.** Să presupunem că închiderea unui întrerupător stabileşte o diferenţă de potenţial între plăcile unui condensator C (fig. 132).

In circuit am introdus un *galvanometru,* notat cu *G,* adică un aparat de măsură pentru curentul electric.

Experienţa ne arată că închiderea întrerupătorului este urmată de apariţia unui curent, în sensul săgeţii, care transportă sarcinile pe armături şi că acest curent încetează cînd sistemul atinge situaţia finală de echilibru electric.

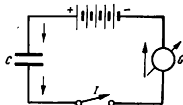


Fig. 132. La diferenţă de potenţial sau cîmp variabil, dielectricul nu constituie o întrerupere a circuitului.

In timpul procesului tranzitoriu, intensitatea cîmpului de inducţie

$$D=\varepsilon E \tag{200.1}$$

ce apare între plăci creşte treptat, iar galvanometrul ne spune că totul se petrece ca şi cum dielectricul nu ar constitui o întrerupere a circuitului, ci ar fi parcurs de un curent electric, indiferent dacă acest dielectric este gazos, lichid, solid, sau chiar vidul.

La aceeaşi constatare vom ajunge pentru orice variaţie a intensităţii cîmpului de inducţie, pe care o putem produce dacă schimbăm fie diferenţa de potenţial, fie distanţa dintre plăcile condensatorului, fie permitivitatea dielectricului.

Cînd cîmpul se intensifică, acul galvanometrului deviază într-un sens ; cînd slăbeşte sau se inversează, deviaţia îşi schimbă sensul.

Dar schimbarea intensităţii cîmpului înseamnă îndesirea, împrăştierea, devierea sau inversarea liniilor de forţă, adică o *deplasare* a lor, faţă de situaţia iniţială.

Fenomene analoge pot fi constatate şi pentru alte sisteme, formate dintr-un număr oarecare de conductori electrizaţi, dar ***în toate cazurile posibile curentul apare şi dispare împreună cu variaţia cîmpului de inducţie.***

Anticipînd acum asupra unui capitol viitor, menţionăm deocamdată numai faptul că un curent de conducţie sau de convecţie produce în jurul lui un *cîmp magnetic,* după legi cantitative pe care le vom cerceta la vremea lor.

Experimental, constatăm că oricare din aceşti curenţi se înconjură cu liniile de forţă ale unui cîmp magnetic circular, faţă de care acul unei busole tinde să ia direcţia tangenţială, aşa cum arată fig. 133, *a*.

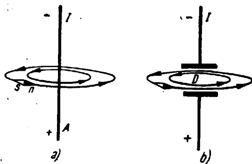


Fig. 133. Cîmpul magnetic în jurul curentului de conducţie şi de deplasare.

Prin 1861, *Maxwell* a emis ipoteza că acelaşi cîmp magnetic ar trebui să apară şi în jurul dielectricului dintr-un condensator, dacă se află într-un cîmp electric de inducţie variabil în timp (fig. 133, *b*).

De pildă, în condiţiile din fig. 132, totul s-ar petrece ca şi cum curentul ce trece prin galvanometru ar parcurge şi dielectricul.

Maxwell însuşi nu a izbutit să verifice prin experienţe această ipoteză. Verificările directe sau indirecte au venit mai tîrziu.

Sprijinindu-se, totuşi, pe dînsa, el extinde noţiunea de *curent electric* la orice fenomen, în stare să dea naştere unui cîmp magnetic, după aceleaşi legi ca şi curentul de conducţie.

Variaţia în timp a cîmpului de inducţie, într-un dielectric, dă naştere unui cîmp magnetic şi duce la concepţia curentului de deplasare.

Potrivit acestei concepţii, cîmpul de inducţie într-un dielectric, dacă e variabil în timp, va fi considerat ca un curent electric, pe care tot Maxwell îl numeşte *„curent de deplasare"*.

Rămîne să cercetăm dacă şi în ce condiţii curentul de deplasare constituie un real transport de electricitate, în cuprinsul dielectricului.

Intensitatea curentului de deplasare. Să considerăm o cantitate de electricitate Q, aflată în centrul unei suprafeţe sferice fictive, trasate în cuprinsul unui dielectric.

Teoremul lui Gauss şi definiţia fluxului de inducţie ne spun că

$$\Psi = 4\pi Q = DS. \qquad \textbf{(202.1 ; 203.2)}$$

Acest flux este uniform şi, dacă ne raportăm la unitatea de suprafaţă, vom putea scrie

$$\frac{Q}{S} = q = \frac{D}{4\pi}.$$

De altă parte se ştie că, între inducţia D şi polarizarea P, a unui dielectric, avem relaţia

$$D = \varepsilon_0 E + 4\pi P \qquad \textbf{(209.1)}$$

şi astfel rezultă

$$q = \frac{D}{4\pi} = \frac{\varepsilon_0 E}{4\pi} + P.$$

Dacă sarcina electrică variază cu cantitatea infinitesimală *dq*, în timpul *dt*, apare implicit cîte o variaţie corespunzătoare pentru cîmp, inducţie şi polarizare.

Iar dacă ţinem seamă că raportul

$$i = \frac{dq}{dt}$$

are dimensiunile şi semnificaţia unui curent electric, ce ar trece prin unitatea de suprafaţă, adică ale unei *densităţi de curent*, vom putea scrie că

$$\boxed{i = \frac{1}{4\pi}\frac{dD}{dt} = \frac{\varepsilon_0}{4\pi}\cdot\frac{dE}{dt} + \frac{dP}{dt}}. \quad (230.1)$$

Densitatea i a curentului de deplasare, adică intensitatea lui prin suprafaţa-unitate, rezultă deci prin derivarea, în raport cu timpul, a mărimii vectoriale $D/4\pi$, pe care Maxwell o numeşte *deplasare*.

Densitatea curentului de deplasare se exprimă prin derivata deplasării $D/4\pi$, în raport cu timpul.

Ea este direct proporţională cu variaţia în timp a inducţiei şi are, ca factor de proporţionalitate, constanta $1/4\pi$.

Densitatea curentului de deplasare rezultă astfel din sumarea a doi termeni, fiecare cu anumită semnificaţie:

1) Unul este

$$i_0 = \frac{\varepsilon_0}{4\pi}\cdot\frac{dE}{dt} \quad (230.2)$$

şi se referă la inducţia vidului, unde permitivitatea este ε_0.

El nu are cum să reprezinte un transport real de electricitate, ci priveşte numai deformarea sau deplasarea liniilor de forţă, în timpul variaţiei cîmpului.

Cel mult ar putea fi pus în analogie cu o deformare *cuasi-elastică* a dielectricului.

2) Celălalt termen

$$i_1 = \frac{dP}{dt} \quad (230.3)$$

provine din variaţia în timp a polarizării dielectricului. El se anulează în vid, însă capătă o valoare diferită de zero, în alţi dielectrici.

Semnificaţia lui este următoarea :

Să considerăm un electron satelit, într-un atom al dielectricului.

El poartă pe dînsul sarcina elementară $-e$, ce neutralizează o altă sarcină $+e$ din nucleu, iar momentul dipolar al atomului este nul, cîtă vreme nucleul se află în centrul orbitei.

Sub acţiunea cîmpului, atomul, care avea iniţial configuraţia din fig. 134, *a*, se deformează însă şi capătă configuraţia nesimetrică din fig. 134, *b*.

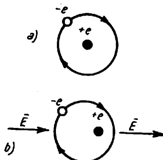


Fig. 134. Formarea momentelor electrice temporare.

El devine astfel *dipolar*, cu momentul

$$e \cdot l$$

aşa că momentul unităţii de volum din dielectric, pe care l-am numit *polarizare*, va fi

$$P = nel \qquad \text{(I)}$$

unde n reprezintă numărul electronilor legaţi, din volumul-unitate.

Translaţia impusă de cîmp orbitelor electronice reprezintă deci un transport real de sarcini electrice, care decurge concomitent cu instalarea polarizării.

Să considerăm acum o suprafaţă de un centimetru pătrat, perpendiculară pe axa dipolilor, adică pe direcţia cîmpului.

Numărul electronilor care o străbat va fi nl şi sarcina transportată de dînşii este, ţinînd seamă de (I),

$$q = n \cdot e \cdot l = P.$$

De aici, prin derivarea în raport cu timpul, obţinem densitatea de curent

$$i_1 = \frac{dq}{dt} = n \cdot e \frac{dl}{dt} = \frac{dP}{dt} \qquad \textbf{(230.3a)}$$

şi am calculat astfel valoarea celui de-al doilea termen, ce intervine în expresia densităţii curentului de deplasare.

Termenul acesta provine deci din variaţia în timp a lungimii axelor dipolilor, sub acţiunea cîmpului, aşa că nu are cum să apară în vid.

El defineşte ceea ce numim densitatea curentului *de polarizare.*

Situaţia este similară, la dielectricii cu dipoli permanenţi, care se orientează treptat, în cîmpuri crescătoare.

Această orientare duce sarcini pozitive în sensul cîmpului şi negative, în sensul contrar, aşa că intensităţile de curent respective se adună, ca şi cum transportul s-ar face într-un singur sens.

Deosebirea, faţă de un dielectric nepolar, este că momentul dipolilor permanenţi nu mai depinde de intensitatea cîmpului.

Este atunci evident că, odată depăşită intensitatea de saturaţie, o creştere mai departe a cîmpului nu are cum să modifice orientarea dipolilor.

Prin urmare, la dielectricii cu dipoli permanenţi, curentul de polarizare se anulează, în domeniul cîmpurilor foarte intense, iar curentul de deplasare se reduce la valoarea din vid.

Curentul de deplasare într-un dielectric sumează curentul de deplasare al vidului şi curentul de polarizare.

În rezumat: curentul de deplasare, într-un dielectric oarecare, însumează curentul de deplasare în vid, care nu reprezintă un trasport efectiv de electricitate şi curentul de polarizare, datorit orientării dipolilor permanenţi, sau distanţării sarcinilor electrice din molecule.

Dacă dielectricul este mai mult sau mai puţin conductibil, apare încă şi un curent de conducţie, peste cel de deplasare.

În fine, dacă ţinem seamă de definiţia cîmpului de inducţie şi ne referim la relaţia de mai sus:

$$\frac{D}{4\pi} = \frac{\varepsilon E}{4\pi} = \frac{\varepsilon_0 E}{4\pi} + P \quad \text{şi la} \quad P = M_e n$$

unde M_e reprezintă momentul unui dipol elementar şi n numărul lor în unitatea de volum,

rezultă că

$$\boxed{M_e = \frac{E}{4\pi n}(\varepsilon - \varepsilon_0)}. \qquad (230.4)$$

Permitivitatea creşte odată cu momentul dipolar. *Această expresie ne arată că permitivitatea unui dielectric devine mai mare, cînd creşte momentul dipolar al moleculelor, prin distanţarea sarcinilor.*

În cîmpurile mai slabe, creşterea e însă destul de mică, aşa că poate fi neglijată.

În tot cazul, permitivitatea dielectricilor cu dipoli permanenţi este iniţial mai mare, decît a celor nepolari.

§ 231. **Energia debitată într-o rezistenţă.** Dacă, referindu-ne la curenţii de conducţie, plecăm de la legea lui Ohm,

$$U = RI \qquad (229.1)$$

şi înmulţim în ambii membri cu I, avem

$$\boxed{P = UI = RI^2} \qquad (231.1)$$

unde produsul UI, între diferenţa de potenţial şi cantitatea de electricitate transportată într-o secundă, reprezintă *puterea debitată*, cînd curentul străbate rezistenţa R.

$P = UI = RI^2$. *Ea este proporţională cu pătratul intensităţii curentului, iar rezistenţa însăşi reprezintă factorul de proporţionalitate.*

Relaţia de faţă, înmulţită în ambii membri cu t, ne duce la expresia lucrului mecanic, ce corespunde unui timp dat.

El este

$$\boxed{A = UIt = RI^2t}. \qquad (231.2)$$

Dacă folosim unităţile CGS electrostatice, obţinem puterea în *ergi pe secundă* şi lucrul mecanic în *ergi*, dar aceste unităţi sînt tolerate numai în anumite cercetări ştiinţifice.

$A=UIt=RI^2t.$ În sistemul legal MKSA, vom exprima diferența de potențial în *volți*, intensitatea în *amperi* și rezistența în *ohmi*.

Puterea debitată rezultă atunci în *wați*, iar lucrul mecanic în *jouli*, sau în *watt · secunde*.

1. *Legea lui Joule-Lenz.* Am văzut că rezistența unui conductor se datorește forțelor de frecare internă, care se opun mișcării de ansamblu a electronilor liberi.

Aceste frecări, analoge cu viscozitatea, vor duce la transformarea în căldură a lucrului mecanic, exprimat prin relația (231.2), iar principiul echivalenței din termodinamică ne spune că, evaluată în calorii, cantitatea de căldură produsă va fi

$$\boxed{Q=\frac{A}{J}=\frac{1}{J}\cdot RI^2t}. \qquad (231.3)$$

unde J reprezintă echivalentul mecanic al caloriei și are valoarea cunoscută : *4,18 jouli pe calorie*.

$JQ=RI^2t.$ Această relație fundamentală, cu care ne vom întîlni la tot pasul în electricitate, formulează *legea lui Joule-Lenz* [1]).

Ea se poate verifica experimental, cufundînd un fir metalic, de rezistență cunoscută, într-un calorimetru și măsurînd apoi direct cantitatea de căldură produsă, cînd e parcurs de curent.

Mai menționăm că fenomenul de încălzire a circuitelor electrice, prin efectul rezistenței ohmice, se numește *efectul Joule-Lenz.*

2. *Domeniul de aplicare.* Legea lui Ohm, ca și legea lui Joule-Lenz, nu se aplică decît acolo unde există un transport de electricitate, căruia i se opune o rezistență de frecare, din partea mediului, capabilă să ducă la transformarea în căldură a lucrului mecanic, eliberat de forțele electrice.

---

[1]) ***Heinrich Friederich Emil Lenz*** (1804—1885), fizician rus, fost profesor la Petersburg și membru al Academiei ruse.

Legea lui Ohm și legea lui Joule-Lenz se aplică la curenții de conducție și, în cazuri speciale, la cei de convecție.

Le vom aplica deci la curenții de conducție și chiar la cei de convecție, cînd mișcarea corpului sau particulelor electrizate decurge în mediu viscos.

Nu le putem aplica însă la curenții de deplasare, fiindcă acolo rezistențele întîmpinate sînt de altă natură.

3. *Aplicații practice* Uneori efectul caloric al curentului electric poate să ducă la aplicații practice utile, de pildă în aparatele menajere, cu încălzire de la sectorul orașului: fier de călcat, oale electrice, cuptoare, sobe electrice etc.

Figura 135 reprezintă dispozitivul de încălzire al unui fier de călcat.

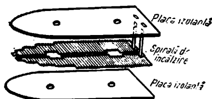


Fig. 135. Spirala de încălzire a unui fier electric de călcat.

Alteori el trebuie redus la minimum posibil, cînd e vorba de motoare electrice de instalații pentru producerea și transportul energiei electrice sau de distribuirea ei în locuințe.

Pentru conductele electrice, sau sîrmele de bobinaj, va trebui deci să recurgem la grosimi cu atît mai mari, cu cît curentul ce le parcurge este mai intens.

Oricare ar fi situația, temperatura conductorului rezultă dintr-un echilibru dinamic ,între cantitatea de căldură produsă prin efectul Joule-Lenz și aceea cedată mediului înconjurător.

Ea va fi deci cu atît mai ridicată, cu cît conductorul este mai bine izolat, din punctul de vedere termic.

Pentru a evita încălziri exagerate, se prescriu pentru conductele de cupru, care nu sînt îngropate în perete, următoarele secțiuni minime:

6 A (amperi)	. . . .	1 mm²
20 „	. . . .	4 „
35 „	. . . .	10 „
80 „	. . . .	25 „
125 „	. . . .	50 „

La circuitele îngropate, sau la bobinaje, intensitățile admisibile se vor reduce la jumătate, fiindcă ventilația se face mai greu.

Dacă, în urma unei atingeri directe, între cele două fire de alimentare, s-ar produce un *scurt-circuit,* sau dacă intensitatea maximă admisibilă ar fi depășită, încălzirea exagerată a conductorilor poate să producă incendii și accidente grave.

Pentru a le preveni, se introduce pe circuit o *siguranță fuzibilă,* adică un fir metalic, a cărui grosime trebuie aleasă în așa fel, încît curentul elec-

tric să-l topească şi astfel să fie întrerupt, înainte ca restul instalaţiei să atingă o temperatură periculoasă (fig. 136).

Există şi *siguranţe automate* sau *disjonctoare*, construite pe alte principii, care îndeplinesc acelaşi rol de protecţie.

a) *Ampermetre termice.* Un fir de metal, străbătut de un curent electric, se încălzeşte şi se dilată, iar încălzirea depinde de intensitatea curentului.

Pe acest principiu, lesne de aplicat în practică, putem să

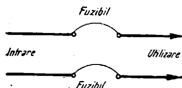


Fig. 136. Conectarea fuzibilelor într-un circuit electric.

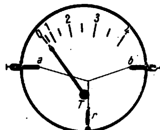


Fig. 137. Principiul ampermetrului termic.

construim aparate de măsură, pentru intensitatea curentului, numite *ampermetre termice,* aşa cum arată schematic fig. 137.

Curentul străbate firul *ab,* de mijlocul căruia este legată o aţă, ce trece peste tamburul *T* şi este menţinută întinsă de un resort *r.*

Dilatarea firului transmite o mişcare de rotaţie unui ac indicator, fixat pe tambur şi gradarea cadranului se face prin comparaţie cu alte ampermetre, sau prin metode speciale.

b) *Arcul electric.* In 1803, *Petrov* [1]) a observat că un curent electric, dacă e destul de intens, poate să producă o descărcare foarte luminoasă şi o temperatură ridicată, între două bucăţi de metal sau de cărbune, pe care le separăm, după ce mai întîi le-am adus în contact (fig. 138).

Acesta este *arcul electric,* pe care mai tîrziu *Davy* l-a numit arc voltaic, în onoarea lui Volta.

Bernardos [2]) a dat acestui fenomen o aplicaţie practică, deosebit de importantă, la topirea corpurilor greu fuzibile, fiindcă temperatura produsă poate să depăşească 4 000 °C, iar *Slavianov* [3]), în 1888, înlocuind electrodul de cărbune printr-o vargă metalică, a pus bazele procedeelor moderne de *sudură electrică.*

---

[1]) *Vasili V. Petrov* (1761—1834), fizician şi matematician rus, fost profesor la Petersburg şi membru al Academiei Ruse.

[2]) *Nicolai N. Bernardos,* inventator rus. Lucrarea datează din 1885.

[3]) *Nicolai Gavrilovici Slavianov* (1854—1897), inginer rus.

Arcul electric mai are și alte întrebuințări, pe scară industrială, mai ales la unele sinteze chimice.

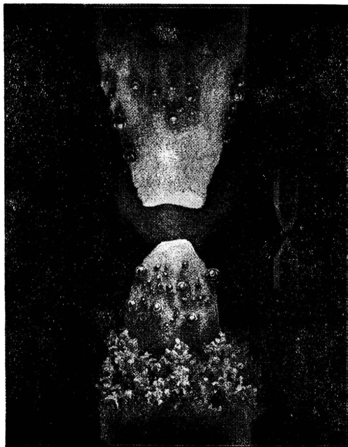


Fig. 138. Arcul electric.

Intre altele, îl folosim la sinteza compușilor oxigenați ai azotului, trecind prin el un curent de aer. Această sinteză este la baza fabricării acidului azotic.

Cu toată lumina intensă, produsă între electrozii de cărbune de retortă, folosirea la iluminatul public nu a devenit practică decît atunci cînd *Iablocikov*[1]) a inventat aşa numita *luminare electrică*.

În loc să aşeze cărbunii cap-la-cap, el îi aşază paralel şi-i separă printr-o pătură izolantă de caolin, care se topeşte treptat, odată cu consumul lor.

Se evită astfel folosirea mecanismelor, pe atunci prea complicate, care să asigure menţinerea distanţei constante între vîrfuri.

c) *Lampa cu incandescenţă*. Arcul electric, în aerul sub presiune normală, nu se mai foloseşte acum la iluminat, fiindcă alte sisteme, mai practice şi mai simple, i-au luat locul.

Dintre toate, cel mai răspîndit este *becul electric*.

El a fost inventat pe la 1872 de *Lodîghin*[2]) şi, în forma iniţială, era făcut dintr-un balon de sticlă, din care se scotea aerul şi prin care trecea un fir subţire de platină, încălzit la incandescenţă, de un curent electric.

Edison[3]), folosind ideea lui Lodîghin, o perfecţionează şi o adaptează fabricării pe scară mare, aşa că pe la 1880 becurile cu filament de cărbune au început să fie introduse în locuinţe.

Mai tîrziu, cînd prin dezvoltarea tehnicii metalurgice, s-au putut fabrica filamente de wolfram, destul de subţiri şi de rezistente, lumina produsă a devenit mai albă, fiindcă acest metal poate fi încălzit la temperatură mai ridicată.

Vechea metodă, de a face vidul în balonul de sticlă, avea unele inconveniente, fiindcă:

1) Rămîneau resturi de aer, care oxidau filamentul, iar oxidul se depunea pe pereţii de sticlă şi-i înnegrea.

2) Permitea o evaporare mai rapidă a metalului, care sfîrşea prin a se rupe destul de repede.

3) Din acelaşi motiv, temperatura nu putea să depăşească 2 000 °C, aşa că limuna nu era destul de albă, iar consumul de energie electrică era prea mare, pentru rezultatele obţinute.

Prin 1913, *Langmuir*[4]) aduce o perfecţionare importantă: el introduce în balon un gaz inert, la presiunea de cîţiva centimetri de mercur.

În aceste condiţii filamentul nu se mai oxidează, evaporarea metalului este mult împiedicată, iar temperatura poate să depăşească 2 600 °C.

Totodată lumina produsă este mai albă şi consumul de energie electrică devine de aproape opt ori mai mic, la intensitate luminoasă egală, decît în vechile becuri cu filament de cărbune.

Gazul introdus nu trebuie să conducă spre exterior decît o fracţiune cît mai mică din căldura filamentului.

La început se folosea numai azotul, dar el a fost înlocuit acum prin gazele nobile argon sau cripton, pe care tehnica modernă a frigului le produce pe scară industrială. Aceste gaze au conductibilitatea termică mult mai mică decît azotul.

---

[1]) *Pavel Nicolaievici Iablocicov* (1847—1894), inventator rus.

[2]) *Alexandru Nicolevici Lodîghin* (1847—1923), inventator rus.

[3]) *Thomas Alva Edison* (1847—1931), inventator american.

[4]) *Irving Langmuir* (n. în 1881), fizician american.

Exemple numerice. 1) *Un fir de cupru, cu secțiunea de un milimetru pătrat, este parcurs de un curent cu intensitatea de* 5 A. *Să se calculeze diferența de potențial între două puncte situate la distanța de un metru.*

Rezistivitatea cuprului fiind $17 \cdot 10^{-7}$ ohm·cm, relația

$$U = \rho \frac{l}{S} I \tag{229.4}$$

ne dă

$$U = 17 \cdot 10^{-7} \frac{100}{0{,}01} 5 = 0{,}085 \text{ V}.$$

2) *Să se calculeze intensitatea curentului și rezistența unui bec electric, pe soclul căruia scrie* 220 V, 100 W.

Relația

$$P = U \cdot I \tag{231.1}$$

ne dă

$$I = \frac{100}{220} = 0{,}455 \text{ A}.$$

Iar legea lui Ohm (229.1) ne dă rezistența

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220}{0{,}455} = 484 \ \Omega.$$

3) *Un fulger a durat* 10^{-6} s *și a debitat* 1 000 A, *sub* 10^7 V. *Să se calculeze energia și puterea implicate.*

Energia este

$$W = UIt = 10^7 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6} = 10^4 \text{ J} \tag{231.2}$$

Cu această energie, un bec electric de 100 W ar putea să lumineze timp de

$$t = \frac{W}{P} = \frac{10^4}{100} = 100 \text{ s},$$

adică mai puțin de două minute.

Dar, ținînd seamă de timpul scurt, în care a fost debitată, această energie corespunde puterii

$$P = UI = 10^7 \cdot 10^3 = 10^{10} \text{ W} \tag{231.1}$$

adică 10 000 000 de kilowați!

4) *Intr-o oală electrică, rezistența de încălzire are* 40 Ω *și curentul o parcurge cu intensitatea de* 5 A. *In cîte minute ajunge la fierbere un litru de apă, luat la temperatura de* 20 °C?

Ca să ajungă la fierbere, apa trebuie să primească 80 000 cal și relația

$$JQ=RI^2t \tag{231.3}$$

ne dă

$$\frac{4{,}18\cdot 80\,000}{40\cdot 25}=t=335\ \text{s},$$

adică aproximativ cinci minute și jumătate. În practică trebuie să socotim însă aproape dublu, din cauza pierderilor de căldură prin radiere.

5) *Raza orbitală a electronului satelit, în atomul de hidrogen este de aproximativ* $0{,}5\cdot 10^{-8}$ cm, *iar viteza liniară de* $2\cdot 10^8$ cm/s.

Știind că electronul poartă sarcina elementară de $4{,}8\cdot 10^{-10}$ u. CGS e.s. *să se calculeze intensitatea curentului de convecție rezultat.*

Printr-un punct dat al orbitei, electronul trece, în fiecare secundă, de

$$f=\frac{v}{2\pi r}\ \text{ori}$$

așa că sarcina electrică transportată corespunde curentului de intensitate

$$I=e\cdot f=\frac{2\cdot 10^8\cdot 4{,}8\cdot 10^{-10}}{2\pi\cdot 0{,}5\cdot 10^{-8}}=3{,}05\ \text{u. CGS e.s.}$$

sau

$$I=1{,}016\cdot 10^{-3}\ \text{A}=1{,}016\ \text{mA}.$$

La același rezultat am fi ajuns, dacă exprimam intensitatea curentului de convecție din relația

$$I=\frac{Qv}{l}=\frac{ev}{2\pi r}. \tag{228.1}$$

CAPITOLUL XXXI

CIRCUITE ELECTRICE

§ 232. **Circuite închise**. Să presupunem că două vase comunică, pe la partea inferioară, printr-un tub lung și subțire, așa cum arată fig. 139.

În ele turnăm apă și, dacă există o diferență de nivel, curgerea lichidului prin tub liberează energie potențială, pe care ac-

ţiunea frecărilor o transformă în căldură, iar sistemul tinde către egalarea nivelelor.

Am putea să împiedicăm această egalare şi să menţinem situaţia iniţială, legînd o pompă, după schema din figură şi atunci apa va parcurge un *circuit închis*.

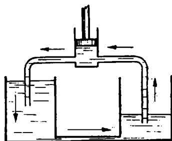


Fig. 139. Pompa întreţine o forţă hidromotoare.

Este evident că, între două secţiuni ale circuitului, luate la întîmplare, vom găsi o diferenţă de presiune, care se menţine constantă numai datorită acţiunii pompei. Ea compensează nu numai pierderile prin frecare, ce apar pe toată lungimea parcursă, dar şi pe acelea din interiorul ei.

Potrivit legilor cunoscute, debitul va fi acelaşi, în orice secţiune a circuitului şi vom spune că menţinerea situaţiei staţionare de curgere se datoreşte faptului că pompa dezvoltă o *forţă hidromotoare*.

Mai trebuie să observăm că, în interiorul pompei, lichidul circulă de la o presiune mai joasă, către alta mai înaltă, pe cînd în restul circuitului procesul urmează sensul normal de evoluţie, de la presiunile mai mari, spre cele mai mici.

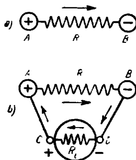


Fig. 140. Pentru explicarea noţiunii de forţă electromotoare.

Trecînd acum la cazul, în unele privinţe similar, al curentului electric, să considerăm doi conductori, *A* şi *B*, între cari există o diferenţă de potenţial (fig. 140 *a*).

Dacă-i legăm printr-un fir, de rezistenţă *R*, forţele electrice transportă sarcinile de pe unul pe altul, diferenţa de potenţial dispare treptat şi energia liberată se transformă în căldură, prin efectul Joule-Lenz [1]).

Putem totuşi menţine constantă această diferenţă de potenţial, dacă

[1]) Linia în zig-zag, reprezentată în figură, este unul din semnele convenţionale, prin care arătăm existenţa unei rezistenţe ohmice.

legăm conductorii la bornele unui *generator electric*, adică la un dispozitiv care să readucă înapoi sarcinile plecate și să compenseze pierderile[1]) (fig. 140, *b*).

Realizăm astfel, ca și în cazul descris înainte, un *circuit închis*, în lungul căruia curentul are sensul arătat de săgeți și păstrează aceeași intensitate, în toate secțiunile străbătute.

In interiorul generatorului va trebui însă ca transportul de electricitate să decurgă *împotriva forțelor cîmpului*, de la potențialul mai coborît, spre potențialul mai ridicat.

Generatorul produce cantitatea de energie, necesară pentru transportul de electricitate împotriva cîmpului.

Aceasta implică o *absorbție de energie*, pe care sistemul o dobîndește printr-un proces oarecare: chimic, termic, mecanic etc. și o transformă în energie potențială electrică.

In cazul particular cînd această energie se referă la unitatea de sarcină electrică, valoarea ei numerică reprezintă, prin definiție, *forța electromotoare*, numită încă și *tensiune electromotoare*, pe care o notăm cu E și o exprimăm în aceleași unități ca și diferența de potențial U.

Energia potențială, transmisă de generator unității de sarcină, are numeric valoarea forței electromotoare.

Ne propunem acum să urmărim variația de energie a unității pozitive de sarcină electrică, în timp ce parcurge circuitul din fig. 140, *b*.

Aici va trebui să ținem seamă, în primul rînd, de legea lui Ohm

$$U=RI, \tag{229.1}$$

apoi de faptul că generatorul însuși are o rezistență interioară R_i, în lungul căreia efectul Joule-Lenz transformă în căldură o parte din energia electrică.

De asemenea nu trebuie să uităm că intensitatea I a curentului este aceeași, în toate secțiunile circuitului.

---

[1]) Generatorul poate fi o *pilă electrică*, ori un *dinamo electric*. Mașina electrostatică are debitul prea mic și nu o putem folosi, decît cu condiția să legăm conductorii printr-o rezistență foarte mare. Altfel descărcarea merge mai repede decît încărcarea lor.

Dacă firele de legătură AC şi BD sînt groase şi destul de scurte, rezistenţa lor poate fi neglijată.

1) Intre bornele D şi C ale generatorului, unitatea pozitivă de sarcină electrică ar trebui să capete energia potenţială numeric egală cu E.

In realitate, ea capătă numai energia

$$E-R_i \cdot I$$

din pricina căderii de potenţial, în lungul rezistenţei R_i.

2) Intre bornele A şi B ale rezistenţei exterioare, aceeaşi unitate de sarcină electrică pierde energia

$$U=RI. \qquad \text{(I)}$$

Cum intensitatea nu sufere variaţii în timp, înseamnă că sîntem în regim staţionar şi că generatorul transmite conductorilor A şi B exact atîta energie, cît se împrăştie în căldură, în lungul rezistenţei R.

Vom putea scrie deci că

$$E-R_i I=RI \qquad \text{(II)}$$

sau că

$$\boxed{E=I(R+R_i)}. \qquad \text{(232.1)}$$

Această relaţie formulează *legea lui Ohm pentru un circuit închis* şi ne spune că :

$E=I(R+R_i)$ *Forţa electromotoare este egală cu produsul dintre intensitatea curentului şi suma rezistenţelor interioare din circuit.*

De asemenea, pe baza relaţiilor (I şi II), putem scrie că

$$\boxed{U=E-R_i \cdot I}. \qquad \text{(232.2)}$$

In circuit închis, tensiunea la borne este mai mică decît forța electromotoare.

Prin urmare, în circuit închis, diferența de potențial, între bornele generatorului, este mai mică decît forța electromotoare.

Această diferență de potențial se mai numește și *tensiune la borne.*

In cazul particular cînd, legăturile fiind întrerupte, curentul nu mai circulă, intensitatea este nulă și rezultă că

$$E = U.$$

In circuit deschis, tensiunea la borne devine egală cu forța electromotoare.

Circuitul este atunci *deschis* și *tensiunea la borne devine egală cu forța electromotoare.*

Ca să măsurăm această forță electromotoare, va trebui deci să lăsăm circuitul deschis și să folosim fie un *electrometru*, fie un *voltmetru*, a cărui rezistență proprie să fie practic infinită, în comparație cu a generatorului, ca să putem neglija curentul care-l parcurge. Vom descrie voltmetrele mai tîrziu.

Mai menționăm că există cazuri, pe care de asemenea le vom cerceta ulterior, cînd forța electromotoare nu apare la bornele unui generator individualizat, ci se repartizează pe întregul circuit. De asemenea pot să apară forțe electromotoare în diferite regiuni ale unui circuit dat.

§ 233. **Rezistențe variabile și potențiometre.** Cînd este necesar ca un generator electric să debiteze un curent de anumită intensitate, printr-un circuit de rezistență prea mică, vom introduce în serie, pe acel circuit, o rezistență ohmică suplimentară, așa cum arată fig. 141.

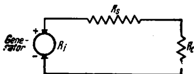


Fig. 141. Rezistențele conectate în serie limitează intensitatea curentului la valoarea dorită.

Rezistența interioară a generatorului fiind R_i și rezistența inițială a circuitului fiind R_c, rezistența suplimentară, notată cu R_s, va trebui să aibă valoarea dată de relația (232.1), adaptată situației.

Ea este deci

$$R_s = \frac{E}{I} - (R_i + R_c). \qquad (233.1)$$

Adesea rezistența internă a generatorului este neglijabilă, în raport cu celelalte rezistențe din circuit și atunci

$$R_s = \frac{E}{I} - R_c. \qquad (233.2)$$

Alteori avem interesul ca, sub intensitatea I, să aducem, la capetele unei rezistențe de folosire R_c, numai diferența de potențial U, în timp ce generatorul produce tensiunea la borne U_0.

Dacă rezistența lui este neglijabilă, vom lega în serie o rezistență suplimentară, așa fel ca

$$U_0 - U = R_s I. \qquad (233.3)$$

Iar dacă rezistența generatorului nu poate fi neglijată, va trebui ca

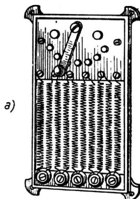
$$U = R_c I = E - R_i I - R_s I. \qquad (233.4)$$

Rezistențele de valoare fixă nu se întrebuințează însă decît în cazuri speciale. Mai comod e să folosim rezistențe variabile, numite și *reostate*, care sînt construite așa cum arată fig. 142.

Tipul reprezentat în fig. 142, *a* este reostatul *cu ploturi* (sau cu manivela).

El e făcut dintr-o spirală de sîrmă, întinsă pe un cadru izolant și legată, din loc în loc, la ploturile de contact, pe care lunecă manivela.

Bornele de intrare și de ieșire sînt legate, deoparte la unul din capetele spiralei, iar de cealaltă parte la axa manivelei. În chipul acesta se introduce în circuit numai fracțiunea convenabilă din rezistența totală.



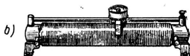




Fig. 142. Reostate și reprezentarea lor simbolică.

Tipul din fig. 142, *b* este reostatul *cu cursor*, folosit obișnuit în laboratoare. Sîrma este bobinată pe un cilindru de porțelan, iar cursorul lunecă pe o bară metalică și mută contactul de pe o spiră pe alta.

Figura 142, *c* ne arată cum se reprezintă schematic şi convenţional o rezistenţă variabilă (reostat).

Ca să putem cunoaşte diferenţele de potenţial şi intensitatea curentului din circuite, mai trebuie să folosim *voltmetre* şi *ampermetre*.

Ampermetrul are rezistenţă mică şi se leagă în serie, iar voltmetrul are rezistenţă mare şi se leagă în paralel.

Ampermetrul se leagă în serie, indiferent în care punct al circuitului, iar *voltmetrul se leagă în derivaţie* (sau în paralel), între punctele cu diferenţa de potenţial de măsurat.

Figura 143 reprezintă schematic un generator *G*, care debitează curent prin rezistenţa fixă R_f şi rezistenţa variabilă R_v.

Voltmetrul V_1 măsoară diferenţa de potenţial între capetele rezistenţei variabile, iar voltmetrul V_2 pe aceea de la bornele generatorului.

Ampermetrul *A* este legat în serie. Rezistenţa lui trebuie să fie cît mai mică, pentru ca introducerea ei în circuit să nu modifice sensibil intensitatea curentului.

Cît despre voltmetre, am arătat mai sus că rezistenţele lor trebuie să fie cît mai mari, ca să putem neglija curentul ce le parcurge.

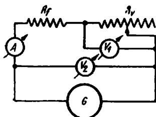


Fig. 143. Ampermetrul se leagă în serie şi voltmetrul în paralel.

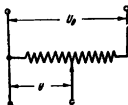


Fig. 144. Montaj potenţiometric.

O metodă simplă şi comodă, cu care putem folosi numai o parte din diferenţa de potenţial existentă la bornele unui generator, notată cu U_0, este să legăm între dînsele capetele spiralei unui reostat (variabil) şi să potrivim poziţia cursorului, aşa ca,

între dînsul şi unul din capete să avem diferenţa de potenţial dorită *U*.

Schema de montaj este reprezentată în fig. 144, iar dispozitivul se numeşte *potenţiometru.*

Sistemul are însă inconvenientul că lasă neutilizată o parte din intensitatea curentului, debitat de generator.

§ 234. **Teoremele lui Kirchhoff.** Aceste teoreme, numite încă şi *legile lui Kirchhoff,* se referă la conductorii ramificaţi, adică la sistemele mai complexe, ce formează o *reţea* de conductori, parcursă de curenţi electrici.

1) Vom considera mai întîi cazul unor conductori, care se întîlnesc într-un *nod* de ramificaţie *O* (fig. 145).

Este evident că, în punctul acesta, nu se pot produce nici pierderi, nici acumulări de electricitate, aşa că suma curenţilor ce se apropie de dînsul va fi egală cu a celor ce se depărtează.

In cazul din figură, vom avea deci

$$I_1+I_2=I_3+I_4+I_5.$$

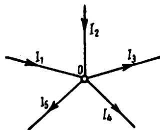


Fig. 145. Pentru prima teoremă a lui Kirchhoff.

Iar dacă facem o *convenţie de semn* şi considerăm ca pozitivi curenţii cari se apropie de nod şi ca negativi pe cei ce se depărtează, vom putea scrie că, în general,

$$\boxed{\sum I=0}. \tag{234.1}$$

Această relaţie formulează *prima teoremă a lui Kirchhoff*[1]) şi ne spune că:

Suma algebrică a curenţilor ce se apropie şi se depărtează de un punct de ramificaţie este nulă.

Suma algebrică a tuturor curenţilor ce se apropie şi se depărtează simultan de un nod de ramificaţie este nulă.

[1]) *Gustav Robert Kirchhoff* (1824—1887), fizician german, fost profesor la Heidelberg, apoi la Berlin.

Este evident că acelaşi lucru se petrece în orice punct al unui curent electric. Dacă nu există o ramificaţie, suma se reduce numai la doi termeni.

2) Complicînd situaţia, să presupunem că un *ochi* al reţelei de conductori, cu diferite legături exterioare, ar fi parcurs de curenţi electrici şi că, undeva, în interiorul lui, ar exista şi un generator, fără rezistenţă interioară, la bornele căruia se produce forţa electromotoare E (fig. 146).

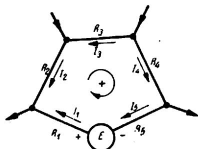


Fig. 146. Pentru a doua teoremă a lui Kirchhoff.

Ca şi în cazul precedent, vom face iarăşi o convenţie de semn şi vom considera ca *pozitivi* toţi curenţii cari parcurg laturile conturului, în sensul acelor ceasornicului.

Este evident că, dacă plecăm de la o bornă a generatorului şi parcurgem întregul contur, pînă la cealaltă bornă, va trebui ca suma algebrică a căderilor de potenţial să fie egală cu forţa electromotoare E, fiindcă altfel nu am putea să avem un regim staţionar al curentului.

Ţinînd seamă de sensul curenţilor, vom putea scrie deci că

$$E = R_1 I_1 - R_2 I_2 - R_3 I_3 + R_4 I_4 + R_5 I_5.$$

Iar pentru un număr oarecare de laturi,

$$\boxed{\sum RI = E}. \qquad (234.2)$$

Această relaţie formulează *a doua teoremă lui Kirchhoff* şi ne spune că :

Indiferent de legăturile exterioare, într-un ochi de reţea, în care se găseşte introdusă o forţă electromotoare, suma algebrică a căderilor de potenţial, pe conturul parcurs în sensul convenţional pozitiv, este egală cu această forţă electromotoare.

$$\sum RI = E$$

Este evident că, dacă nu ar exista nici o forţă electromotoare, intercalată în circuitul parcurs, am avea

$$E=0 \qquad \text{şi} \qquad \sum RI=0.$$

§ 235. **Rezistenţe în serie şi în paralel.** Să considerăm întîi diferite rezistenţe, legate în serie, prin care trece un curent de intensitate I (fig. 147).

Capetele sistemului sînt legate la un generator, care produce tensiunea la borne U.

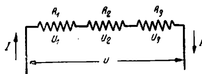


Fig. 147. Rezistenţe în serie.

Aşa cum se prezintă situaţia, este evident că această tensiune va fi egală cu suma căderilor de potenţial, în lungul rezistenţelor succesive, aşa că

$$U=R_1I+R_2I+R_3I+\ldots$$

şi fiindcă

$$U=RI$$

unde R reprezintă rezistenţa totală a sistemului, urmează că

$$\boxed{R=R_1+R_2+R_3+\ldots}\,. \tag{235.1}$$

Rezistenţele legate în serie se adună.

Prin urmare, mai multe rezistenţe legate în serie reprezintă o rezistenţă egală cu suma lor.

Schimbînd acum situaţia, vom lega rezistenţele *în paralel*, aşa cum arată fig. 148, iar între punctele *a* şi *b* vom aplica iarăşi o diferenţă de potenţial U.

Sistemul echivalează atunci cu o rezistenţă unică R, prin care trece un curent de intensitate

$$I=\frac{U}{R}$$

egală cu suma curenţilor ce parcurg fiecare rezistenţă în parte.

Dar cum diferența de potențial este aceeași la toate, curenții respectivi au intensitățile :

$$I_1 = \frac{U}{R_1};\quad I_2 = \frac{U}{R_2};\quad I_3 = \frac{U}{R_3};\ldots$$

și atunci condiția ca intensitatea totală să egaleze suma intensităților parțiale ne duce la relația

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots} \qquad (235.2)$$

La legarea în paralel, inversa rezistenței echivalente este egală cu suma inverselor rezistențelor parțiale.

Prin urmare, la legarea în paralel, inversa rezistenței echivalente este egală cu suma inverselor rezistențelor parțiale.

Shuntul este o rezistență, ce se leagă în paralel, între bornele unui ampermetru sau galvanometru și are rolul să devieze o parte din curentul ce trece prin aparatul de măsură, ca să-i micșoreze sensibilitatea (fig. 149).

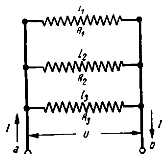


Fig. 148. Rezistențe în paralel.

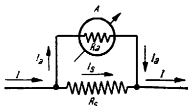


Fig. 149. Montarea shuntului la un ampermetru.

Rezistența proprie a ampermetrului fiind R_a și a shuntului R_s, vom avea

$$I = I_a + I_s \quad \text{și} \quad I_a R_a = I_s R_s.$$

De aici deducem că

$$I_a = I \cdot \frac{R_s}{R_a + R_s}$$

şi astfel intensitatea curentului, ce trece prin ampermetru, va fi cu atît mai mică, cu cît şi rezistenţa shuntului este mai mică, în comparaţie cu a lui.

Exemplu. Dacă un ampermetru are rezistenţa proprie de doi ohmi şi acul deviază pînă la capătul scării, sub intensitatea de 3 A, putem extinde scara pînă la 30 A, cu un shunt a cărui rezistenţă e în acord cu relaţia

$$3=30\frac{R_s}{2+R_s}$$

şi deducem că

$$R_s=0{,}22\ \Omega.$$

§ 236. **Puntea lui Wheatstone** [1]. O rezistenţă necunoscută poate fi determinată, prin comparaţie cu altele cunoscute, folosind montajul din fig. 150.

Între A şi B se leagă un generator de curent electric, iar galvanometrul G face *puntea* de legătură între C şi D.

Potrivim rezistenţele R_1, R_2, R_3 aşa ca prin galvanometru să nu mai treacă nici un curent.

În această situaţie particulară, galvanometrul rămîne la zero şi ne arată că, între punctele C şi D, nu există nici o diferenţă de potenţial.

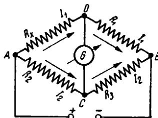


Fig. 150. Schema punţii Wheatstone.

Ca urmare, curentul din rezistenţa necunoscută R_x trece integral în R_1, iar cel din R_2 trece integral în R_3.

Iar dacă ţinem seamă de sensul convenţional pozitiv al curenţilor şi aplicăm a doua teoremă a lui Kirchhoff, avem, pentru ochiul de reţea ADC,

$$R_xI_1=R_2I_2$$

şi, pentru ochiul DBC,

$$R_1I_1=R_3I_2.$$

[1] *Charles Wheatstone* (1802—1875), fizician englez. Metoda descrisă datează din 1843.

Aceste relații ne dau, prin împărțire,

$$\boxed{\frac{R_x}{R_1} = \frac{R_2}{R_3}}, \tag{236.1}$$

în care toate cantitățile sînt cunoscute, afară de R_x.

Sub această formă, metoda are inconvenientul că ne obligă să folosim deodată trei rezistențe etalonate.

Următoarea variantă, numită *puntea cu fir*, suprimă două din ele și le înlocuiește cu un fir metalic *AB*, uniform ca structură și secțiune (fig. 151).

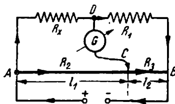


Fig. 151. Schema punții cu fir.

Galvanometrul face, de astă dată, puntea între punctul *D* și un contact mobil, ce poate fi purtat în lungul firului.

Și fiindcă rezistența unui fir este proporțională cu lungimea lui, vom avea

$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{l_1}{l_2}.$$

În aceste condiții, relația (236.1) devine

$$\boxed{\frac{R_x}{R_1} = \frac{l_1}{l_2}.} \tag{236.2}$$

iar lungimile se măsoară direct, pe o riglă gradată în milimetri.

Firul are, de obicei, lungimea de un metru și aria secțiunii de ordinul a 0,5—0,7 mm².

În locul galvanometrului se poate lega o cască telefonică, iar ca generator se folosește atunci o sursă de curent alternativ, care schimbă sensul de cîteva sute de ori pe secundă.

În cască se aude un sunet, de frecvență corespunzătoare și vom potrivi rezistențele în așa fel ca intensitatea acestui sunet să fie minimă.

Procedeul, cunoscut sub numele de *puntea lui Kohlrausch*[1]), se aplică mai ales la determinarea rezistenței substanțelor, la care trecerea curentului, într-un singur sens, produce descompuneri chimice, de pildă la electroliți. Fiecare alternanță anulează atunci efectul precedentei.

Metoda voltmetrului este mai puțin precisă decît puntea și de aceea nu o folosim decît la determinările rapide, cînd urmărim numai valorile aproximative.

De la un generator electric se trece curentul prin rezistența de măsurat, iar un ampermetru, legat în serie, ne arată intensitatea lui (fig. 152).

---

[1]) *Friedrich Kohlrausch* (1840—1910), fizician german.

Diferența de potențial, între capetele rezistenței, se măsoară cu un voltmetru, legat în paralel și legea lui Ohm

$$U=RI$$

ne permite să calculăm pe R.

Fig. 152. Determinarea unei rezistențe prin metoda voltmetrului.

§ 237. **Determinarea forței electromotoare.** Comparația unei forțe electromotoare cunoscute, cu alta necunoscută, se face obișnuit prin următoarele două metode:

1) *Metoda compensării.* Schema conexiunilor este arătată în fig. 153.

E este un *generator-etalon,* cu forța electromotoare cunoscută, iar E_x este forța electromotoare de măsurat.

Legăturile se fac în așa fel, încît curenții debitați să circule prin galvanometru în sensuri contrarii și se potrivesc rezistențele din circuit așa ca intensitățile lor să fie egale, în valoare absolută.

Galvanometrul rămîne atunci la zero și avem

$$I=\frac{E}{R_1}=\frac{E_x}{R_2}.$$

In practică, determinarea este ceva mai complicată, fiindcă trebuie să ținem seamă și de rezistențele interioare ale generatorilor.

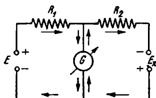


Fig 153. Determinarea unei forțe electromotoare prin metoda compensării.

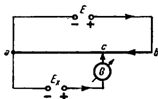


Fig. 154. Determinarea unei forțe electromotoare prin metoda opoziției.

2) *Metoda opoziției.* Montajul este cel din fig. 154. Cursorul c lunecă în lungul unui fir omogen ab, iar poziția lui o potrivim așa ca, între punctele a și c, pe porțiunea comună a celor două circuite, să avem aceleași căderi de potențial, în sensuri opuse.

In cazul acesta,

$$\frac{ac}{ab}=\frac{E_x}{E}$$

şi galvanometrul (care poate fi şi un electrometru) nu ne mai arată nici o deviaţie, fiindcă la bornele lui acţionează diferenţe de potenţial egale şi în opoziţie.

Metoda este mai comodă decît precedenta şi a fost imaginată de *Poggendorf*[1]).

R e z i s t e n ţ e e t a l o n a t e. Atît pentru măsurarea forţelor electromotoare, cît şi pentru montajele în punte, avem nevoie de rezistenţe etalo-

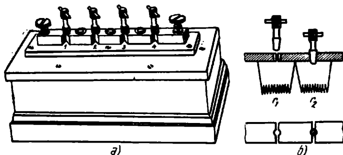


Fig. 155. Cutie de rezistenţe etalonate.

nate cît mai precis. Acestea sînt aşa numitele *cutii de rezistenţe* şi fig. 155, *a* ne arată aspectul lor exterior.

În principiu, ele sînt făcute din fire metalice, de manganin sau de constantan, bobinate pe mosoare de lemn şi apoi fierte în parafină, ca să fie ferite de umezeală şi de atacurile chimice.

Capetele bobinelor sînt sudate la nişte bare masive de alamă, aşa cum arată fig. 155, *b*, iar între bare intră forţat nişte cuie de contact.

Rezistenţa cuielor şi a barelor este practic nulă, aşa că rezistenţa totală, introdusă în circuit, sumează numai rezistenţele de la care am scos cuiele.

Cînd nu se cere o precizie deosebită, este comod să folosim rezistenţe făcute din tuburi de porţelan, unse cu grafit sau cu anumite substanţe chimice de conductivitate mică.

O simplă dîră, trasă cu creionul pe o placă izolantă şi, eventual, chiar pe o foaie de hîrtie, ne dă o rezistenţă de ordinul *megohmilor,* adică a milioanelor de ohmi.

Alteori anumite pulberi, de pildă carbură de siliciu, sînt comprimate sub forma de bastonaşe, împreună cu un *liant*.

Asemenea rezistenţe au întrebuinţare mai ales în aparatele de radiorecepţie.

În fine se poate improviza o rezistenţă cu două fire sau plăci metalice, cufundate în apă sau într-un electrolit.

[1]) *Johann Christian Poggendorf* (1796—1877), fizician german.

Exemple numerice. 1) *O baterie de acumulatori are forța electromotoare de 50 V. Cînd ea debitează un curent de 20 A, diferența de potențial între borne scade la 45 V. Să i se calculeze rezistența interioară.*

Relația (232.2)

$$U=E-R_i I$$

ne dă

$$R_i=\frac{E-U}{I}=\frac{50-45}{20}=0{,}25\ \Omega.$$

Forța electromotoare a unui singur acumulator este de 2 V, așa că bateria e formată din 25 de elemente.

Rezistența fiecărui element este, așadar de 0,01 Ω.

2) *O rezistență de 10 Ω, legată direct la bornele unui generator, este parcursă de un curent cu intensitatea de 11 A. Înlocuind-o cu altă rezistență, de 5 Ω, curentul crește la 21 A. Să se calculeze rezistența interioară și forța electromotoare a generatorului.*

Legea lui Ohm, aplicată circuitului închis, ne dă, în cele două cazuri considerate,

$$E=I_1(R_1+R_i)$$

și

$$E=I_2(R_2+R_i).$$

Rezolvînd sistemul, în privința necunoscutelor E și R_i, obținem

$$R_i=\frac{I_1R_1-I_2R_2}{I_2-I_1}=\frac{11\cdot10-21\cdot5}{21-11}=0{,}5\ \Omega$$

și

$$E=\frac{I_1I_2(R_1-R_2)}{I_2-I_1}=\frac{11\cdot21\,(10-5)}{21-11}=115{,}5\ \text{V}.$$

3) *În schema din fig. 146, să se calculeze forța electromotoare a generatorului și intensitatea curentului care iese prin nodul rezistențelor R_4 și R_5.*

Se va lua: $R_1=R_2=5\,\Omega$; $R_3=R_4=10\,\Omega$; $R_5=15\,\Omega$.

$$I_2=I_3=I_4=2\ \text{A} \text{ și } I_1=I_5=10\ \text{A}.$$

A doua teoremă a lui Kirchhoff (234.2) ne dă, pentru sensul convențional din figură,

$$E=\sum RI=R_1I_1-R_2I_2-R_3I_3+R_4I_4+R_5I_5.$$

Prin urmare

$$E=5\cdot10-5\cdot2-10\cdot2+10\cdot2+15\cdot10=190\ \text{V}.$$

Iar prima teoremă a lui Kirchhoff (234.1) ne dă, ținînd seamă care curent merge spre nod și care se depărtează,

$$-I=-I_4+I_5=8\ \text{A}.$$

4) *La bornele unui generator, cu rezistența interioară neglijabilă, care produce forța electromotoare de 500 V, se leagă un voltmetru, de rezistență proprie $R_v = 100\,000\,\Omega$, în serie cu altă rezistență necunoscută R_x. Dacă acul voltmetrului arată diferența de potențial $U = 100$ V, care e valoarea rezistenței R_x?*

Legea lui Ohm, aplicată la circuitul închis, ne dă

$$E = I(0 + R_x + R_v) \tag{232.1}$$

și rezultă că

$$I = \frac{E}{R_x + R_v}.$$

Dar diferența de potențial arătată de voltmetru este

$$U = R_v I$$

de unde, substituind valoarea lui I, obținem

$$E = R_x \frac{E}{R_x + R_v} + U$$

sau

$$R_x = R_v \left(\frac{E}{U} - 1 \right)$$

iar numeric

$$R_x = 100\,000 \left(\frac{500}{100} - 1 \right) = 400\,000\ \Omega.$$

CAPITOLUL XXXII

ELECTROLIZA

§ 238. **Aspectul calitativ al fenomenelor.** La metale, unde transportul de electricitate îl asigură electronii liberi, fără participarea atomilor, trecerea curentului electric nu poate să producă nici o schimbare chimică, oricît ar fi de mare intensitatea lui.

La metale transportul de electricitate nu produce modificări chimice, fiindcă se datorește numai electronilor liberi.

Cu totul alta e situația la alte specii de conductori, cum ar fi, de pildă, sărurile metalice topite, ori soluțiile saline, bazice sau acide.

La intrarea și ieșirea curentului din anumiți conductori nemetalici, se produc fenomene de descompunere electrolitică.

Aici se constată că, la locurile de intrare și de ieșire a curentului, se produc unele fenomene de descompunere chimică, pe care Faraday a numit-o *electroliză* și a studiat-o experimental.

Substanța prin care trece curentul se numește atunci *electrolit*, iar conductorii metalici, pe care-i scufundăm înăuntru, ca să asigure legătura cu restul circuitului, îi numim *electrozi*.

Electrodul legat la polul pozitiv al generatorului de electricitate se numește *anod*, iar celălalt, legat la polul negativ, este *catodul*.

Ca exemplu de descompunere electrolitică, să considerăm întîi cazul apei acidulate, de pildă cu acid sulfuric.

Aici se degajă, la catod, hidrogenul, în volum de două ori mai mare decît oxigenul, care se degajă la anod.

Operația se face, de obicei, într-un *voltametru*, adică într-un aparat în care doi electrozi de platină sînt cufundați ori introduși în lichid, în felul care să permită o culegere cît mai comodă a gazelor degajate.

Dintre numeroasele variante posibile, fig. 156 reproduce, în *a* și *b*, pe cele două mai obișnuite.

Ca un al doilea exemplu, vom considera descompunerea unei soluții apoase de sulfat de cupru.

De astă dată se constată o degajare de oxigen la anod și o depunere de cupru metalic, la catod.

In fine, un al treilea exemplu tipic îl găsim la electroliza clorurii de sodiu topite. La anod se degajă clorul, iar la catod se depune sodiu metalic.

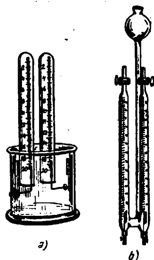


Fig. 156. Tipuri curente de voltametre.

Din aceste trei exemple, alese la întîmplare dintre nenumărate altele, se pot distinge trei situaţii diferite:

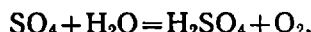
1) *In cazul apei acidulate,* nu se descompune acidul, ci numai apa.

2) *Din soluţia de sulfat de cupru,* rezultă, deoparte metalul, iar de cealaltă parte oxigenul, care provine tot din apă.

3) *La clorura de sodiu topită,* produsele de descompunere sînt chiar elementele constituente ale sării.

Aceste deosebiri se datoresc *reacţiilor secundare:*

Din acidul sulfuric, H_2SO_4, radicalul SO_4 merge la anod şi acolo reacţionează cu apa, după ecuaţia



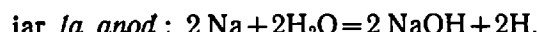
$$SO_4+H_2O=H_2SO_4+O_2,$$

iar cel ce se degajă este oxigenul, în timp ce acidul se regenerează.

Analog, o soluţie apoasă de clorură de sodiu degajă oxigenul la anod şi hidrogenul la catod, care provin din descompunerea apei, fiindcă



la anod: $2\,Cl + H_2O = 2\,ClH + O.$



iar *la anod*: $2\,Na + 2H_2O = 2\,NaOH + 2H.$

După aceea hidratul se combină cu acidul şi regenerează clorura de sodiu.

Ca să evităm, cel puţin în parte, ca sodiul să descompună apa, e destul să facem catodul din mercur, care-l fixează prin amalgamare.

Analog, la electroliza soluţiei de sulfat de cupru, radicalul SO_4, care se separă la anod, scoate hidrogenul din apă, formează acid sulfuric şi pune în libertate oxigenul.

Şi aici degajarea de oxigen poate fi împiedicată, dacă facem anodul dintr-un metal, în stare să treacă uşor în sulfat, de pildă chiar din cupru. In măsura în care se descompune electrolitic, sarea este atunci primenită, prin dizolvarea treptată a anodului.

Complicînd situaţia, putem lega în serie mai multe voltametre, cu soluţii şi electrozi diferiţi, aşa cum arată fig. 157.

Fenomenele de descompunere electrolitică, descrise mai sus, lau naştere atunci simultan, în toate voltametrele, fiecare după specificul situaţiei respective.

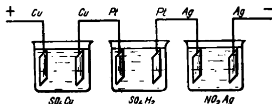


Fig. 157. Fenomenul de electroliză se petrece după aceleaşi legi în toate voltametrele legate în serie.

In unele se va descompune substanţa, în altele dizolvantul.

Produsele de descompunere electrolitică pot să apară fie direct, fie prin reacţii secundare.

In concluzie: *uneori descompunerea electrolitică separă constituenţii substanţei; alteori produsele de descompunere apar din reacţii chimice secundare.*

Un alt fapt important, pe care ni-l arată experienţa este că *aceste produse nu pot fi evidenţiate niciodată în masa electrolitului, ci numai pe suprafaţa electrozilor.*

Produsele de descompunere electrolitică se formează numai pe suprafaţa electrozilor.

§ 239. **Legile electrolizei.** In 1833, *Faraday,* studiind cantitativ descompunerea electrolitică, a stabilit experimental că masa in grame a substanţei, liberată la fiecare din electrozi, este dată de relaţia

$$M = \frac{1}{F} \cdot \frac{A \cdot I}{n} \cdot t$$

in care:

I reprezintă intensitatea curentului electric,

t exprimă durata electrolizei, în secunde,

A este masa relativă a atomului sau radicalului liberat la unul din electrozi şi

n reprezintă valenţa chimică respectivă.

Cît despre cantitatea F, ce intră la numitor, în factorul de proporţionalitate, ea este o constantă şi se numeşte *numărul lui Faraday*.

Dacă exprimăm intensitatea curentului în amperi, cele mai precise determinări experimentale, făcute pînă acum, au dus la valoarea

$$\boxed{F=96\,490}.$$

În aceste condiţii, dacă ţinem seamă că produsul It reprezintă numărul de coulombi, ce au trecut printr-o secţiune dată a electrolitului, putem scrie relaţia lui Faraday sub forma

$$\boxed{M=\frac{1}{F}\cdot\frac{A}{n}\cdot Q} \text{ g (grame).} \qquad (239.1)$$

Se ştie că raportul dintre masa atomică relativă şi valenţă reprezintă *echivalentul chimic* al substanţei.

Raportul dintre echivalentul chimic şi numărul lui Faraday reprezintă echivalentul electrochimic.

Prin împărţirea lui cu numărul lui Faraday, obţinem o mărime, caracteristică în electroliză, care se numeşte *echivalent electrochimic.*

Relaţia de faţă ne spune deci că:

Produsul dintre echivalentul electrochimic şi numărul de coulombi ne dă masa substanţei liberate.

Produsul dintre cantitatea de electricitate, în coulombi şi echivalentul electrochimic reprezintă masa în grame a substanţei liberate la fiecare electrod.

Cunoscînd acestea, sîntem acum în situaţia să enunţăm legea lui Faraday sub forma următoare:

La fiecare electrod, masa substanţei depuse este proporţională cu cantitatea de electricitate ce a străbătut prin orice secţiune a circuitului.

La fiecare electrod, electroliza liberează o cantitate de substanţă, direct proporţională cu cantitatea de electricitate ce a străbătut o secţiune oarecare a circuitului, iar factorul de proporţionalitate este echivalentul electrochimic al elementului sau radicalului respectiv.

De altă parte, dacă ne referim la cazul particular, cînd cantitatea de electricitate ar fi de un singur coulomb, aceeaşi relaţie ne mai arată că:

Cantitatea în grame de substanţă, depusă de un coulomb, este numeric egală cu echivalentul electrochimic.

Pentru fiecare coulomb, se liberează şi la anod şi la catod o cantitate de substanţă, numeric egală în grame cu echivalentul electrochimic al ei.

Tabela de mai jos ne dă echivalentul electrochimic, în cîteva cazuri tipice:

Tabela 19

Substanţa	Masa atomică	Valenţa	Miligrame/coulomb
Hidrogen	1,008	1	0,010 4
Argint	107,880	1	1,118
Oxigen	16,000	2	0,082 9
Cupru	63,57	2	0,329
Fier (fero)	55,84	2	0,289
Fier (feri)	55,84	3	0,193
Aur	197,2	3	0,681
Platină	195,23	4	0,506
SO_4	96,06	2	0,498

Aceeaşi cantitate de electricitate, care depune 0,010 4 miligrame de hidrogen, poate deci să depună 1,118 mg de argint, 0,329 mg de cupru şi aşa mai departe.

Prin cîntărirea directă a substanţei depuse într-un timp dat, avem astfel mijlocul să deducem numărul de coulombi ce au străbătut fiecare secţiune a circuitului, precum şi intensitatea curentului, dacă ea nu variază în timp.

Un voltametru, folosit în scopul acesta, se numeşte *coulombmetru* şi, între altele, poate să servească la etalonarea unui ampermetru, legat în serie pe circuit.

In 1908 s-a ales, ca etalon practic şi s-a numit *amper internaţional*, intensitatea curentului ce ar depune, în fiecare secundă, cîte 1,118 miligrame de argint, pe catodul unui voltametru, construit după anumite prescripţii.

Această convenţie avea inconvenientul că rămînea subordonată oricărei determinări ulterioare, mai precisă decît precedentele.

In ultimul timp a fost părăsită şi acum se defineşte amperul, ca unitate absolută, cu ajutorul fenomenelor electromagnetice, de care ne vom ocupa mai tîrziu.

§ 240. **Ionii în electroliză.** Faraday admitea că descompunerea substanţei, în electroliză, o face însuşi curentul electric ce o străbate. Vom vedea curînd în ce măsură această concepţie se cere modificată.

De altă parte, constatarea experimentală că anumiţi atomi, sau radicali chimici, se depun totdeauna pe electrodul de anumită polaritate, indiferent de substanţa din care au provenit, impune concluzia că ei poartă sarcini electrice, care nu-şi schimbă semnul după caz şi împrejurări.

Ionii sînt atomi sau radicali, ce poartă sarcini electrice de semn caracteristic. Cei pozitivi sînt cationi, iar cei negativi sînt anionii.

Tot Faraday a numit *ioni* aceste particule electrizate. Ionii încărcaţi *pozitiv,* ca hidrogenul sau metalele, se depun la catod şi de aceea le zicem *cationi* pe cînd metaloidele sau radicalii chimici sînt încărcaţi *negativ,* se depun la anod şi se numesc *anioni.*

§ 241. **Sarcina electrică a ionilor.** Din legea cantitativă a lui Faraday

$$M=\frac{1}{F}\cdot\frac{A}{n}\cdot Q \qquad (239.1)$$

în care punem condiţia ca

$$M=A$$

rezultă că

$$nF=Q.$$

Numărul lui Faraday, înmulţit cu valenţa, ne arată cîţi coulombi sînt necesari pentru depunerea unui atom-gram de substanţă.

Aceasta înseamnă că valenţa substanţei, înmulţită cu numărul lui Faraday, ne dă numărul de coulombi, necesari pentru depunerea electrolitică a unui atom-gram.

Să considerăm acum o substanţă oarecare, cu atomul monovalent, de pildă hidrogenul sau un metal alcalin.

Fiecare atom-gram conţine

$$N=6{,}03\cdot 10^{23} \text{ atomi}$$

şi depunerea lui electrolitică necesită

$$Q=F=96\,490 \text{ C}.$$

Prin urmare, indiferent de natura substanţei, revine unui singur ion monovalent sarcina electrică

$$e=\frac{Q}{N}=\frac{96\,490}{6{,}03\cdot 10^{23}}=1{,}6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

sau

$$e=1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 3\cdot 10^{9}=4{,}8\cdot 10^{-10}\ \text{u.e.s.}$$

Iar dacă valenţa ionului este *n*, se vede imediat că şi sarcina lui va fi de *n* ori mai mare.

In electroliză, ionul monovalent poartă sarcina

$$e=\pm 1{,}6\cdot 10^{-19}\mathrm{C}.$$

Prin urmare, în electroliză, un singur ion transportă fie sarcina $\pm e$, fie un multiplu întreg al ei, dar nu şi valori fracţionare.

Raţionamentul acesta, făcut de *Stoney* [1], în 1874, introduce, pentru prima dată în fizică, ideea structurii atomice a electricităţii.

In § 223, am descris experienţele lui Millikan şi am arătat cum, din viteza de cădere a picăturilor electrizate, într-un cîmp electric de intensitate cunoscută, s-a putut măsura direct sarcina elementară *e*.

Comparaţia rezultatelor ne arată că, deşi metodele sînt fundamental diferite, valorile numerice sînt perfect concordante, iar mai tîrziu vom descrie şi alte metode, care de asemenea le confirmă.

In altă ordine de idei, să considerăm un ion monovalent oarecare, de pildă *ionul de hidrogen*.

Un atom-gram cîntăreşte 1,008 g, iar fiecare atom, luat individual cîntăreşte

$$m=\frac{1{,}008}{N}\ \mathrm{g}.$$

Raportul dintre sarcina electrică şi masa ionului va fi deci

$$\frac{e}{m}=\frac{96\,490/\mathrm{N}}{1{,}008/\mathrm{N}}=9{,}578\cdot 10^{4}\ \mathrm{C/g}.$$

---

[1]) *George Johnstone Stoney* (1826—1911), fizician irlandez.

Calcularea lui nu cere cunoaşterea numărului lui Avogadro, care se elimină prin împărţire.

Sarcina specifică se exprimă prin raportul dintre sarcina ionului şi masa lui.

Acest raport reprezintă, prin definiţie, sarcina specifică a ionului considerat şi are valoarea maximă la hidrogen.

Cu prilejul unei comemorări, Helmholtz a făcut observaţia că, pe vremea lui Faraday, concepţia structurii atomice a materiei, cît şi legea lui Avogadro, erau deja destul de bine fundamentate, prin legile combinaţiilor chimice.

Odată stabilită legea cantitativă a depunerii electrolitice, Faraday avea deci la dispoziţie toate datele care trebuiau să ducă la concepţia structurii atomice a electricităţii.

El n-a îndrăznit, totuşi, să facă pasul acesta decisiv, cu toate că, după toate probabilităţile, întrevăzuse legătura.

§ 242. **Teoria disociaţiei electrolitice.** Faraday admitea, după cum am văzut mai sus, că descompunerea electrolitică se datoreşte însuşi curentului electric şi nu atribuia dizolvantului un rol activ.

De atunci încoace, o serie de fapte, constatate experimental, au impus modificarea treptată a acestei concepţii şi l-au îndreptăţit pe *Arrhenius* ca, pe baza lor, să clădească, în 1887, aşa numita teorie a *disociaţiei electrolitice.*

Aceste fapte sînt următoarele:

1) Dacă descompunerea electrolitică ar fi o consecinţă directă a trecerii curentului, ar trebui ca şi conductibilitatea unei soluţii date să varieze cu intensitatea lui.

În realitate nu se constată o asemenea influenţă, după cum nici variaţia de intensitate a cîmpului electric, între anod şi catod, nu modifică proprietăţile conductoare ale electrolitului.

2) Pentru o substanţă dată şi la concentraţii egale, conductibilitatea unei soluţii depinde, în foarte mare măsură, de natura dizolvantului.

3) Soluţiile apoase au conductibilitatea cea mai mare, cu toate că apa însăşi este practic rău conducătoare.

4) La concentraţii molare egale, presiunea osmotică a soluţiilor conductibile, pentru curentul electric, este mai mare decît

în cele neconductibile și depășește valoarea calculată din cunoscuta lege a lui Van't Hoff.

$$p = RT\frac{C}{M}. \qquad (126.2)$$

De asemenea se constată că variațiile temperaturilor de fierbere sau de congelare urmează legea lui Raoult (§ 127) numai la soluțiile rău conducătoare de electricitate. Se știe că și aceste variații sînt legate de presiunea osmotică.

Mai ales la soluțiile apoase ale bazelor, acizilor sau sărurilor minerale, care sînt cele mai conductibile, găsim presiuni osmotice, care pot să atingă uneori aproape dublul valorii calculate din legea lui Van't Hoff.

La soluțiile conductibile valorile anormal de mari ale presiunii osmotice sînt consecința disocierii electrolitice a moleculelor.

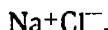
Faptul nu poate fi explicat, decît dacă admitem că o parte din moleculele dizolvate din electrolit se scindează în particule mai mici, mărind concentrația molară.

Vom spune deci că ele *se disociază electrolitic,* prin însuși faptul dizolvării.

După *Arrhenius,* interpretarea fizică a fenomenului este următoarea:

Să presupunem, pentru fixarea ideilor, că am dizolvat clorură de sodiu în apă.

Forțele de legătură chimică sînt de natură electrică și, pentru că sodiul este *cation,* iar clorul *anion,* vom admite că molecula formată prin combinarea lor are structura schematică



Na^+Cl^-,

adică provine din împerechierea a doi ioni de semne contrarii.

Dacă notăm cu $+e$ și $-e$ sarcinile electrice respective și admitem că legea lui Coulomb rămîne valabilă, în domeniul distanțelor atomice, forța de legătură are intensitatea

$$F = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{e^2}{r^2}. \qquad (195.1)$$

Ea devine de 81 de ori mai mică în apă, decît în vid, fiindcă permitivitatea mediului crește în această proporție.

Permitivitatea mare a dizolvantului slăbeşte legătura electrică şi dă voie ciocnirilor termice să rupă molecula.

Slăbirea legăturii electrice face ca moleculele dizolvate să nu mai reziste ciocnirilor termice. Ele se rup atunci şi astfel se explică originea disociaţiei electrolitice.

Experienţa ne arată însă că ionii din soluţie, aşa disociaţi, nu manifestă însuşirile caracteristice ale substanţei respective. sodiul nu descompune apa, iar clorul nu miroase, nu e toxic, nici nu se degajă ca gaz.

Explicaţia e destul de simplă, dacă ne referim la tabela periodică a lui Mendeleev şi ţinem seamă că numărul electronilor sateliţi, în atomul neutru, este egal cu numărul de ordine al elementului respectiv.

Să considerăm deci, ca exemplu, şirul elementelor cuprinse între numerele de ordine 10 şi 20, în ordinea consecutivă :

Ne	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar	K	Ca
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Rămînînd la cazul clorurii de sodiu, clorul este monovalent şi are 17 electroni sateliţi, iar sodiul, de asemenea monovalent, are 11.

În urma disocierii electrolitice, atomul de sodiu cedează un electron şi devine ion monovalent pozitiv.

El păstrează astfel numai 10 electroni sateliţi şi capătă configuraţia electronică a elementului cu numărul de ordine 10, adică a gazului nobil *neon*.

Electronul cedat îl ataşează atomul de clor, care devine ion negativ şi pe care noua configuraţie, cu 18 electroni sateliţi, îl aduce în situaţia gazului nobil *argon*.

Prin ionizare, ambii atomi tind, prin urmare, să se apropie de caracterul chimic inert al gazelor nobile şi astfel se explică de la sine mascarea însuşirilor proprii, caracteristice numai stării neutre.

Din şirul elementelor menţionate mai sus, putem alege şi alte exemple :

Prin ionizare, atomii se apropie de configuraţia electronică a gazelor nobile.

Astfel, în disocierea electrolitică a *clorurii de aluminiu* ($AlCl_3$), se formează trei ioni monovalenţi de clor şi unul trivalent de aluminiu.

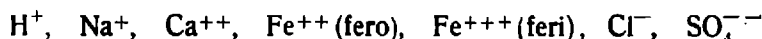
Atomul metalului cedează atunci trei din electronii sateliți și ajunge la configurația electronică a *neonului*, pe cînd atomii de clor îi captează și se apropie de *argon*, ca și în cazul precedent.

In fine, ca un al treilea exemplu, vom alege *clorura de potasiu* (KCl). De astă dată ambii atomi ajung la configurația electronică a *argonului*, cu număr de ordine 18, prin trecerea electronului de pe unul pe altul.

Fenomenul devine ceva mai complex, cînd e vorba de grupele atomice, care formează radicalii chimici, dar desfășurarea este, în principiu, similară.

De pildă, în disocierea soluțiilor de acid sulfuric, radicalul SO_4 captează doi electroni suplimentari și devine ion bivalent negativ, iar atomii de hidrogen pierd cîte unul și devin ioni pozitivi monovalenți.

Ca să arătăm atît semnul, cît și valența ionilor, convenim să adoptăm notația :



H^+, Na^+, Ca^{++}, Fe^{++} (fero), Fe^{+++} (feri), Cl^-, SO_4^{--}

și așa mai departe.

După toate aceste explicații, să presupunem acum că, în soluția care conține ionii, scufundăm doi electrozi și aplicăm intre dînșii o diferență de potențial.

Cîmpul electric produs va suprapune atunci o mișcare de ansamblu, peste mișcarea termică dezordonată a ionilor și-i va transporta, pe cei pozitivi spre catod, iar pe cei negativi spre anod.

Contactul cu electrodul de semn contrar neutralizează sarcina ionilor.

Cînd ei ating electrodul respectiv, pierd sarcina electrică, prin neutralizare și numai atunci apar însușirile caracteristice stării neutre a atomului substanței.

Acesta e motivul pentru care, în electroliză, produsele de descompunere pot fi culese numai la electrozi.

In lumina acestor fapte, concepția inițială a lui Faraday, care atribuia originea fenomenelor de descompunere numai curentului electric, se cere modificată, în sensul că :

Ionii apar din însuşi procesul dizolvării, iar cîmpul electric îi transportă şi asigură trecerea curentului.

Ionii se formează prin însuşi procesul dizolvării, într-un mediu de permitivitatea suficient de mare, sub acţiunea ciocnirilor termice. Curentul electric nu face decît să-i transporte, în sensul forţelor cîmpului, cînd există o diferenţă de potenţial între electrozi.

E uşor de înţeles acum de ce anumite medii neconductibile, dar de permitivitate mare, cum e apa, devin foarte conductibile, cînd conţin săruri metalice dizolvate, sau alte substanţe, capabile să disocieze.

Aceste medii le vom numi *disociante*, spre deosebire de altele *nedisociante*, la care permitivitatea prea mică nu crează condiţiile favorabile disocierii.

La metale, conducerea curentului se datora electronilor liberi; la electroliţi, transportul de electricitate are ca vehicul ionii. Aici sarcinile electrice în mişcare sînt obligate să tragă după ele şi atomii, sau grupele de atomi, pe care sînt fixate.

In unele cercetări ştiinţifice, va trebui să ţinem seamă de această deosebire, mai ales că ionii îşi asociază adesea un număr oarecare din moleculele dizolvantului şi trag după dînşii întregul cortegiu.

Transportul de electricitate prin electroliţi este un curent de convecţie.

Transportul de electricitate în electroliţi decurge, aşadar, odată cu suportul şi de aceea reprezintă un curent de convecţie.

Mişcarea particulelor electrizate întîmpină, evident, o rezistenţă de frecare vîscoasă, din partea mediului lichid şi urmarea este că energia electrică se transformă parţial în căldură.

Din acest punct de vedere, totul se petrece ca şi la curenţii de conducţie, aşa că legea lui Ohm şi legea lui Joule-Lenz rămîn valabile.

Cu ajutorul lor, putem defini atît rezistenţa ohmică a electrolitului, cît şi conductivitatea lui.

1. *Gradul de disociaţie.* Viteza medie de agitaţie termică a moleculelor creşte cu temperatura. In jurul ei, se repartizează statistic vitezele individuale.

Unele molecule se mişcă mai repede, altele mai încet şi numai pentru anumită viteză minimă de ciocnire forțele coulombiene pot fi învinse şi molecula descompusă în ioni.
Rezultă că raportul

$$\eta = \frac{\text{Numărul moleculelor disociate}}{\text{Numărul moleculelor dizolvate}}$$

va fi cu atît mai apropiat de unitate, cu cît, prin ridicarea temperaturii, ciocnirile vor fi mai violente, ca intensitate medie.

Raportul dintre numărul moleculelor disociate şi al celor dizolvate defineşte gradul de disociaţie şi creşte cu temperatura.

Acest raport, la care numărătorul tinde să egaleze numitorul, cînd încălzim soluţia, defineşte *gradul de disociaţie* al electrolitului considerat.

Este evident însă că nu numai moleculele se pot ciocni între ele, dar şi ionii, care suferă aceeaşi mişcare de agitaţie termică.
Dacă o asemenea ciocnire, dictată de legile statisticii, are loc între ioni de semne contrarii, aceştia se recombină şi molecula se reface, pînă la o nouă disociere.
Electrolitul sufere deci o continuă prefacere internă:

Gradul de disociaţie corespunde unei situaţii de echilibru statistic.

În timp ce unele molecule se rup în ioni, altele se refac, iar gradul de disociaţie corespunde unei situaţii de echilibru statistic, între două procese contrarii.

Această prefacere tinde să dispară însă, cînd concentraţia soluţiei tinde către zero fiindcă, la diluările prea mari, probabilitatea întîlnirii, între ionii de semne contrarii, devine practic nulă, aşa că molecula, odată ruptă, nu se mai poate reface.

Disociaţia tinde să devină totală, la concentraţiile foarte mici.

De aceea, la soluţiile extrem de diluate, putem considera disociaţia ca practic totală.

Trecînd acum la conductibilitate, este evident că o soluţie care nu conţine decît molecule neutre nu poate conduce curentul, fiindcă nu există sarcini electrice de transportat. Aceasta se întîmplă atît în mediile nedisociante, cît şi la soluţiile substanţe-

lor incapabile să formeze ioni, cum ar fi, de pildă, zahărul şi diferite alte substanţe organice.

Conductibilitatea unei soluţii creşte cu densitatea cubică a ionilor.

De asemenea este evident că un electrolit va fi cu atît mai conductibil, cu cît şi densitatea cubică a ionilor, adică numărul lor în unitatea de volum, va fi mai mare.

Înseamnă că, pentru o substanţă capabilă să formeze ioni, va trebui să găsim o rezistenţă electrică mai mică, dacă folosim dizolvanţi cu permitivitate mare, dacă mărim concentraţia soluţiei sau dacă ridicăm temperatura. Experienţa confirmă aceste prevederi.

De asemenea va trebui ca rezistenţa unei soluţii extrem de diluate să nu varieze cu temperatura, fiindcă disociaţia este totală de la început.

Din studiul conductibilităţii soluţiilor putem astfel trage unele concluzii preţioase, cu privire la gradul de disociaţie şi la structura ionilor.

Cercetările sistematice au arătat însă că, în forma simplă arătată mai sus, teoria lui Arrhenius nu înglobează toate fenomenele şi trebuie să fie completată, mai ales cînd e vorba de electroliţii *tari*: hidraţi alcalini, acizi minerali sau sărurile lor metalice, în medii disociante.

Aici disociaţia este practic totală, chiar la concentraţii mai mari.

De asemenea apar complicaţii la dizolvanţii cu dipoli moleculari permanenţi cum este apa, la care moleculele se asociază cu ionii şi formează particule complexe, mult mai mari decît dînşii.

Aceste comportări anormale fac obiectul unor teorii speciale, care mai au încă lipsuri destule.

Nu este cazul să insistăm asupra lor şi de aceea menţionăm numai că, după concepţiile actuale, distribuţia ionilor în soluţie reprezintă o situaţie intermediară între distribuţia dezordonată a moleculelor din lichid şi aceea reticulară din cristale.

2. *Mobilitatea ionilor.* După legile elementare ale mecanicii, o masă inertă, supusă acţiunii unei forţe constante, capătă o mişcare uniform accelerată.

Acesta e şi cazul ionilor, cînd se mişcă într-o soluţie, sub acţiunea cîmpului electric, presupus uniform, ce apare între electrozi. Dar viscozitatea lichidului frînează această mişcare şi dictează o *viteză-limită,* pe care ionul o atinge în momentul cînd forţa de frecare, ce creşte cu viteza, ajunge să egaleze forţa electrică acceleratoare.

Viteza-limită a ionului, într-un cîmp de un volt pe centimetru, definește mobilitatea lui.

Prin definiție, viteza-limită a ionului, *într-un cîmp uniform de un volt pe centimetru,* reprezintă *mobilitatea* lui.

Este evident că această viteză-limită depinde de forma și de dimensiunile geometrice ale ionului, precum și de viscozitatea soluției.

In literatura științifică au devenit clasice determinările de mobilitate făcute de *Petru Bogdan,* în 1901.

Metoda folosită se bazează pe analiza chimică, făcută la timpuri cunoscute, a concentrației lor în jurul electrozilor, iar ordinul de mărime, în apă, este de cîteva miimi de milimetru pe secundă.

Ca exemplu, tabela de mai jos cuprinde cîteva date numerice:

Tabela 20

Substanța	Viteza-limită în cm/s
Hidrogen (H^+)	0,003 2
Sodiu (Na^+)	0,000 45
Clor (Cl^-)	0,000 67
OH^-	0,001 7
NO_3^-	0,000 64
SO_4^{--}	0,000 85

Conform definiției date, cîmpul corespunzător este de un volt pe centimetru.

Cu aproximație, putem considera ionii ca niște sfere și atunci, dacă cunoaștem sarcina lor electrică, intensitatea cîmpului, mobilitatea și viscozitatea soluției, putem egala forța electrică cu forța de frecare, dată de legea lui Stokes, din hidrodinamică (103.1) și aflăm raza sferei.

Rezultatul acestui calcul ne duce la concluzia că raza ionilor este de ordinul a 10^{-8} cm.

Cu toată aproximația făcută, regăsim astfel valoarea calculată cu ajutorul ecuației lui Van-der-Waals, în (§ 138).

Ca încheiere, vom descrie o experiență simplă, prin care se poate arăta diferența de mobilitate a ionilor:

. Intr-un tub de sticlă, de forma arătată în fig. 158, se introduce, pînă la jumătate, o cantitate de apă, cu cîteva picături de acid sulfuric.

In rezervorul lateral, legat la partea inferioară a tubului de sticlă, printr-un tub de cauciuc, se introduce o soluţie colorată de *permanganat de potasiu* (MnO_4K), a cărei viscozitate o mărim prin adaos de *uree*.

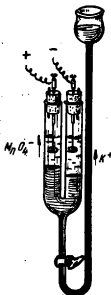


Fig. 158. Evidenţierea mobilităţilor diferite ale ionilor.

Se deschide încet robinetul şi lichidul din rezervor intră în aparat, împinge în sus coloana de apă, dar nu se amestecă cu dînsa.

La capetele tubului de sticlă, cufundăm în soluţie două fire metalice, le punem în legătură cu un generator de curent şi facem electroliza.

După cîteva ore se constată că nivelul de separaţie, între apă şi soluţia de permanganat, se ridică de partea anodului, spre care merg ionii coloraţi de MnO_4^- şi se coboară de partea catodului, unde se duc ionii necoloraţi de potasiu, K^+.

Denivelarea nu este aceeaşi în ambele ramuri, fiindcă cele două specii de ioni au mobilităţi diferite, iar dacă facem raportul variaţiilor de nivel, găsim raportul mobilităţilor.

§ 243. Conducţia cristalelor. Semiconductori. In § 81, am arătat că substanţele clistaline sînt organizate pe plane reticulare ionice, atomice sau moleculare şi am dat ca exemplu structura ionică a cristalului de clorură de sodiu.

De asemenea am arătat că, în această situaţie, agitaţia termică a particulelor se limitează la mişcări de oscilaţie, în jurul poziţiei de echilibru.

Aceste oscilaţii îşi măresc amplitudinea, odată cu ridicarea temperaturii, pînă cînd energia absorbită devine suficientă ca să provoace ruperea reţelei şi trecerea la starea lichidă.

Experienţa ne arată că un cristal cu reţea ionică este rău conducător de electricitate, la temperatura obişnuită, dar devine conductibil, dacă-l încălzim pînă în apropierea punctului de topire.

Semiconductorii sînt corpuri solide, la care transportul de electricitate poate fi datorit ionilor.

Cum cristalul nu conţine electroni liberi, ca matelale, sîntem obligaţi să admitem că transportul de electricitate se datoreşte ionilor şi de aceea îl vom considera nu ca un conductor obişnuit, ci ca un *„semiconductor"*.

Ca să evidențiem fenomenul, vom aplica, pe fețele opuse ale cristalului, două plăci metalice, legate la un generator de curent electric și vom introduce în serie un galvanometru.

Cîtă vreme temperatura e încă prea joasă, rețeaua ionică rezistă forțelor cîmpului și totul se reduce la procesul de polarizare.

Dar dacă ne apropiem de punctul de topire, agitația termică devine aproape suficientă ca să rupă echilibrul intern al rețelei, iar cîmpul electric, adăugînd acțiunea proprie, zmulge ionii din loc și-i duce, pe cei pozitivi spre catod și pe cei negativi spre anod.

Uneori, cînd contactul e destul de intim, sarcina electrozilor neutralizează ionii sosiți și atunci, pe fețele cristalului, apar produsele de descompunere, ca la electroliza obișnuită.

Adesea curentul electric se furișează prin micile fisuri sau canale, ce traversează rețeaua cristalină, mai ales cînd există impurități și apar atunci firișoare metalizate, de-a curmezișul cristalului.

Ionii fiind mai mari decît electronii, se strecoară mai cu anevoie prin masa semiconductorului. De aceea transportul lor impune ca și intensitatea cîmpului să fie mai mare decît în metale.

Fenomenele de conductibilitate, ce apar în apropierea punctului de topire, pot fi observate și la unele corpuri amorfe, cum e sticla, care-și pierde însușirile izolante, la temperaturile mai ridicate.

Faptul poate fi constatat experimental așa cum arată fig. 159.

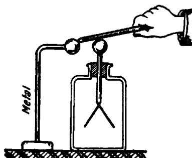


Fig. 159. Sticla înroșită devine conductoare.

Nu este cazul să menționăm aici toate proprietățile semiconductorilor, nici dezvoltarea matematică a acestei probleme, care se spirijină pe așa numita *mecanică cuantică*.

Cercetările din ultimii ani aus dus la rezultate de o importanţă capitală, ştiinţifică şi practică [1].

Aici trebuie să cităm contribuţia deosebită a şcolii de la Leningrad, condusă de *A. F. Ioffe.*

§ 244. **Aplicaţiile electrolizei.** Fenomenele de electroliză au numeroase aplicaţii şi consecinţe practice, unele folositoare, altele, din contra, dăunătoare. Vom cita numai cîteva din ele:

1) Din soluţiile sărurilor metalice, industria metalurgică separă anual cantităţi enorme de metal pur, prin depunerea electrolitică. Procedeul se aplică mai ales la cupru şi la zinc.

2) Anumite piese, din metale ordinare, pot fi acoperite, prin electroliză, cu o pătură subţire de alt metal: nichel, crom, argint, aur etc., fie din motive estetice, fie ca protecţie împotriva oxidării şi atacurilor chimice.

Procedeul se numeşte *galvanizare* sau *galvanostegie* [2].

3) Dacă facem un mulaj în ceară a unui obiect, bunăoară a unei medalii, îl ungem cu praf de grafit, ca să devină conductibil şi-l introducem, ca electrod negativ, într-o baie de galvanizare, putem obţine o copie în relief a obiectului, sub forma unei pojghiţe metalice, care să servească apoi ca *matriţă* pentru reproducerea lui într-un număr mare de exemplare.

Aşa se procedează, între altele, la prepararea clişeelor tipografice, după o gravură dată, sau la presarea discurilor de patefon.

Procedeul se numeşte *galvanoplastie* şi a fost inventat de *Jacobi* [3], în 1836.

4) Din electroliza sărurilor topite de aluminiu provin cantităţile enorme, care au permis folosirea, pe scară largă, a acestui metal uşor.

Pe aceeaşi cale se obţin metalele alcaline sau clorul, din electroliza clorurilor topite.

5) Prin electroliză repetată, adică fracţionată, a apei, se prepară *apa grea,* care conţine *deuteriu,* adică un izotop al hidrogenului, cu masa atomică 2, despre care vom discuta pe larg, în capitolele de fizică nucleară.

---

[1]) Aceste cercetări au arătat că există o serie întreagă de substanţe cu însuşiri semiconductoare, la temperatura normală.

Conductibilitatea lor electrică, puternic influenţată de diverşi factori exteriori, este, în genere, mult mai mică decît a metalelor masive.

Din această categorie fac parte oxizi, nitruri, seleniuri metalice, apoi cristalii de germaniu, seleniu sau siliciu.

Semiconductorii pot să conţină nu numai sarcini ionice, dar şi electroni liberi, aşa că întîlnim aci o conducţie fie ionică, fie electronică, fie mixtă.

Ei au căpătat acum aplicaţii foarte largi, între altele ca redresori de curent alternativ, ca detectori sau amplificatori, în aparatele de radio, ca generatori de oscilaţii electrice şi aşa mai departe.

[2]) De la cuvîntul grecesc *stegé*=acoperire.

[3]) *Moritz Herrmann v. Jacobi* (1801—1874), inginer de origine germană, emigrat în Rusia. A fost profesor la Dorpat şi membru al Academiei ruse;

In procesul acesta, degajarea deuteriului, la catod, rămîne în urmă față de a hidrogenului ordinar, fiindcă ionul respectiv are mobilitatea mai mică.

6) In anumite tipuri de *contori electrici*, trecerea curentului depune electrolitic argint sau cupru, pe un catod convenabil, sau produce hidrogen, prin descompunerea apei.

Cantitatea de metal depusă, ca și presiunea gazului format, care se degajă într-un spațiu închis, fiind proporțională cu cantitatea de electricitate ce a trecut prin aparat, ne dau mijlocul să o măsurăm.

7) In tratamentele anumitor boli, pacientul este introdus cu mîinile și picioarele în vase de porțelan, umplute cu anumite soluții. Trecerea curentului prin corp și prin aceste soluții transportă în organism ionii sărilor dizolvate.

Procedeul se numește *ionoterapie*.

8) In fine, ca să cităm și o acțiune dăunătoare, menționăm că, în instalațiile industriale pentru transportul electricității la distanță, curentul vine, de cele mai multe ori, prin cabluri aeriene și se întoarce la generator prin pămînt.

Fenomenele de electroliză, în solul umed, pot atunci să distrugă conductele metalice îngropate, sau țevile de apă, printr-un fenomen specific de *coroziune*, a cărui combatere constituie o problemă acută, în tehnică și urbanistică.

Exemple numerice. 1) *Intr-un voltametru cu sulfat de cupru s-au depus la catod* 0,658 mg *de metal, într-un interval de* 100 s. *Să se calculeze intensitatea curentului, presupusă constantă.*

Relația (239.1) ne dă

$$Q=\frac{n\cdot F}{A}M$$

iar masa atomică relativă a cuprului este 63,57 și valența 2.

Prin urmare

$$Q=\frac{2\cdot 96\,490}{63{,}57}0{,}658\cdot 10^{-3}\ \mathrm{C}$$

sau

$$Q\cong 2\ \mathrm{C}$$

Și găsim că intensitatea curentului este

$$I=\frac{Q}{t}=\frac{2}{100}=2\cdot 10^{-2}\ \mathrm{A}=20\ \mathrm{mA}.$$

2) *In paralel pe alimentarea unei instalații industriale, de la sectorul orașului, care debitează sub* 220 V, *în curent continuu, s-a intercalat un voltametru cu sulfat de cupru.*

După un timp mai lung, se constată că s-a depus la catod 21,2 g *c metal. Să se exprime în kilowattore consumul de energie al instalației.*

Relația (239.1) ne dă, pentru cantitatea de electricitate,

$$Q = \frac{nF}{A} M.$$

Prin urmare

$$Q = \frac{2 \cdot 96\,490}{63,57} 21,2 \cong 64\,500 \text{ C}.$$

Rezultă că energia debitată, sub 220 V ai sectorului, este

$$W = 220 \cdot 64\,500 \cong 14 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

Dar

$$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = \frac{1}{3\,600 \cdot 1\,000} \text{ kWh}$$

și rezultă că, în kilowattore,

$$W = \frac{14 \cdot 10^6}{36 \cdot 10^5} \cong 4 \text{kWh}.$$

CAPITOLUL XXXIII
PILE ELECTRICE

A. Noțiuni fundamentale

§ 245. **Introducere.** Sub denumirile de *elemente, pile* sau *baterii* electrice, înțelegem unele tipuri speciale de generatori electrici, în stare să transforme energia calorică sau chimică în energie electrică, să producă o forță electromotoare și să asigure un regim staționar al curentului, într-un circuit conductor, legat la bornele lor, numite *poli*.

Pila electrică transformă energia calorică sau chimică în energie electrică și întreține regimul staționar al curentului într-un circuit.

Pentru o mai bună înțelegere a funcționării acestor generatori, amintim următoarele :

1) Electronii liberi, ce asigură transportul electricităţii prin metale, se comportă împreună ca un gaz şi suferă mişcarea de agitaţie termică, împreună cu moleculele.

Aceasta înseamnă că ei trebuie să exercite ciocniri şi deci să dezvolte o *„presiune termică"*, pe orice suprafaţă întîlnită.

2) Mişcarea lor de ansamblu, sub acţiunea unui cîmp electric, explică mecanismul intern al transportului de electricitate prin metale, cînd există o diferenţă de potenţial, în cuprinsul unui circuit închis.

Ea întîmpină o rezistenţă de frecare internă, ce limitează viteza şi determină apariţia *rezistenţei ohmice.*

3) La electroliţi, transportul de electricitate are ca vehicul ionii, a căror mişcare de ansamblu întîmpină de asemenea o rezistenţă de frecare.

Această analogie cu conducţia metalică ne permite să extindem şi aici aplicarea legii lui Ohm şi a noţiunii de *conductibilitate.*

4) In toate aceste consideraţii, nu ne-am referit însă decît la conductorii cu structură chimică şi caractere fizice omogene, făcînd abstracţie de eventuale treceri de la un metal la altul, sau de la metale la electroliţi, precum şi de orice diferenţe de temperatură, de stare de agregare, de concentraţie, de formă cristalină etc.

Simpla trecere a curentului, printr-o porţiune omogenă de conductor are, ca singură consecinţă, transformarea în căldură a energiei electrice, prin efectul frecărilor interne, cuprinse implicit în noţiunea de *rezistenţă ohmică.*

Aici se aplică, sub formele cunoscute, atît *legea lui Ohm*

$$U=RI \tag{229.1}$$

care ne spune că, în lungul conductorului, nu apar alte diferenţe de potenţial, decît căderile ohmice obişnuite, cît şi legea lui *Joule-Lenz.*

$$Q=\frac{1}{J}RI^2t \tag{231.3}$$

din care calculăm cantitatea de căldură produsă.

La conductorii neomogeni, apar forțe electromotoare suplimentare, din cauza repartiției neuniforme a ionilor, electronilor sau energiei lor cinetice medii.

Cînd conductorul nu este omogen, densitatea cubică a electronilor sau a ionilor diferă de la o regiune la alta, după cum poate să difere și energia lor cinetică de agitație termică, dacă există diferențe de temperatură.

Iau naștere atunci unele fenomene speciale, datorite unor forțe electromotoare suplimentare, ce apar în regiunile de trecere de la o situație la alta și pe care ne propunem să le cercetăm.

§ 246. **Forțe electromotoare de contact.** Referindu-ne la doi conductori diferiți, *A* și *B*, ce vin în contact prin suprafața *S*, (fig. 160), vom deosebi două cazuri particulare:

1) *Ambii conductori sînt metalici.* In unul din metale, de pildă în *A*, presiunea gazului electronic poate să fie mai mare decît în celălalt, chiar la temperaturi egale, fiindcă ea depinde și de numărul electronilor liberi din unitatea de volum.

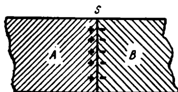


Fig. 160. Pentru explicarea efectului Volta.

Metalul *A* cedează atunci electroni și rămîne încărcat *pozitiv*, în timp ce metalul *B* îi primește și se încarcă *negativ*.

Dar, pe măsură ce procesul acesta de difuziune a electronilor progresează, se intensifică treptat, între fețele păturii de trecere *S*, un cîmp electric, ce i se opune și, de la o vreme, izbutește să-l interzică.

In momentul acesta, sistemul atinge o stare de echilibru dinamic, în care agitația termică trimite același număr de electroni, în ambele sensuri.

Efectul Volta se datorește diferenței de presiune a gazului electronic, între metale diferite.

Intre cele două metale se stabilizează astfel o diferență de potențial de contact, ce depinde de natura lor, dar nu depinde de mărimea suprafeței de trecere.

Fenomenul se numește *efectul Volta.* El nu implică existența unei diferențe de temperatură, între metale, dar este influențat

de variația ei și tinde să dispară la temperaturile foarte joase, către zero absolut.

Dacă metalele sînt perfect uscate și dacă se înlătură, în vidul înalt, orice urmă de gaze, adsorbite pe suprafețele de contact, ordinul de mărime al diferenței de potențial atinge abia o foarte mică fracțiune de volt.

Fără aceste precauții, rezultatele ar fi cu totul falsificate, din pricina unor fenomene chimice particulare.

Determinările directe duc la valori numerice nesigure și adesea contradictorii. De aceea se preferă metodele indirecte, în care diverse alte fenomene sînt influențate de intervenția efectului Volta.

2) *Dacă unul din conductori este metalic, iar celălalt un electrolit,* lichidul poate să dizolve metalul, în proporție mai mare sau mai mică.

El primește astfel sarcina electrică *pozitivă* a ionilor, ce se formează prin dizolvare, iar metalul, care-i cedează, rămîne încărcat *negativ.*

Dizolvarea metalului comunică electrolitului sarcina pozitivă a ionilor, iar metalul se încarcă negativ.

Ca și în cazul precedent, apare o diferență de potențial de contact, ce se va stabiliza la valoarea pentru care cîmpul electric rezultat izbutește să interzică formarea noilor ioni metalici.

De aici înainte dizolvarea mai departe a metalului încetează și numărul ionilor pe care-i trimite în soluție devine egal cu numărul celor ce revin pe dînsul, prin efectul agitației termice.

In situația de față, diferența de potențial apărută este cu mult mai mare decît la contactele metalice și adesea poate să atingă ordinul de mărime al voltului.

Există, așadar, două situații diferite: una în care intervine un schimb electronic și alta, în care schimbul este ionic.

Orice contact între două corpuri diferite determină un schimb de sarcini electrice.

Dar asemenea schimburi pot să intervină nu numai între metale, sau între metal și electrolit. Ele se produc la orice fel de contacte, indiferent dacă e vorba de conductori sau de izolanți.

Vom găsi, prin urmare, diferențe de potențial de contact între solide, între solide și lichide, între acestea și gaze, ori între două lichide, cu proprietăți fizice sau chimice diferite.

Între un corp şi altul, potenţialul sufere deci o variaţie bruscă, localizată într-o pătură de trecere foarte subţire, pe care o putem considera că are grosimea dimensiunilor atomice şi că reprezintă un spaţiu vid.

Diferenţa de potenţial de contact se localizează în pătura dublă.

Aceasta constituie aşa numita „pătură dublă", *iar feţele în opoziţie se comportă ca două armături ale unui condensator încărcat.*

Dacă alegem arbitrar un zero de referinţă al potenţialelor şi considerăm contactele succesive, la o serie de substanţe diferite: *A, B, C* etc., potenţialul variază în interiorul păturilor duble aşa cum arată schematic fig. 161.

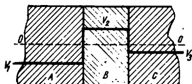


Fig. 161. Variaţia potenţialului între mai mulţi conductori, prin efectul Volta.

Egalizarea potenţialelor, prin contactul între doi conductori diferiţi, admisă în toate raţionamentele din electrostatică, este deci numai relativă, în limita permisă de intervenţia diferenţei de potenţial dintre feţele păturii duble.

§ 247. **Legea contactelor metalice succesive.** Să considerăm diferiţi conductori metalici, cari formează un circuit închis, *cu temperatură uniformă* (fig. 162).

Efectul Volta va face să apară, între metalele adiacente, diferenţe de potenţial, ce acţionează ca forţe electromotoare şi suma lor algebrică:

$$E_1+E_2+E_3+\cdots+E_n=E$$

ne dă o forţă electromotoare echivalentă, cu care le-am putea înlocui.

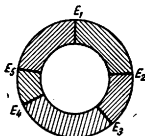


Fig. 162. Legea contactelor metalice succesive.

Dacă această sumă ar fi diferită de zero, circuitul ar trebui să fie parcurs de un curent electric. El ar deveni un generator de energie şi s-ar încălzi de la sine, prin efectul Joule-Lenz.

Dar aceasta contrazice atît principiul termodinamic al echivalenței, cît și principiul lui Carnot, fiindcă tot sistemul are aceeași temperatură.

La temperatură uniformă, suma forțelor electromotoare de contact, într-un circuit metalic închis este nulă.

Înseamnă că, într-un circuit închis, format exclusiv din metale, suma forțelor electromotoare de contact nu poate fi decît nulă, dacă pe acel circuit nu există diferențe de temperatură.

Această lege, a contactelor succesive, ne arată că, în toate cazurile practice, în care folosim diferite metale, în circuite sau conexiuni electrice, nu apare nici o forță electromotoare suplimentară, fiindcă acțiunile contactelor se compensează reciproc.

Dar această concluzie nu mai rămîne valabilă, dacă încălzim regiunea de contact, între două metale diferite, sau dacă intercalăm acolo un electrolit, fiindcă apar atunci forțe electromotoare *termoelectrice* sau *electrochimice*, iar sistemul devine un generator de energie electrică, prin transformarea energiei calorice sau chimice.

§ 248. **Efectul Peltier.** Să considerăm un circuit, parcurs de un curent electric, în care intercalăm două metale diferite, bunăoară stibiu și bismut (fig. 163).

Experiența ne arată că regiunea de contact, între aceste metale, se încălzește, cînd curentul circulă de la stibiu spre bismut și se răcește, în cazul contrar.

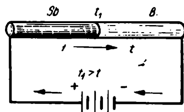


Fig. 163. Efectul Peltier.

Fenomenul decurge independent de efectul Joule-Lenz, cu care nu trebuie confundat și se numește *efectul Peltier* [1]).

[1]) *Jean Charles Athanase Peltier* (1785—1845) a fost un ceasornicar parizian îndrăgostit de fizică și a publicat numeroase lucrări originale, mai ales din domeniul electricității și electromagnetismului.

Efectul Peltier încălzeşte sau răceşte zona de contact între două metale, parcurse de curentul electric.

El poate fi constatat în toate cazurile similare, iar încălzirea sau răcirea zonei de contact a metalelor depinde de natura lor, de sensul curentului şi de intensitatea lui.

Explicaţia este următoarea: cînd curentul circulă în sensul pentru care trecerea electronilor dintr-un metal în altul implică absorbţie de energie, aşadar dacă, prin efectul Volta, metalul al doilea se încarcă pozitiv, faţă cu primul, ei sînt frînaţi.

Dacă curentul se inversează, ei suferă, din contra o accelerare.

Dar scăderea sau creşterea vitezei electronilor se transmite prin ciocnire moleculelor întîlnite în cale şi modifică în consecinţă intensitatea de agitaţie termică.

Intr-un caz apare o încălzire a metalului care-i primeşte, iar în celălalt caz o răcire.

De fapt, în zona de contact, numai unul dintre metale se încălzeşte sau se răceşte, dar conductibilitatea termică transmite această variaţie de temperatură şi celuilalt.

Interpretarea dată ne duce la concluzia că:

Efectul Peltier este o consecinţă a diferenţei de potenţial de contact.

Efectul Peltier apare ca o consecinţă a existenţei diferenţelor de potenţial de contact.

Mai rămîne să cercetăm ce formă capătă legea lui Ohm, în aceste condiţii.

Experimental se constată că, pentru două metale date, cantitatea de căldură, implicată în răcirea sau încălzirea zonei de contact, este direct proporţională cu timpul şi cu intensitatea curentului ce străbate circuitul.

Dacă o exprimăm în unităţi mecanice, vom avea deci

$$Q_P = \pm PIt$$

în care factorul de proporţionalitate P se numeşte *constanta lui Peltier,* iar semnul algebric arată dacă este vorba de o căldură liberată sau absorbită.

Totodată, efectul Joule-Lenz dezvoltă canitatea de căldură

$$Q_J = +RI^2t.$$

Dacă diferenţa de potenţial, aplicată la bornele circuitului, este U, bilanţul energetic va fi deci

$$UIt=RI^2t\pm PIt \qquad (248.1)$$

şi rezultă că

$$\boxed{RI=U\pm P} \,. \qquad \mathbf{(248.2)}$$

Constanta lui Peltier intervine ca o diferenţă de potenţial şi se exprimă în volţi.

Constanta lui Peltier intervine astfel ca o diferenţă de potenţial suplimentară, ce se adaugă sau se opune diferenţei de potenţial, pe care am aplicat-o la bornele circuitului.

Determinarea ei se poate face prin simple operaţii calorimetrice, cu ajutorul relaţiei (248.1):

1) Cînd curentul trece în sensul ce corespunde *încălzirii* contactului, cantitatea de căldură, liberată prin suprapunerea efectelor Peltier şi Joule-Lenz, este

$$Q_1=\frac{1}{J}(RI^2+PI)\,t$$

în care J reprezintă echivalentul mecanic al caloriei.

2) Cînd curentul se inversează, efectul Peltier tinde să *răcească* contactul, dar efectul Joule-Lenz domină şi cantitatea de căldură, măsurată în calorimetru, va fi

$$Q_2=\frac{1}{J}(RI^2-PI)\,t.$$

Aceste două relaţii ne dau, prin scădere,

$$P=\frac{J(Q_1-Q_2)}{2It}\,.$$

După natura metalelor, determinările ne duc la valori cuprinse între 10^{-3} şi 10^{-5} V.

Efectul Peltier nu este o caracteristică exclusivă a metalelor.

Efectul Peltier apare nu numai la contactele metalice, dar şi la alte specii de conductori, de pildă între metale şi electroliţi. Vom vedea mai tîrziu cum poate să intervină în funcţionarea elementelor galvanice.

Efectul Thomson. Dacă încălzim un fir metalic, temperatura scade simetric, deoparte şi de alta, faţă cu punctul de încălzire, aşa cum arată curba punctată din figura 164.

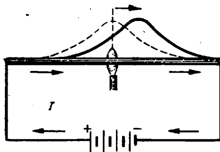


Fig. 164. Efectul Thomson.

Dar dacă trecem un curent electric prin fir, această curbă se deplasează, la unele metale în sensul curentului şi la altele invers (curba trasată continuu).

Fenomenul se numeşte *efectul Thomson* şi este un caz particular al efectului Peltier.

El ne arată că totul se petrece ca şi cum porţiunea rece şi porţiunea încălzită s-ar comporta ca două metale diferite.

§ 249. **Efectul termoelectric.** Am văzut că, la temperatură uniformă, forţele electromotoare de contact, pe un circuit închis, format numai din metale, se compensează reciproc, aşa că suma lor algebrică este nulă.

Dacă temperatura contactului între două metale diferă de a circuitului, apare o forţă electromotoare termoelectrică.

In 1822, *Seebeck* [1]) a descoperit că această compensare nu mai persistă şi că apare o forţă electromotoare, ce trimite în circuit un curent electric, dacă unul dintre punctele de contact (sau de sudură), între două metale adiacente, are altă temperatură decît celelalte.

Fenomenul acesta reprezintă *efectul termoelectric* sau *efectul Seebeck.*

Efectul termoelectric provine din variaţia forţei electromotoare de contact cu temperatura.

El se datoreşte faptului că forţa electromotoare de contact, între două metale date, nu este o mărime constantă, ci variază cu temperatura.

[1]) *Thomas Johann Seebeck* (1770—1831), medic german.

Cunoscînd aceste fapte, să ne referim la cazul simplu din fig. 165, în care circuitul este format numai din două metale şi să presupunem că punctele de sudură au temperaturile respective t şi t'.

Forţele electromotoare de contact sînt aci în opoziţie şi diferenţa lor

$$E_t - E_{t'} = E$$

reprezintă ceea ce numim *forţa electromotoare termoelectrică*.

Ea este diferită de zero şi determină trecerea unui curent electric, proporţional cu dînsa, care poate fi măsurat cu un galvanometru, intercalat în circuit.

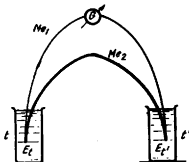


Fig. 165. Etalonarea unui cuplu termoelectric.

Sistemul reprezentat în figură constituie un *cuplu termoelectric* şi poate fi întrebuinţat la măsurarea temperaturilor:

Se menţine una dintre suduri la o temperatură fixă, de pildă în apă cu gheaţă şi se trasează o *curbă de etalonare,* pe care se înscriu deviaţiile galvanometrului, în funcţie de temperatura celeilalte, măsurată cu un termometru oarecare.

F. e m. termoelectrică reprezintă suma algebrică a f. e. m. de contact şi permite măsurarea diferenţelor de temperatură.

După aceea, curba trasată poate servi, la rîndul ei, pentru determinarea unei temperaturi necunoscute, prin simpla citire a deviaţiei galvanometrului.

La unele cupluri, forţa electromotoare termoelectrică, după ce atinge un maximum, începe să scadă şi apoi se inversează, la temperaturile mai înalte.

Faptul se datoreşte unor schimbări de structură cristalină a metalelor.

Curbele din fig. 166 arată acest fenomen de inversiune, la cuplurile de Cu-Fe şi Mo-Fe.

În determinările de precizie, trebuie neapărat ca bornele galvanometrului să aibă aceeaşi temperatură, fiindcă altfel apar acolo forţe electromotoare termoelectrice, care nu se compensează reciproc şi falsifică rezultatele.

Dacă nu se urmăreşte o precizie deosebită, e suficient să legăm la galvanometru două fire, din metale diferite, iar capetele libere să fie sudate sau răsucite unul pe altul.

Ceea ce măsurăm atunci este diferenţa, între temperatura sudurii şi temperatura bornelor galvanometrului, presupusă egală cu a camerei.

Tabela de mai jos cuprinde forţele electromotoare termoelectrice, la cîteva cupluri de întrebuinţare curentă, cînd una din suduri este la 0 °C, iar cealaltă la + 100 °C.

Bismut-stibiu	0,011 V (volţi)
Cupru-fier	0,001 „
Constantan-fier	0,005 3 „
Cupru-constantan	0,003 7 „
Platină-platină rhodiată . . .	0,001 „

În fiecare din ele, curentul circulă, în primul metal, de la sudura mai caldă, spre cea mai rece.

Cuplul *bismut-stibiu* este deosebit de sensibil, dar bismutul se topeşte la 269 °C.

Pînă pe la 1 000° se poate folosi cuplul cu *platină-platină rhodiată*, iar dacă înlocuim, în aliaj, rhodiul cu *iridiul*, limita temperaturii se ridică la 1 750°, dar sensibilitatea devine ceva mai mică.

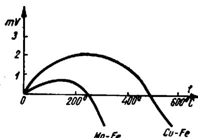


Fig. 166. Inversarea forţei electromotoare termoelectrice.

Cuplurile termoelectrice permit măsurarea temperaturilor între limite mult mai largi decît modelele curente de termometre.

Ele sînt mai sensibile, pot fi introduse în spaţii foarte restrînse şi au marele avantaj că citirea se poate face de la distanţă, pe scara unui galvanometru sau microvoltmetru.

Aplicaţiile sînt numeroase, atît la cuptoarele industriale, cît şi în cercetările ştiinţifice.

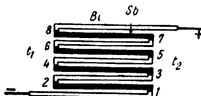


Fig. 167. Pilă termoelectrică cu Bi-Sb.

Mai multe cupluri termoelectrice, legate în serie, formează o *pilă termoelectrică*, în care forţele electromotoare se adună aritmetic, dacă încălzim sudurile pare (sau impare) şi menţinem pe celelalte la temperatură mai joasă (fig. 167).

O astfel de pilă, cu *bismut-stibiu*, formată din 100 de elemente, produce o forţă electromotoare de ordinul voltului, pentru o diferenţă de temperatură de 100°.

Sistemul poate servi ca generator de curent electric, în locul bateriilor obişnuite, dar mai ales în studiul căldurii radiante. Sudurile supuse radiației trebuie să fie atunci acoperite cu negru de fum, ca să absoarbă energia incidentă.

Rubens[1]) a construit pile termoelectrice, din fire de fier şi de constantan extrem de subţiri, a căror inerţie termică este practic neglijabilă. Sensibilitatea lor atinge milionimile de grad.

In fine, mai menţionăm că aparatele de măsură pentru curentul electric: ampermetre sau galvanometre, a căror inerţie nu le permite să urmărească variaţiile rapide ale intensităţii sau inversarea ei alternativă, pot fi adaptate şi acestei situaţii, dacă legăm la bornele lor un cuplu termoelectric, aşa cum arată fig. 168.

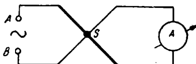


Fig. 168. Schema ampermetrului cu cuplu termoelectric.

Firele cupului (de obicei fier-constantan) sînt încrucişate şi sudate în *S*, iar curentul încălzeşte sudura şi dă naştere unei forțe electromotoare termoelectrice.

Dacă variaţiile lui sînt destul de rapide, inerţia termică a metalului încălzit menţine un regim staţionar de temperatură.

Aparatul măsoară atunci intensitatea constantă a curentului termoelectric, în funcţie de o intensitate uniformizată a curentului variabil din circuitul *ASB*, adică în funcţie de intensitatea unui curent invariabil, ce ar putea să producă aceeaşi încălzire.

Forțe contraelectromotoare. Inainte de a încheia studiul acestor fenomene, mai trebuie să observăm următoarele:

1) După cum variaţia de temperatură a unei suduri metalice produce în circuit un curent electric, prin efectul *Seebeck*, tot aşa trecerea unui curent prin sudură îi modifică temperatura, prin efectul *Peltier*.

Efectul Peltier şi efectul termoelectric sînt fenomene inverse.

Rezultă că efectul termoelectric şi efectul Peltier sînt fenomene inverse unul altuia.

2) Dacă trecem un curent electric printr-o pilă termoelectrică, efectul Peltier încălzeşte unele suduri şi răceşte pe celelalte.

[1]) *Heinrich Rubens* (1865—1922), fost profesor la Universitatea din Berlin. Este cunoscut mai ales pentru studiul spectrului în infraroşu.

Dar, pe măsură ce diferenţele de temperatură se accentuează, intensitatea curentului scade, ceea ce ne arată că, pe circuit, apar forţe electromotoare, ce tind să se opună trecerii lui.

Trecerea curentului printr-o sudură metalică face să apară o forţă contraelectromotoare.

Ele sînt forţe *contraelectromotoare* şi se datoresc numai acţiunilor inverse ale efectelor termoelectric şi Peltier.

De altfel aceasta nu e decît o consecinţă a principiilor cunoscute din termodinamică: dacă efectul Peltier nu s-ar opune efectului termoelectric, o mică încălzire momentană a uneia din sudurile de pe un circuit ar face ca toate diferenţele de temperatură apărute să crească spontan şi la nesfîrşit.

Iată şi o experienţă simplă, care ne arată cum se desfăşoară aceste fenomene:

O pilă termoelectrică este mai întîi legată la bornele unui generator de curent, în serie cu un ampermetru (fig. 169).

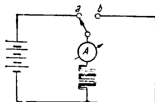


Fig. 169. Efectul termoelectric este inversul efectului Peltier.

Efectul Peltier încălzeşte unele suduri şi răceşte pe celelalte, iar intensitatea curentului scade treptat, prin acţiunea forţelor contraelectromotoare.

După cîteva minute, schimbăm conexiunile, trecînd comutatorul din *a* în *b* şi scoatem generatorul din circuit.

Diferenţele de temperatură apărute dau naştere unui curent, prin efectul termoelectric, iar sensul deviaţiei ampermetrului se inversează, fiindcă de astă dată nu mai acţionează decît forţa contraelectromotoare singură. Ea va dispare, odată cu restabilirea echilibrului termic.

B. Elemente galvanice

§ 250. **Forţa electromotoare de polarizare.** Experienţa ne arată că, dacă facem electroliza unei soluţii apoase de acid sulfuric, într-un voltametru cu electrozi de platină, acesta devine, la rîndul lui, un generator de curent electric.

Dispozitivul experimental este reprezentat în fig. 170. El permite întreruperea electrolizei şi conectarea unui voltmetru, la bornele voltametrului.

Vom putea să constatăm atunci, ca și la elementele termoelectrice, că trecerea curentului face să apară o forță *contraelectromotoare*, opusă celei aplicate în timpul electrolizei și vom spune că voltametrul a devenit un *element secundar*.

Explicația fenomenului constatat este următoarea :

Cîtă vreme nu a trecut încă nici un curent prin voltametru, diferențele de potențial de contact, între electrolit și electrozii de platină, deși existente, se compensează reciproc, din motive de simetrie.

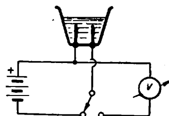


Fig. 170. Evidențierea forței electromotoare de polarizare.

Dar electroliza depune pături de gaz și distruge simetria inițială. Iar aceste pături se interpun între metal și electrolit și fac să apară diferențe de potențial suplimentare, ce nu se mai compensează decît parțial.

De aici provine forța contraelectromotoare, găsită experimental.

Electroliza poate să distrugă simetria contactelor și să dea naștere unei f. e. m. de polarizare.

Aceasta se mai numește și forță electromotoare „de polarizare", *fiindcă electrozii voltametrului capătă polarități pozitive și negative.*

În timpul electrolizei, sistemul funcționează ca un *receptor*, în care se consumă energie electrică și se acumulează o energie chimică, sub forma potențială.

Polarizarea electrozilor transformă energia electrică și acumulează energie chimică.

Această energie poate fi recuperată prin recombinarea păturilor de gaz formate, cînd voltametrul ajunge să debiteze un curent electric.

De altă parte, știind că forța electromotoare de polarizare se opune forței electromotoare a generatorului care produce curentul necesar electrolizei, va trebui să scriem legea lui Ohm sub forma

$$I=\frac{E-E_p}{R}.$$

Electroliza este imposibilă dacă forța electromotoare a sursei nu depășește pe aceea de polarizare.

Rezultă astfel că electroliza devine imposibilă, dacă forța electromotoare a generatorului nu depășește pe aceea de polarizare a electrozilor.

De aceea va trebui să aplicăm, la bornele unui voltametru cu apă acidulată, cel puțin un volt și jumătate, dacă electrozii sînt de platină și ceva mai mult, pentru alte metale.

Aceasta este forța electromotoare minimă, de descompunere.

Dar pînă acum nu am considerat decît electroliza apei, în care descompunerea formează pături gazoase, pe suprafața electrozilor.

Fenomenele de polarizare sînt însă generale și apar în toate cazurile în care procesul electrolizei modifică asimetric natura chimică a suprafețelor de contact cu electrolitul.

De pildă, în același voltametru cu electrozi de platină, electroliza unei soluții apoase de sulfat de cupru depune oxigen pe anod și cupru pe catod.

Vom găsi, prin urmare și aici o forță electromotoare de polarizare, pe care generatorul de curent va trebui să o depășească, pentru ca electroliza să devină posibilă.

Există însă și cazuri în care nu mai apare polarizarea:

Bunăoară, într-un voltametru cu electrozi de cupru, electroliza unei soluții de sulfat de cupru nu face decît să transporte metalul, de pe anod pe catod, iar simetria contactelor se menține, fără alte fenomene de descompunere.

Electroliza sărilor unui metal, cu electrozi din același metal, exclude polarizarea.

Aici acumularea de energie chimică fiind înlăturată, forța contra-electromotoare nu mai poate să apară și atunci vom spune că electrozii sînt *nepolarizabili.*

Este evident că, în asemenea cazuri, electroliza devine realizabilă, chiar pentru o forță electromotoare foarte mică a generatorului de curent.

§ 251. **Polarizarea și tensiunea superficială.** Știind că polarizarea este un fenomen de suprafață, e de așteptat ca ea să modifice tensiunea superficială a unui metal în stare lichidă, bunăoară a unei picături de mercur, folosită ca electrod.

Verificarea experimentală a deducției se poate face cu dispozitivul reprezentat în fig. 171:

Picătura, care trebuie să fie destul de mare, stă într-o sticlă de ceasornic și este acoperită cu o pătură de apă acidulată, iar două fire de platină, cufundate în lichid fără să o atingă, sînt legate la bornele unui generator electric.

Mercurul deviază o parte din curent, iar picătura devine anod în *A* și catod în *B*.

Ea nu se mai poate menține în echilibru, fiindcă modificările de tensiune superficială se repartizează neuniform și de aceea se deformează, agitîndu-se neregulat.

Fig. 171. Picătura de mercur pulsează cînd trece curentul electric.

Aceste fenomene de *electrocapilaritate* au fost descoperite și studiate de *Lippmann* [1]), în 1873.

Tot el a construit și un *electrometru capilar*, a cărui schemă de principiu este reprezentată în fig. 172:

Doi electrozi de mercur sînt separați printr-o pătură de apă acidulată, în două tuburi de sticlă, mai largi, care comunică unul cu altul, printr-un tub capilar înclinat.

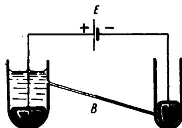


Fig. 172. Electrometru capilar.

În mod normal, meniscul de trecere de la mercur la electrolit se află în *B*, dar schimbarea de tensiune superficială, datorită polarizării, cînd se aplică o forță electromotoare *E*, îl deplasează într-un sens ori în altul.

Această forță electromotoare nu trebuie să depășească pe aceea de polarizare, fiindcă formarea bulelor de gaz întrerupe contactul mercurului cu electrolitul.

Ordinul de sensibilitate atinge 10^{-5}V și aparatul este deosebit de comod, ca instrument de zero, în determinarea forțelor electromotoare, prin metoda opoziției (§ 237).

§ 252. **Pile hidroelectrice.** În 1789, *Galvani* [2]) a descoperit că mușchii picioarelor de broască, proaspăt jupuite, se contractă, cînd o sîrmă de metal atinge simultan două puncte diferite ale traiectului nervos.

---

[1]) *Gabriel Lipmann* (1845—1921), fizician francez, fost profesor la Paris și titular al premiului Nobel. A realizat, pentru prima dată, fotografia în culori.

[2]) *Luigi Galvani* (1737—1798), medic italian, fost profesor la Bologna.

Ca să interpreteze aceasta, el admitea că broasca nu e moartă de tot, ci conţine încă un *fluid vital*, de natură electrică, pe care atingerile succesive cu metalul îl descarcă treptat, cum se descarcă o butelie de Leyda.

Alessandro Volta, cercetînd fenomenul, găseşte că apar contracţii mult mai violente, cînd sîrma e formată nu dintr-un singur metal, ci din *două* metale, dispuse în serie.

Prin urmare cauza contracţiilor nu trebuie căutată în corpul broaştei, ci în metalele diferite, care vin în contact fie între dînsele, fie cu lichidul ţesutului animal.

In tot cazul, Volta şi-a dat seamă de la început că sistemul exterior este acela care produce descărcarea electrică şi că broasca nu e decît un fel de receptor sensibil, adică ceea ce numim astăzi un galvanoscop.

Continuarea cercetărilor l-a dus întîi la descoperirea efectului Volta, iar în 20 martie 1800 anunţă că a construit o ***pilă electrică***[1], adică un generator, în stare să producă electricitate în mod continuu şi pe o cale cu totul diferită de acelea cunoscute pînă atunci.

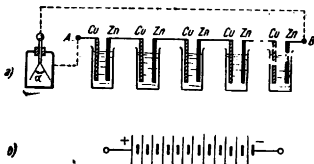


Fig. 173. Baterie galvanică şi reprezentarea simbolică.

Renunţînd la descrierea primului model, care nu mai are decît o valoare istorică, generatorul lui Volta constă din mai multe plăci de cupru şi de zinc, legate alternînd în serie şi cufundate, două cîte două, în vase cu apă acidulată, aşa cum arată fig. 173, *a*.

[1]) Numele vine de la forma iniţială a generatorului, în care mai multe discuri metalice stăteau aşezate unele peste altele, ca monezile dintr-un fişic (pe italieneşte *pila*).

Fiecare din aceste vase constituie ceea ce numim un *element galvanic* sau *hidroelectric*.

La bornele lui apare o forţă electromotoare, de ordinul voltului, capabilă să întreţină un curent electric, al cărui sens convenţional, într-un circuit exterior, este de la cupru spre zinc.

Cuprul devine, aşadar, *polul pozitiv* al sistemului, iar zincul este *polul negativ*.

Gruparea în serie formează o *baterie galvanică*, pe care o reprezentăm convenţional aşa cum arată fig. 173, *b*.

Forţele electromotoare se adună atunci aritmetic, iar un simplu electroscop, legat la borne, se încarcă şi poate să ne arate polaritatea pozitivă a cuprului şi negativă a zincului.

Volta, constatînd aceste fenomene, le interpreta numai prin acţiunile de contact.

Fabbroni[1]), contemporan cu dînsul, este primul care a întrevăzut rolul reacţiilor chimice, în producerea continuă a curentului, însă ideile lui au trecut neobservate, pînă ce Faraday a reactualizat problema, prin cunoscutele lui cercetări asupra electrolizei.

De fapt, în elementul galvanic descris, au loc cel puţin trei serii de fenomene suprapuse:

1) Dizolvarea zincului comunică electrolitului sarcina pozitivă a ionilor Zn^{++}, iar metalul se încarcă negativ, de unde apare o diferenţa de potenţial de contact (fig. 174, *a*).

Cuprul e însă mai puţin solubil decît zincul şi trimite în soluţie mai puţini ioni. El se încarcă tot negativ, în raport cu electrolitul, însă diferenţa de potenţial a contactului va fi mai mică.

In sistemul de contacte:

zinc—electrolit—*cupru*,

potenţialul variază după cum arată linia îngroşată din fig. 174, *b*, iar aceste variaţii, sumate algebric, ne dau diferenţa de potenţial *U*, între zinc şi cupru, egală cu forţa electromotoare a elementului.

Ea va fi cu atît mai mare, cu cît primul metal este mai solubil decît al doilea.

---

[1]) *Giovanni Fabbroni* (1752—1822), chimist italian.

Forța electromotoare a elementului este o consecință a diferenței de solubilitate a metalelor.

Prin urmare, forța electromotoare a elementului apare ca o consecință a diferenței de solubilitate a metalelor, într-un electrolit oarecare.

Aceeași figură ne arată că, față cu orice potențial intermediar V_0, luat arbitrar ca zero de referință, potențialul cuprului este pozitiv, iar al zincului negativ.

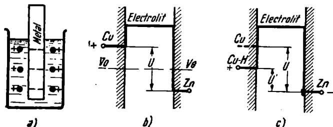


Fig. 174. Apariția și variația potențialelor de contact într-un element galvanic.

2) Dacă legăm zincul și cuprul, printr-un fir conductor, se formează un circuit închis, în care curentul circulă de la cupru spre zinc, în exteriorul elementului și de la zinc spre cupru, în masa electrolitului (fig. 175).

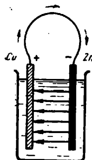


Fig. 175. In interiorul elementului curentul circulă în sensul unui transport de sarcini pozitive, de la zinc spre cupru.

Dar sensul curentului corespunde cu sensul transportului de sarcini pozitive și, în electrolit, asemenea sarcini sînt purtate de:

a) *Ionii de cupru și de zinc,* apăruți prin dizolvarea metalelor.

b) *Ionii de hidrogen,* rezultați prin disociația electrolitică a moleculelor de acid sulfuric, în apă.

Toți aceștia vor fi transportați pe placa de cupru, adică la electrodul *pozitiv*, pe care-l acopăr cu un strat metalic, ce conține zinc și cu o pătură de hidrogen.

Prezența zincului mărește solubilitatea electrodului și tinde să micșoreze forța electromotoare a elementului.

Dar schimbarea importantă provine de la pătura de hidrogen, fiindcă ea duce la o situație nouă, în care contactele succesive sînt:

(—)*zinc*—electrolit—hidrogen—*cupru*(+).

In lungul acestui lanț, potențialele variază așa cum arată linia îngroșată din figura 174, *c*, iar la borne vom găsi o diferență de potențial U', mai mică decît U.

Fenomenul este în totul analog aceluia ce se petrece într-un voltametru și se datorește însăși trecerii curentului (§ 250).

Depunerea de hidrogen la polul pozitiv crează o f. e. m. de polarizare, ce se opune aceleia inițiale.

Depunerea de hidrogen la polul pozitiv crează deci o forță electromotoare de polarizare, ce se opune aceleia inițiale a elementului.

3) Disociația electrolitică a moleculelor de acid sulfuric mai da naștere ionilor negativi SO_4^{--}.

Ei vor fi transportați în sensul invers curentului, adică pe placa de zinc, ce se transformă atunci în sulfat solubil.

Energia electrică debitată provine d.n transformarea căldurii de reacție chimică.

Odată cu dizolvarea treptată a metalului, reacția chimică liberează o cantitate de căldură, din care provine energia electrică debitată de elementul galvanic, în timpul funcționării lui.

Vom reveni mai tîrziu asupra mecanismului și consecințelor acestei transformări a energiei chimice, în energie electrică.

Ca încheiere, menționăm că, pe lîngă inconvenientul polarizării, elementul descris mai are și pe acela că atacul zincului continuă, chiar cînd circuitul e întrerupt.

Aceste inconveniente pot fi considerate însă ca practic suprimate, în alte tipuri de elemente, pe care le vom descrie mai jos.

§ 253. **Elemente cu depolarizant.** Dacă învelim electrodul pozitiv cu o substanță oxidantă: acid azotic, soluție de bicromat de potasiu, granule de bioxid de mangan etc., pătura de hidro-

gen, apărută prin polarizare, se combină cu oxigenul, formează apă şi dispare.

Asemenea substanţe sînt, prin urmare, *depolarizante*.

Vom lua ca exemplu elementul *Leclanché*[1]), fiindcă este cel mai răspîndit.

Electrodul pozitiv e o placă, făcută din praf de cărbune, amestecat cu răşină (ca liant); comprimat în forme speciale şi apoi încălzit la roşu, ca să ardă răşina.

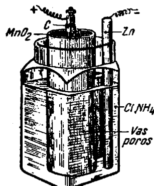


Fig. 176. Elementul Leclanché.

Această placă este învelită într-un sac de pînză, ori introdusă într-un vas de porţelan poros, în care se găseşte bioxidul de mangan (fig. 176).

Electrodul negativ e un cilindru sau baston de zinc, iar electrolitul e o soluţie apoasă de clorură de amoniu ($ClNH_4$).

Trecerea curentului transportă pe zinc ionii negativi de clor şi metalul se transformă treptat în clorură solubilă.

Este bine ca zincul să fie amalgamat, prin frecare cu mercur, fiindcă aceasta împiedică atacul chimic, în circuit deschis.

Forţa electromotoare a elementului Leclanché atinge aproape un volt şi jumătate.

Bateriile pentru lămpile de buzunar, sau elementele aşa zise *uscate* sînt construite pe acelaşi principiu, numai că lichidul este imobilizat, într-o pastă cu gelatină sau cu făină de grîu, fiartă în apă.

§ 254. **Elemente nepolarizabile.** Polarizarea electrozilor poate fi evitată, la curenţii de intensitate mică, dacă-i înconjurăm cu electroliţi, cari conţin o sare a metalului respectiv, în soluţie apoasă.

Forţa electromotoare se menţine atunci invariabilă şi elementul poate servi ca etalon, în determinările de laborator, sau ca generator de curent constant, în anumite cazuri practice.

Vom descrie două tipuri, construite pe acest principiu:

1. *Elementul Daniell*[2]). Electrodul pozitiv este de cupru, iar cel negativ de zinc (fig. 177).

---

[1]) *Georges Leclanché* (1839—1882), chimist francez.
[2]) *John Frederic Daniell* (1790—1845), chimist englez.

Zincul stă cufundat într-o soluţie de sulfat de zinc şi cuprul în alta, de sulfat de cupru.

Un perete de porţelan poros desparte cele două soluţii şi le împiedică să se amestece.

Ordinea succesivă a contactelor este deci :

$$(-) zinc - \text{sol } SO_4Zn - \text{sol } SO_4Cu - cupru (+).$$

In electrolit, curentul circulă în sensul săgeţilor, de la electrodul negativ, spre cel pozitiv.

El transportă pe zinc ionii $SO_4^{=}$, iar metalul se transformă treptat în sulfat solubil şi trimite în soluţie ionii de Zn^{++}.

Ca urmare, concentraţia electrolitului din compartimentul *A* creşte mereu.

In schimb, în compartimentul *B*, ionii de Cu^{++} aduc metal pe anodă, care cîştigă în greutate şi concentraţia respectivă a electrolitului scade.

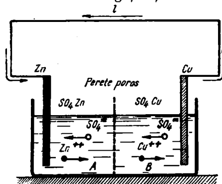


Fig. 177. Schema elementului Daniell.

Cum hidrogenul nu mai apare în electroliză, polarizarea este înlăturată.

Ca să evităm scăderea de concentraţie, în jurul anodului, se adaugă, în compartimentul *B*, o cantitate de sulfat de cupru solid, care se dizolvă treptat, în limita permisă de saturaţie.

Elementul Daniell are forţa electromotoare de 1,07 V [1]) şi poate să debiteze, fără inconvenient, pînă la un miliamper pe centimetrul pătrat de electrod.

2. *Elementul Weston.* Acest element serveşte numai în laboratoare, ca etalon de comparaţie, la determinarea forţelor electromotoare, prin cunoscuta metodă a opoziţiei (§ 237).

[1]) Dacă e construit după anumite prescripţii speciale.

El este făcut dintr-un tub de sticlă, în formă de *H*, închis ermetic, prin topire în flacără, sau cu dopuri de parafină.

Figura 178 îl reprezintă aproape în mărime naturală.

Electrodul pozitiv este o pătură de mercur, peste care stă o altă pătură, de sulfat mercuros.

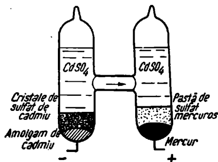


Fig. 178. Elementul Weston.

Electrodul negativ e un amalgam de cadmiu, iar electrolitul o soluţie saturată de sulfat de cadmiu, în care se găsesc şi cristale în exces.

Două fire de platină, trecute prin sticlă, asigură contactele cu exteriorul.

Elementul Weston, construit după anumite prescripţii, are forţa electromotoare de 1,018 6 V, la temperatura de +18 °C, cu condiţia să nu debiteze decît un curent practic neglijabil.

Altfel ea se modifică şi nu mai revine la valoarea iniţială, decît după cîteva săptămîni de repaus.

§ 255. **Teoria elementelor galvanice.** Un element Daniell, ce debitează curent electric, dizolvă zincul şi depune cupru pe anod.

Dacă, din contra, facem să treacă un curent prin el, de la un alt generator, în sensul contrar aceluia debitat, fenomenul se inversează şi zincul se depune pe catod, iar cuprul trece în soluţie.

În primul caz, elementul produce energie, iar în celălalt o acumulează. Din *producător,* el devine *receptor.*

În situaţia particulară, cînd există o diferenţă infinit de mică, între forţa electromotoare la borne şi aceea opusă a generatorului, cea mai uşoară variaţie, într-un sens ori în altul, inversează procesul.

Dar aceasta implică o desfăşurare infinit de lentă a transformărilor chimice interne şi atunci funcţionarea elementului galvanic devine reversibilă.

Totodată este evident că, în asemenea situaţie, variaţiile de temperatură, prin efectele Joule-Lenz şi Peltier, nu mai apar,

fiindcă schimbul de căldură cu mediul exterior, presupus de capacitate calorică infinită, are loc în condițiile ideale.

Sub o intensitate de curent infinit de mică, elementele galvanice funcționează reversibil izoterm.

Prin urmare, sub o intensitate de curent infinit de mică, elementele galvanice funcționează reversibil izoterm.

Se înțelege însă de la sine că această concluzie nu mai rămîne valabilă, dacă procesele chimice din element ar putea să decurgă și independent de trecerea curentului.

În asemenea situație se află, de pildă, elementul lui Volta, în care placa de zinc se dizolvă chiar cînd circuitul este întrerupt.

Funcționarea nu mai poate fi considerată atunci ca reversibilă.

Nu există încă o teorie completă și unitară a elementelor galvanice, fiindcă nici fenomenele nu se cunosc în amănunte.

În cele ce urmează, punîndu-ne în anumite situații simplificatoare și considerînd intensitatea curentului ca infinit de mică, vom parcurge două din teoriile de bază:

1. *Teoria elementară a lui Thomson* (1851). Rămînînd la exemplul elementului Daniell, să presupunem că l-am făcut să debiteze cantitatea de electricitate

$$F=96\,490 \text{ C},$$

adică numeric egală cu constanta lui Faraday (§ 239).

Forța electromotoare a elementului fiind E, forțele electrice liberează lucrul mecanic

$$A=EF \text{ jouli.}$$

În timpul trecerii curentului, un echivalent-gram de zinc s-a transformat în sulfat solubil și această reacție chimică *liberează* o cantitate de căldură $+Q_1$.

Totodată un echivalent-gram de cupru a fost extras din soluția sulfatului respectiv, iar această descompunere *absoarbe* cantitatea de căldură $-Q_2$.

Aplicînd principiul echivalenței, din termodinamică, vom avea deci

$$A=E\cdot F=J(Q_1-Q_2). \qquad (255.1)$$

Dar căldurile de reacție pot fi determinate calorimetric și sînt cunoscute din termochimie.

În cazul de față ele au valorile

$$Q_1 = 53\,500 \text{ cal} \qquad \text{și} \qquad Q_2 = 28\,200 \text{ cal}.$$

Iar dacă ținem seamă că $J = 4{,}18$ J/cal și introducem datele numerice în relația de mai sus, găsim că forța electromotoare a elementului Daniell ar trebui să fie

$$E = 1{,}09 \text{ V}, \qquad \text{iar experimental} \qquad E = 1{,}07 \text{ V}.$$

Prin urmare, în exemplul ales, concordanța este foarte satisfăcătoare.

Teoria lui Thomson echivalează căldura de reacție cu lucrul mecanic al forțelor electrice.

Dar acesta nu e cazul pentru *toate* elementele galvanice și adesea diferența dintre valoarea calculată și cea experimentală este prea mare.

Teoria lui Thomson folosește numai principiul echivalenței și nu ține seamă de temperatura la care funcționează elementul, cu toate că aceasta influențează de obicei forța electromotoare.

Ea nu ține seamă nici de fenomenele termice, în special de efectul Peltier, care implică o energie suplimentară, imediat ce sistemul debitează un curent.

Folosind simultan ambele principii ale termodinamicii, *Helmholtz* introduce un termen de corecție, în care intervine temperatura absolută, cît și variația forței electromotoare, raportată la variația temperaturii.

La elementul Daniell, termenul acesta devine practic neglijabil și de aici provine concordanța dintre calcul și experiență.

În principiu, teoriile termodinamice consideră numai transformările energiei și au inconvenientul că aduc prea puține informații, cu privire la mecanismul desfășurării fenomenelor, sub aspectul lor fizic.

Nernst a înlăturat, în parte, această lipsă și a izbutit să lege teoretic forța electromotoare a elementelor galvanice de presiunea osmotică a ionilor, adică de un fenomen cinetic molecular.

2. *Teoria lui Nernst* (1889). Ca și precedentele, această teorie se referă numai la elementele care, sub intensitate foarte mică de curent, funcționează izoterm reversibil.

Să considerăm un sistem *lichid—metal* (fig. 179).

1) Dizolvarea metalului trimite în lichid ioni, cari pleacă de pe dînsul cu anumită viteză inițială și dezvoltă o *presiune de dizolvare,* notată în figură cu *P*.

Dacă lichidul conţine deja ioni de aceeaşi specie, aceştia, la rîndul lor, dezvoltă o *presiune osmotică*, notată cu p, ce se opune presiunii de dizolvare.

Cînd presiunea P învinge, dizolvarea continuă ; dacă, din contra, învinge presiunea osmotică, procesul se inversează şi lichidul este acela care trimite ionii pe metal.

Ca urmare metalul, în loc să se dizolve, cîştigă în greutate.

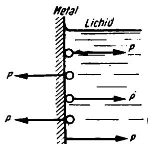


Fig. 179. Presiunea osmotică se opune presiunii de dizolvare.

2) Vom presupune că masa lichidă este destul de mare pentru ca sosirea sau plecarea ionilor să nu modifice sensibil valoarea presiunii osmotice şi că aceste fenomene decurg izoterm, cu încetineală infinită, aşa cum e cazul în elementele reversibile.

Dar legea lui Van't Hoff ne spune că o substanţă dizolvată se comportă ca un gaz şi atunci dizolvarea izotermă a unui atom-gram de metal înseamnă o destindere a gazului, de la presiunea P, la presiunea p.

Lucrul mecanic liberat va fi deci

$$A=RT\cdot\ln\frac{P}{p}\cdot \tag{144.1}$$

3) Pînă acum nu am ţinut seamă însă de apariţia diferenţei de potenţial de contact, care sistează automat plecarea ionilor de pe metal şi dizolvarea lui.

Pentru ca, totuşi, această dizolvare să continue, va trebui ca metalul să fie *pol negativ*, într-un element galvanic, ce debitează curent electric.

Notînd cu $-e$ forţa electromotoare de contact şi presupunînd că elementul a debitat $n\cdot F$ coulombi, prin ioni metalici de valenţă n, lucrul mecanic al forţelor electrice se exprimă prin relaţia

$$A=-neF.$$

Lucrul mecanic în variaţia izotermă de presiune a gazului de ioni egalează pe al forţelor electrice.

Principiul conservării lucrului mecanic ne îndreptăţeşte să-l egalăm cu acela implicat în destinderea izotermă a gazului de ioni.

Ajungem aşa la relaţia finală

$$\boxed{e = \frac{R \cdot T}{n \cdot F} \ln \frac{p}{P}} \tag{255.2}$$

în care semnul negativ a dispărut, prin inversarea raportului presiunilor.

Forţa electromotoare de contact este proporţională cu logaritmul raportului presiunilor ionice.

Prin urmare forţa electromotoare la contactul electrolit-metal este proporţională cu logaritmul raportului presiunilor ionice.

4) Dacă presiunea de dizolvare a metalului este mai mică decît presiunea osmotică a ionilor lui din soluţie, aceştia se depun pe dînsul şi-l încarcă pozitiv, în raport cu electrolitul.

Dar şi aici depunerea va fi sistată prin intervenţia diferenţei de potenţial de contact şi, ca să continue, ar trebui ca metalul să fie *pol pozitiv,* într-un element galvanic ce debitează curent electric.

Expresia forţei electromotoare apărute va fi aceeaşi ca mai sus, cu deosebirea că semnul algebric se schimbă, din cauza inversării variaţiei de potenţial, în trecerea de la electrolit la metal.

În elementul Daniell ambele metale formează ioni bivalenţi.
După formula lui Nernst, forţa electromotoare totală va fi deci

$$E = \frac{RT}{2F} \cdot \ln \frac{p_{Zn}}{P_{Zn}} - \frac{RT}{2F} \cdot \ln \frac{p_{Cu}}{P_{Cu}}$$

saŭ

$$E = \frac{RT}{2F} \left(\ln \frac{P_{Cu}}{P_{Zn}} - \ln \frac{p_{Cu}}{p_{Zn}} \right).$$

Raportul presiunilor osmotice poate fi cunoscut prin determinări directe, iar la electroliţii tari, în care disociaţia e totală, el este egal cu raportul concentraţiilor molare.

Dar, ca să cunoaștem și raportul presiunilor de dizolvare, singura metodă e să alegem un al treilea metal Me, să construim cu dînsul elementele Me/Zn și Me/Cu, apoi să le măsurăm direct forțele electromotoare.

Formula lui Nernst ne permite atunci să calculăm, de fiecare dată rapoartele

$$\frac{P_{Me}}{P_{Zn}} = a \quad \text{și} \quad \frac{P_{Cu}}{P_{Me}} = b, \text{ din care deducem că } \frac{P_{Cu}}{P_{Zn}} = a \cdot b.$$

Aceeași teorie ne mai arată că dacă un metal, folosit ca electrod, într-un element galvanic, are pe dînsul o zonă impurificată cu alt metal, presiunile de dizolvare fiind neegale, se formează un alt element local, ce debitează curent prin însuși masa metalului.

Electrodul suferă atunci o coroziune continuă, care scurtează foarte mult viața elementului.

Tot diferenței presiunilor de dizolvare se datorește și faptul că un metal mai solubil, introdus într-un electrolit care conține ionii altui metal, mai puțin solubil, înlocuiește acești ioni și se acoperă cu o pătură a metalului străin.

Dacă soluția este destul de concentrată ca să asigure presiunea osmotică necesară, un cui de fier se cuprează, într-o soluție de sulfat de cupru și o sîrmă de cupru se arginteză, într-o soluție de nitrat de argint, prin simplă scufundare.

§ 256. **Influența factorilor fizici.** La o soluție dată, presiunea osmotică depinde nu numai de concentrație, dar și de temperatură, iar la un metal dat, presiunea de dizolvare poate să depindă de anumiți factori fizici, bunăoară de structura cristalină internă, sau de gradul șlefuirii superficiale.

Este deci suficient ca două fire din același metal, cufundate în același electrolit, să aibă temperaturi diferite, sau ca suprafața unuia să fie mai aspră decît a celuilalt, pentru ca sistemul să devină un element galvanic.

Asemenea situații de nesimetrie a fenomenelor electrice de contact cu electrolitul mai pot fi create și de alți factori fizici, de pildă:

1) Prin comprimarea sau întinderea unuia din electrozi, se constată că metalul supus la tracțiune devine mai solubil, adică pol negativ[1]).

2) Prin folosirea electrozilor de fier, din care unul este magnetizat. Acesta devine mai puțin solubil[2]).

3) Prin luminarea unuia din electrozi. Fenomenul a fost descoperit de *Becquerel*[3]) și reprezintă *efectul fotovoltaic.*

4) Prin mișcarea continuă a catodului sau anodului[4]).

---

[1]) Fenomen descoperit și cercetat de *Dragomir Hurmuzescu*, în 1903.

[2]) Idem, 1895.

[3]) *Antoine Henri Becquerel* (1852—1908), fizician francez, titular al premiului Nobel, pentru descoperirea radioactivității uraniului. Fenomenul a fost cercetat și de *Gh. Atanasiu* (1925 și 1935).

[4]) Forța electromotoare de mișcare a fost găsită în 1912 de *Ștefan Procopiu* și a făcut obiectul mai multor lucrări, pînă în 1937.

5) Prin schimbarea grosimii, la păturile foarte subţiri de metale feromagnetice (fier, nichel, cobalt). Fenomenul a fost descoperit de *Alex. Cişman* şi colaboratorii lui[1].

Cercetările au dus la concluzia că aceste metale formează pături, electrochimic mai stabile, cînd grosimea lor este un multiplu întreg al unei anumite valori elementare (la nichel multiplu de 0,04 microni).

Aceste pături stabile diferă şi ca proprietăţi magnetice de celelalte, cu grosime intermediară.

Elemente de concentraţie. Forţa electromotoare a elementelor galvanice fiind o consecinţă a opoziţiei dintre presiunea osmotică şi cea de dizolvare, va trebui să apară de asemenea cînd electrozi din acelaşi metal stau cufundaţi în două soluţii de concentraţii diferite, ale unei sări a metalului.

Vom putea construi deci un *„element de concentraţie"*, aşa cum arată fig. 180.

Soluţiile pot fi separate printr-un perete poros, ori introduse în două pahare, ce comunică printr-un sifon.

În cea mai concentrată, presiunea osmotică fiind mai mare, metalul se dizolvă mai încet şi devine *pol pozitiv.*

Este evident că o forţă electromotoare de concentraţie poate să apară şi între două lichide, ce conţin un ion comun, fiindcă atunci intervin schimburi de sarcini electrice, prin fenomenele de difuziune.

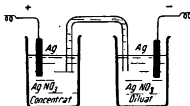


Fig. 180. Element de concentraţie.

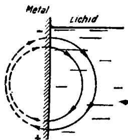


Fig. 181. Diferenţa de concentraţii crează curenţi locali şi consumă electrozii pilei.

Analog, ea poate să apară şi între două soluţii, cu ioni diferiţi, din cauza mobilităţilor diferite ale lor.

În elementele galvanice obişnuite, care au stat mai multă vreme în repaus, păturile de la fundul vasului se concentrează, prin sedimentare, din pricina diferenţelor de densitate.

---

[1]) *Alex. Cişman, Petre Lamoth* şi *Aurica Munteanu* (lucrări executate între 1952 şi 1956).

Prin metalul electrodului solubil circulă atunci curenţi electrici, datoriţi elementului de concentraţie format, iar dizolvarea lui continuă, chiar dacă circuitul exterior este întrerupt (fig. 181).

§ 257. **Elemente secundare, acumulatori.** Dacă facem electroliza unei soluţii apoase de acid sulfuric, într-un voltametru cu electrozi de plumb, oxigenul care se degajă pe anod atacă plumbul şi-l transformă superficial în oxidul PbO_2.

Apare astfel o diferenţiere chimică a electrozilor, iar voltametrul devine un *element secundar,* în stare să debiteze un curent electric, în sensul invers aceluia folosit în timpul electrolizei.

Pe acest principiu se bazează *acumulatorii electrici* cu plumb.

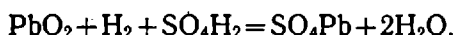
Sistemul formării prin electroliză are însă, pe lîngă inconvenientul că impune un consum de energie şi pe acela că cere un timp îndelungat, ca să transforme în oxid numai o pătură superficială destul de subţire.

De aceea se preferă o *formare artificială,* prin care oxidul de plumb este introdus, de la început, într-un schelet metalic, de plumb antimoniat, ce formează placa *pozitivă.*

Placa negativă este făcută la fel, însă umplută cu pulbere de plumb curat.

Dacă acumulatorul debitează un curent electric, se petrec următoarele reacţii chimice :

Pe placa pozitivă



$$PbO_2+H_2+SO_4H_2=SO_4Pb+2H_2O.$$

Pe placa negativă



$$Pb+SO_4=SO_4Pb.$$

Diferenţa de structură chimică dispare astfel treptat şi, odată cu dînsa, forţa electromotoare a elementului.

Ambele plăci se transformă deci în sulfat şi de aceea vom spune că *descărcarea* acumulatorului duce la o *dublă sulfatare.*

El poate fi însă *încărcat* la loc, dacă trecem prin electrolit un curent electric de sens invers aceluia debitat.

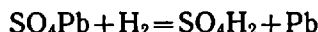
Reacţiile chimice vor fi atunci :

Pe placa pozitivă



$$SO_4Pb+SO_4+2H_2O=2SO_4H_2+PbO_2.$$

Iar pe placa negativă



$$SO_4Pb + H_2 = SO_4H_2 + Pb$$

şi am revenit la situaţia iniţială.

Forţa electromotoare a unui acumulator încărcat este de aproximativ 2,2—2,4 V.

El nu trebuie descărcat niciodată sub 1,8 V, fiindcă sulfatul de plumb format capătă o structură cristalină şi nu mai poate fi retransformat în substanţă activă, decît parţial.

Un acumulator se caracterizează prin *capacitatea* lui, pe care o exprimăm în *amperiore* (Ah), adică prin intensitatea curentului debitat, înmulţit cu numărul orelor de funcţionare, pînă ce forţa electromotoare scade la 1,8 V.

Dar, astfel exprimată, capacitatea variază cu intensitatea curentului debitat şi de aceea vom restrînge definiţia la cazul descărcării în zece ore.

Aceasta e, de altfel, şi *durata minimă permisă,* fiindcă altfel se deteriorează plăcile.

De pildă, un acumulator de 10 Ah nu poate fi încărcat, nici descărcat, sub un curent mai mare de un amper.

În timpul descărcării, o parte din acidul sulfuric se fixează pe ambele plăci, sub forma de sulfat şi densitatea electrolitului scade.

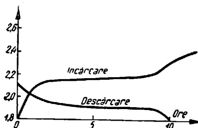


Fig. 182. Curbele de încărcare şi descărcare la un acumulator cu plăci de plumb.

Ea revine însă la valoarea iniţială, după reîncărcare.

Forţa electromotoare scade de asemenea, după curba din fig. 182.

Scăderea e însă foarte lentă, cu excepţia porţiunilor iniţială şi finală.

Prin reîncărcare, aceeaşi curbă este parcursă în sensul invers.

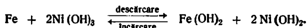
Acumulatorii alcalini cu fier-nichel. Acumulatorii cu plumb au inconvenientul că sînt grei şi mai ales că sînt extrem de sensibili, la cea mai mică neglijenţă de întreţinere sau manipulare.

De aceea *Edison* a construit un acumulator cu nichel, mult mai ușor și mai robust.

Placa pozitivă, după încărcare, se acoperă cu hidrat de nichel, iar cea negativă este de fier.

Ca electrolit se folosește o soluție concentrată de hidrat de potasiu (20%).

Reacțiile chimice par să fie următoarele:



$$Fe + 2Ni(OH)_3 \underset{\text{încărcare}}{\overset{\text{descărcare}}{\rightleftarrows}} Fe(OH)_2 + 2\,Ni(OH)_2.$$

Forța electromotoare a elementului încărcat este de 1,3 V, iar descărcarea poate fi dusă pînă la zero, fără nici un inconvenient.

Ea scade însă continuu și nu mai prezintă constanța relativă, caracteristică acumulatorilor cu plumb.

Exemple numerice. 1) *Se cere ca o baterie de acumulatori cu plumb să alimenteze* 50 *de becuri electrice de cîte* 50 W, *sub* 110 V.

Ce capacitate minimă trebuie să aibă această baterie, ca să poată debita curentul necesar?

Pentru numărul de becuri cerute, bateria trebuie să debiteze puterea

$$P = 50 \cdot 50 = 2\,500 \text{ W}.$$

Intensitatea curentului va fi deci

$$I = \frac{P}{E} = \frac{2\,500}{110} = 22{,}7 \text{ A}.$$

Iar capacitatea bateriei trebuie să fie, numeric, de zece ori mai mare, adică de aproximativ 250 Ah, dacă ținem seamă și de unele pierderi eventuale.

2) *In exemplul de mai sus, bateria se descarcă în zece ore. Cîte becuri de aceeași mărime am putea să alimentăm timp de șase ore pe zi, așa ca descărcarea să se facă într-o lună?*

De astă dată, timpul de descărcare fiind

$$t = 6 \cdot 30 = 180 \text{ ore},$$

înseamnă că intensitatea debitată devine de $\frac{10}{180}$ de ori mai mică.

Vom putea deci să alimentăm cel mult

$$50\frac{10}{180} = 2{,}77 \text{ becuri}.$$

Dar aici nu am ținut seamă de pierderile spontane, datorite curenților interni, sau defectelor de izolament, așa că, în realitate, putem alimenta

cel mult două becuri, în condiţiile specificate mai sus, adică într-un timp de descărcare mai lung.

In fond, reîncărcările prea dese scurtează şi ele viaţa bateriei. De aceea regimul de funcţionare trebuie supraveghiat în aşa fel, încît să ducă la descărcare în 15—30 de zile.

CAPITOLUL XXXIV

IONIZAREA GAZELOR

§ 258. **Conducţia electrică în gaze.** Transportul electricităţii prin gaze are ca vehicul ionii gazoşi.

Conductibilitatea gazelor se datoreşte ionilor gazoşi.

Ei pot fi pozitivi sau negativi, după cum atomii neutri ai gazului au pierdut electroni sateliţi, ori au fixat electroni suplimentari.

Prezenţa ionilor este permanentă în aer şi se datoreşte acţiunii de ionizare a factorilor naturali: radioactivitatea solului, razele cosmice, radiaţia ultravioletă a Soarelui şi aşa mai departe.

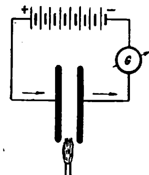


Fig. 183. Flacăra ionizează gazul şi-i măreşte conductibilitatea.

Ii putem produce sau înmulţi prin descărcări electrice, prin acţiunea flăcărilor, prin efectele razelor X şi prin diferite alte mijloace.

Experienţa schematizată în fig. 183 ne permite să evidenţiem acţiunea ionizantă a unei flăcări:

Ionii formaţi pătrund în spaţiul dintre două plăci metalice, legate la bornele unei baterii galvanice, de 200—300 V, în serie cu un galvanometru.

Cîmpul electric le comunică o mişcare de ansamblu, peste aceea de agitaţie termică, îi transportă pe cele două plăci şi astfel ia naştere un curent electric, de ordinul a 10^{-8} A.

Aceeaşi experienţă poate fi repetată, înlocuind flacăra cu o substanţă radioactivă, sau cu o lampă specială, care produce radiaţii ultraviolete.

Prezenţa ionilor în atmosferă face ca un conductor electrizat să nu-şi poată păstra la nesfîrşit încărcarea, oricît ar fi de bine izolat.

În general, ionii aceştia nu rămîn singuratici. Ei îşi asociază fire de praf, particule în suspensie, picături de apă sau chiar molecule neutre.

Recombinarea limitează viaţa ionilor.

Viaţa lor e destul de scurtă, fiindcă întîlnirea cu ionii contrari îi neutralizează, prin recombinare.

Dar, în timp ce unii dispar, alţii se formează în locul lor.

Putem arăta recombinarea ionilor printr-o experienţă simplă, schematizată în fig. 184.

Un tub metalic vertical, conectat la pămînt, are o serie de dopuri laterale izolante, prin care trec nişte „sonde", tot metalice, S_1, S_2, S_3 etc.

Un electroscop, încărcat şi gradat în volţi, are cutia de protecţie legată la pămînt, iar vergeaua la una din sonde.

O flacără, aşezată la capătul de jos al tubului, formează ionii şi totodată, întreţine un curent de aer, care-i face să treacă succesiv, de la o sondă la alta.

Măsurînd variaţia de potenţial a foiţelor, într-un timp t, şi notînd capacitatea electroscopului cu C, vom avea

$$Q=It=CV \qquad (218.1)$$

în care I reprezintă intensitatea curentului de descărcare, proporţională cu numărul ionilor, transportaţi de cîmpul electric, între sondă şi tubul metalic.

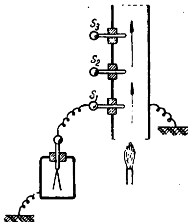


Fig. 184. Determinarea vitezei de recombinare a ionilor.

Experienţa ne arată că electroscopul se descarcă mult mai repede, cînd e legat la S_1, decît la S_2 ori S_3.

Prin urmare ionii se recombină şi dispar, în timp ce parcurg distanţa de la o sondă la alta.

Cunoscînd viteza curentului de aer, putem calcula că majoritatea lor nu durează mai mult de 1/10 dintr-o secundă.

1. *Mobilitatea ionilor.* In gazele ionizate, un cîmp electric transportă ionii pozitivi în sensul liniilor de forţă şi pe cei negativi în sensul contrar.

Vitezele respective, u_1 şi u_2, vor fi, evident, proporţionale cu intensitatea E a cîmpului, aşa că

$$u_1 = K_1 E \qquad \text{şi} \qquad u_2 = K_2 E.$$

Factorul de proporţionalitate, între viteza ionului şi cîmpul electric, defineşte mobilitatea lui.

In aceste relaţii, factorii de proporţionalitate K definesc aşa numitele *mobilităţi* ale ionilor consideraţi.

Iar dacă le scriem sub forma

$$K = \frac{u}{E}$$

se vede imediat că, exprimînd viteza în cm/s şi cîmpul în V/cm, valoarea mobilităţii rezultă în

$$\frac{\text{centimetri pe secundă}}{\text{volţi pe centimetru}}.$$

In cîmpul de un volt pe centimetru, mobilitatea este numeric egală cu viteza ionului.

De asemenea se vede că, *într-un cîmp cu intensitatea de un volt pe centimetru, mobilitatea devine numeric egală cu viteza ionului.*

Mobilitatea ionilor în aer se poate determina cu aparatul schiţat în fig. 185:

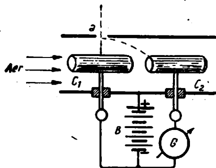


Fig. 185. Determinarea mobilităţii ionilor gazoşi.

Curentul de gaz trece, cu viteză cunoscută, printr-un cilindru de metal, cu diametrul mai mare, în care stau coaxial doi conductori de diametru mai mic.

Prin dopuri izolante, o baterie galvanică B menţine o diferenţă de potenţial, de 300 — 400 V, între tubul exterior şi aceşti conductori.

Un fascicul de raze ultraviolete pătrunde printr-o mică deschidere a şi produce ionizarea.

Dacă suprimăm curentul de aer, toți ionii ajung numai pe cilindrul C_1 și galvanometrul G nu indică nici o deviație.

Ca ei să poată ajunge pe C_2, trebuie să dăm aerului o anumită viteză minimă și atunci un ion, plecat din a, parcurge traiectoria parabolică punctată, iar galvanometrul începe să indice trecerea curentului electric.

Această traiectorie rezultă prin suprapunerea mișcării longitudinale și uniforme a curentului de aer, peste aceea radială, în care ionul este accelerat de cîmpul electric.

Problema este deci analogă cu aruncarea după orizontală a unui corp care, în același timp, cade spre pămînt (§ 60).

Vitezele ionilor pozitivi și negativi pot fi măsurate separat, inversînd conexiunile bateriei B.

Experimental găsim că:

$u_1 \approx 2$ cm/s, într-un cîmp de un volt pe centimetru, la ionii *negativi* și

$u_2 \approx 1,4$ cm/s, la ionii *pozitivi*.

Prin urmare, mobilitățile ionilor din aer sînt cam de 1 000 de ori mai mari decît a ionilor din soluții (§ 242).

2. *Curentul de saturație.* Dacă, într-un gaz ionizat, introducem două plăci metalice, conectate cum arată fig. 186 și măsurăm intensitatea curentului de ionizare, în funcție de dife-

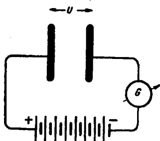


Fig. 186. Schema dispozitivului pentru cercetarea ionizării gazelor.

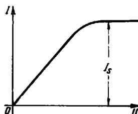


Fig. 187. Variația intensității curentului ionic în gaze, la presiunea normală, în funcție de diferența de potențial.

rența de potențial U, aplicată între dînsele, găsim experimental o curbă, ce are aproximativ traseul din fig. 187.

Această curbă ne spune că:

1) Un cîmp de intensitate mică nu e în stare să transporte *toți* ionii dintre plăci, fiindcă-i duce prea încet și le lasă timpul să se recombine, prin ciocnirile termice.

2) Intensificarea cîmpului face să crească și curentul ionic, fiindcă mărește viteza de transport și defavorizează recombinarea.

3) Există o intensitate-limită I_s, care nu poate fi depășită, cîtă vreme nu mai apar și alte cauze de ionizare suplimentară.

La început curentul ionic se intensifică odată cu cîmpul, apoi tinde spre saturație.

Ea se numește *intensitate de saturație* și, odată atinsă, *toți ionii din cîmp sînt captați de plăcile metalice.*

Determinarea intensității de saturație, cînd o cantitate cunoscută de aer trece printre plăci primenindu-se mereu și cunoașterea sarcinii elementare a ionilor ne permit să calculăm numărul lor, în unitatea de volum.

Constatăm așa că, din cele $3 \cdot 10^{19}$ molecule dintr-un centimetru cub de aer, numai 500—600 sînt ionizate, în condițiile normale.

Dar acest număr poate să crească foarte mult, în condiții speciale, de pildă pe timp de furtună, sau în preajma căderilor de apă, din cauza fărîmițării picăturilor.

§ 259. **Ionizarea prin ciocnire.** Dacă mărim peste măsură diferența de potențial, aplicată între plăcile metalice din fig. 186, încep să apară fenomene luminoase, întovărășite de scîntei sau efluvii electrice.

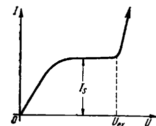


Fig. 188. Cînd apare ionizarea, intensitatea curentului din coloana gazoasă crește brusc.

Curentul ionic sare atunci cu mult peste intensitatea normală de saturație, așa cum arată curba din fig. 188, ceea ce înseamnă că s-a format un număr mare de ioni suplimentari.

Vom spune atunci că am atins *potențialul exploziv,* corespunzător distanței dintre cele două plăci.

Creşterea observată se datoreşte faptului că ionii, acceleraţi de forţele cîmpului, au căpătat o viteză destul de mare ca să poată zmulge unul sau mai mulţi electroni sateliţi, din moleculele întîlnite, care astfel se transformă şi ele în ioni.

Cînd ionii ating o viteză destul de mare, ajung să ionizeze alte molecule, prin ciocnire.

Electronul extras prin ciocnire devine, la rîndul lui, un transportor de electricitate.

El poate să rămînă liber, pînă la viitoarea neutralizare, sau să fie ataşat unei molecule neutre, care devine astfel un *ion negativ* [1].

Totodată ionii formaţi mai pot să ionizeze prin ciocnire şi alte molecule, de unde apare o nouă intensificare a curentului.

Ca imagine, procesul ar putea fi comparat cu formarea unei avalanşe de zăpadă, pe coasta unui munte.

Dar prezenţa unui cîmp electric accelerator nu este indispensabilă, în fenomenul ionizării prin ciocnire.

Condiţia necesară şi suficientă este ca o particulă incidentă oarecare să aibă o energie cinetică, în stare să producă lucrul mecanic, implicat în expulzarea electronului satelit, împotriva forţelor de atracţie coulombiene, din atomul ciocnit.

Ionizarea poate fi provocată prin oricare ciocnire, cu energie cinetică suficientă.

Dar această energie o poate căpăta orice moleculă, prin efectul unei simple încălziri a gazului. .Se cere numai ca temperatura să atingă valoarea necesară unei anumite viteze de agitaţie termică.

Aşa se explică, între altele, acţiunea ionizantă a flăcărilor.

Energia de ionizare. Să presupunem că un ion monovalent, cu masa m şi sarcina electrică e, se află într-un cîmp accelerator.

Dacă ionul străbate diferenţa de potenţial U, forţele cîmpului liberează energia electrică

$$W_e = Ue$$

[1]) Structura ionilor negativi, care pot să ataşeze şi alte particule suplimentare, a fost îndelung cercetată de profesorul *Th. V. Ionescu*, de la Universitatea din Bucureşti.

iar ionul capătă energia cinetică

$$W_c = \frac{1}{2} mv^2.$$

După principiul conservării, vom avea deci

$$\boxed{Ue = \frac{1}{2} mv^2}. \qquad (259.1)$$

Iar dacă ionul este polivalent, vom introduce valenţa lui, ca factor în membrul întîi.

Pentru o particulă de masă cunoscută, această relaţie ne permite să calculăm viteza căpătată.

Dar, în procesele de ionizare prin ciocnire, nu interesează viteza, ci *energia cinetică* a proiectilului care loveşte.

Relaţia de faţă, exprimînd această energie prin produsul dintre sarcina transportată şi diferenţa de potenţial străbătută, are avantajul că o face independentă de masă.

La ionii monovalenţi, sarcina fiind egală cu a electronului, vom avea (§ 223):

$$e = 4{,}802 \cdot 10^{-10} \text{ u.e.s.} = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

şi energia imprimată, *sub o diferenţă de potenţial de un volt*, va fi:

$$W = Ue = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1{,}602 \cdot 10^{-12} \text{ erg}.$$

Un electron-volt reprezintă energia transmisă unui electron, sub diferenţa de potenţial de un volt.

Această energie, transmisă electronului ce a străbătut o diferenţă de potenţial de un volt, se ia ca *unitate de măsură în atomistică* şi se numeşte *electron-volt*.

Pentru orice particulă, care poartă n sarcini elementare şi a străbătut diferenţa de potenţial de U volţi, energia va fi deci

$$\boxed{W = nUe}. \qquad (259.2)$$

De altă parte, relaţia (259.1) ne permite să exprimăm în electron-volţi (eV) energia oricărei particule de masă şi viteză cunoscute, chiar dacă nu poartă o sarcină electrică, aşa cum ar fi, de pildă, cazul moleculelor în agitaţia termică.

Calculul şi determinarea energiilor de ionizare a gazelor va face obiectul unui capitol special, în cadrul teoriilor atomice moderne.

Cu titlul de simplă informaţie, tabela de mai jos cuprinde cîteva date numerice, valabile pentru extragerea unui singur electron din atom şi exprimate în *electron-volţi*:

K	Hg	H	O	Kr	N	Ar	He
4,32	10,39	13,54	13,56	13,90	14,49	15,70	24,45

Din această tabelă ne putem da seamă cît de uşor, sau cît de greu se poate transforma un atom în ionul monovalent respectiv.

In special, ionizarea unui atom de heliu cere de şase ori mai multă energie, decît a unui atom de potasiu.

Intr-un cîmp electric, spaţiul de accelerare al ionilor gazoşi este limitat între două ciocniri consecutive cu moleculele, adică la lungimea drumului liber mijlociu λ.

Energia cinetică, transmisă unui singur ion monovalent va fi deci

$$W = eU_{\lambda}$$

în care U_{λ} reprezintă diferenţa de potenţial, în lungul distanţei λ.

Dar, într-un cîmp electric de intensitate E,

$$U = E\lambda \tag{214.1}$$

şi rezultă că

$$W = eE\lambda.$$

Pentru ca ionizarea prin ciocnire să devină posibilă, trebuie ca această energie să atingă o anumită valoare minimă, caracteristică gazului respectiv.

Această condiţie poate fi realizată pe două căi:

1) Sau menţinem presiunea normală, în care drumul liber mijlociu este foarte mic şi mărim intensitatea cîmpului, aplicînd o diferenţă de potenţial suficientă, între plăcile metalice care formează electrozii.

2) Sau reducem presiunea, ca să lungim drumul liber mijlociu, adică să mărim diferenţa de potenţial U_{λ}.

Evident, nimic nu ne împiedică să aplicăm simultan ambele procedee.

Totuşi, dacă gazul este prea rarefiat, o particulă oarecare îl străbate din parte în parte, fără să întîlnească nici o moleculă.

Probabilitatea ionizării este atuncia practic nulă.

Ca încheiere, mai menţionăm următoarele:

a) Dacă energia cinetică a particulei care ciocneşte o moleculă este mică, sîntem în cazul ciocnirilor *perfect elastice*, considerat ca o condiţie fundamentală, în teoria cinetică a gazelor.

Aceasta se întîmplă, efectiv, cîtă vreme temperatura nu măreşte peste măsură viteza de agitaţie termică.

b) Cînd ciocnirea este destul de violentă ca să producă ionizarea, energia cinetică nu se mai conservă, fiindcă se absoarbe parţial sau total, în expulzarea electronului.

Ciocnirea nu mai este atunci decît *semielastică*, sau chiar *moale*.

c) Dacă particula incidentă nu e în stare să ionizeze, dar izbuteşte să mute un electron satelit pe altă orbită, cu raza mai mare, de asemenea se absoarbe o cantitate de energie şi iarăşi ciocnirea pierde caracterul elastic.

Ionizarea sau excitarea unui atom înlătură caracterul elastic al ciocnirii.

Electronul nu rămîne însă pe orbita lărgită, ci revine pe orbita iniţială.

Atomul restituie atunci energia absorbită, sub forma de *radiaţii luminoase* şi vom spune că ciocnirea i-a comunicat o stare specială *de excitare*.

Incandescenţa flăcărilor şi diferite fenomene luminoase, ce însoţesc o descărcare electrică prin gaze, sînt consecinţe ale trecerii atomului, de la starea excitată, la starea normală.

§ 260. **Descărcarea la presiune redusă.** Trecerea descărcărilor electrice prin gaze dă naştere la o serie de fenomene complexe, despre care cunoştinţele noastre actuale sînt încă destul de imperfecte [1]).

---

[1]) In această problemă este cazul să menţionăm cercetările importante ale profesorilor *E. Bădărău* şi *Th. V. Ionescu*, de la Universitatea din Bucureşti.

In cele ce urmează, vom descrie aspectul calitativ al acestor fenomene, cu prea puţine indicaţii cantitative.

Observaţiile se pot face comod, într-un tub de sticlă, cu diametrul de 4—5 cm şi lungimea de 70—80 cm, legat la o pompă de vid convenabilă (fig. 189).

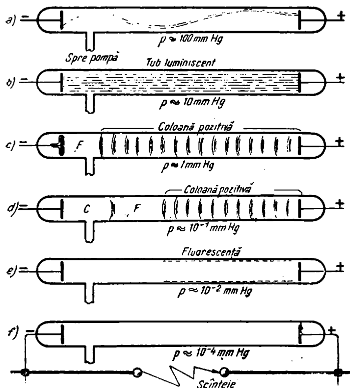


Fig. 189. Aspectele succesive ale descărcării electrice în gaze, la diferite presiuni.

La capete sînt introduşi, prin sudură în sticlă, doi electrozi metalici, între care aplicăm o diferenţă de potenţial de ordinul miilor de volţi.

1) Cîtă vreme presiunea gazului nu diferă prea mult de aceea barometrică normală, descărcarea electrică nu apare decît ca efluvii sau scîntei, sub diferențe mari de potențial.

2) În fig. 189, *a* presiunea s-a redus la 100 torr[1]) și continuă să scadă.

În lungul tubului, apar aici unul sau mai multe fire luminoase, șerpuite ca formă și nestabile ca poziție, care se îngroașă treptat.

3) În fig. 189, *b* sîntem sub 10 torr. Firișoarele au devenit o coloană luminoasă, care ocupă toată lărgimea tubului.

Culoarea ei depinde de natura gazului: roză în aer, verde în vapori de mercur, albastră în vapori de iod, roșie în hidrogen etc.

4) În fig. 189, *c* presiunea s-a coborît pînă la 1 torr, sau ceva mai puțin.

Catodul se înfășură într-o pătură luminoasă, după care urmează așa numitul *spațiu întunecat al lui Faraday*, notat în figură cu *F*.

În continuarea lui, sprijinită pe anod, se găsește *coloana luminoasă pozitivă* pe care, de obicei, apar stratificări, alternativ luminate și întunecate.

5) În fig. 189, *d* presiunea s-a coborît sub 0,1 torr. Pătura de lumină, ce învelea catodul, s-a depărtat în tub, lăsînd în urmă o regiune întunecată, care se numește *spațiul lui Crookes* și este notată în figură cu *C*.

Spațiul lui Faraday s-a depărtat și el, iar coloana pozitivă s-a scurtat.

6) În fig. 189, *e* presiunea s-a redus la mai puțin de 0,01 torr. Coloana pozitivă și spațiul lui Faraday au dispărut, în vreme ce spațiul lui Crookes a invadat întreaga lungime a tubului.

Descărcarea mai trece totuși, însoțită de o slabă lumină roză și, în același timp, apare o intensă fluorescență verde a pereților de sticlă, mai ales în regiunea opusă catodului.

Această fluorescență se datorește ciocnirilor exercitate acolo de un fascicul de electroni, ce pleacă de pe suprafața catodului, se accelerează în cîmpul electric și formează așa numitele *raze catodice*, despre care vom discuta mai tîrziu.

[1]) Amintim că un torr înseamnă un milimetru de mercur.

7) In fig. 189, *f* am ajuns cu presiunea pînă aproape de 0,000 1 torr. Orice fenomene luminoase dispar şi curentul electric nu mai trece, din lipsă de transportori.

Coloana gazoasă mai conţine încă cel puţin 10^{12} molecule, în fiecare centimetru cub, dar drumul liber mijlociu a devenit mai mare decît lungimea tubului şi probabilitatea de ionizare poate fi considerată ca practic nulă.

1. *Raze pozitive şi negative.* De astă dată vom face descărcarea electrică printr-un tub, în care plăcile metalice care formează anodul şi catodul sînt perforate (fig. 190).

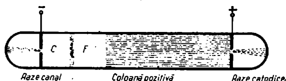


Fig. 190. Raze pozitive şi negative.

In coloana gazoasă vor apare, prin fenomenul de ionizare:

1) Atomi cari au pierdut unul sau mai mulţi electroni sateliţi, adică *ioni pozitivi.*

2) *Electroni liberi,* expulzaţi din aceşti atomi şi

3) Atomi neutri cari au ataşat un electron suplimentar şi au devenit *ioni negativi.*

Toate aceste particule se accelerează în cîmpul electric şi se îndreaptă, cele pozitive spre catod, iar cele negative spre anod.

Majoritatea sînt captate de plăcile metalice, pe care-şi depun sarcina electrică, dar celelalte scapă prin găuri, în dosul lor, unde cîmpul tinde apoi să le frîneze.

In spatele catodului se formează astfel un fascicul de ioni pozitivi, care trasează o dîră canalizată, de lumină palidă.

Prin electrozi găuriţi, razele pozitive trec în dosul catodului şi cele negative în dosul anodului.

Acestea sînt aşa numitele *raze-canal,* sau *raze pozitive.*

Tot aşa se formează, în dosul anodului, un fascicul rectiliniu de *raze negative,* care transportă electronii liberi, împreună cu ionii negativi.

Dar acești electroni pot să provină nu numai din atomii gazului:

Dacă presiunea din tub este mică, ionii pozitivi dispun de un spațiu larg de accelerare și sosesc pe suprafața catodului cu viteză mare.

Metalul catodului bombardat cu ioni pozitivi, emite electronii care formează razele catodice.

Bombardarea smulge atunci electroni din metal și astfel rezultă razele catodice, despre care am vorbit mai sus.

Acești electroni urmează traiectorii perpendiculare pe suprafața catodului și numărul lor domină din ce în ce mai mult pe al ionilor negativi, pe măsură ce scade presiunea.

Ca să constatăm semnul electrizărilor, pentru fiecare din cele două fascicule, putem introduce, în calea lor, cîte un cilindru metalic, legat la un electroscop.

Mai putem constata că ele transportă sarcini electrice și din faptul că deviază un ac magnetic, așezat în apropierea tubului, după cum și ele însele sînt deviate de un magnet.

2. *Variația de potențial în coloana gazoasă.* Dacă introducem, în lungul tubului, mai multe fire metalice sudate în sticlă și le conectăm succesiv la vergeaua unui

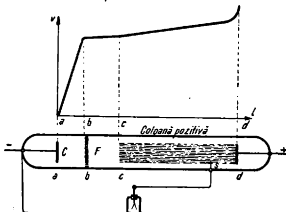


Fig. 191. Variația potențialului față de catod, la descărcarea electrică sub presiune redusă.

electroscop, a cărui cutie de protecţie o legăm la catod, constatăm că potenţialul variază, în coloana gazoasă, aşa cum arată curba reprezentativă din fig. 191 sus.

In aceeaşi figură am reprezentat şi diferitele spaţii obscure sau luminoase, ce apar în tub.

In apropierea electrozilor potenţialul sufere o variaţie rapidă, mai ales la catod.

Pe această curbă se vede o creştere foarte rapidă, în spaţiul lui Crookes, urmată de alta foarte lentă, în spaţiul lui Faraday.

Apoi creşterea devine iarăşi ceva mai rapidă şi se accentuează în apropierea anodului.

Cunoscînd acestea şi făcînd abstracţie de ciocnirile suferite, să considerăm un *ion pozitiv.*

El merge de la anod spre catod şi suferă întîi o mică accelerare, în coloana pozitivă, iar apoi alta, mult mai mare, în căderea de potenţial din preajma catodului.

Ajuns aici, pierde şi sarcina electrică şi energia cinetică, dar expulzează electroni din metal, care pleacă spre anod.

Aceştia suferă, de la început, o accelerare bruscă şi ajung în coloana pozitivă cu energie cinetică, destulă ca să ionizeze, ori să excite moleculele întîlnite.

3. *L a m p a c u v a p o r i d e m e r c u r.* Dacă anodul şi catodul, într-un tub de sticlă din care am scos aerul, sînt făcuţi din mercur, putem întreţine o descărcare, sub forma unui *arc electric,* dacă înclinăm întîi tubul, ca să aducem electrozii în contact provizoriu.

Se produce atunci o ionizare intensă a vaporilor de mercur şi o lumină puternică, de culoare verde-albăstruie.

Această lampă are aplicaţii practice multiple şi este reprezentată în fig. 192.

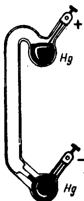


Fig. 192. **Lampa cu vapori de mercur.**

Lumina emisă conţine o cantitate mare de radiaţii ultraviolete, care nu străbat prin sticla ordinară, dar străbat uşor prin sticla de cuarţ.

Ele au proprietăţi bactericide, ionizante şi fotochimice, care le fac utile în practica medicală, în tehnica sterilizărilor şi în laboratoare.

Cu toată lumina intensă, lampa cu vapori de mercur este improprie în luminatul apartamentelor, fiindcă falsifică culorile şi dă pielii o aparenţă cadaverică.

Din verde, această lumină devine galbenă şi cîştigă mult în intensitate, dacă mercurul este amestecat cu sodiu.

Sub această formă, tipuri speciale de lămpi sînt folosite pe scară mare, pentru luminarea şoselelor, a fabricilor şi a gărilor.

Un progres important a fost realizat de *Vavilov*[1]), prin introducerea tubului cu vapori de mercur, într-un manşon de sticlă, acoperit la interior cu anumite substanţe fluorescente, care produc atunci, sub acţiunea ultravioletului, o lumină intensă, fie albă, fie colorată.

Aceste lămpi au, faţă de becurile obişnuite şi avantajul unui consum redus de energie electrică.

§ 261. **Potenţialul exploziv.** O descărcare electrică în gaze ar putea fi privită ca o cursă de obstacole, cu relee:

Am văzut că un *ion pozitiv,* accelerat în cîmp, care a izbutit să ionizeze o moleculă, îşi consumă energia cinetică.

Pe lîngă faptul că este frînat, el poate să ataşeze, ca satelit, electronul pe care l-a zmuls şi să devină, la rîndul lui, o moleculă neutră.

Mişcarea este reluată atunci de ionul format, care se accelerează, pînă la o nouă ciocnire ionizantă.

Intre două astfel de ciocniri, distanţa parcursă cuprinde tocmai diferenţa de potenţial de ionizare.

Diferenţa de potenţial explozivă se măsoară între anod şi catod în momentul cînd apare descărcarea.

Ea nu trebuie să fie confundată cu aşa numita *diferenţă de potenţial explozivă,* care se măsoară *între anod şi catod,* în momentul cînd apare descrăcarea.

Denumirea se înlocuieşte cu aceea de *potenţial exploziv,* dacă alegem, ca zero de referinţă, chiar potenţialul catodului.

Legea lui Paschen. Dacă notăm cu d distanţa dintre anod şi catod, presupuşi plani şi paraleli, iar cu p presiunea gazului, experienţa ne arată că:

[1]) *Serghei I. Vavilov* (1891—1954), fost profesor la Moscova şi preşedinte al Academiei de Ştiinţe din U.R.S.S.

La temperatură constantă, potențialul exploziv depinde numai de produsul pd.

Această lege, care de altfel poate fi dedusă și teoretic, a fost găsită de *Paschen* [1]).

De altă parte, se vede imediat că, în condiții date, produsul *pd* este, la rîndul lui, proporțional cu masa gazului, cuprins între anod și catod.

In aceste condiții, legea lui Paschen poate fi enunțată și sub forma:

Potențialul exploziv depinde numai de masa gazului cuprins între electrozi.

Potențialul exploziv depinde numai de masa gazului cuprins între electrozii plani și paraleli.

Figura 193 reprezintă grafic variația potențialului exploziv, notat cu *V*, în funcție de produsul *pd*, în aer.

Curba, trasată experimental, trece printr-un minimum, corespunzător potențialului de 340 V.

Din examinarea ei, putem ajunge la unele concluzii, în aparență paradoxale:

Presupunînd, bunăoară, că păstrăm o presiune constantă și apropiem treptat electrozii, așa ca produsul *pd* să ne ducă în regiunea descendentă a curbei, o scădere mai departe a distanței mărește potențialul exploziv.

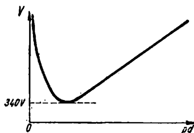


Fig. 193. Legea lui Paschen.

Există deci condiții, în care descărcarea electrică se produce mai greu la distanțe mici și preferă drumul cel mai lung.

Explicația este simplă, dacă ne gîndim la condițiile de formare ale ionilor.

§ 262. **Emisiunea termoelectronică.** Descărcarea disruptivă, odată pornită, se întreține de la sine, cîtă vreme cîmpul electric

[1]) *Friedrich Paschen* (1865—1947), fizician german, fost profesor la Tübingen.

nu scade sub o limită dată, fiindcă gazul își fabrică singur transportorii, fie prin ionizare, fie prin bombardarea cu ioni a electrozilor metalici.

Vom spune deci că ea este *autonomă*.

Există însă și cazuri în care mediul de transmitere nu intervine cu nimic în formarea transportorilor de electricitate:

Ioni sau electroni liberi pot să existe chiar în vid, ca rezultat al desfășurării unor procese particulare, de pildă în transformările radioactive, prin acțiunea luminii asupra metalelor sau altor substanțe, prin încălzirea conductorilor la incandescență și așa mai departe.

Lăsînd, momentan, la o parte pe celelalte, ne vom ocupa, în cele ce urmează, de emisiunea *termoelectronică* a corpurilor incandescente.

Agitația termică și întîmplarea pot face ca o parte din electronii unui conductor să se îndrepte spre suprafața liberă, cu tendința să iasă afară.

Dar, la temperatura ordinară, șansele de a părăsi conductorul sînt foarte reduse, fiindcă cei ce au ieșit îl lasă încărcat pozitiv și sînt atrași înapoi.

Ca în toate cazurile similare, se formează astfel o *pătură dublă,* pozitivă pe fața interioară și negativă pe cea exterioară, adică un cîmp electric și o diferență de potențial U_e ce opun o barieră ieșirii altor electroni.

Această barieră nu va putea fi trecută, decît cu condiția ca electronul, de masă m și sarcină electrică e, să aibă cel puțin energia cinetică

$$\frac{1}{2}mu^2 = eU_e = A \qquad (262.1)$$

în care u reprezintă viteza de translație.

Un conductor poate să emită electroni a căror energie cinetică întrece travaliul de extracție.

Trecerea prin bariera de potențial consumă deci energia cinetică a electronului, sub forma unui lucru mecanic *de extracție A.*

La rece, probabilitatea de apariţie a vitezei minime u, dictată de repartiţia maxwelliană, este practic nulă, dar ea poate să devină destul de mare, la temperatura de incandescenţă.

Probabilitatea de ieşire a electronilor creşte cu temperatura.

În tot cazul, creşterea temperaturii măreşte numărul electronilor ce ar putea să părăsească conductorul.

Dar electronii cari au ieşit nu mai au energie cinetică şi de aceea nu se răspîndesc în spaţiu decît cu încetul, fie prin respingerea reciprocă, fie prin acţiunea ciocnirilor moleculare, dacă au pătruns într-un gaz.

Electronii plecaţi de pe conductor crează o sarcină spaţială care sistează eşirea celorlalţi.

Ei staţionează în jurul conductorului şi crează o *sarcină spaţială* negativă, care sistează automat eşirea celorlalţi, chiar dacă ar avea energie cinetică, destulă ca să treacă bariera de potenţial.

Modelul mecanic din fig. 194 arată intuitiv cum se petrec aceste fenomene:

Intr-un vas, cu margina lată şi orizontală, se agită mai multe bile, cu viteze de translaţie diferite.

Panta de urcat este comparabilă cu bariera de potenţial şi numai acele bile vor putea să iasă, care au energia cinetică necesară.



Fig. 194. Model mecanic pentru emisiunea termoelectronică.

Anularea vitezei le opreşte însă pe marginea vasului şi această îngrămădire împiedică ieşirea celorlalte, printr-o acţiune, dacă nu identică, totuşi comparabilă cu a sarcinii spaţiale din jurul conductorilor.

Ca să împiedicăm staţionarea, e de ajuns ca margina vasului să fie puţin înclinată, spre exterior şi atunci acţiunea cîmpului pămîntesc le rostogoleşte la vale.

Analog, sarcina spaţială poate fi total sau parţial înlăturată, dacă intervine un cîmp electric, în care catodul este însuşi conductorul incandescent.

Electronii pleacă atunci spre anod şi rezultă un curent electric, pe care-l putem evidenţia cu un galvanometru sensibil, intercalat în circuit, ca în fig. 183.

Dar mobilitatea lor în aer, la presiunea normală, este mică, aşa că intensitatea curentului nu poate fi decît foarte slabă, cîtă vreme nu apare descărcarea disruptivă.

De aceea, ca să evităm complicaţia ciocnirilor moleculare şi eventuale transporturi ionice, va trebui ca fenomenul să fie cercetat în vidul înalt.

Dispozitivul experimental, reprezentat în fig. 195, este următorul:

Un filament metalic F este adus la incandescenţă, cu o baterie de acumulatori, sau cu orice altă sursă de curent, ca într-un bec electric obişnuit.

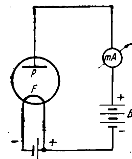


Fig. 195. Emisiunea termoelectronică în vid.

In faţa lui se găseşte o placă P, iar sistemul e introdus într-un balon de sticlă, în care s-a făcut un vid mai înaintat.

O altă baterie B, conectată *cu polul pozitiv la placă şi cu cel negativ la filament,* menţine o diferenţă de potenţial U_a, pe care o putem varia după voie.

Miliampermetrul intercalat în circuit ne arată atunci prezenţa unui curent electric, ce transportă electronii de la filament spre placă (anod).

Intensitatea lui variază cu diferenţa de potenţial aplicată, după curba experimentală din fig. 196, *a*.

Această curbă arată, la început, o creştere lentă, urmată de alta mai rapidă şi se termină cu o porţiune orizontală, pe care se menţine o intensitate constantă, *de saturaţie,* notată cu I_s.

Interpretarea este următoarea:

1) In cîmpurile slabe, liniile de forţă se termină în zona periferică a sarcinii spaţiale, care acţionează ca un ecran electric, între placă şi filament.

Aici electronii sînt, relativ, puţini la număr şi de aceea curentul are intensitate mică.

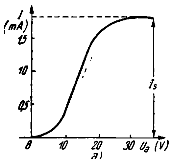


Fig. 196., *a*. Curba caracteristică a diolei.

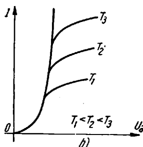


Fig. 196, *b*. Curba caracteristică a diodei pentru diferite temperaturi ale filamentului.

2) Pe măsură ce sarcina spaţială este măturată, prin creşterea treptată a diferenţei de potenţial aplicate, liniile de forţă pătrund mai adînc, întîlnesc din ce în ce mai mulţi electroni, pe care cîmpul îi transportă spre anod şi astfel apare variaţia rapidă, observată pe curbă.

3) *Cînd sarcina spaţială a fost complet înlăturată, anodul captează toţi electronii, pe care filamentul este capabil să-i libereze, la temperatura respectivă.*

La o temperatură dată, creşterea diferenţei de potenţial măreşte curentul electronic, pînă la saturaţie.

În acest moment, intensitatea curentului atinge valoarea-limită, de saturaţie, notată cu I_s.

4) Dacă ridicăm temperatura filamentului, prin intensificarea curentului de încălzire, creşte şi curentul de saturaţie, fiindcă sporul de energie cinetică al agitaţiei termice permite să iasă mai mulţi electroni.

În fig. 196, *b* am reprezentat aspectele succesive ale curbei, la temperaturile crescătoare T_1, T_2, T_3 etc.

De remarcat că, pe porţiunile ascendente comune, traseul nu suferă nici o modificare.

Considerînd emisiunea termoelectronică drept un fenomen analog evaporării şi aplicînd procedeele statistice, din teoria cinetică a gazelor, *O. Richardson*[1]) a calculat că intensitatea curentului de saturaţie, pe centimetrul pătrat de catod încălzit, la temperatura absolută T, este

$$I_s = ae^{-\frac{b}{T}} \cdot T^{\frac{1}{2}} \qquad (262.2)$$

în care a este o constantă universală, pentru care teoria duce la valoarea 60,2 $A \cdot cm^{-2} \cdot grd^{-1/2}$, iar b de asemenea o constantă, caracteristică fiecărei substanţe şi legată de valoarea travaliului de extracţie respectiv.

1. *Emisiunea termoionică.* Din metalele care conţin impurităţi, ori din anumite săruri metalice, mai ales alcaline, încălzirea la incandescenţă poate să elibereze ioni pozitivi.

Sărurile alcaline sau impurităţile din metale pot să emită ioni pozitivi.

Ei pot fi transportaţi de cîmpul electric dacă, inversînd conexiunile bateriei, facem ca substanţa emiţătoare să devină anod.

2. *Aplicaţii practice.* Dispozitivul din fig. 195 constituie un tub (sau lampă) cu doi electrozi, care se mai numeşte încă şi *diodă* sau *kenotron*[2]).

El are diferite aplicaţii practice, mai ales la *redresarea* curentului alternativ, adică la schimbarea unui curent care-şi inversează sensul, de un număr oarecare de ori pe secundă, într-un curent care să circule într-un singur sens.

În adevăr, dacă, în locul bateriei B, conectăm o tensiune alternativă, curentul nu apare decît pentru alternanţa care face placa pozitivă şi filamentul negativ.

Pot fi redresate aşa tensiuni pînă la cîteva sute de mii de volţi.

În ce priveşte intensitatea curentului electronic, ea depinde de natura catodului, de suprafaţă şi de temperatura lui.

La un catod de wolfram, încălzit la 2300 °C, curentul de saturaţie atinge cam doi amperi pe centimetrul pătrat.

În tuburile mai mici se întrebuinţează şi catozi de nichel, acoperiţi cu oxid de bariu care, la 500 °C, au emisiunea electronică mai mare decît wolframul la 2 300 °C.

Tot ca redresori se întrebuinţează în industrie tuburi speciale, în care anodul este de fier sau de grafit, iar catodul de mercur.

În ele se formează un arc electric, prin ionizarea intensă a vaporilor de mercur.

Exemple numerice. 1) *Să se calculeze intensitatea cîmpului electric, în stare să determine ionizarea prin ciocnire a hidrogenului, la presiunea scăzută în care drumul liber mijlociu este* $\lambda = 10^{-2}$cm.

[1]) *Owen Richardson* (n. în 1879), fizician american.

[2]) Ultima denumire este consacrată tuburilor redresoare de curent.

Se va lua energia de ionizare a hidrogenului 13,54 eV.
Egalînd energia necesară unei particule ionizante monovalente cu lucrul mecanic în cîmpul electric avem

$$W=eU=eE\lambda$$

şi rezultă că

$$E=\frac{U}{\lambda}=\frac{13{,}54}{10^{-2}}=1\,354 \text{ V/cm}.$$

2) *Să se calculeze viteza pe care o capătă un proton* (ion de hidrogen) *cînd străbate diferenţa de potenţial de un volt.*
Relaţia

$$Ue=\frac{1}{2}mv^2 \qquad (259.1)$$

ne dă

$$v=\sqrt{2\frac{e}{m}U.}$$

Dar la proton (§ 241)

$$\frac{e}{m}=9{,}578\cdot10^4 \text{ C/g}$$

sau

$$\frac{e}{m}=9{,}578\cdot10^7 \text{ C/kg},$$

şi rezultă că

$$v=\sqrt{2\cdot9{,}578\cdot10^7\cdot1}=1{,}39\cdot10^4 \text{ m/s}.$$

3) *Un electroscop, cu capacitatea electrostatică de 6 cm, a fost încărcat* la 300 V. *După 30 de minute se constată că potenţialul a scăzut la* 290 V.

Să se calculeze intensitatea curentului de descărcare şi numărul de ioni monovalenţi pe care i-a transportat.
Scăderea de 10 V a potenţialului reprezintă 1/30 u. CGS e.s. şi relaţia:

$$Q=CV \qquad (218.1)$$

ne dă

$$I=\frac{Q}{t}=\frac{6}{30\cdot30\cdot60}=1{,}1\cdot10^{-4} \text{ u.CGS e.s.}$$

dar

$$e=4{,}8\cdot10^{-10} \text{ u.CGSe.s.}$$

Prin urmare numărul sarcinilor transportate este

$$\frac{Q}{e}=\frac{CV}{e}=\frac{6}{30\cdot4{,}8\cdot10^{-10}}=4{,}18\cdot10^8.$$

PARTEA A ŞAPTEA

CIMPUL MAGNETIC

CAPITOLUL XXXV

MAGNETOSTATICA

§ 263. **Magneţi. Dipoli magnetici.** Există unele minereuri, la care s-a observat de mult însuşirea că atrag pilitura sau bucăţile mici de fier, tot aşa cum chihlimbarul atrage obiectele uşoare.

Dar chihlimbarul capătă această proprietate prin frecare, pe cînd minereurile amintite o au de la natură.

Aceste minereuri sînt oxizi de fier ($FeO+Fe_2O_3$) sau sulfuri ($6FeS+Fe_2S_3$) şi au fost găsite mai întîi în apropierea oraşului *Magnesia*, din Asia Mică, de unde şi numele de *magneţi*.

Insuşirea magnetică se transmite, prin contact sau prin influenţă, anumitor metale sau aliaje, din care unele o păstrează apoi definitiv, în proporţie mai mare sau mai mică.

Aceste metale devin astfel *magneţi artificiali*, spre deosebire de minereurile amintite, care sînt *magneţi naturali*.

Magneţii artificiali pot să aibă diferite forme: bară, potcoavă, cilindru etc. Ei sînt făcuţi, de obicei, din oţel călit, afară de cazurile cînd se cer anumite calităţi deosebite.

O bară magnetizată, suspendată de un fir sau aşezată pe un vîrf ascuţit, se orientează, aproximativ, pe direcţia meridianului geografic.

De aceea se numeşte *pol nord* capătul care se îndreaptă spre *Nord* şi *pol sud* acela ce se îndreaptă spre *Sud*.

Este uşor de constatat că:

1) *Insuşirile magnetice se manifestă numai la capetele care constituie polii.*

2) *Intre doi magneţi, polii cu acelaşi nume se resping, iar cei cu nume diferite se atrag.*

Prin convenţie, se mai notează încă polul *nord* cu + şi polul *sud* cu —.

Magnetul, de lungime *l*, se comportă deci ca un *dipol* şi dacă am conveni să admitem, cu rezervele pe care le vom semnala mai jos, că fiecare capăt conţine o sarcină (sau masă) magnetică $\pm m$, atunci momentul dipolar va fi

$$M_m = m \cdot l \qquad \textbf{(263.1)}$$

tot aşa cum la dipolul electric (§ 208)

$$M_e = Q \cdot l.$$

Dar două sarcini electrice pot fi separate una de alta şi un dipol electric, tăiat în două, păstrează pe fiecare jumătate cîte o singură sarcină, pozitivă sau negativă.

Aceasta nu este cu putinţă la dipolii magnetici fiindcă, tăind mereu în două bara magnetizată, fiecare bucată rămîne mai departe un dipol, adică un magnet complet, chiar dacă am putea împinge divizarea pînă la dimensiunile atomice.

Sarcinile magnetice ale unui dipol sînt inseparabile.

Există corpuri, sau particule, care poartă sarcini electrice de un singur semn, dar nu există sisteme sau particule, care să poarte o singură sarcină magnetică.

În fond, ideea existenţei unor sarcini magnetice nu este decît o simplă ipoteză de lucru, admisă convenţional.

Existenţa unor sarcini magnetice nu e decît o simplă ipoteză convenţională.

Ele nici nu pot să existe ca atare fiindcă, după cum vom vedea ulterior, fenomenele constatate sînt numai o consecinţă a transportului de sarcini electrice, fie printr-un conductor, fie în interiorul atomului.

Dar totul se petrece ca şi cum ar exista şi de aceea, cu toate că nu este indispensabil, vom folosi noţiunea de sarcină sau masă magnetică, în măsura în care ne poate ajuta să înţelegem anumite fenomene, prin comparaţie cu echivalentul lor electric, sau să urmărim dezvoltarea istorică a capitolului.

§ 264. **Legea lui Coulomb, consecinţă.** Pe lîngă cunoscutele cercetări, asupra forţelor electrice, Coulomb a studiat experimental şi forţele de interacţiune magnetică.

Legea găsită, identică cu cea din electrostatică (§ 195), ne arată iarăşi o proporţionalitate inversă cu pătratul distanţei şi se exprimă prin relaţia

$$\boxed{F=\frac{1}{\mu}\cdot\frac{m_1m_2}{r^2}} \tag{264.1}$$

în care μ caracterizează mediul, din punct de vedere magnetic şi se numeşte *permeabilitate magnetică.*

Este de la sine înţeles că relaţia de faţă nu ar putea să fie aplicată, decît la două bare magnetice foarte lungi, în raport cu distanţa *r,* fiindcă altfel intervine sensibil şi acţiunea polilor de la capetele opuse.

Valoarea şi dimensiunile fizice ale permeabilităţii sînt în funcţie de sistemul unităţilor alese.

In sistemul CGS, fixăm arbitrar $\mu_0=1$ în vid şi fără dimensiuni fizice.

Procedînd ca în electrostatică, vom pleca de la convenţia că permeabilitatea e un simplu număr, fără dimensiuni fizice, a cărui valoare, în vid, o fixăm arbitrar

$$\mu_0=1.$$

In aceste condiţii, putem defini o unitate CGS de masă magnetică, pe care o vom încadra ulterior în aşa numitul *sistem electromagnetic.*

Deocamdată o vom considera numai ca unitate *magnetostatică* şi o vom indica prin iniţialele CGS, ca şi alte unităţi derivate.

La distanţa de 1 cm, două mase magnetice-unitate interacţionează în vid cu forţa de o dynă.

Vom spune deci că, în vid şi la distanţa de un centimetru, unitatea CGS de masă magnetică acţionează cu forţa de o dynă, asupra altei mase magnetice, de aceeaşi mărime cu dînsa.

In cadrul acestei definiţii, se vede imediat că dimensiunile fizice vor fi

$$[m]=L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$$

adică aceleaşi ca la sarcina electrică, în sistemul CGS electrostatic.

Identitatea legilor lui Coulomb, în electricitate şi magnetism, are, între altele, următoarele consecinţe imediate:

1) Ne permite să transpunem relaţia (199.2) şi să exprimăm intensitatea cîmpului magnetic produs de o masă punctiformă, la distanţa r.

Notînd-o cu H, vom avea deci

$$H=\frac{1}{\mu}\frac{m}{r^2} \qquad \textbf{(264.2)}$$

cu consecinţa imediată că, pentru o masă magnetică m_1, introdusă în cîmp, forţa exercitată va fi

$$F=m_1\cdot H. \qquad (264.3)$$

De aici putem defini o unitate CGS, pentru cîmpul magnetic. numită *oersted*[1] (Oe):

Un oersted este intensitatea cîmpului, în care unitatea de masă magnetică e supusă forţei de o dynă.

Ea reprezintă intensitatea cîmpului în care unitatea CGS de masă magnetică ar fi supusă acţiunii unei forţe de o dynă.

2) Putem exprima potenţialul, în jurul unei mase magnetice, printr-o relaţie analogă cu (215.2):

$$V_H=\frac{1}{\mu}\frac{m}{r}. \qquad \textbf{(264.4)}$$

Dar această relaţie are mai mult o semnificare convenţională fiindcă, ţinînd seamă de situaţia reală, va trebui mai curînd să ne referim la potenţialul din jurul unui dipol, cu momentul M_m.

Ca şi în (217.1), vom scrie deci că potenţialul, în jurul dipolului, la distanţa r şi pe o linie înclinată de unghiul α, este

$$V_H=\frac{1}{\mu}\cdot\frac{M_m}{r^2}\cos\alpha. \qquad \textbf{(264.5)}$$

---

[1]) ***Hans Christian Oersted*** **(1777—1851), fizician danez care a descoperit acţiunea curenţilor electrici asupra magneţilor.**

3) Analog, dacă ţinem seamă că

$$H=-\frac{dV_H}{dr}\tag{264.6}$$

expresia potenţialului ne dă, prin derivare, componentele radială şi tangenţială, în cîmpul dipolului, aşa cum am făcut în § 217. Ele sînt:

$$H_r=\frac{1}{\mu}\cdot\frac{2M_m}{r^3}\cos\alpha \quad \text{şi} \quad H_t=\frac{1}{\mu}\cdot\frac{M_m}{r^3}\sin\alpha.\tag{264.7}$$

4) Ne permite să definim imediat fluxul φ al cîmpului magnetic, printr-o relaţie similară cu (204.1):

$$\varphi=HS\cos\alpha.\tag{264.8}$$

5) Ne arată că teoremele lui Gauss (§ 203) şi Coulomb (§ 207), împreună cu toate consecinţele lor, se aplică şi în cîmpul magnetic, dacă ne referim la polii unui magnet, aşa de lung, încît să-i putem considera ca separaţi.

Dar magneţii sînt întotdeauna dipolari şi, de aceea, fluxul ambilor poli, printr-o suprafaţă închisă, este totdeauna nul.

§ 265. **Inducţia magnetică.** În electrostatică, am definit inducţia electrică (sau cîmpul de inducţie) prin relaţia

$$D=\varepsilon E\tag{200.1}$$

în care intensitatea cîmpului electric este înmulţită cu permitivitatea mediului.

Inducţia se exprimă prin produsul dintre intensitatea cîmpului magnetic şi permeabilitatea mediului.

Analog, inducţia magnetică se exprimă prin produsul dintre intensitatea cîmpului magnetic şi permeabilitatea mediului.

Ea se notează totdeauna cu B şi vom avea, conform definiţiei,

$$\boxed{B=\mu H}.\tag{265.1}$$

Ştiind că

$$H=\frac{1}{\mu}\cdot\frac{m}{r^2}$$

se vede imediat că mărimea B, astfel definită cu ajutorul legii lui Coulomb, devine independentă de permeabilitatea mediului, aşa cum inducţia electrică era independentă de permitivitate.

Ţinînd seamă de dimensiunile masei magnetice şi de convenţia că permeabilitatea e un simplu număr, vom avea

$$[H]=L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1} \quad \text{şi} \quad [B]=L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}.$$

Prin urmare, în sistemul CGS, ambele mărimi au aceleaşi dimensiuni fizice, iar valorile numerice se confundă, cînd mediul este vidul.

Vom vedea însă mai tîrziu că aceasta nu se mai întîmplă în alte sisteme de unităţi.

Unitatea CGS de inducţie magnetică se numeşte gauss.

Ca să facem, totuşi, o distincţie, s-a dat unităţii CGS de *inducţie magnetică* numele special de *gauss (Gs)*.

Tot aşa cum am definit un flux al cîmpului magnetic, vom defini un flux de inducţie, pe care-l vom nota totdeauna cu Φ [1]). El este

$$\boxed{\Phi=BS\cos\alpha}. \tag{265.2}$$

Un maxwell reprezintă fluxul inducţiei de un gauss, normal pe suprafaţa de un centimetru pătrat.

In sistemul CGS, vom lua ca unitate fluxul inducţiei de un gauss, care străbate normal suprafaţa de un centrimetru pătrat.

Această unitate de flux reprezintă un m*axwell* (Mx).

§ 266. **Liniile de forţă magnetice.** Dacă se presară pilitură de fier pe un carton, sub care se află unul sau mai mulţi magneţi, firişoarele metalice se magnetizează prin inducţie, devin dipolare

[1]) Φ = literă grecească mare, numită *fi*.

şi se orientează tangent la liniile de forţă ale cîmpului, în punctul respectiv (fig. 197, *a*, *b*).

Ele formează şiraguri continue, în lungul acestor linii de forţă, adică ceea ce numim un *spectru magnetic*.

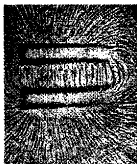


Fig. 197, *a*. Spectrul unui magnet în formă de potcoavă.

Se observă aceleaşi trasee curbate, ca în cîmpul electric, aceeaşi îndesire în regiunile cu cîmpuri mai intense, aceleaşi echidistanţe şi paralelism, în cîmpurile uniforme.

Ca şi în cîmpul gravitaţional, sau în cîmpul electric, interacţiunile magnetice se transmit din aproape în aproape, prin mediul de propagare, iar cîmpul magnetic este unul din aspectele materiei.

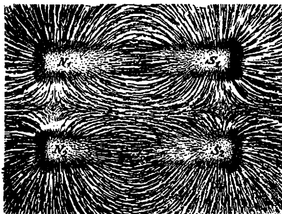


Fig. 197, *b*. Spectrul magnetic între două care cu polii contrari faţă în faţă.

Vom considera ca valabile convenţiile făcute în § 201 şi § 202, după care :

1) Sensul liniilor de forță este acela în care ar fi solicitat un pol pozitiv, adică polul nord al unui ac magnetic, sau al unui dipol oarecare.

Polul nord al unui dipol se orientează în sensul liniilor de forță.

Aceasta înseamnă că, la orice magnet, liniile de forță intră prin polul sud şi **ies prin polul nord.**

2) Orice flux-unitate al cîmpului magnetic sau de inducție poate fi reprezentat simbolic printr-o singură linie de forță, ce traversează o suprafață dată.

§ 267. **Acțiunea directoare a cimpului.** Să considerăm un magnet mobil, într-un cîmp magnetic *uniform,* de intensitate H (fig. 198).

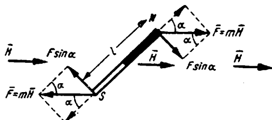


Fig. 198. Cuplul de rotație al acului magnetic.

Masele magnetice ale polilor vor fi solicitate de forțele egale, paralele şi de sens contrar

$$F = mH$$

care formează un cuplu, ce tinde să rotească magnetul, ca să-l orienteze paralel cu liniile de forță.

Figura ne arată că momentul mecanic al acestui cuplu este

$$Fl \sin \alpha = mHl \sin \alpha = M_m H \sin \alpha$$

sau

$$Fl = mHl = M_m H. \tag{267.1}$$

Produsul dintre momentul magnetic şi intensitatea cîmpului este egal cu momentul cuplului mecanic.

Prin urmare, produsul dintre momentul magnetic şi intensitatea cîmpului este egal cu momentul de rotaţie al cuplului mecanic.

Relaţia de faţă ne mai arată că

$$M_m = \frac{F \cdot l}{H}$$

aşa că momentul magnetic se poate exprima în dyn · cm/Oe.

Dacă am vrea ca, în locul cîmpului magnetic, să introducem inducţia, e destul să ţinem seamă de (265.1) şi atunci

$$F \cdot l = \frac{m \cdot l}{\mu} \cdot B = \frac{M_m}{\mu} \cdot B. \qquad \textbf{(267.2)}$$

Intr-un cîmp uniform, acţiunea cuplului nu poate face decît să rotească magnetul.

Intr-un cîmp uniform, acul magnetic nu suferе decît o mişcare de rotaţie.

Dar dacă nu sîntem în cîmp uniform, cele două forţe, aplicate la capetele magnetului, nu mai sînt egale şi, afară de mişcarea de rotaţie, mai apare şi alta, de translaţie, spre regiunea unde cîmpul are intensitate mai mare.

Pămîntul se comportă ca un magnet, al cărui cîmp este uniform, într-o regiune restrînsă. De aceea el nu face decît să rotească acul busolei.

Dar, în apropierea unui magnet, cîmpul nu mai este uniform şi acul este atras cu totul, dacă nu e fixat pe suport.

§ 268. **Intensitatea de magnetizare.** In § 208 am definit mărimea numită *polarizare*, sau *intensitate de polarizare*, prin relaţia

$$P = \frac{Q \cdot l}{V} = \frac{M_e}{V}, \qquad \textbf{(208.1)}$$

adică prin raportul dintre momentul electric, pe care-l capătă substanţa introdusă în cîmp şi volumul ei.

Analog, vom considera în magnetism o *intensitate de magnetizare*, definită prin relaţia

$$J = \frac{M_m}{V}. \qquad \textbf{(268.1)}$$

Raportul dintre momentul magnetic și volum reprezintă intensitatea de magnetizare.

Ținînd seamă de dimensiunile fizice, se vede imediat că, în sistemul CGS, vom exprima intensitatea de magnetizare în dyn/Oe · cm².

De asemenea este ușor de văzut că, deoarece $V=S \cdot l$,

$$J=\sigma \tag{268.2}$$

și regăsim egalitatea dintre intensitatea de magnetizare și densitatea magnetică superficială, semnalată la intensitatea de electrizare, adică la *polarizarea* dielectricilor.

Factorul de proporționalitate între intensitatea de magnetizare și inducția în vid se numește susceptibilitate magnetică.

Cu unele excepții, despre care vom discuta mai tîrziu, se constată că intensitatea de magnetizare a unei substanțe, introdusă în cîmp, este direct proporțională cu inducția magnetică a vidului.

Tot așa cum, la dielectrici, am avut

$$P=k\varepsilon_0 E \tag{208.2}$$

vom avea deci, în cîmpul magnetic,

$$\boxed{J=\chi\mu_0 H} \tag{268.3}$$

în care factorul de proporționalitate χ se numește *susceptibilitate magnetică.*

In fine, transpunînd la magnetism raționamentul din § 209 găsim că relației

$$D=\varepsilon_0 E+4\pi P \tag{209.1}$$

îi corespunde relația

$$\boxed{B=\mu_0 H+4\pi J}. \tag{268.4}$$

care se mai poate scrie și sub forma

$$B=\mu_0(1+4\pi\chi)H. \tag{268.4 a}$$

Analog, relației cunoscute

$$\varepsilon=\varepsilon_0(1+4\pi k)$$

îi corespunde

$$\boxed{\mu=\mu_0(1+4\pi\chi)}. \qquad (268.5)$$

În fine, mai trebuie să menționăm că, într-un mediu oarecare, se înțelege prin *permeabilitate relativă* μ_r valoarea raportului

$$\mu_r=\frac{\mu}{\mu_0}$$

în care μ și μ_0 sînt permeabilitățile mediului și a vidului.

Este evident că acest raport nu are dimensiuni fizice, în nici un sistem de unități, ci reprezintă un simplu număr.

$$\mu=\mu_0\mu_r$$

Tot un simplu număr este și permeabilitatea vidului, cîtă vreme folosim sistemul unităților CGS.

Dar situația se va schimba, cînd vom trece la alte sisteme și, de aceea, va trebui să ținem în evidență legătura de mai sus și să scriem că

$$\boxed{\mu=\mu_0\mu_r}. \qquad (268.6)$$

Permeabilitatea mediului și a vidului au atunci aceleași dimensiuni.

CAPITOLUL XXXVI

CIMPUL MAGNETIC AL PAMINTULUI

§ 269. **Elementele magnetice.** Dacă așezăm un ac magnetic pe o axă orizontală, care trece prin centrul lui de greutate și-i dăm, totodată, putința să se rotească în jurul unei axe verticale, așa cum arată fig. 199, constatăm următoarele:

1) Acul se orientează numai aproximativ pe direcţia meridianului geografic şi face cu acesta un unghi *D*, pe care-l numim *unghi de declinaţie.*

2) El îşi înclină spre Pămînt capătul nord, în emisfera nordică şi capătul sud, în emisfera sudică.

Unghiul pe care-l face cu orizontala se notează cu *I* şi se numeşte *unghi de înclinaţie.*

Acul magnetic face cu meridianul geografic unghiul de declinaţie şi cu orizontala unghiul de înclinaţie.

Ambele unghiuri se schimbă cu timpul şi cu locul de observaţie [1].

Variaţia cu timpul poate fi accidentală, pricinuită de aşa numitele *furtuni magnetice,* care apar concomitent cu aurorele polare, sau poate fi regulată şi periodică.

Mici variaţii se observă în cursul unei zile şi se repetă de la o zi la alta, în jurul unei valori medii; altele se întind pe intervale de timp foarte lungi şi de aceea le numim *seculare.*

Fenomenele constatate se datoresc acţiunii unui cîmp magnetic pămîntesc, a cărui intensitate o notăm cu *T*.

Totul se petrece ca şi cum Pămîntul ar fi un magnet imens, ale cărui linii de forţă s-ar desfăşura după cum arată fig. 200, *a*, iar acul magnetic se orientează tangent la direcţia lor, în locul de observaţie.

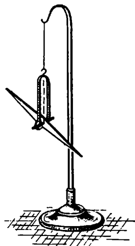


Fig. 199. Ac magnetic mobil în planul orizontal şi vertical.

Intensitatea totală, declinaţia şi înclinaţia definesc situaţia locală a magnetismului terestru.

Intensitatea totală, declinaţia şi înclinaţia sînt elementele strict necesare ca să putem defini situaţia locală a magnetismului pămîntesc.

[1]) Variaţia cu locul a fost observată, pentru prima dată, de *Cristofor Columb,* în timpul călătoriei peste Oceanul Atlantic (1492).

Extinzînd apoi observaţiile pentru întreaga suprafaţă a globului, ajungem la următoarele concluzii generale:

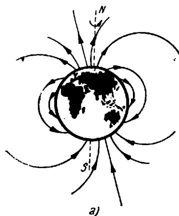


Fig. 200, *a*. Liniile de forţă magnetice ale pămîntului.

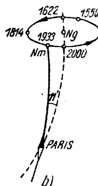


Fig. 200, *b*. Rotaţia polului magnetic nord, în cursul timpului.

1) Fiindcă acul magnetic nu se orientează exact pe direcţia meridianului geografic, înseamnă că polii magnetici ai Pămîntului nu coincid cu polii geografici.

2) Dacă mergem necontenit în direcţia pe care o arată busola, constatăm că aceşti poli magnetici se află unul în Alaska şi celălalt în regiunile oceanice din sudul Australiei.

3) Pe măsură ce ne apropiem de polii magnetici, acul magnetizat se înclină din ce în ce mai mult.

4) La polii magnetici, acul busolei nu se mai orientează în planul orizontal şi înclinaţia este de 90°, arătînd că aici liniile de forţă ale cîmpului pămîntesc sînt verticale.

5) Din observaţiile acumulate în cursul vremurilor şi care la Paris au început pe la 1550, rezultă că polii magnetici execută o mişcare lentă de rotaţie, în jurul polilor geografici, iar această rotaţie durează cam 800 de ani.

Ea decurge în sensul rotației diurne a Pămîntului, pentru polul nord și în sensul invers, pentru polul sud.

În figura 200, *b*, am reprezentat această traiectorie circulară a polului nord, împreună cu meridianul magnetic al Parisului (în trăsături pline) și cu meridianul geografic (în trăsături punctate).

Din ea se înțelege ușor de ce declinația din 1622 a fost nulă și de ce va redeveni iarăși nulă, cam prin anul 2000.

Este de asemenea ușor de văzut că, în lungul cercului de meridian geografic pe care se află polul magnetic, declinația este nulă și că ea variază împreună cu unghiul de înclinație.

1. *Componentele cîmpului total.* Figura 201 arată cum cîmpul total T poate fi descompus într-o componentă orizontală H_p și în alta verticală Z.

Unghiul de înclinație fiind I, se vede imediat că

$$H_p = T\cos I$$

și

$$Z = T\sin I.$$

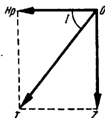


Fig. 201. Componentele cîmpului magnetic pămîntesc.

Componenta orizontală este aceea care crează cuplul ce rotește acul busolei, ca să-l aducă pe direcția Nord-Sud, iar componenta verticală îl înclină, cînd felul de suspensie îi permite și această mișcare.

Ca să evităm înclinarea, se încarcă de obicei una din jumătățile acului cu o greutate suplimentară.

Prin excepție de la regulă, s-a păstrat pentru cîmpul magnetic pămîntesc, unitatea *gauss* (Gs).

Valorile actuale, în Europa, sînt aproximativ următoarele:

$$T = 0{,}47 \text{ Gs}; \quad H_p = 0{,}21 \text{ Gs}; \quad Z = 0{,}43 \text{ Gs}.$$

2. *Liniile izogone, izocline și izodiname.* Pentru cunoașterea situației de ansamblu a magnetismului pămîntesc, ne folosim de anumite linii, ce unesc, pe o hartă geografică, punctele cu aceleași elemente magnetice locale.

1) Unind astfel, din aproape în aproape, toate punctele cu aceeaşi declinaţie magnetică, obţinem curbele din fig. 202, care se numesc *linii izogonale,* sau mai simplu *izogone.*

Fig. 202. Liniile izogonale pe suprafaţa globului, în 1934.

În principiu, aceste linii ar trebui să formeze, pe suprafaţa globului, nişte cercuri analoge cu meridianele geografice, care să se întretaie la polii magnetici.

Aceasta nu se întîmplă în realitate şi de aceea vom defini meridianele magnetice prin traiectoriile ce le-ar parcurge pe suprafaţa Pămîntului un observator ce ar merge necontenit în sensurile arătate de acul busolei.

Nici traiectoriile acestea nu sînt cercuri regulate, dar se întretaie la polii magnetici.

2) Analog, unind punctele cu aceeaşi înclinaţie magnetică, obţinem *izoclinele.*

Ele ar trebui să fie nişte cercuri, înclinate faţă de paralelele geografice, de un unghi egal cu acela pe care-l face axa polilor magnetici cu axa polilor geografici, dar nici de astă dată nu se observă o asemenea regularitate.

În particular, izoclina de înclinaţie nulă defineşte *ecuatorul magnetic* al Pămîntului.

3) În fine, unind punctele de aceeaşi intensitate a cîmpului total T, găsim aşa numitele *linii izodiname*.

4) Un studiu amănunţit arată că, de fapt, Pămîntul mai are încă doi poli magnetici secundari, din care unul este în răsăritul Siberiei şi celălalt prin Oceanul Pacific, în apropierea coastelor Patagoniei.

El se comportă deci, în realitate, nu ca un dipol, ci ca un *cuadrupol,* însă polii secundari sînt mult mai puţin activi decît polii principali.

3. *Anomalii magnetice.* Pe liniile definite mai sus, găsim adesea deformări, ce se întind pe o regiune mai largă sau mai restrînsă.

Aceste deformări constituie aşa numitele *anomalii magnetice.*

Uneori, cum este cazul în regiunea *Kursk,* din U.R.S.S., ele indică prezenţa unor zăcăminte de minereuri magnetice de fier, dar aceasta nu înseamnă că orice anomalie se datoreşte prezenţei fierului.

Nu se cunoaşte încă origina magnetismului pămîntesc.

Prin analogie cu structura chimică a meteoriţilor, ne-am obişnuit să o atribuim unei mase imense de fier, ce formează, probabil, nucleul planetei.

Dar nimeni nu ştie încă dacă fierul mai are proprietăţi magnetice, la presiunea şi temperatura ce domnesc acolo.

Desigur că şi curenţii electrici, cari circulă prin păturile superficiale ale Pămîntului, de la răsărit spre apus, adică aşa numiţii *curenţi telurici* contribuie la formarea cîmpului magnetic.

In 1947, *Blackett*[1]) a reuşit să lege teoretic magnetismul pămîntesc de masa lui în rotaţie.

Dezvoltarea teoriei lui Blackett depăşeşte cu mult cadrul acestui manual, dar ea duce la o relaţie finală simplă, după care momentul magnetic al Pămîntului ar avea mărimea

$$M_m = \beta \cdot U \frac{\sqrt{x}}{c}$$

în care U reprezintă impulsul de rotaţie $J\omega$, x este constanta atracţiei universale, iar c viteza luminii în vid.

Factorul de proporţionalitate β este de ordinul unităţii.

Formula e deosebit de importantă şi ne spune că orice masă inertă în rotaţie devine un dipol magnetic.

---

[1]) *P. M. S. Blackett,* fizician englez contemporan, profesor la Universitatea din Manchester.

Dacă se consideră Pămîntul ca o sferă magnetizată uniform, se poate demonstra că momentul lui magnetic este dat de relaţia

$$M_m = G \cdot R^3$$

în care R este raza globului şi G reprezintă aşa numita *constantă magnetică locală*, a cărei valoare, legată de componentele orizontală şi verticală, este

$$G = \sqrt{H^2 + \left(\frac{Z}{2}\right)^2}.$$

Recent, profesorul *Ştefan Procopiu*, de la Universitatea din Iaşi, care de aproape 25 de ani studiază elementele magnetismului pămîntesc, după ce a făcut calculele pentru un număr mare de staţiuni, repartizate pe tot globul, a descoperit că momentul magnetic al Pămîntului, care înainte suferea o scădere continuă, a început acum să crească.

4. *Elementele magnetice în ţara noastră.* Prima menţiune despre unghiul de declinaţie, într-o carte românească, se referă la regiunea Iaşului şi o găsim într-un manual de fizică al lui *Gheorghe Stamate*, din 1849, apoi în cartea de inginerie hotarnică a lui *Dimitrie Asachi*, din 1854, care dă valoarea de 9° W.

Dar cele dintîi cercetări sistematice, pe teren, au fost iniţiate de *Dimitrie Negreanu* [1]), prin 1898, apoi continuate de *Ştefan Hepites* [2]), pînă prin 1907.

Lucrările, de altfel cu totul insuficiente pentru întocmirea unei hărţi magnetice amănunţite, au fost apoi părăsite, pînă prin 1931, cînd au fost reluate de *Ştefan Procopiu.*

Separat, *Gh. Atanasiu* [3]) studiază, de prin 1937, regiunea cuprinsă între Carpaţi şi graniţa de vest a ţării.

Din lucrările lui Procopiu, extrapolăm următoarele date, valabile în 1956, pentru cîteva oraşe mai importante:

Tabela 21

Oraşul	Declinaţia	Inclinaţia	H_p (Gs)	Z (Gs)
Iaşi	3°08′ Est	63°30′	0,213	0,428
Bucureşti	2°31′ „	61°16′		
Cluj	2°02′ „	63°14′		
Timişoara	0°50′ „	62°30′		

Din comparaţia cu datele mai vechi, rezultă că declinaţia la Iaşi, după ce a fost un timp occidentală, a trecut prin zero, în 1929, cînd acul magnetic

[1]) Fost profesor la Universitatea din Bucureşti (n. în 1858).
[2]) Fost director al Institutului Meteorologic Central.
[3]) Actual profesor la Universitatea din Bucureşti.

arăta exact direcția nordului. De atunci a devenit orientală și crește cam cu 7 minute pe an.

Un fenomen analog s-a petrecut, la date diferite, în tot restul țării.

Inclinația a scăzut, pînă în 1905 și de atunci crește mereu, cam cu 2 – 3 minute pe an.

Figura 203 reproduce, după o lucrare a lui Ștefan Procopiu, harta magnetică a țării noastre, la data de 1 iulie 1934.

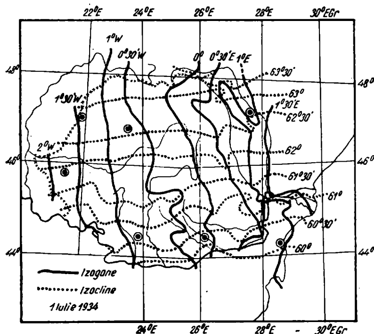


Fig. 203. Harta magnetică a Romîniei (după Procopiu).

Din ea se vede o importantă anomalie magnetică, în regiunea Iași—Botoșani.

PARTEA A OPTA

ELECTROMAGNETISMUL

CAPITOLUL XXXVII

CÎMPUL MAGNETIC AL CURENȚILOR

A. Legile fundamentale

§ 270. **Efectul Oersted, consecințe.** In 1820, *Oersted* a descoperit că un ac magnetic mobil deviază de la poziția Nord-Sud, cînd se află în apropierea unui conductor prin care trece un curent electric.

Acest fenomen este punctul de plecare pentru tot capitolul electromagnetismului.

Curentul deviază acul magnetic după regula observatorului lui Ampère, sau după regula palmei miinii drepte.

Acul magnetic tinde să se așeze perpendicular pe conductor și, după o regulă găsită de *Ampère*, polul nord se orientează spre stînga unui observator, ce ar sta culcat pe circuit, cu fața spre magnet, așa încît curentul să circule în sensul de la picioare spre cap.

O altă regulă, mai simplă, este să așezăm pe circuit palma mînii drepte, orientate spre magnet, așa ca sensul curentului să fie de la cot spre degete.

Polul nord al acului deviază în direcția degetului mare.

Figura 204 servește ca lămurire suplimentară, în aplicarea regulilor de față.

Pentru distincție, capătul nord al acului magnetic a fost înegrit și această convenție o vom aplica, de acum înainte, în toate cazurile.

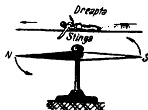
De altfel și în practică, jumătatea nord a unui ac de busolă se lasă ne curățată de oxidul albastru, ce se formează prin călirea oțelului.

Cîmpul magnetic al curentului electric se orientează într-un plan perpendicular pe direcția lui.

Experiența lui Oersted ne arată că, în jurul unui conductor parcurs de un curent electric, apare un cîmp magnetic, orientat într-un plan perpendicular pe direcția conductorului.

Metoda cunoscută, a spectrului magnetic, ne permite să observăm ce formă au liniile de forţă ale acestui cîmp.

Vom orienta deci conductorul după direcţia verticală şi-l vom face să treacă printr-un carton orizontal, pe care presărăm pilitură de fier (fig. 205).



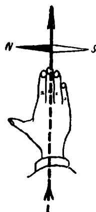


Fig. 204. Sensul deviaţiei polului nord al unui ac magnetic, sub acţiunea curentului.

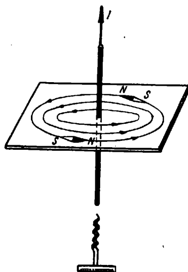


Fig. 205. Liniile de forţă magnetice ale unui curent rectiliniu şi regula şurubului.

Experienţa ne arată atunci că firişoarele de pilitură se dispun după cercuri concentrice, în jurul conductorului.

Aplicînd regula observatorului lui Ampère, este uşor de văzut că un ac magnetic mobil se va orienta cu polul nord în sensul arătat de figură, iar după convenţia cunoscută, acesta este şi sensul pozitiv al liniilor de forţă.

În locul regulii lui Ampère e însă mai comod să aplicăm aici o altă regulă, enunţată de Maxwell în felul următor :

În jurul unui curent, liniile de forță magnetice sînt cercuri concentrice și au sensul dictat de regula șurubului.

În cîmpul magnetic al unui curent electric, liniile de forță circulare au sensul în care ar trebui să răsucim un șurub, ca să înainteze în sensul curentului.

De asemenea putem aplica regula după care, pentru un observator ce privește în sensul curentului, liniile de forță au sensul în care se mișcă acele ceasornicului.

Între polii magnetici, am văzut că există forțe de atracție sau de respingere, dictate de legea lui Coulomb.

Dar curentul electric nu atrage nici nu respinge acul magnetic. El nu face decît să-l orienteze după anumită direcție.

Curentul electric orientează acul magnetic, dar nici nu-l atrage, nici nu-l respinge.

De asemenea, în cîmpurile magneților, linile de forță uneau polii de nume contrarii.

In jurul unui curent, ele descriu trasee neîntrerupte, pe care zadarnic am căuta un pol nord și un pol sud.

§ 271. **Legea lui Biot și Savart.** Am văzut că un curent electric tinde să orienteze acul magnetic, într-un plan perpendicular pe direcția lui proprie.

Dar acul se găsește, totodată, sub acțiunea directoare a cîmpului magnetic pămîntesc, ce intervine prin componenta orizontală H_p.

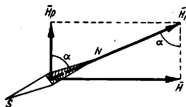


Fig. 206. Principiul magnetometrului.

Dacă notăm cu H cîmpul magnetic al curentului și alegem situația în care el tinde să aducă acul pe direcția est-vest, cele două acțiuni suprapuse îl vor duce pe direcția cîmpului rezultant H_r și vom avea, după cum arată fig. 206,

$$H = H_p \operatorname{tg} \alpha.$$

Prin simpla determinare a unghiului α putem astfel să comparăm intensitatea cîmpului H cu a componentei orizontale H_p, iar dispozitivul constituie ceea ce numim un *magnetometru* [1]).

Considerînd acum un conductor liniar, de lungime practic infinită (fig. 207) și determinînd cîmpul magnetic, în funcție de intensitatea I a curentului și de distanța d, *găsim oricare ar fi mediul ambiant*, că

$$H=2K\frac{I}{d} \tag{271.1}$$

în care factorul de proporționalitate K depinde de unitățile adoptate, iar factorul 2 are un înțeles pe care îl vom arăta ulterior.

Această relație, găsită experimental, formulează *legea lui Biot și Savart* [2]).

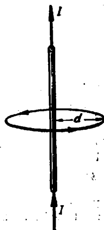


Fig. 207. Pentru aplicarea legii lui Biot și Savart.

Independent de mediu, cîmpul este proporțional cu intensitatea curentului și invers proporțional cu distanța.

Ea ne spune că, independent de mediul ambiant, cîmpul unui curent electric este direct proporțional cu intensitatea lui și invers proporțional cu distanța.

Este de la sine înțeles că vectorul ce reprezintă intensitatea cîmpului va fi orientat în planul perpendicular pe curent și în sensul dictat de legea șurubului.

El va fi, de asemenea, tangent la cercul de rază d, în punctul considerat.

1. *Formula lui Laplace.* Legea lui Biot și Savart se referă la un conductor liniar, de lungime practic infinită și nu ne poate da nici o indicație cu privire la cîmpul produs de o porțiune limitată de pe un circuit.

---

[1]) Există și alte metode magnetometrice, asupra cărora nu insistăm.
[2]) *Jean-Baptiste Biot* (1774—1862) și *Félix Savart* (1791—1841), fizicieni francezi.

Ca să răspundă la această întrebare, *Laplace* consideră o porțiune infinitesimală a conductorului, de lungime dl, care se vede din punctul A sub unghiul $d\theta$ (figura 208).

Fig. 208. Pentru deducerea formulei lui Laplace.

El admite, prin ipoteză, că:

1) Din punctul de vedere al cîmpului produs, această porțiune poate fi înlocuită cu arcul de cerc BD, cu centrul în A.

Dacă unghiul $d\theta$ este foarte mic, arcul acesta poate fi considerat ca latură într-un triunghi dreptunghic și atunci

$$BD = dl \sin\alpha.$$

2) Cîmpul dH, produs în A, este direct proporțional cu arcul BD.

3) Acest cîmp este invers proporțional cu pătratul distanței r, după o lege analogă cu legea lui Coulomb.

Cu aceste ipoteze, putem scrie deci că

$$\boxed{dH = K\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}}. \quad (271.2)$$

Această relație se numește *formula lui Laplace*.

Dacă observăm că

$$BD = r\,d\theta$$

ea devine

$$dH = K\frac{Id\theta}{r}.$$

Dar

$$r = \frac{d}{\cos\theta}$$

și atunci

$$dH = K\frac{I}{d}\cos\theta\,d\theta. \quad (271.3)$$

Ca să aflăm cîmpul produs în A de o porțiune a conductorului, va trebui deci să integrăm între limitele unghiulare, cuprinse între capetele acestei porțiuni și direcția d.

Rezultatul devine astfel independent de forma porțiunii alese, fiindcă hotărîtor este doar unghiul sub care ea se vede din A.

În cazul particular al unui conductor liniar, de lungime infinită, unghiul θ variază între $+\pi/2$ și $-\pi/2$, așa că

$$H=K\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\cos\theta\, d\theta=2K\frac{I}{d}$$

și regăsim astfel expresia legii lui Biot și Savart.

Aceasta constituie o confirmare experimentală a ipotezelor făcute de Laplace și, totodată, explică sensul factorului 2, care provine de acolo că perpendiculara d împarte conductorul în două jumătăți, ale căror acțiuni se adună.

2. *Cîmpul unui curent circular.* Să considerăm un conductor circular, prin care trece un curent de intensitate I (fig. 209).

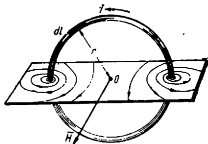


Fig. 209. Cîmpul magnetic în centrul unei spire circulare.

Formula lui Laplace (271.2) ne arată că acest element creează în centrul circuitului cîmpul

$$dH=K\frac{I}{r^2}dl$$

fiindcă unghiul α este de 90°.

Intregul circuit va produce deci cîmpul

$$H=KI\int_0^{2\pi r}\frac{1}{r^2}dl$$

iar integrarea ne duce la relaţia

$$\boxed{H=K\frac{2\pi I}{r}}. \quad (271.4)$$

Acest cîmp este orientat perpendicular pe planul circuitului, în sensul dictat de regula şurubului, sau de oricare din regulile amintite înainte.

§ 272. **Sistemul unităţilor electromagnetice.** Legea lui Biot şi Savart ne permite să instituim un sistem de unităţi CGS care leagă mărimile electrice de cele magnetice.

Il vom numi *sistem electromagnetic* CGS, iar unităţile respective le vom însoţi de iniţialele CGSe.m.

Totodată, pentru a evita confuziile, se obişnuieşte ca toate simbolurile mărimilor electrice, în cadrul acestui sistem, să fie notate cu literele mici ale alfabetului.

Să considerăm deci expresia legii lui Biot şi Savart:

$$H=2K\frac{I}{d} \quad (271.1)$$

unde sensul fizic şi valoarea constantei K sînt dictate de sistemul unităţilor adoptate.

Dar, exprimînd cîmpul în oerstezi şi atribuindu-i dimensiunile arătate în § 265,

$$[H]=\mathrm{L}^{-1/2}\mathrm{M}^{1/2}\mathrm{T}^{-1}$$

nimic nu ne împiedică să alegem pentru I unitatea care să aducă constanta K în situaţia de simplu număr abstract, cu valoarea

$$K=1.$$

Cu aceste convenţii de bază, relaţia (271.1) se va scrie

$$\boxed{H=2\frac{i}{d}} \quad (272.1)$$

şi putem defini, cu ajutorul ei, unitatea CGS electromagnetică pentru intensitatea de curent.

In jurul unui conductor liniar infinit, unitatea CGS e.m. de curent produce cîmpul de doi oerstezi, la distanța de un centimetru.

Ea reprezintă curentul care produce cîmpul magnetic de doi oerstezi, la distanță de un centimetru, în jurul unui conductor liniar de lungime infinită.

Convenția prin care am introdus, în relația (272.1), cîmpul magnetic exprimat în oerstezi înglobează automat în sistemul electromagnetic CGS toate unitățile definite în capitolul despre magnetostatică, fiindcă toate se sprijină pe legea lui Coulomb.

Ele își vor păstra, evident, neschimbate dimensiunile fizice inițiale.

Cît despre dimensiunile unității CGS e.m. de curent, pe care am definit-o mai sus, aceeași relație ne arată că

$$[i]=[Hr]=L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}L=L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}.$$

Această unitate poate fi definită și cu ajutorul relației (271.4), în care facem iarăși convenția că factorul de proporționalitate K este un simplu număr abstract, cu valoarea

$$K=1$$

și exprimăm cîmpul în oerstezi.

In aceste condiții, avem

$$\boxed{H=\frac{2\pi i}{r}}. \qquad (272.2)$$

In centrul conductorului circular cu raza de un centimetru, unitatea CGS e.m. de curent produce cîmpul de 2π oerstezi.

Vom spune deci că intensitatea curentului este de o unitate electromagnetică CGS, *cînd crează cîmpul de* 2π *oerstezi, în centrul unui conductor circular cu raza de un centimetru.*

Relația (272.2) ne sugerează o metodă simplă, pentru determinarea intensității unui curent electric:

In centrul unei spire circulare, de rază *r*, dispusă vertical, în planul meridianului magnetic, se află un ac de busolă, așezat pe un vîrf ascuțit (fig. 210, *a*).

Cînd un curent de intensitate i parcurge spira, se formează un cîmp magnetic, perpendicular pe planul ei.

Acul magnetizat, ce se afla iniţial sub acţiunea directoare a componentei orizontale H_p a cîmpului pămîntesc, deviază atunci, ca să ia direcţia rezultantei ambelor cîmpuri şi fig. 210, *b* ne arată că

$$H = \frac{2\pi i}{r} = H_p \operatorname{tg} \alpha.$$

De aici putem calcula pe i, dacă măsurăm unghiul şi cunoaştem pe H_p.

Dispozitivul se numeşte *busolă de tangentă* şi ne permite de asemenea să determinăm componenta orizontală H_p, dacă măsurăm intensitatea i pe altă cale.

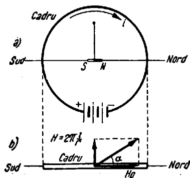


Fig. 210. Principiul busolei de tangentă.

§ 273. **Raportul unităţilor CGS e.s./CGS e.m.** In cele două sisteme de unităţi CGS, am definit cîte o unitate pentru intensitatea de curent, şi anume:

1) In sistemul electrostatic, intensitatea-unitate corespunde transportului unităţii CGS de sarcină electrică, într-o secundă şi are dimensiunile

$$[I] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}.$$

2) In sistemul electromagnetic, intensitatea-unitate produce cîmpul magnetic de 2π oerstezi, în centrul unei spire circulare, cu raza de un centimetru şi are dimensiunile

$$[i] = L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}.$$

Raportul dimensional este deci

$$\left[\frac{I}{i}\right] = LT^{-1}$$

şi are, la rîndul lui, *dimensiunile unei viteze.*

Ori *Maxwell* a demonstrat că raportul acesta trebuie să fie egal cu viteza luminii și, în genere, cu viteza în vid a tuturor undelor electromagnetice, cum ar fi, de pildă, acelea folosite în radiocomunicații.

Le spunem *electromagnetice,* fiindcă transportă simultan un cîmp electric și altul magnetic, ce oscilează amîndouă cu aceeași frecvență.

Această viteză de propagare se notează cu c și este

$$c=3\cdot 10^{10} \text{ cm/s}.$$

Era deci necesară o verificare directă a concluziilor teoretice și această verificare se poate face prin diferite metode, din care vom descrie pe cea mai simplă:

O lamă vibrantă c, de pildă ramura unui diapazon, atinge alternativ contactele a și b (fig. 211).

Ea încarcă astfel condensatorul C, la potențialul bateriei B și, în momentul următor, îl descarcă printr-o busolă de tangentă, iar operația se repetă de N ori în fiecare secundă.

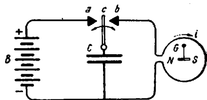


Fig. 211. Determinarea raportului dintre unitățile CGS e.s și CGS e.m.

1) In unități CGS e.s., descărcarea condensatorului, care totalizează cele N descărcări succesive, trimite prin busolă de tangentă curentul de intensitate

$$I=NCV$$

în care V este potențialul bateriei B.

Acest curent poate fi calculat ușor, fiindcă toate cantitățile prin care l-am exprimat sînt cunoscute.

2) Aceeași intensitate, dedusă cu ajutorul relației (272.2) și exprimată în unități CGS e.m., va fi

$$i=\frac{H\cdot r}{2\pi}.$$

Ea poate fi calculată determinînd cîmpul H, din unghiul de deviație al busolei.

3) Făcînd raportul numeric al celor două rezultate, pe care le-am exprimat, odată într-un sistem de unităţi, apoi în celălalt, găsim că, în adevăr,

$$\frac{I}{i}=3\cdot 10^{10}.$$

De aceea, dată fiind concordanţa cu prevederile teoretice, numărul c se mai numeşte şi *numărul lui Maxwell*.

Odată fixată unitatea CGS e.m. de intensitate a curentului, putem defini rînd-pe-rînd celelalte unităţi ale sistemului, cu ajutorul relaţiilor fundamentale cunoscute şi deduce, totodată, dimensiunile fizice respective.

Tabela de mai jos cuprinde, în primele două coloane, aceste relaţii, alături de dimensiunile unităţii respective.

Tabela 22

Relaţia de deducere	Sistemul CGS electromagnetic	Sistemul CGS electrostatic	Raportul de dimensiuni u CGSe.s./u. CGSe.m.	Raportul numeric u.CGSe.s./u. CGSe.m.
$F=\frac{1}{\mu}\frac{mm'}{r^2}$	$[m]=L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$			
$H=\frac{1}{\mu}\frac{m}{r^2}$	$[H]=L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$	$[H]=L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$	$LT^{-1}=[\text{viteză}]$	$\frac{\text{He.s.}}{\text{He.m.}}=3\cdot 10^{10}$
$H=\frac{2i}{d}$	$[i]=L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$	$[I]=L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$	$LT^{-1}=[\text{viteză}]$	$\frac{I}{i}=3\cdot 10^{10}$
$Q=it$	$[q]=L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$	$[Q]=L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$	$LT^{-1}=[\text{viteză}]$	$\frac{Q}{q}=3\cdot 10^{10}$
$W=\frac{1}{2}vq$	$[v]=L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$	$[V]=L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$	$L^{-1}T=\left[\frac{1}{\text{viteză}}\right]$	$\frac{V}{v}=\frac{1}{3\cdot 10^{10}}$
$v=ri$	$[r]=LT^{-1}$	$[R]=L^{-1}T$	$L^{-2}T^2=\left[\frac{1}{(\text{viteză})^2}\right]$	$\frac{R}{r}=\frac{1}{9\cdot 10^{20}}$
$q=cv$	$[c]=L^{-1}T^2$	$[C]=L$	$L^2T^{-2}=[\text{viteză}]^2$	$\frac{C}{c}=9\cdot 10^{20}$

Pentru alte unități, nemenționate în tabela de față, calculul este tot așa de simplu.

Pentru comparație, a treia coloană cuprinde dimensiunile acelorași unități, în sistemul CGS electrostatic.

Rapoartele dimensionale sau numerice sînt arătate în ultimele două coloane.

Rapoartele dimensionale între unitățile CGS e.s. și e.m. reprezintă o putere a unei viteze, numeric egală cu numărul lui Maxwell.

Aceste rapoarte au totdeauna dimensiunile fizice ale puterii unei viteze, iar cîtul valorilor numerice reprezintă o putere a numărului lui Maxwell.

§ 274. **Cîmpul magnetic al unei sarcini electrice mobile.** Să considerăm o lungime dl, pe un fir metalic prin care trece un curent electric de intensitate i (exprimată în CGS e.m.).

După formula lui Laplace, el produce, la distanța r și sub unghiul α, cîmpul

$$dH = \frac{idl}{r^2}\sin\alpha. \qquad (271.2)$$

Dar curentul de conducție metalică nu este decît un transport de electroni, care se mișcă împotriva sensului convențional, cu viteza u.

Numărul acestor electroni liberi, în unitatea de volum, este n, așa că, în elementul dl, cu aria secțiunii S, vom avea

$$nSdl$$

electroni.

Fiecare din ei transportă sarcina electrică e, așa că putem calcula intensitatea curentului, aplicînd relația (228.1).

Ea este

$$i = \frac{nSedl}{dl}u = nSeu$$

iar formula lui Laplace devine

$$dH = nS\frac{eu\sin\alpha}{r^2}dl.$$

Cîmpul magnetic al unui curent sumează acţiunile individuale ale tuturor particulelor electrice în mişcare.

Cîmpul magnetic „dH" *rezultă aşadar din suprapunerea cîmpurilor individuale, datorite mişcării fiecărui electron în parte.*

Împărţindu-l prin numărul electronilor liberi, din elementul considerat, găsim că un singur electron produce cîmpul

$$h = \frac{eu \sin \alpha}{r^2}. \qquad (274.1)$$

Ceea ce se întîmplă cu electronul se va întîmpla cu orice transportor de electricitate: ion pozitiv sau negativ, particulă electrizată şi, în genere, cu orice corp electrizat, care se află în mişcare.

Orice sarcină electrică în mişcare dă naştere unui cîmp magnetic.

Prin urmare curenţii de convecţie trebuie să producă aceleaşi acţiuni magnetice ca şi curenţii de conducţie.

Vom vedea mai tîrziu că situaţia este analogă chiar la curenţii de deplasare în vid, cu toate că ei nu transportă electricitate.

Dar orice deducţie teoretică se cere verificată experimental şi verificarea s-a făcut prin diferite metode.

După încercările infructuoase ale lui Faraday şi observaţiile calitative ale lui Maxwell, primele determinări cantitative au fost făcute de *Rowland*[1]), în 1876 şi 1889.

In aceeaşi direcţie, sînt bine cunoscute în literatura ştiinţifică lucrările lui *Vasilescu Karpen*[2]) şi ale lui *Eichenwald*[3]), care datează din 1903.

Lăsînd la o parte amănuntele, principiul acestor determinări este următorul:

Un disc izolant, metalizat la periferie, se roteşte cu viteză mare, într-o cutie metalică (fig. 212).

[1]) *Henry Augustus Rowland* (1848—1901), fizician american.

[2]) Fizician romîn contemporan, fost profesor la Politehnica din Bucureşti.

[3]) *Alex. Eichenwald* (n. în 1863), fost profesor la Moscova.

Această cutie se leagă la pămînt, iar partea metalizată a discului se încarcă la un potențial de cîteva mii de volți, în raport cu Pămîntul.

Prin însăşi construcția lui, sistemul înlătură orice acțiune, de ordin electrostatic, spre exterior.

Discul este orientat în planul meridianului magnetic şi, în acelaşi plan, se găseşte acul unui magnetometru.

Mişcarea sarcinilor electrice, în timpul rotației, dă naştere unui cîmp magnetic, ce tinde să aşeze acul perpendicular pe planul discului şi unghiul de deviație ne permite să determinăm intensitatea lui.

In limita erorilor experimentale, rezultatele sînt în deplin acord cu prevederile teoretice.

In altă variantă, acul magnetic se aşază în prelungirea axei discului şi cît mai aproape de dînsul. Curentul de convecție circular acționează atunci ca într-o busolă de tangentă.

De asemenea se poate introduce magnetometrul între două discuri, încărcate cu sarcini electrice contrare, ce se rotesc în sensuri contrarii.

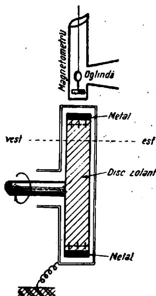


Fig. 212. Determinarea cîmpului magnetic al unui curent de convecție.

§ 275. **Teorema lui Ampère**. Să considerăm un curent, ce trece printr-un conductor liniar şi foarte lung (fig. 213).

Cîmpul magnetic, la distanță *r*, este

$$H=2\frac{i}{r} \tag{272.1}$$

şi o masă magnetică *m*, aflată la această distanță, va fi supusă forței.

$$F=mH=2\frac{i}{r}m.$$

Dacă ea se mişcă pe o linie de forţă, descriind o traiectorie închisă, de lungime $2\pi r$, lucrul mecanic implicat va fi

$$A=2\pi r\cdot F$$

şi rezultă că

$$\boxed{A=4\pi mi}. \tag{275.1}$$

Pe o linie de forţă închisă, deplasarea unei mase magnetice implică lucrul mecanic:

$$A=4\pi mi.$$

Această relaţie formulează teorema lui Ampère şi rămîne valabilă oricare ar fi forma traiectoriei închise, fiindcă în expresia lucrului mecanic se consideră proiecţia ei pe direcţia forţei.

Ea pleacă de la legea lui Biot şi Savart, aşa că lucrul mecanic, produs ori absorbit, este independent de natura mediului.

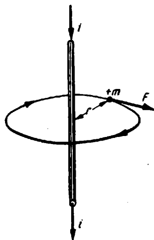


Fig. 213. Cîmpul magnetic, circular, al unui curent electric (pentru deducerea teoremei lui Ampère).

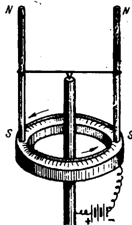


Fig. 214. Polii magnetici se rotesc datorită cîmpului produs în jurul curentului.

Faraday a evidenţiat, printr-o experienţă simplă, această acţiune a curentului, asupra polilor unui magnet.

Figura 214 reprezintă dispozitivul folosit:

Două bare magnetice, cu polii de acelaşi nume faţă în faţă, sînt legate rigid, pe linia mediană, cu o sîrmă de metal prevăzută cu un vîrf ascuţit.

Vîrful se spijină pe o coloană, tot metalică, iar capetele de jos ale magneţilor stau cufundate într-un jghiab circular, plin cu mercur.

Curentul electric parcurge coloana, trece prin barele magnetice şi iese prin mercur.

Prin însăşi construcţia dispozitivului, capetele de sus ale magneţilor sînt sustrase acţiunii magnetice a curentului ce trece prin coloană şi astfel sistemul capătă o rotaţie, în jurul vîrfului de sprijin.

Sensul mişcării depinde de numele polilor cufundaţi în mercur şi se inversează odată cu sensul curentului.

§ 276. **Acţiunea cîmpului magnetic asupra curenţilor.** Experienţa ne arată că, tot aşa cum curentul electric produce un cîmp magnetic şi acţionează asupra unui magnet, există o acţiune a cîmpului magnetic asupra curenţilor.

Ca să constatăm aceasta, e destul să introducem între polii unui magnet un fir metalic flexibil, prin care trece un curent, aşa cum arată fig. 215, *a*.

Firul nu este nici atras, nici respins de polii magnetului, ci numai deviat, într-o direcţie perpendiculară pe liniile de forţă produse de magnet.

Acelaşi lucru se întîmplă, dealtfel, în orice cîmp magnetic, indiferent de provenienţa lui.

În ce priveşte sensul forţei deviatoare, îl putem afla cu o regulă simplă, dedusă experimental, după care:

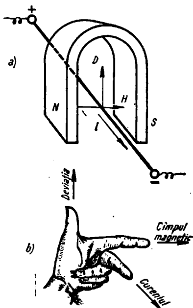


Fig. 215. **Pentru explicarea regulii mîinii stîngi.**

Mîna stîngă, arătătorul în sensul cîmpului şi degetul mijlociu în sensul curentului. Degetul mare ne arată sensul forţei deviatoare.

Dacă orientăm degetul arătător al mînii stîngi în sensul cîmpului magnetic şi degetul mijlociu în sensul curentului, degetul mare arată sensul forţei (fig. 215, *b*).

Aplicînd această regulă, în cazul din fig. 215, *a*, firul ar trebui să devieze de jos în sus şi concluzia este verificată de experienţă.

Un alt dispozitiv experimental, care constituie, totodată, un motor electric rudimentar, este aşa numita *roată a lui Barlow*, reprezentată în fig. 216:

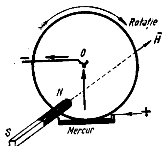


Fig. 216. Roata lui Barlow

Un disc de cupru, mobil în jurul unei axe orizontale, stă cu margina cufundată în mercur.

El se află între polii unui magnet, iar un curent electric, de intensitate convenabilă, intră prin axă şi iese prin mercur.

Acest curent parcurge discul după direcţia razei şi este deviat de cîmpul magnetului, aşa că sistemul capătă o mişcare de rotaţie, în sensul dictat de regula mîinii stîngi.

Experienţa lui Barlow are un interes deosebit, fiindcă ne arată că acţiunea electromagnetică, exercitată asupra electronilor ce se mişcă ordonat în metal, se transmite substanţei discului, prin efectul ciocnirilor cu atomii întîlniţi în cale.

Rămîne să găsim o relaţie cantitativă, prin care să exprimăm intensitatea forţei deviatoare.

Să considerăm deci un conductor liniar, situat într-un cîmp magnetic uniform, cu liniile de forţă perpendiculare pe direcţia lui (fig. 217).

Experienţa ne arată că o porţiune de lungime l din acest conductor se găseşte sub acţiunea forţei

$$\boxed{F=\mu i l H}. \qquad \textbf{(276.1)}$$

Această relaţie, tot aşa de importantă ca şi legea lui Biot şi Savart, ne spune că

Forța exercitată asupra unui conductor, parcurs de un curent electric, este proporțională cu intensitatea curentului, cu a cîmpului magnetic și cu lungimea porțiunii considerate, iar permeabilitatea magnetică este factorul de proporționalitate.

$F = \mu I l H.$

Intr-o situație spațială analogă cu aceea care ne-a dus la formula lui Laplace (271.2), putem considera un cîmp, ce acționează sub unghiul α asupra unui element al conductorului, de lungime dl.

Vom scrie atunci că

$$dF = \mu i dl \cdot H \sin\alpha \quad (276.2)$$

Această relație se numește *a doua formulă a lui Laplace.*

Procedînd acum exact ca în § 274 și considerînd iarăși curentul produs prin transportul unui singur electron, găsim că forța exercitată de cîmp asupra lui este

$$f = \mu H e u \sin\alpha \quad (276.3)$$

Expresia de față poate fi aplicată la orice fel de particule, sau corpuri electrizate, ce se mișcă într-un cîmp magnetic, de pildă la un fascicul de raze catodic sau pozitive. Această problemă o vom trata însă mai tîrziu, în legătură cu structura materiei.

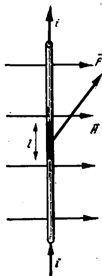


Fig. 217. Acțiunea cîmpului magnetic asupra unui fir parcurs de curent.

Tot ea ne mai arată că forța deviatoare devine maximă, dacă mișcarea sarcinii electrice decurge perpendicular pe direcția cîmpului și este nulă, dacă ea se mișcă în direcția lui.

Cîmpul magnetic exercită numai acțiuni de deviere și este inactiv asupra sarcinilor imobile, sau care se mișcă pe o linie de forță.

Tot de aici se vede că forța se anulează, cînd sarcina se găsește în repaus, într-un sistem de referință legat de cîmp.

Nu trebuie uitat însă că un magnet nu atrage, nici nu respinge un corp electrizat în mişcare, ci numai îl abate din drum, după regula cunoscută, a mîinii stîngi.

Efectul Hall[1]). In experienţa lui Barlow, devierea electronilor în mişcare, de către cîmpul magnetic, făcea să se învîrtă roata cu totul.

Dar într-un conductor fixat, aceasta nu mai este cu putinţă şi atunci vor fi deviate liniile de curent.

In principiu, dispozitivul experimental cu care putem constata devierea şi verifica, totodată, legea de acţiune a unui cîmp magnetic, este reprezentat în figura 218.

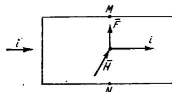


Fig. 218. Explicarea efectului Hall.

O placă metalică dreptunghiulară este parcursă de curent în sensul lungimii, iar cîmpul magnetic este orientat perpendicular pe suprafaţa ei.

El deviază mişcarea de ansamblu a electronilor, care înainte descriau traiectorii rectilinii şi măreşte densitatea lor cubică, în regiunea M.

Intre punctele simetrice M şi N apare astfel o diferenţă de potenţial, ce poate fi măsurată cu un electrometru.

Fenomenul este uşor de observat, mai ales la bismut, însă nu constituie decît o verificare aproximativă a legilor devierii, ştiind că foarte multe metale prezintă anomalii, greu de interpretat. El se numeşte *efectul Hall.*

RECAPITULARE

Din cele arătate în §§ 264, 271 şi 276, rezultă că:

1) *Forţa de interacţiune, între doi poli magnetici, este invers proporţională cu permeabilitatea mediului şi se calculează din formula lui Coulomb.*

$$F=\frac{1}{\mu}\cdot\frac{m_1\cdot m_2}{r^2}.$$

[1]) *Edwin Herbert Hall* (1855—1938), fizician american.

2) *Forța exercitată de un curent, asupra unui pol magnetic, este independentă de permeabilitatea mediului și se calculează din expresia legii lui Biot și Savart.* Ea este

$$F = 2\frac{i}{d}m.$$

3) *Forța de acțiune a unui cîmp magnetic, normal pe un curent electric, este deci proporțională cu permeabilitatea mediului.* Ea se calculează din relația cunoscută

$$F = \mu i l H \sin\alpha.$$

§ 277. **Acțiunea reciprocă a curenților.** Prin cercetări experimentale, *Ampère* a stabilit că:

1) *Doi conductori paraleli, în care circulă curenți electrici de același sens, dezvoltă acțiuni de atracție reciprocă.*

2) *Doi conductori paraleli, în care circulă curenți de sensuri contrarii, se resping reciproc.*

3) *Doi conductori încrucișați se atrag, dacă ambii curenți se îndreaptă simultan spre punctul de încrucișare și se resping, în cazul contrar.*

• **Curenții paraleli și de același sens se atrag, iar cei de sensuri contrarii se resping.**

Prin urmare, aici nu mai apar simple acțiuni de deviere, ca în sistemele *curent-pol magnetic,* ci forțe de interacțiune egale și de sensuri contrarii, ca între polii magnetici, dar cu deosebiri pe care le vom arăta la timpul lor.

Aceste interacțiuni sînt ușor de constatat experimental, bunăoară cu două fire flexibile, dispuse paralel.

Este de asemenea cunoscută următoarea experiență simplă:

O spirală de sîrmă este atîrnată de un suport și are, la partea inferioară, o masă, care poate să oscileze după verticală, ca la orice pendul elastic (fig. 219).

Masa este metalică și stă, parțial, cufundată în mercur.

Dacă trecem prin spirală un curent electric, spirele se atrag reciproc, ea se scurtează și contactul cu mercurul se întrerupe.

Acțiunea electromagnetică încetează atunci, spirala se lungește la loc, fenomenul se repetă și oscilația pendulului se întreține, fără să se amortizeze.

Rămîne să cercetăm aceste fenomene, din punctul de vedere cantitativ.

Pentru aceasta vom considera doi conductori liniari și paraleli, de lungime infinită, a căror distanță este d (fig. 220).

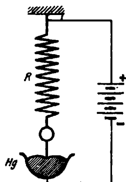


Fig. 219. Spirala lui Roget.

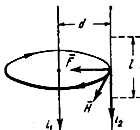


Fig. 220. Acțiunea reciprocă a curenților.

Ei sînt înfășurați în linii de forță magnetice, de formă circulară, al căror sens este dictat de regula șurubului.

Cîmpul produs de curentul cu intensitatea i_1, la distanța d, va fi, după legea lui Biot și Savart,

$$H=2\frac{i_1}{d}. \qquad (272.1)$$

El acționează asupra unei porțiuni oarecare, de lungime l, din celălalt conductor, cu o forță F, orientată după regula mîinii stîngi.

Această forță tinde să apropie conductorii și are intensitatea

$$F=\mu i_2 l H. \qquad (276.1)$$

Eliminarea lui H, între aceste două relații, ne duce la expresia finală

$$\boxed{F=2\mu\frac{i_1 i_2}{d}\,l}. \qquad (277.1)$$

$$F = 2\mu \frac{i_1 i_2}{d} l.$$

Această relaţie are o importanţă deosebită şi ne spune că, între un conductor liniar, de lungime infinită şi o porţiune, de lungime l, de pe alt conductor, paralel cu dînsul, apare o forţă de interacţiune, de intensitate:

1) *Direct proporţională cu permeabilitatea mediului.*
2) *Direct proporţională cu produsul intensităţilor de curent.*
3) *Direct proporţională cu lungimea limitată l.*
4) *Invers proporţională cu distanţa conductorilor.*

Este de la sine înţeles că, la rîndul lui, conductorul de lungime l atrage conductorul de lungime infinită, cu o forţă opusă şi de aceeaşi intensitate, după principiul acţiunii şi reacţiunii.

Dar, spre deosebire de interacţiunile polilor magnetici, aceste forţe sînt direct şi nu invers proporţionale cu permeabilitatea mediului.

§ 278. **Unitatea MKSA de curent electric.** In § 197 am legat unitatea *coulomb* de legea electrostatică a interacţiunilor în vid:

$$F = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}.$$

Această unitate reprezintă $3 \cdot 10^9$ unităţi CGS e.s.

Dacă o introducem în relaţia de faţă şi exprimăm forţa în newtoni, se ştie că permitivitatea vidului capătă valoarea numerică

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{9 \cdot 10^9}$$

şi nu mai rămîne un simplu număr abstract, ci are dimensiuni proprii.

Trecînd apoi la transportul de electricitate, am arătat că unitatea MKSA numită *amper* corespunde unui curent electric, ce transportă cîte un coulomb pe secundă, prin fiecare secţiune de conductor.

Aceste definiţii, fără să fie necorecte, au marele inconvenient că sînt legate de forţele interacţiunilor electrostatice, care nu pot fi determinate cu destulă precizie.

Mult mai precis pot fi măsurate forţele de interacţiune ale conductorilor parcurşi de curenţi electrici.

Vom reveni deci la relaţia cunoscută (277.1) şi considerînd că mediul este vidul, o vom scrie sub forma

$$\frac{F}{l} = 2\mu_0 \frac{i_1 i_2}{d}$$

în care intensităţile curenţilor sînt exprimate în unităţile sistemului CGS e.m.

In sistemul acesta, permeabilitatea magnetică este un simplu număr şi are, în vid, valoarea

$$\mu_0 = 1.$$

Rezultă că, în cazul particular cînd:

$i_1 = i_2 =$ o unitate CGS e.m. şi

$l = d =$ un centimetru,

$$F = 2 \text{ dyne.}$$

Dacă $i_1 = i_2 = 1$ u. CGS e.m. şi $l = d = 1$ cm, $F = 2$ dyne.

Prin urmare, la distanţa de un centimetru, forţa de interacţiune, între un conductor liniar infinit şi fiecare centimetru din alt conductor paralel cu dînsul, este de două dyne, dacă intensităţile curenţilor ar fi de cîte o unitate electromagnetică CGS, sau dacă produsul lor numeric ar fi egal cu unitatea.

Acest fel de a defini unitatea de intensitate CGS electromagnetică a curentului nu este în dezacord cu vechea definiţie, din legea lui Biot şi Savart, pe care am şi folosit-o ca să deducem relaţia (277.1).

El are însă avantajul că, prin eliminarea cîmpului magnetic, nu mai sîntem legaţi de existenţa unor mase magnetice fictive.

Trecînd acum la unitatea MKSA pe care am numit-o *amper*, vom observa mai întîi că, după tabela finală din § 273,

o unitate CGS e.s. de curent reprezintă $\frac{1}{3 \cdot 10^{10}}$ u. CGS e.m.

Se ştie însă că

$3 \cdot 10^9$ u. CGS e.s. *reprezintă un amper.*

Un amper $=10^{-1}$ CGS e.m.

Cunoscînd aceste raporturi numerice de transformare, deducem că *un amper reprezintă* 10^{-1} *unități* CGS e.m.

Ne propunem acum să căutăm ce valoare trebuie să dăm permeabilității vidului, pentru ca, din relația (277.1) să rezulte forța în newtoni, cînd exprimăm intensitățile în amperi și distanțele în metri.

In loc de

$$\frac{2\,(\text{dyn})}{1\,(\text{cm})} = 2\mu_0 \frac{1\cdot 1\,(\text{CGSe.m.})}{1\,(\text{cm})}$$

ar trebui să scriem atunci

$$\frac{2\cdot 10^{-5}\,(\text{N})}{1\,(\text{m})} = 2\mu_0 \frac{10\cdot 10\,(\text{A})}{1\,(\text{m})}$$

și această relație nu ar putea fi satisfăcută, decît cu condiția să luăm, ca valoare numerică,

$$\boxed{\mu_0 = 10^{-7}}.$$

Tot numeric vom avea deci

$$\frac{F}{l} = 2\cdot 10^{-7}\frac{I_1 I_2}{d}$$

unde, fiindcă nu mai sîntem în sistemul CGS e.m., am notat intensitățile curenților cu litere mari.

Dacă $I_1 = I_2 = 1$ A și $l = d = 1$ m, $F = 2\cdot 10^{-7}$ N.

Prin urmare, la distanța de un metru, forța de interacțiune, între un conductor liniar infinit și fiecare metru de pe un conductor paralel cu dînsul este de $2\cdot 10^{-7}$ *newtoni, dacă intensitățile curenților ar fi de cîte un amper.*

Aceasta este definiția standardizată a unității numite *amper*.

1. *Dimensiunile permeabilității.* In sistemul CGS e.m., permeabilitatea era un simplu număr abstract.

In sistemul MKSA, relaţia

$$\frac{F}{l}=2\mu_0\frac{I_1\cdot I_2}{d} \qquad (277.1)$$

ne dă, pentru permeabilitatea vidului, dimensiunile

$$[\mu_0]=LMT^{-2}I^{-2}.$$

Iar dacă mediul are permeabilitatea relativă μ_r, aceeaşi relaţie se va scrie, ştiind că $\mu=\mu_r\mu_0$,

$$\frac{F}{l}=2\mu_r\mu_0\frac{I_1\cdot I_2}{d}$$

şi produsul $\mu_r\mu_0$ ia dimensiunile lui μ_0 ,fiindcă μ_r nu este decît un simplu număr abstract.

2. *Unitatea MKSA de cîmp magnetic.* Revenind la expresia legii lui Biot şi Savart, după care, în orice mediu,

$$H=2\frac{I}{d} \qquad (272.1)$$

am văzut că intensitatea cîmpului rezultă în oerstezi, cînd exprimămă curentul în unităţi CGS e.m. şi distanţa în centimetri.

La valoare numerică egală, dacă am exprima curentul în amperi, cîmpul ar fi de 10 ori mai slab, iar dacă exprimăm distanţa în metri, mai scade încă de 100 de ori.

Prin urmare, în unităţile MKSA:

$$H=2\frac{1}{10\cdot 100}\frac{I}{d}\ \text{(Oe)}.$$

Inseamnă că, la distanţa de un metru, curentul cu intensitatea de un amper dă naştere cîmpului

$$H=0{,}002\text{Oe}=2\ \text{mOe}.$$

In sistemul MKSA, intensitatea cîmpului magnetic se exprimă în milioerstezi (mOe).

Prin urmare, în cadrul sistemului MKSA, intensitatea cîmpului magnetic nu se exprimă în oerstezi, *ci în milioerstezi (mOe).*

În ce privește dimensiunile acestei mărimi, relația fundamentală (272.1) ne dă

$$[H]=\mathrm{IL}^{-1}.$$

Trecînd acum la fluxul cîmpului magnetic, el are, prin definiție, valoarea

$$\varphi=HS$$

cu dimensiunile

$$[\varphi]=\mathrm{IL}$$

și se exprimă în *milioerstezi · metru pătrat* (mOe · m²), cînd folosim unitățile MKSA.

§ 279. **Raportul de transformare al unităților.** Din moment ce cunoaștem raportul de transformare al unităților, pentru intensitatea curentului, este ușor să-l calculăm rînd-pe-rînd pentru celelalte unități.

Tabela de mai jos cuprinde rezultatele acestor calcule, cît și pe acelea privitoare la unitățile CGS e.s., împreună cu relațiile de deducție respective.

Relația de deducție	MKSA	CGSe.m.	CGSe.m.
$\frac{F}{l}=2\mu_0\frac{I_1I_2}{d}$	amper (A)	10 A	$1/3\cdot10^9$ A
$Q=IT$	coloumb (C)	10 C	$1/3\cdot10^9$ C
$U=\frac{P}{I}$	volt (V)	$1/10^8$ V	300 V
$Q=CU$	farad (F)	10^9 F	$1/9\cdot10^{11}$ F
$R=\frac{U}{I}$	ohm (Ω)	$1/10^9$ Ω	$9\cdot10^{11}$ Ω

Pentru a nu încărca memoria, nu am introdus în tabelă decît unitățile folosite cel mai des. Pentru celelalte, calculul este tot așa de simplu.

B. Echivalenţa magneţilor şi a curenţilor

§ 280. **Momentul magnetic echivalent.** Experienţa lui Oersted, împreună cu toate fenomenele descrise pînă acum, ne-au arătat că un cîmp magnetic poate să fie produs atît de un magnet, cît şi de un curent electric.

Ampère a dovedit completa echivalenţă a curenţilor cu magneţii şi a bănuit că, în realitate, ceea ce se numeşte *magnetism* nu reprezintă fenomene independente şi că de fapt cîmpul magneţilor nu e decît o manifestare a unor curenţi circulari, ce ar trebui să existe în interiorul moleculelor substanţei respective.

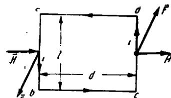


Fig. 221. Pentru deducerea momentului magnetic echivalent.

Teoriile moderne au adoptat şi dezvoltat această concepţie a lui Ampère, în acord cu numeroase fapte experimentale.

Să considerăm un cadru de sîrmă, plan şi dreptunghiular, prin care circulă un curent electric, de intensitate i, exprimată în unităţi CGS e.m. (fig. 221).

Paralel cu planul lui şi cu bazele, acţionează un cîmp magnetic H.

Acest cîmp este inactiv asupra laturilor *ad* şi *bc*, dar laturile *ab* şi *cd* vor fi supuse forţelor egale

$$F = \mu iHl \qquad (276.1)$$

După regula mîinii stîngi, aceste forţe se orientează paralel şi în sensuri contrarii, perpendicular pe planul figurii.

Ele dau naştere unui cuplu mecanic, al cărui moment este

$$Fd = \mu iHld = \mu iHS \qquad \textbf{(280.1)}$$

unde S reprezintă aria conturului.

Circuitul echivalează deci cu un magnet, orientat cu axa polilor perpendicular pe planul lui, pe care cîmpul magnetic tinde să-l aducă pe direcţia liniilor de forţă.

Polul nord al acestui magnet echivalent se găseşte la stînga observatorului lui Ampère, ce ar sta culcat pe una din laturi, cu

capul în sensul curentului şi ar privi spre interiorul cadrului, aşa cum ne arată, de altfel şi sensul orientării în cîmp.

Concluziile de faţă pot fi verificate uşor, cu dispozitivul din fig. 222: Două plăci, de zinc şi de cupru, cufundate în apă acidulată, formează un element galvanic, ce debitează curent electric, printr-un cadru de sîrmă.

Sîrma trece printr-un dop de plută şi tot sistemul pluteşte pe apă.

In cîmpul magnetic al Pămîntului, cadrul se orientează perpendicular pe direcţia meridianului, ca şi cum cele două feţe ar fi polii unui magnet, iar faţa nord se găseşte la stînga observatorului lui Ampère.

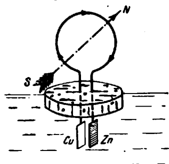


Fig. 222. Planul spirei se orientează perpendicular pe direcţia cîmpului magnetic pămîntesc.

Mai rămîne să calculăm şi momentul magnetic echivalent. El este legat de momentul mecanic al cuplului de rotaţie prin relaţia cunoscută

$$\overline{M_m} = \frac{Fd}{H}. \qquad (267.1)$$

Iar dacă ţinem seamă de (280.1), găsim că

$$\boxed{M_m = \mu i S}. \qquad (280.2)$$

Dacă, în loc de un contur dreptunghiular, am avea un circuit plan de o formă oarecare, îl putem descompune într-o infinitate de fîşii dreptunghiulare, în lungul liniilor de forţă şi rezultatul final ar fi acelaşi, prin totalizarea tuturor suprafeţelor elementare.

Momentul magnetic echivalent al unui circuit plan închis este

$M_m = \mu i S.$

Prin urmare, momentul magnetic echivalent al unui circuit plan închis este proporţional cu aria lui, cu permeabilitatea mediului şi cu intensitatea curentului, care-l străbate.

Solenoidul. In locul unei singure spire, putem lua mai multe, dispuse în spirală, aşa cum arată fig. 223.

Această spirală, parcursă de curentul electric, formează ceea ce numim un *solenoid*.

Considerînd spirele ca plane, dacă sînt destul de strînse una lîngă alta, momentul magnetic total va fi egal cu suma momentelor parţiale şi vom avea

$$M_m = \mu NiS, \tag{280.3}$$

în care N reprezintă numărul total de spire.

Totul ne îndreptăţeşte deci să comparăm un circuit plan închis cu o felie subţire, tăiată transversal într-un magnet, adică cu ceea ce Ampère numeşte o *foiţă magnetică*.

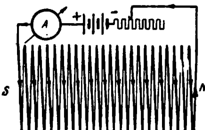


Fig. 223. Solenoid.

La rîndul lui, solenoidul ar fi comparabil cu mai multe foiţe magnetice suprapuse, cu polii de nume contrarii în contact şi tot atîtea la număr cît şi spirele.

Un solenoid, suspendat cu un fir, în poziţie orizontală, se orientează după meridian, iar polul nord se găseşte, ca şi la circuitul plan, în stînga observatorului lui Ampère.

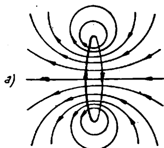
Cît despre interacţiunea polilor ce se formează la capetele lor, ei se atrag sau se resping, după regulile cunoscute din magnetism.

§ 281. **Cîmpul în interiorul solenoizilor.** Solenoizii, ca şi circuitele plane, produc linii de forţă, pe care le putem evidenţia prin metoda cunoscută, a spectrelor magnetice.

Figura 224 ne arată, în *a* şi *b*, aspectul acestor linii de forţă, la un circuit plan, cu o singură spiră şi la un solenoid.

Ele se răresc, deoparte şi de alta, ca să descrie în spaţiu curbe închise, pe care sensul pozitiv este acela în care se îndreaptă capătul nord al unui ac magnetic.

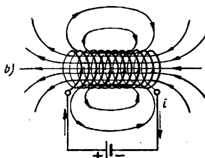
In fig. 224, *c* avem o aşa numită *bobină toroidală*. Aici liniile de forţă nu mai scapă în exterior şi zadarnic am căuta un pol nord şi altul sud.



Vom calcula mai întîi cîmpul, în interiorul unei astfel de bobine toroidale:

Pentru aceasta, vom pleca de la teorema lui Ampère, după care lucrul mecanic implicat în transportul unei mase magnetice, pe o traiectorie închisă, în jurul unui curent de intensitate *i*, este

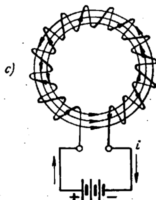
$$A = 4\pi mi. \qquad (275.1)$$



Dar un asemenea transport, prin interiorul bobinei toroidale, ocolește *N* spire și prin fiecare din ele trece cîte un curent de intensitate *i* (v. fig. 224, *c*).

În cazul acesta, va trebui să scriem că lucrul mecanic total este

$$A_t = 4\pi miN. \qquad (I)$$



Același lucru mecanic mai poate fi exprimat prin produsul între forță și lungimea traiectoriei, parcursă în direcția ei, așadar

$$A_t = Hml, \qquad (II)$$

în care *H* este cîmpul interior și *l* reprezintă lungimea toroidului desfășurat.

Egalînd avem

$$Hml = 4\pi miN$$

Fig. 224. Linii de forță magnetice: *a* — spiră circulară; *b* — solenoid; *c* — bobină toroidală.

sau, dacă notăm cu n numărul spirelor pe unitatea de lungime, ajungem la relaţia finală

$$\boxed{H=4\pi ni.} \tag{281.1}$$

Acest cîmp rezultă în *oerstezi,* cînd exprimăm curentul în unităţile CGS e.m. şi lungimea în centimetri, sau în *milioersted,* cînd exprimăm intensitatea curentului în amperi şi distanţa în metri.

Dar aparatele de laborator sînt, obişnuit, gradate în amperi şi, dacă exprimăm lungimea tot în centimetri, va trebui să ţinem seamă de raportul de transformare al unităţilor.

În cazul acesta, relaţia

$$H=\frac{1}{10}4\pi nI \tag{281.1a}$$

ne dă cîmpul în *oerstezi.*

Rezultatul nu depinde nici de suprafaţa sau de forma spirelor, nici de raza torului.

Acelaşi raţionament poate fi extins la un solenoid, cînd lungimea bobinată este practic infinită.

În cazul acesta, densitatea liniilor de forţă şi cîmpul din interior sînt incomparabil mai mari decît în exterior. (v. fig. 224, *b*).

Dacă transportăm o masă magnetică, în lungul uneia din ele, pe o traiectorie închisă, ocolim iarăşi toate spirele solenoidului, dar lucrul mecanic, pe porţiunea externă a drumului parcurs poate fi considerat ca neglijabil.

Relaţiile (I) şi (II), unde l reprezintă, de astă dată, lungimea solenoidului, ne vor duce iarăşi la expresia finală

$$H=4\pi ni. \tag{281.1}$$

Practic, ea poate fi aplicată, fără eroare apreciabilă, la orice solenoid a cărui lungime depăşeşte măcar de zece ori diametrul spirelor.

Prin urmare, într-o bobină toroidală, sau într-un solenoid foarte lung, intensitatea cîmpului magnetic este proporțională cu intensitatea curentului și cu numărul de spire, pe unitatea de lungime, iar factorul de proporționalitate este 4π.

Intr-o bobină toroidală, sau intr-un solenoid foarte lung, intensitatea cîmpului magnetic este $4\pi ni$.

La solenoizii scurți, cîmpul interior nu mai este uniform și se demonstrează că, într-un punct dat, el depinde de unghiul solid, sub care se văd cele două suprafețe terminale.

Aceeași relație ne permite să calculăm inducția magnetică, în cazul cînd mediul ce umple interiorul solenoidului are permeabilitatea μ.

Ea este

$$\boxed{B=\mu H=\mu 4\pi ni} \qquad (281.2)$$

și relația cunoscută

$$B=\mu_0 H+4\mu J \qquad (268.4)$$

ne permite să o mai scriem și sub forma

$$B=4\pi(\mu_0 ni+J). \qquad (281.3)$$

In această relație, ambii termeni din paranteză trebuie să reprezinte mărimi fizice de aceeași natură.

Inseamnă că, la magnetizarea vidului, substanța magnetică, introdusă în solenoid, adaugă intensitatea proprie de magnetizare.

La magnetizarea vidului, o substanță magnetică adaugă intensitatea de magnetizare proprie.

O explicație simplă se poate da, de pe acum, cu ajutorul ipotezei curenților moleculari a lui Ampère:

Mișcările de rotație ale electronilor din atomi dau naștere la curenți de convecție circulari, ce se comportă ca niște dipoli magnetici elementari.

In condiții normale, axele acestor dipoli se orientează statistic, în toate direcțiile.

Dar acțiunea cîmpului magnetic tinde să le aducă paralel cu liniile de forță, cu fața nord spre stînga curentului ce trece prin spirele solenoidului, așa cum arată fig. 225.

Peste cîmpul iniţial, se adaugă astfel rezultanta cîmpurilor produse de aceşti dipoli elementari.

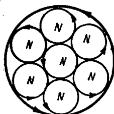


Fig. 225. Concepţia magneţilor moleculari.

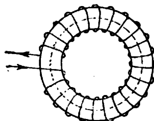


Fig. 226. Circuit magnetic toroidal.

§ 282. **Circuitul magnetic.** Să considerăm o bobină toroidală, în care toată suprafaţa secţiunilor ar fi ocupată de o substanţă cu permeabilitatea μ (fig. 226).

Această bobină conţine N spire şi lungimea ei desfăşurată este l.

Numărul de spire, pe unitatea de lungime, va fi deci

$$n=\frac{N}{l}.$$

După cele ştiute, un curent electric, de intensitate i, exprimată în CGS e.m., produce, în interiorul ei, cîmpul de inducţie magnetică

$$B=\mu 4\pi i\frac{N}{l}\ \text{Gs}. \tag{281.2}$$

Iar dacă notăm aria secţiunii cu S, fluxul de inducţie va fi

$$\Phi=\mu 4\pi i\frac{N}{l}S\ \ \text{Mx}.$$

Această relaţie se mai poate scrie şi sub forma

$$\boxed{\Phi=\frac{4\pi Ni}{l/\mu S}}\ \text{Mx}. \tag{282.1}$$

Dacă o comparăm cu legea lui Ohm, de la curentul electric,

$$I=\frac{E}{l/\gamma S}=\frac{E}{R}$$

constatăm că :

1) Curentului I îi corespunde fluxul de inducție Φ,

2) Forței electromotoare E îi corespunde mărimea

$$\mathcal{F}=4\pi Ni.$$

3) Rezistenței ohmice $R=l/\gamma S$ îi corespunde cantitatea

$$\mathcal{R}=l/\mu S.$$

4) Conductivitatea γ este înlocuită cu permeabilitatea μ.

$\mathcal{F}=4\pi Ni$ și $\mathcal{R}=l/\mu S$

Această analogie ne îndreptățește să dăm cantității F numele de „forță magnetomotoare" și mărimii $\mathcal{R}$, ce se opune trecerii fluxului, numele de „reluctanță".

Avem astfel, în magnetism, o lege asemănătoare cu legea lui **Ohm**:

$$\boxed{\mathcal{F}=\mathcal{R}\Phi} \qquad (282.2)$$

dar asemănarea nu implică un transport de sarcini magnetice, analoge cu sarcinile electrice, fiindcă nu există asemenea sarcini.

Pînă acum nu am considerat decît cazul unui circuit magnetic omogen, dar legea poate fi extinsă și la circuitele neomogene.

De pildă, circuitul din fig. 227 este compus din porțiunile numerotate cu 1, 2 și 3, din care ultima este o pătură de aer, cu permeabilitatea μ_0, egală cu a vidului.

Pentru simplificare, nu am reprezentat bobinajul toroidal, dar vom subînțelege că el există, ca în fig. 226.

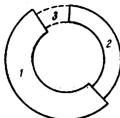


Fig. 227. Reluctanța circuitului este suma reluctanțelor parțiale.

Reluctanțele celor trei porțiuni vor fi, conform definiției,

$$\mathcal{R}_1=\frac{l_1}{\mu_1 S_1}\ ;\quad \mathcal{R}_2=\frac{l_2}{\mu_2 S_2}\ ;\quad \mathcal{R}_3=\frac{l_3}{\mu_0 S_3}$$

și relația (282.2) se va scrie sub forma

$$F=(\mathcal{R}_1+\mathcal{R}_2+\mathcal{R}_3)\Phi,$$

unde *reluctanța totală este suma reluctanțelor parțiale.*

Pentru o mai bună înțelegere, știind că permeabilitatea fierului este aproximativ de 2 000 de ori mai mare decît a vidului sau aerului, introducerea în circuitul magnetic a unei pături de aer, groasă de un centimetru, opune fluxului magnetic o rezistență egală cu a unei pături de fier de 20 m, sub aceeași secțiune.

Unitatea de forță magnetomotoare. Dacă, în relația de definiție

$$F=4\pi Ni$$

considerăm o singură spiră și dăm intensității curentului valoarea

$$i=\frac{1}{4\pi}\text{ CGSe.m.}$$

forța magnetomotoare capătă o valoare numerică egală cu unitatea.

O spiră, străbătută de curentul cu intensitatea 1/4 π u. CGS e.m., produce forța magnetomotoare de un gilbert.

Vom spune deci că, în sistemul CGS e.m., curentul de intensitate $1/4\pi$, *ce străbate o singură spiră, produce forța magnetomotoare-unitate.* Această unitate se numește *gilbert* (Gb).

Analog, dacă trecem prin spiră un curent de $1/4\pi$ amperi, obținem forța magnetomotoare de o unitate MKSA.

În sistemul MKSA forța magnetomotoare se exprimă în decigilbert.

Această unitate va fi de zece ori mai mică decît gilbertul și se numește *decigilbert.*

Pentru mărimea numită *reluctanță,* unitățile de măsură vor fi definite mai tîrziu, în cap. XXXIX despre „Inducția electromagnetică".

§ 283. **Electromagneți.** Un miez de fier, introdus într-un solenoid, se magnetizează și devine un *electromagnet,* iar magnetizarea dispare aproape total, după întreruperea curentului.

În cazul acesta, fierul adaugă inducţia proprie, la inducţia iniţială din solenoid, aşa cum arată relaţia cunoscută

$$B=4\pi\mu_0 ni+4\pi J \qquad (281.3)$$

în care ambii termeni din membrul al doilea trebuie să reprezinte mărimi similare cu B.

Primul termen creşte liniar cu intensitatea curentului; al doilea creşte de asemenea, însă neliniar, odată cu orientarea treptată a dipolilor elementari, amintiţi în § 281.

Dar cînd această orientare s-a terminat, intensitatea de magnetizare J se menţine constantă şi spunem că am ajuns la *saturaţia magnetică.*

De aici înainte, în cîmpul crescător, fierul nu mai joacă nici un rol specific şi putem scrie că

$$B_s=4\pi\mu_0 ni+\text{const.}$$

În principiu, un electromagnet are unul din aspectele arătate în fig. 228, cu numeroase variante.

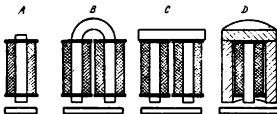


Fig. 228. Diverse forme de electromagneţi.

Pătura reprezentată prin spaţiul de aer, cuprins între feţele polare, se numeşte *întrefier*.

Ştiind că

$$B=\frac{\Phi}{S}=\frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}S}$$

şi că reluctanţa fierului se adună cu a întrefierului, înseamnă că trebuie să reducem întrefierul la minimum, ca să putem realiza intensităţi mari ale cîmpului de inducţie.

Pentru cercetările științifice, sau construit electromagneți de dimensiuni foarte mari.

De pildă, electromagnetul Academiei de Științe din Franța, instalat la Belleville, în apropierea Parisului, cîntărește 80 tone, are 4,50 m lungime și 2 m înălțime.

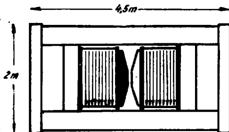


Fig. 229. Schema electromagnetului de la Belleville.

Schema lui de principiu este reprezentată în fig. 229.

Inducția din întrefier atinge 70 000 Gs, cînd piesele polare se găsesc la distanța de 2 mm și au diametrul de 4 cm.

Acestor piese li se dă o formă tronconică, menită să asigure o concentrare maximă a liniilor de forță.

Curentul de alimentare al bobinelor atinge 400 A. Ele sînt bobinate cu tuburi de cupru și răcite cu un curent de apă.

Odată ajuns la saturație, fierul devine inutil și de aceea profesorul *Kapița*, de la Moscova, renunțînd și la fier și la sistemul de răcire, a izbutit să obțină cîmpuri de peste 300 000 Oe, trecînd un curent de intensitate mare, printr-un solenoid, bobinat cu sîrmă foarte groasă.

Ca să evite topirea bobinajului, curentul acesta nu durează decît o mică fracțiune de secundă.

Forța portantă a electromagneților. Pe lîngă numeroasele aplicații practice la sonerie, telegraf, relee, comenzi electrice la distanță etc., a căror descriere se găsește în orice carte elementară, electromagneții aduc servicii mari în industria metalurgică, la macaralele de încărcare și descărcare a pieselor și deșeurilor de fier.

Calculul forței de desprindere, numită și *forță portantă*, se poate face în felul următor:

Să presupunem că o piesă de fier plană, atrasă de un electromagnet, este încărcată cu greutăți suplimentare, pînă se desprinde (fig. 230).

Dacă densitatea magnetică, pe fața polară este $+\sigma$, teorema lui Coulomb ne dă cîmpul

$$H=2\pi\sigma$$

în planul suprafeței respective.

Piesa atrasă capătă atunci, pe faţa în contact, o densitate magnetică $-\sigma$ şi este atrasă cu forţa

$$F=\sigma SH=2\pi\sigma^2S.$$

In momentul desprinderii, această forţă egalează greutatea şi astfel

$$mg=2\pi\sigma^2S$$

sau, fiindcă $\sigma=J$,

$$mg=2\pi J^2S. \qquad (I)$$

De altă parte se ştie că

$$B=\mu_0H+4\pi J. \qquad (268.4)$$

Dar inducţia vidului este neglijabilă, în comparaţie cu inducţia din fier, aşa că, înlocuind pe J în relaţia (I), putem scrie, cu aproximaţie, că

$$mg=\frac{B^2S}{8\pi}. \qquad (II)$$

La un electromagnet, sub intensitatea de curent i,

$$B=\mu 4\pi ni$$

şi din (II) ajungem la relaţia finală

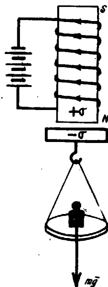


Fig. 230. Pentru calculul forţei portante a unui electromagnet.

$$\boxed{mg=2\pi S(\mu ni)^2}. \qquad (283.1)$$

De aici putem calcula forţa portantă, cînd cunoaştem permeabilitatea magnetică, sau determina experimental permeabilitatea, măsurînd forţa de smulgere.

Exemple numerice. 1) *Intr-o busolă de tangentă, raza spirei fiind de 10 cm, acul deviază din poziţia nord-sud cu 53°, cînd curentul are intensitatea de 4,48 A.*

Să se calculeze componenta orizontală a cîmpului magnetic pămîntesc. **(tg 53° = 1,33).**

Relația cunoscută

$$\frac{2\pi I}{r} = H_p \operatorname{tg} \alpha$$

ne dă, cînd curentul a fost exprimat în amperi,

$$H_p = \frac{2\pi I}{10 \cdot r} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{2\pi \cdot 4{,}48}{10 \cdot 10} \cdot \frac{1}{1{,}33} = 0{,}2 \text{ Gs.}$$

2) *Să se calculeze cîmpul magnetic produs de un electron, care se mișcă rectiliniu cu viteza constantă de* $2 \cdot 10^9$ cm/s, *într-un punct aflat la distanța de* 10^{-2} cm *de traiectorie, în momentul cînd trece prin proiecția acestui punct, pe traiectorie.*

Relația (274.1)

$$h = \frac{eu \sin \alpha}{r^2}$$

în care $\sin \alpha = 1$, ne dă, știind că

$$e = 4{,}8 \cdot 10^{-10} \text{ u.CGS e.s.,}$$

$$= 1{,}6 \cdot 10^{-20} \text{ u.CGS e.m.,}$$

$$h = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-20} \cdot 2 \cdot 10^9}{10^{-4}} = 3{,}2 \cdot 10^{-7} \text{ Oe.}$$

3) *Să se calculeze forța exercitată asupra unei linii electrice aeriene, din partea cîmpului magnetic al Pămîntului. Linia este întinsă orizontal, în direcția est-vest, are lungimea de* 2 km *și e parcursă de un curent cu intensitatea de* 100 A.

Se va lua $H = T = 0{,}47$ Gs.

Relația (276,1)

$$F = \mu i l H$$

în care considerăm că $\mu = 1$, ne dă, pentru $i = 10$ CGS e.m.,

$$F = 1 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}47 = 0{,}94 \cdot 10^6 \text{ dyn,}$$

adică de ordinul unui *kilogram forță* (kgf).

4) *Intr-o centrală electrică, barele de conexiune sînt fixate paralel și la distanță de* 30 cm *una de alta, pe izolatori de sprijin, la fiecare* 2 m.

Un scurt-circuit a făcut ca ele să fie parcurse, pentru un timp foarte scurt, de curenți cu intensitatea de 20 000 A. *Să se calculeze forța exercitată de fiecare bară, presupusă practic infinită, asupra porțiunii nesprijinite din cealaltă.*

In aer și pentru intensitatea de 2 000 u. CGS e. m., relația

$$F = 2\mu_0 \frac{I_1 \cdot I_2}{d} l \qquad (277.1)$$

ne dă

$$F = 2 \frac{2\,000 \cdot 2\,000}{30} \cdot 200 = 5{,}33 \cdot 10^7 \text{ dyn.}$$

adică aproape 55 kgf.

In aceste condiții, se întîmplă adesea ca barele, dacă nu s-au topit prin efectul Joule-Lenz, să fie rupte sau, cel puțin, deformate.

5) *Un solenoid foarte lung, cu* 10 *spire pe centimetru, este parcurs de un curent, cu intensitatea de* 0,48 A.

Secțiunea spirelor fiind de 30 cm², *se introduce in ele o bară de fier cu aceeași secțiune.*

Să se calculeze inducția in fier și forța portantă a electromagnetului. Se va lua $\mu_r = 2\,000$.

Cîmpul, în solenoidul fără fier, este

$$H = \frac{1}{10} 4\pi n I = \frac{1}{10} 4\pi \cdot 10 \cdot 0{,}48 = 6{,}03 \text{ Oe.} \qquad (231.1a$$

iar inducția în fier va fi

$$B = \mu \cdot H = 2\,000 \cdot 6{,}03 = 12\,060 \text{ Gs.}$$

Forța portantă (§ 283) o vom calcula din relația

$$F = \frac{B^2 S}{8\pi} = \frac{12\,060^2 \cdot 30}{8\pi} = 1{,}73 \cdot 10^8 \text{ dyn}$$

ceea ce reprezintă 176 kgf.

CAPITOLUL XXXVIII

PROPRIETĂȚI MAGNETICE ALE SUBSTANȚELOR [1])

A. Proprietăți fundamentale

§ 284. **Clasificare, cîmpul demagnetizant.** Să considerăm, în vid sau în aer, un corp oarecare, magnetizat într-un cîmp magnetic.

Vom presupune că direcția magnetizării coincide cu direcția cîmpului.

De altfel acesta e și cazul practic real, cu excepția unor situații particulare, întîlnite la corpurile așa zise *feromagnetice*, însă aceste situații pot fi și acolo înlăturate.

Reprezentînd mărimile dirijate prin vectori și considerînd permeabilitatea vidului ca simplu număr, egal cu unitatea, vom putea scrie atunci că

$$\overline{J}=\chi\overline{H} \quad \text{și} \quad \overline{B}=\mu\overline{H}$$

unde reamintim că χ reprezintă susceptibilitatea magnetică.

Totodată, relația cunoscută

$$\mu=\mu_0(1+4\pi\chi)$$

se poate scrie, în sistemul CGS e.m.,

$$\mu=1+4\pi\chi.$$

Din punctul de vedere al comportării magnetice, deosebim două clase de substanțe:

1) Substanțele *diamagnetice*, la care $\varkappa$ este *negativ* și μ *mai mic decît* 1.

2) Substanțele *paramagnetice*, la care $\varkappa$ este *pozitiv* și μ *mai mare decît* 1.

2 a) Dintre paramagnetice mai fac parte, ca subclasă, corpurile *feromagnetice*, al căror principal reprezentant este fierul.

---

[1]) În toată dezvoltarea capitolului de față ne vom servi exclusiv de unitățile sistemului CGS e.m., nu pentru că ar fi neapărat necesar, ci fiindcă este mai comod și ușurează consultarea ulterioară a literaturii științifice respective.

Ele au permeabilitatea şi susceptibilitatea magnetică deosebit de mari; apoi, se mai caracterizează prin aceea că aceste mărimi nu sînt constante, ci depind şi de intensitatea cîmpului şi de valorile ei anterioare.

Clasificarea de faţă, asupra căreia vom reveni ulterior cu amănunte, a fost făcută de *Faraday*.

In toate substanţele, cîmpul $\bar{H}$, care dictează valoarea vectorului $\bar{J}$, este şi el rezultanta a două cîmpuri suprapuse:

— *Cîmpul exterior aplicat,* pe care-l vom nota cu $\bar{H}_0$ şi

— *Un cîmp suplimentar,* notat cu $\bar{H}_s$, care se datoreşte acţiunii reciproce, prin masa substanţei, a polilor de nume contrarii, ce apar la capetele opuse ale corpului.

Vom putea scrie deci relaţia vectorială

$$\boxed{\bar{H}=\bar{H}_0+\bar{H}_s} \qquad (284.1)$$

şi, cu ajutorul ei, vom căuta să interpretăm unele fapte caracteristice:

a) Experienţa ne arată că o bară de substanţă *paramagnetică,* de pildă fier, aluminiu sau crom, dispusă în lungul unui cîmp magnetic, *formează un pol sud, la intrarea liniilor de forţă şi un pol nord la ieşirea lor* (fig. 231, *a*).

Ţinînd seama de sensul convenţional, rezultă că, în cazul acesta, cîmpul H_s se orientează *împotriva* cîmpului exterior H_0, ce traversează substanţa.

El constituie deci un *cîmp demagnetizant,* care se opune magnetizării.

Această acţiune de opunere va fi, evident, cu atît mai eficace, cu cît bara este mai scurtă, deci polii mai apropiaţi.

Ea devine practic inactivă, într-o bară foarte lungă, şi nulă într-un circuit magnetic închis, bunăoară într-un toroid, fiindcă acolo nu există poli magnetici.

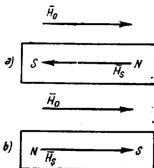


Fig. 231. Acţiunea polilor favorizează magnetizarea substanţelor diamagnetice şi tinde să demagnetizeze pe cele paramagnetice.

La paramagnetice, acțiunea polilor magnetici formați dă naștere unui cîmp demagnetizant.

Cîmpul demagnetizant poate fi neglijat la paramagneticele obișnuite, fiindcă au susceptibilitatea foarte mică, dar la feromagnetice acțiunea lui poate să reducă intensitatea de magnetizare a unei bare scurte la cîteva sutimi din valoarea ei normală, dintr-o bară lungă.

b) Tot experimental se mai constată că o bară de substanță *diamagnetică*, de pildă cupru sau argint, *capătă un pol nord la intrarea liniilor de forță și unul sud la ieșirea lor* (fig. 231, *b*).

La diamagnetice, acțiunea polilor magnetici formați favorizează magnetizarea substanței.

Situația este deci inversă ca la paramagnetice și cîmpul $\overline{H}_s$, orientat în același sens cu cîmpul extern, *favorizează magnetizarea substanței.*

Această inversare a polilor ne explică valoarea negativă a susceptibilității magnetice.

Dar și aici susceptibilitatea este, numeric, foarte mică, așa că putem considera cîmpul H_s ca neglijabil.

Să presupunem acum că am atîrnat cu un fir o mică bară de substanță *paramagnetică*, între polii unui magnet (fig. 232, *a*).

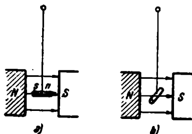


Fig. 232. Bara paramagnetică se orientează în sensul liniilor de forță iar cea diamagnetică perpendicular.

Ea se orientează paralel cu liniile de forță, fiindcă polii formați sînt atrași de polii vecini ai magnetului.

Dar dacă bara este *diamagnetică,* situația se schimbă și *orientarea devine perpendiculară pe liniile de forță,* fiindcă polii formați sînt respinși de polii vecini ai magnetului (fig. 232, *b*).

Printre substanțele paramagnetice, găsim sodiul, potasiul, aluminiul, cromul, manganul, sărurile de fier, nichel, cobalt, mangan etc., fără a mai vorbi de substanțele din grupa feromagnetică, despre care vom discuta mai tîrziu.

Oxigenul este de asemenea paramagnetic şi dacă turnăm aer lichid peste polii unui electromagnet, picăturile aderă, mai ales dacă o parte din azot s-a evaporat.

Printre substanţele diamagnetice, care sînt cele mai numeroase găsim toate metaloidele (afară de oxigen), cele mai multe metale şi aproape toate substanţele organice.

Corpul omului este diamagnetic aşa că, suspendat orizontal, între polii unui magnet, ar trebui să se orienteze perpendicular pe liniile de forţă.

Tot diamagnetice sînt gazele de ardere ale flăcărilor şi de aceea ele sînt respinse afară din cîmpul unui magnet.

Tabela de mai jos cuprinde susceptibilităţile magnetice ale cîtorva substanţe.

1. *Paramagnetice.*

Aluminiu	$1{,}7 \cdot 10^{-6}$	Sodiu	$0{,}5 \cdot 10^{-6}$
Crom	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$	Staniu	$0{,}2 \cdot 10^{-6}$
Mangan	$3{,}0 \cdot 10^{-4}$	Aer	$0{,}03 \cdot 10^{-6}$
Potasiu	$0{,}5 \cdot 10^{-6}$	Oxigen	$0{,}15 \cdot 10^{-6}$

2. *Diamagnetice.*

Aur	$-3{,}1 \cdot 10^{-6}$	NaCl	$-1{,}0 \cdot 10^{-6}$
Argint	$-1{,}5 \cdot 10^{-6}$	Apă	$-0{,}72 \cdot 10^{-6}$
Bismut	$-14{,}0 \cdot 10^{-6}$	Alcool	$-0{,}67 \cdot 10^{-6}$
Cupru	$-0{,}8 \cdot 10^{-6}$	Mercur	$-2{,}4 \cdot 10^{-6}$
Plumb	$-0{,}12 \cdot 10^{-6}$	Hidrogen	$-0{,}26 \cdot 10^{-6}$

Cea mai mare susceptibilitate negativă o are bismutul. Datele relative la substanţele feromagnetice le vom da mai tîrziu.

Determinarea experimentală a susceptibilităţilor magnetice constituie o operaţie foarte delicată, din cauza valorilor numerice atît de mici.

În 1938, *Constantin Sălceanu*[1]) a publicat o metodă simplă, ce poate fi aplicată la soluţiile de săruri sau lichide paramagnetice:

El dizolvă aceste substanţe în apă, care este diamagnetică şi realizează astfel soluţii *magnetic neutrale*, asupra cărora un cîmp oricît de intens nu mai exercită nici o acţiune.

Deformarea liniilor de inducţie. Considerînd relaţia care leagă cîmpul de inducţia magnetică, vom avea, într-o substanţă de permeabilitate μ_1, în cîmpul H,

$$B_1 = \mu_1 H$$

[1]) Profesor la Institutul Pedagogic din Timişoara.

iar în alt mediu, de permeabilitatea μ_2,

$$B_2 = \mu_2 H.$$

Prin două suprafeţe egale, orientate normal pe liniile de forţă, fluxurile de inducţie vor fi deci

$$\Phi_1 = \mu_1 HS \quad \text{şi} \quad \Phi_2 = \mu_2 HS.$$

De aici deducem că

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \tag{284.2}$$

Prin suprafeţe egale, numărul liniilor de forţă ale inducţiei variază proporţional cu permeabilitatea.

Înseamnă că, prin suprafeţe egale, numărul liniilor de forţă ale cîmpului de inducţie variază direct proporţional cu permeabilitatea.

Să introducem acum un corp diamagnetic şi altul paramagnetic, între polii unui magnet (fig. 233).

În primul caz, liniile de forţă vor fi mai rare decît în aer, fiindcă permeabilitatea este mai mică decît 1, pe cînd în celălalt ele se vor îndesi, la intrarea în corp.

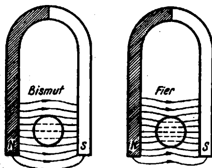


Fig. 233. Bismutul diamagnetic împrăştie liniile de forţă, iar fierul le îndeseşte.

Dar situaţia poate să se inverseze în alte medii şi anume:

— *Dacă mediul este mai diamagnetic decît corpul, acesta va strînge liniile de forţă, în loc să le împrăştie.*

— *Dacă mediul este mai paramagnetic decît corpul, acesta va împrăştia liniile de forţa, în loc să le strîngă.*

De pildă, o bucată de cupru, cufundată în bismut, va strînge liniile de forţă, iar o bucată de nichel, înglobată într-o masă de fier, le va împrăştia.

În § 212, din Electrostatică, am considerat cazul unui cîmp de inducție care întîlnește, sub o incidență oblică, suprafața de separație, între două medii cu permitivități diferite.

Ele se refractă atunci, modificîndu-și traseul, după relația cunoscută (212.1).

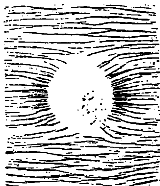
Pe aceeași cale se poate demonstra că la fel se refractă și liniile de forță ale inducției magnetice, numai că în locul permitivităților vom introduce permeabilitățile.

Prin urmare (fig. 234):

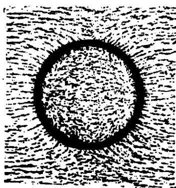
Fig. 234. Refracția liniilor de forță ale inducției magnetice.

$$\boxed{\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha'} = \frac{\mu}{\mu'}}. \tag{284.3}$$

Ca încheiere, fig. 235, *a* reprezintă spectrul magnetic, obținut prin metoda obișnuită, cînd o bucată de fier se găsește între polii unui magnet.



a)



b)

Fig. 235. O piesă de fier concentrează liniile de forță, iar un perete de fier acționează ca un ecran magnetic.

Se observă aici devierea liniilor de forță din aer și concentrarea lor, la intrarea și ieșirea din bucata de fier.

In *b*, aceeași figură ne arată acțiunea de ecran magnetic a unui cilindru de fier găunos, în interiorul căruia firișoarele de pilitură nu se mai orientează, fiindcă pereții canalizează toate liniile de forță.

§ 285. **Magnetismul și curenții moleculari.** Să considerăm un electron satelit, care descrie o orbită circulară, în jurul nucleului atomic.

El execută n rotații pe secundă și transportă sarcina electrică e de tot atîtea ori, printr-un punct dat al orbitei.

Intensitatea curentului de convecție va fi deci

$$i = ne.$$

Se știe însă că, într-o mișcare circulară uniformă, viteza unghiulară este

$$\omega = 2\pi n$$

și astfel vom putea scrie că

$$i = \frac{\omega e}{2\pi}.$$

Acest curent circular, în lungul orbitei de arie S, echivalează cu un magnet elementar, la care momentul dipolar este

$$M_m = iS = \frac{\omega S e}{2\pi}. \qquad (280.2)$$

Nu este cazul să dezvoltăm aici teoriile para și diamagnetismului, dar punctul de plecare este următorul:

Intr-o moleculă există mai mulți electroni sateliți, care se mișcă pe orbite diferite, în plane diferite și în sensuri diferite.

1) Dacă aceste orbite sînt dispuse, în mod natural, așa ca momentul magnetic rezultant să fie nul, cîmpul aplicat nu poate să modifice orientarea moleculei în spațiu.

Dar el poate să schimbe orientările reciproce ale orbitelor și molecula devine astfel un *dipol magnetic temporar*, ce apare și dispare odată cu cîmpul ce i-a dat naștere.

Acesta este cazul substanțelor *diamagnetice*.

La paramagnetice dipolii sînt permanenţi şi se orientează în cîmp, iar la diamagnetice se formează prin acţiunea cîmpului.

2) Se poate întîmpla însă ca, la unele substanţe, momentul magnetic rezultant al moleculei să difere de zero. Ea este atunci un *dipol permanent* şi cîmpul aplicat o roteşte cu totul, ca să-i orienteze axa după liniile de forţă.

Această situaţie caracterizează substanţele *paramagnetice*. Ne-am referit la dînsa, în legătură cu ideile lui Ampère.

3) Momentele dipolare magnetice pot să provină nu numai din mişcarea electronilor sateliţi pe orbite, ci şi din rotaţia lor în jurul axei proprii, fiindcă şi această rotaţie constituie un transport de electricitate.

Ea se numeşte, în atomistică, *spin electronic* [1]).

1. *Experienţa lui Einstein şi de Haas* [2]). Răsturnarea de ansamblu a dipolilor permanenţi, sub acţiunea cîmpului magnetic, reprezintă o variaţie a impulsului de rotaţie, totalizată la toate moleculele interesate.

Dar, într-un sistem izolat, impulsul este conservativ şi urmează că, prin reacţie la schimbarea de orientare a orbitelor electronice, însuşi corpul magnetizat ar trebui să capete un impuls de rotaţie, în sens contrar.

Mecanismul fenomenului ar fi deci analog experienţei cu scaunul lui Jukovski, descrisă în § 67.

Verificarea deducţiei de faţă s-a făcut prin experienţa următoare:

O bară cilindrică, de fier, a fost introdusă într-o bobină magnetizantă şi suspendată cu un fir subţire (fig. 236).

Ea capătă, în momentul magnetizării, un impuls de rotaţie, ce poate fi observat prin deplasarea unei fîşii luminoase, reflectată pe oglinda *O*.

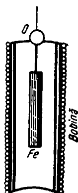


Fig. 236. Schema experienţei lui Einstein-de Haas.

[1]) Pe englezeşte *spin* înseamnă *sfîrlează* sau *titirez*.

[2]) *Wander Johannes de Haas* (n. în 1878), fizician olandez, fost profesor la Leyda.

2. *Efectul Barnett.* Printr-un mecanism invers aceluia din experienţa lui Einstein—de Haas, ar trebui ca o bucată de fier, dacă este rotită foarte repede, în jurul axei longitudinale, să devină un magnet, prin schimbarea de orientare a dipolilor moleculari.

Barnett[1]) a izbutit să verifice această concluzie, prin experienţe care sînt foarte delicate şi greu de realizat.

§ 286. **Efectul temperaturii.** Se ştie că definiţia susceptibilităţii magnetice rezultă din relaţia

$$J=\mu_0\chi H=\chi H \quad \text{sau} \quad \chi=\frac{J}{H}$$

în care, folosind unităţile CGS e.m., am considerat permeabilitatea vidului ca simplu număr, egal cu unitatea.

Iar dacă exprimăm intensitatea de magnetizare prin raportul dintre momentul magnetic şi volumul substanţei, avem

$$\chi=\frac{M_m}{VH}.$$

De aici, împărţind cu densitatea, putem defini o altă mărime caracteristică $\varkappa$, numită *coeficient de magnetizare:*

$$\varkappa=\frac{M_m}{\rho VH}=\frac{M_m}{mH} \tag{286.1}$$

în care m este masa inertă a substanţei.

Coeficientul de magnetizare reprezintă momentul magnetic al unităţii de masă în cîmpul-unitate.

Coeficientul de magnetizare se defineşte, aşadar, prin momentul magnetic al unităţii de masă, în cîmpul-unitate.

El are, faţă de susceptibilitatea magnetică, avantajul că este independent de volum şi de orice cauză ce ar putea să modifice volumul.

---

[1]) *Samuel I. Barnett* (1873—1914), fizician american.

La densitatea constantă, ambele mărimi sînt însă proporţionale, fiindcă relaţia (286.1) de mai sus ne dă

$$\boxed{\chi = \varkappa \rho} \cdot \qquad (286.2)$$

Pierre Curie a cercetat sistematic efectul variaţiei de temperatură, asupra magnetizării substanţelor şi a stabilit că :

1) *La substanţele diamagnetice, coeficientul de magnetizare nu variază cu temperatura.*

Dar legea nu este generală. De pildă la bismut, coeficientul de magnetizare, ca şi susceptibilitatea, scad, în valoare absolută, cînd creşte temperatura, pînă la punctul de topire şi abia după aceea se menţin constante.

Cu unele excepţii, magnetizarea la diamagnetice nu depinde de temperatură.

2) *La substanţele paramagnetice, coeficientul de magnetizare variază invers proporţional cu temperatura absolută.*

Această lege se scrie, de obicei, sub forma

$$\frac{1}{\varkappa} = \frac{1}{C} \cdot T \qquad (286.3)$$

în care inversa coeficientului de magnetizare se numeşte *duritate magnetică,* iar factorul de proporţionalitate C este *constanta lui Curie.*

Relaţia de faţă nu se aplică însă decît la corpurile în care acţiunea reciprocă a moleculelor este neglijabilă, adică acolo unde sînt libere să se orienteze şi nu rezistă acţiunii cîmpului, decît prin agitaţia termică.

Aceasta se întîmplă în gaze, sau în soluţiile diluate.

Dar în solide, sau în soluţii concentrate, va trebui să ţinem seama şi de acţiunile reciproce dintre molecule, care dau naştere unui *cîmp molecular.*

Fără să facem vre-o ipoteză asupra naturii acestui cîmp, care nu este necesarminte de natură magnetică, teoria prevede şi experienţa confirmă că

$$\boxed{\frac{1}{\varkappa} = \frac{1}{C}(T - \theta)} \qquad (286.4)$$

în care θ reprezintă o temperatură, numită *punctul Curie paramagnetic*.

La paramagnetice coeficientul de magnetizare este invers proporţional cu diferenţa de temperatură, faţă de punctul Curie.

Prin urmare, la substanţele paramagnetice, coeficientul de magnetizare variază invers proporţional cu diferenţa de temperatură, faţă de punctul Curie.

Relaţia de faţă este mai completă decît precedenta şi o cuprinde implicit, în cazul cînd $\theta = 0°K$.

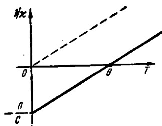


Fig. 237. Variaţia liniară a durităţii magnetice cu temperatura.

Dacă reprezentăm grafic variaţia funcţiunii respective, găsim linia dreaptă din fig. 237.

Ea intersectează axa ordonatelor acolo unde $1/\varkappa = -\theta/C$ şi axa absciselor pentru $T = \theta$.

Aceeaşi reprezentare urmează traseul desemnat prin puncte, la substanţele unde nu există cîmp molecular.

Unele substanţe paramagnetice fac excepţie de la legea lui Curie.

De pildă metalele alcaline, aluminiul, staniul etc., au coeficientul de magnetizare independent de temperatură.

Acest *paramagnetism constant* este caracteristic substanţelor aşa zise *antiferomagnetice*, în care dipolii elementari sînt orientaţi, în mod natural, după direcţii paralele, dar unii într-un sens şi alţii în sensul contrar [1]).

In momentul de faţă, concepţiile teoretice, despre dia-şi paramagnetism, sînt destul de bine închegate.

Dar nu acelaşi lucru se poate spune despre substanţele *feromagnetice*, unde atît cunoaşterea faptelor, cît şi interpretarea lor, întîmpină încă dificultăţi mari.

B. Feromagnetismul

§ 287. **Caractere generale**. Substanţele feromagnetice au permeabilitatea şi susceptibilitatea magnetică mult mai mari decît paramagneticele obişnuite.

---

[1]) In domeniul antiferomagnetismului, cităm lucrarea lui *I. Maxim*, de la Universitatea din Cluj, care a studiat compuşi de Fe, Ni şi Co care, prin încălzire, devin succesiv, din feromagnetici, antifero, apoi paramagnetici.

La o temperatură dată, permeabilitatea şi susceptibilitatea feromagneticelor variază cu cîmpul.

Dar, la temperatură constantă, şi una şi alta variază atît cu intensitatea cîmpului magnetizant, cît şi cu valorile ei anterioare.

Relaţiile cunoscute

$$B=\mu H \quad \text{şi} \quad J=\mu_0\chi H$$

se vor aplica deci numai cu această restricţie.

Fierul este principalul reprezentant al substanţelor feromagnetice. Alături de el stau nichelul şi cobaltul, iar dacă sînt răcite la temperatură joasă, mai adăugăm gadoliniul, erbiul şi disprosiul.

Tot feromagnetice sînt şi unele sulfuri sau oxizi de fier, precum şi anumite aliaje ternare de *mangan-aluminiu-cupru*, descoperite de *Heusler* [1]) în 1903, la care componenţii, luaţi în parte, nu sînt feromagnetici.

Curba de histeresis. Dacă, la o bară de fier ce încă nu a fost magnetizată, determinăm experimental variaţia intensităţii de magnetizare, în funcţie de cîmpul magnetizant, în care am introdus-o, găsim o curbă de felul aceleia reprezentată în fig. 238.

Această curbă urmăreşte orientarea treptată a dipolilor magnetici ai substanţei şi tinde către o valoare-limită, de saturaţie, pe care o atinge cînd procesul de orientare s-a terminat.

Am trasat astfel aşa numita *curbă de primă magnetizare*.

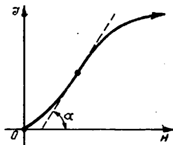


Fig. 238. Curbă de primă magnetizare.

La susceptibilitate constantă, funcţiunea

$$J=\mu_0\chi H$$

ar fi reprezentat o linie dreaptă, ce trece prin originea coordonatelor.

[1]) *Friederich Heusler* (n. în 1866), inginer şi chimist german.

Dar, în cazul de faţă, susceptibilitatea nu e constantă şi, ca să aflăm valoarea ei, pentru o anumită intensitate a cîmpului, va trebui să ducem tangenta la curbă, în punctul respectiv.

In această situaţie

$$\mu_0\chi=\frac{dJ}{dH}=\operatorname{tg}\alpha.$$

Din figură, urmărind panta curbei, se vede imediat că:

Susceptibilitatea este maximă la punctul de inflexiune al curbei de magnetizare şi nulă la saturaţie.

Susceptibilitatea este maximă, odată cu $\operatorname{tg}\alpha$, *la punctul de inflexiune al curbei de magnetizare şi nulă la saturaţie.*

Considerînd acum relaţia

$$\mu=\mu_0(1+4\pi\chi) \qquad \textbf{(268.5)}$$

se vede imediat că permeabilitatea devine maximă odată cu susceptibilitatea.

Dar la saturaţie

$\chi=0$ şi rezultă că atunci $\mu=\mu_0$.

La saturaţie, permeabilitatea substanţei devine egală cu a vidului.

Prin urmare, odată saturată, substanţa capătă permeabilitatea vidului şi pierde calităţile magnetice.

Să presupunem acum că, după ce am realizat condiţia de saturaţie, readucem cîmpul magnetizant înapoi la zero.

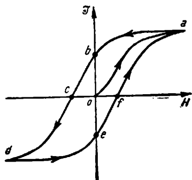


Fig. 239. Ciclu de histeresis $J=f(H)$.

Experienţa ne arată atunci că variaţia intensităţii de magnetizare nu mai urmează curba iniţială, ci parcurge traseul *ab*, din fig. 239.

Prin urmare suprimarea cîmpului nu a înlăturat cu totul orientarea dipolilor, fiindcă mai persistă încă o *magnetizare remanentă*, proporţională cu segmentul *ob*.

Ca să anulăm această remanenţă, trebuie să inversăm cîmpul magnetizant şi să-i dăm o valoare proporţională cu segmentul *oc.*

Segmentul acesta reprezintă, ca mărime, aşa numitul *cîmp coercitiv* al substanţei cercetate.

Continuînd, obţinem succesiv traseele *cd,* pînă la o nouă saturaţie, apoi *de,* care ne duce iarăşi la remanenţă şi curba se închide, revenind la punctul de plecare *a.*

La feromagnetice magnetizarea parcurge un ciclu de histeresis, cu saturaţie, remanenţă şi cîmp coercitiv.

Prin urmare magnetizarea substanţelor feromagnetice decurge după un ciclu de histeresis, pe care găsim o intensitate de saturaţie, o remanenţă şi un cîmp coercitiv caracteristice.

Reamintim că asemenea fenomene le-am găsit şi în electrostatică, la polarizarea substanţelor ***seignetoelectrice*** (§ 210).

Tangenta trigonometrică a unghiului de înclinaţie, în fiecare punct al curbei trasate, ne dă susceptibilitatea magnetică respectivă şi ne permite apoi să calculăm permeabilitatea, din relaţia cunoscută (268.5).

După cum am văzut mai sus, această relaţie ne arată că, la saturaţie,

$$\mu=\mu_0 \quad \text{şi rezultă că} \quad B=\mu H=\mu_0 H.$$

In aceste condiţii, odată realizată saturaţia, mărimile B şi H variază simultan, cu cantităţi egale, dacă le exprimăm în unităţile CGS e.m. şi sînt proporţionale una cu alta, în sistemul MKSA.

De multe ori, în locul curbei de histeresis

$$J=\chi H \quad \text{se trasează curba} \quad B=\mu H.$$

Această curbă este analogă cu precedenta, dar se deosebeşte prin aceea că, în regiunea de saturaţie, traseul nu mai este orizontal, ci înclinat (fig. 240).

Inclinarea depinde, evident, de scara la care am reprezentat mărimile, pe cele două axe de coordonate.

Derivata

$$\mu = \frac{dB}{dH} = \operatorname{tg} \alpha$$

ne permite să calculăm permeabilitatea, într-un punct oarecare al curbei, tot aşa cum am calculat susceptibilitatea.

În situaţia de faţă, segmentul *ob* reprezintă *inducţia remanentă* şi nu o intensitate de magnetizare remanentă.

Saturaţia, remanenţa şi cîmpul coercitiv sînt caracteristice substanţelor feromagnetice.

Fenomenele descrise nu se observă la substanţele para sau diamagnetice, aşa că saturaţia, remanenţa şi cîmpul coercitiv sînt caracteristice substanţelor feromagnetice.

Am arătat mai sus că o altă caracteristică, pe care o impune dealtfel însăşi existenţa curbei de histeresis, este că nici permeabilitatea, nici susceptibilitatea magnetică nu sînt constante, ci variază atît cu cîmpul, cît şi cu valorile lui anterioare [1]).

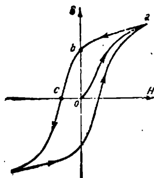


Fig. 240. Ciclu de histeresis $B=f(H)$.

În primul rînd, aceste mărimi, cît şi legea lor de variaţie cu cîmpul, depind de natura substanţei feromagnetice.

Dar ele mai depind şi de alţi factori, cum ar fi, de pildă, tratamentele termice sau mecanice, dimensiunile geometrice ale probei, forma ei sau temperatura.

Despre aceste influenţe ne vom ocupa mai tîrziu. Deocamdată vom considera numai fenomenul de primă magnetizare al unei bare foarte lungi, sau al unui toroid, într-un cîmp magnetic uniform, pe care-l putem obţine înfăşurîndu-le într-o spirală parcursă de un curent electric.

---

[1]) Variaţia permeabilităţii fierului cu intensitatea cîmpului a fost descoperită în 1872 de fizicianul rus *Alexandru Grigorievici Stoletov* (1839—1896), fost profesor la Moscova, iar curba de histeresis a fost trasată, pentru prima dată, în 1881 de fizicianul german *Emil Warburg* (1846—1931), fost profesor la Berlin.

Figura 241 ne arată variaţia permeabilităţii şi susceptibilităţii, în lungul curbei de primă magnetizare.

Maximele corespund cu punctul de inflexiune al acestei curbe, iar valorile asimptotice finale se referă la domeniul de saturaţie.

Se vede cum, în acest domeniu, susceptibilitatea tinde către zero, iar permeabilitatea către valoarea ei în vid, pe care, în sistemul CGS e.m., o luăm egală cu unitatea.

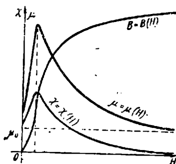


Fig. 241. Permeabilitatea şi susceptibilitatea magnetică sînt maxime la punctul de inflexiune al curbei de primă magnetizare.

La o bară scurtă, acţiunea cîmpului demagnetizant, care devine sensibilă, se opune magnetizării şi modifică forma curbei de histeresis.

Intensitatea de magnetizare la saturaţie rămîne, totuşi, aceeaşi, dar saturaţia însăşi, ca să poată fi atinsă, cere cîmpuri magnetizante din ce în ce mai intense, pe măsură ce bara se scurtează.

Tratamentele termice, pe care le-a suferit o substanţă feromagnetică, pot să aducă modificări importante ale curbei de histeresis.

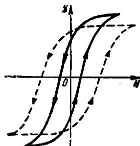


Fig. 242. Curba de histeresis înainte şi după călirea oţelului.

În fig. 242 am reprezentat această curbă, pentru o bară de oţel, înainte de călire (în trăsături pline) şi după călire (în trăsături punctate).

Se constată o mică variaţie a inducţiei remanente, dar mai ales o creştere a cîmpului coercitiv.

Această creştere are importanţă deosebită, la fabricarea magneţilor permanenţi.

În adevăr, la un cîmp coercitiv prea mic, orientarea remanentă a dipolilor interni ar dispare uşor, fie prin lovirea magnetului, fie prin acţiunea cîmpului demagnetizant.

Pe vremuri, magneţii permanenţi cei mai buni erau făcuţi din mai multe fişii de oţel, magnetizate separat şi apoi suprapuse, cu polii de aceleaşi nume unul peste altul. Dar cîmpul coercitiv al oţelului călit este abia de ordinul a 50 Oe.

După 1920, *Honda*[1]) şi *Saito*, studiind aliajele ternare de fier-nichel-aluminiu, au realizat oţeluri speciale, cu cîmpul coercitiv de peste 800 Oe.

In prezent se întrebuinţează oţeluri cu cobalt şi chiar cu platină, iar cîmpul coercitiv realizat e de ordinul a 3 500 Oe, cu o remanenţă a inducţiei de peste 10 000 Gs.

In alte situaţii, avem interesul să dispunem de materiale feromagnetice cu permeabilitate cît mai mare.

Fierul electrolitic pur, topit în vid şi supus unei răscoaceri îndelungate, atinge permeabilitatea maximă relativă 19 000.

Dar dacă el conţine 1% carbon, această permeabilitate scade la 350.

In maşinile electrice, se foloseşte un fier cu 1,5% siliciu, a cărui permeabilitate maximă e de ordinul a 66 000, într-un cîmp de 0,1 Oe.

Prin 1923, inginerii americani *Arnold* şi *Elmen* au descoperit un aliaj de fier şi nichel ($FeNi_2$), pe care l-au numit *permalloy*. El are permeabilitatea maximă relativă 90 000, într-un cîmp de 0,06 Oe.

Un alt aliaj (Fe_2Ni_2), numit *hipernik*, atinge permeabilitea 150 000, dacă e mai întîi răscopt la 1 000—1 200 °C, în atmosferă de hidrogen.

Recent, s-au putut realiza, prin tratamente termice speciale, permeabilităţi de ordinul a 800 000.

Asemenea materiale depăşesc saturaţia, chiar în cîmpul magnetic al Pămîntului.

Pentru completare, tabela de mai jos ne dă, în unităţi CGS e. m., cîteva date experimentale.

Fier forjat			*Fier electrolitic* (răscopt)		
$H_{(Oe)}$	$B_{(Gs)}$	μ	$H_{(Oe)}$	$B_{(Gs)}$	μ
2	3 200	1 600	0,25	2 200	8 800
4	9 000	**2 250 (max)**	0,50	7 500	**14 600 (max)**
5	10 000	2 000	1	10 240	10 240
105	17 000	161	10	15 500	1 150
666	**20 000**	30	100	18 050	180
			1 000	22 570	22,6

§ 288. **Efectul acţiunilor mecanice.** Nu se poate vorbi despre o curbă de histeresis, care să rămînă aceeaşi, în orice condiţii am cerceta o substanţă feromagnetică dată.

Am văzut că forma ei se modifică prin tratamentele termice: călire sau prealabilă încălzire la temperatură ridicată şi apoi revenire la temperatura normală. Modificările observate se accentuează mai departe, dacă se repetă aceste operaţii.

---

[1]) *Kataro Honda* (n. în 1870), fizician japonez.

O acțiune analogă au și tratamentele mecanice: comprimare, tracțiune, ciocănire și așa mai departe.

Bunăoară, unele aliaje de fier cu nichel capătă, în urma unei întinderi peste limita de plasticitate, o curbă de histeresis aproape rectangulară (fig. 243).

De altă parte vibrațiile, cît și ciclurile repetate de tracțiune sau de torsiune, favorizează orientarea dipolilor, în cîmpul cres-

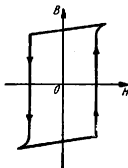


Fig. 243. Curbă de histeresis modificată prin efortul mecanic.

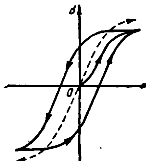


Fig. 244. Curba de histeresis magnetic și curba ideală anhisteretică.

cător și o desorganizează, suprimînd remanența, în cîmp descrescător.

Ca urmare, cele două ramuri ale curbei de histeresis tind să se apropie una de alta și, la limită, găsim o magnetizare ce decurge reversibil, după o curbă *anhisteretică*.

Această curbă am reprezentat-o punctat, în fig. 244 și nu trebuie să fie confundată cu curba de primă magnetizare.

Ea se mai numește încă și *curbă de magnetizare ideală*, iar ca să o trasăm trebuie să menținem fără întrerupere acțiunile mecanice amintite, în timpul variației cîmpului.

Tot așa cum deformările mecanice modifică starea de magnetizare a unei substanțe feromagnetice, magnetizarea poate, la rîndul ei, să dea naștere la deformări mecanice:

Joule a descoperit că o bară de fier, magnetizată longitudinal, într-un solenoid, sufere o mică alungire, ce crește odată cu cîmpul, atinge un maximum și apoi începe să se scurteze, în cîmpurile de intensitate mai mare.

Fenomenul se numeşte *magnetostricţiune.*

La o bară de nichel nu se observă această inversiune, ci numai o scurtare, ce tinde spre o valoare-limită, în cîmpurile mai intense.

Odată cu lungimea, variază şi grosimea barei, prin magnetostricţiune transversală.

Aceste fenomene nu apar la toate substanţele feromagnetice. De pildă, ele nu pot fi observate la permalloy.

Prin magnetostricţiune cele mai multe substanţe feromagnetice îşi modifică dimensiunile geometrice.

Dacă aplicăm un cîmp alternativ longitudinal, de aceeaşi frecvenţă ca şi vibraţiile proprii ale unei bare de fier sau de nichel, putem realiza un regim de rezonanţă şi întreţine aceste vibraţii.

Procedeul are aplicaţii mai ales în tehnica ultrasunetelor.

§ 289. **Acţiunea demagnetizantă a cîmpului alternativ.** Un cîmp alternativ, în care s-ar găsi o substanţă feromagnetică, îi orientează dipolii cînd într-un sens, cînd în sensul opus.

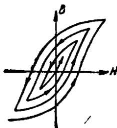


Fig. 245. Demagnetizarea în cîmp alternativ descrescător.

Magnetizarea parcurge astfel cîte un ciclu de histeresis, în cursul fiecărei perioade.

Dar dacă facem această operaţie într-un cîmp alternativ descrescător, ciclurile parcurse vor fi din ce în ce mai mici, racordîndu-se aşa cum arată fig. 245.

Procedeul poate servi la demagnetizarea unei substanţe, adică la suprimarea magnetizării remanente.

Pentru aceasta e destul să o introducem într-un solenoid, prin care trece un curent alternativ, în stare să producă un cîmp de intensitate maximă superioară cîmpului coercitiv, iar apoi să reducem cu încetul curentul acesta pînă la zero.

Metoda e aplicată de ceasornicari, la ceasurile magnetizate accidental.

Un cîmp alternativ, de intensitate descrescătoare pînă la zero, suprapus peste cîmpul continuu, înainte de ridicarea fiecărui punct al curbei de histeresis, are acelaşi efect ca şi ciclurile de deformări mecanice.

Ca şi ciclurile de deformări mecanice, un cîmp alternativ descrescător aduce magnetizarea pe curba ideală.

În anumite condiţii, putem astfel obţine iarăşi curba ideală reversibilă, din fig. 244 [1]).

§ 290. **Efectul variaţiilor de temperatură.** Magnetizarea substanţelor feromagnetice variază cu temperatura, după legi destul de complicate, a căror interpretare teoretică mai lasă încă numeroase probleme deschise.

În cele ce urmează, ne vom restrînge numai la cîteva fapte fundamentale.

Peste punctul Curie, o substanţă feromagnetică devine paramagnetică.

În primul rînd, se constată că însuşirile tipic feromagnetice pot să existe numai sub anumită temperatură critică, numită *punctul Curie feromagnetic.*

În grade centigrade, această temperatură este +771° la fier, +358° la nichel şi +1 100° la cobalt.

Peste punctul Curie, substanţa devine paramagnetică, adică nu mai are decît o mică susceptibilitate pozitivă şi o permeabilitate ceva mai mare decît a vidului, dar foarte apropiată de dînsa.

Ea suferă aici şi alte schimbări de proprietăţi fizice. De pildă coeficientul de dilatare sau căldura specifică se modifică brusc.

Dar alte caractere şi, în primul rînd, structura internă a reţelei cristaline nu se schimbă, prin dispariţia caracterelor feromagnetice.

Coeficientul de magnetizare al fierului variază şi înainte de punctul Curie, chiar în domeniul temperaturilor normale. Legea de variaţie depinde aici de intensitatea cîmpului în care facem determinările.

1) Pînă la +771° C, spunem că fierul e în starea α. Studiile făcute cu ajutorul razelor X ne arată că reţeaua cristalină, după

[1]) *Ştefan Procopiu* şi colaboratorii lui, cari au studiat experimental şi teoretic aceste fenomene, au găsit că acţiunea cîmpului alternativ, în cazul fierului, dispare la frecvenţele mai mari de 10^{11} Hz, unde substanţa pierde caracterul feromagnetic, fiindcă orientarea dipolilor nu mai poate urmări aceste variaţii rapide.

care se ordonează atomii, are aici structura cubică *centrată*, aşa cum se vede în fig. 246.

2) Intre +771° şi +920°, fierul se găseşte în starea β. El este paramagnetic şi coeficientul de magnetizare variază cu temperatura după relaţia cunoscută

$$\varkappa(T-\theta)=C. \quad (286.4)$$

In acest interval, reţeaua cristalină păstrează forma iniţială.

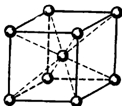


Fig. 246. Structura reticulară cristalină a fierului α, β şi δ.

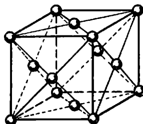


Fig. 247. Structura reticulară cristalină a fierului γ.

3) La 920° se produce o schimbare de formă a reţelii, care ia caracterul de cub centrat pe feţe (fig. 247).

Odată cu această schimbare, coeficientul de magnetizare scade brusc şi devine aproape de zece ori mai mic, dar nu mai variază decît foarte puţin cu temperatura.

Fierul se găseşte acum în starea γ.

4) Peste 1 395°, reţeaua revine la forma de cub centrat, din fig. 246, iar coeficientul de magnetizare variază rapid cu temperatura.

Situaţia persistă pînă aproape de topire şi reprezintă starea δ.

Nichelul, sub +358° este în starea α. Pe urmă trece în starea β, devine paramagnetic şi coeficientul de magnetizare variază, într-un interval destul de larg de temperatură, după relaţia (286.4).

Aici nu se mai observă complexitatea fenomenelor de la fier.

Existenţa punctului Curie feromagnetic poate fi arătată calitativ prin următoarea experienţă simplă:

Un fir de nichel, cu ochi la unul din capete, șade atîrnat de un suport (fig. 248).

Un magnet îl deviază din poziția verticală, dar nu trebuie să-l atingă.

Dacă încălzim firul în flacără, el se demagnetizează, cînd ajunge la punctul Curie și revine la verticală.

După ce se răcește, magnetul îl atrage din nou.

Aliajele metalelor feromagnetice, cu cele para sau diamagnetice se comportă ca substanțe feromagnetice, iar punctul Curie scade liniar cu *titlul atomic*, definit prin numărul de atomi străini, la suta de atomi feromagnetici.

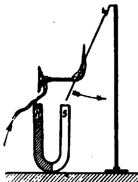


Fig. 248. Firul înroșit nu mai este atras de magnet.

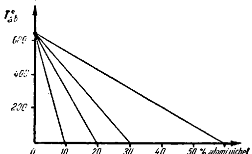


Fig. 249. Punctul Curie feromagnetic scade liniar cu titlul atomic al substanței străine adăugate.

Intr-o lucrare din 1936, *Victor Marian*[1]) a urmărit sistematic această variație, în paralel cu alte însușiri caracteristice.

Figura 249 înfățișează o parte din rezultatele obținute de dînsul, pentru diferite aliaje de nichel.

Ea cuprinde, în abscisă, titlurile atomice, iar în ordonată punctele Curie corespunzătoare, în grade absolute.

Aceste curbe ne permit să preparăm aliaje, care să-și piardă calitățile feromagnetice la orice temperatură am dori, între 631° și 0°K.

Astfel de aliaje pot să aducă servicii practice, de pildă în construcția releelor electromagnetice, care să controleze anumite regimuri de temperatură, în etuve, răcitoare, avertizoare de incendiu, calorifere, și așa mai departe.

§ 291. **Magnetizarea păturilor subțiri**. Diferite concepții teoretice, dezvoltate în ultimele decenii, cît și unele fapte experimentale au dus la concluzia că, la suprafața unui metal masiv, trebuie să existe o pătură foarte subțire, cu proprietăți fizice diferite de ale metalului, de pildă cu altă conductibilitate electrică.

[1]) Profesor de fizică la Universitatea din Cluj.

Ştefan Procopiu a izbutit să extindă această concepţie în magnetism.

Din rezultatele obţinute de dînsul şi de colaboratorii lui, reiese că, la suprafaţa fierului, există o pătură, groasă de cîţiva milimicroni, care nu mai are proprietăţi magnetice.

Permeabilitatea acestei pături ar fi deci egală cu a vidului.

Totodată, el a mai constatat, prin determinări în care foloseşte o metodă specială, că, între grosimile de 3,2 şi 0,02 μ, cîmpul coercitiv al păturilor de fier depuse electrolitic devine din ce în ce mai mare, pe măsură ce pătura e mai subţire.

Între limitele arătate, creşterea este de la 20 Oe, la 400 Oe.

De altă parte *Alexandru Cişman*[1]) cercetînd un număr foarte mare de pături feromagnetice, depuse tot electrolitic, a constatat că grosimea lor, la intensitate de curent constantă, nu variază liniar, în funcţie de timp.

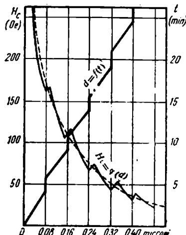


Fig. 250. Stratificarea păturilor feromagnetice foarte subţiri, depuse electrolitic.

Curba reprezentativă din fig. 250 cuprinde, în abscisă, grosimea *d* a păturii şi în ordonată timpul depunerii.

Această curbă, ale cărei date au fost obţinute prin cîntărire directă, cu o balanţă sensibilă la miimea de miligram, arată o serie de *paliere*, în dreptul grosimilor care sînt multiplu întreg de 0,08 μ (la nichel).

În dreptul lor, depunerea metalului sistează, iar curentul e transportat numai prin ionii de hidrogen.

Toate păturile depuse au fost apoi cercetate, din punct de vedere magnetic şi, în aceeaşi figură, am reprezentat variaţia cîmpului coercitiv, în funcţie de grosime.

În linii mari, se observă caracterul exponenţial, semnalat de Procopiu, dar, totodată, apar variaţii bruşte, în dreptul palierelor menţionate mai sus.

Aceasta înseamnă că, sub grosimile mici, substanţele feromagnetice se organizează în pături elementare, stabile şi suprapuse, cu trecere discontinuă de la una la alta.

Dizolvarea metalului depus, în apă uşor acidulată, trece prin aceleaşi paliere, în sens invers, ceea ce dovedeşte că, după depunere, păturile suprapuse rămîn individualizate şi nu se contopesc în una singură.

Alte cercetări, bazate pe măsurări de precizie ale forţei electromotoare, în timpul depunerii, au confirmat aceste rezultate şi au permis, totodată, evidenţierea unor sub-pături la care grosimea este multiplu întreg de 0,04 μ.

---

[1]) În colaborare cu *P. Lamoth* şi *Aurica Munteanu*.

Aceleaşi fenomene se repetă la fier şi la cobalt, bineînţeles cu alte grosimi ale păturilor elementare.

Dar asemenea suprapunere de mai multe pături nu a putut fi găsită la metalele diamagnetice: cupru sau argint.

Rezultatele au mai fost verificate şi prin alte metode, asupra cărora nu este cazul să insităm aici.

Este de asemenea interesant să menţionăm că *Maurain* [1]), cercetînd magnetizarea păturilor de nichel, depuse prin electroliză într-un cîmp magnetic, a găsit că ele au curba de histeresis aproape dreptunghiulară, adică de forma reprezentată în fig. 243.

Inseamnă că, prin acţiunea cîmpului, particulele dipolare se depun gata orientate.

Cîmpul coercitiv devine astfel anormal de mare, fiindcă e greu să mai fie deviate din această direcţie preferenţială.

§ 292. **Magnetizarea spontană.** Am văzut că momentele magnetice ale atomilor nu se datoresc numai curenţilor de convecţie, proveniţi din mişcarea electronilor sateliţi, pe orbitele respective.

Aceşti electroni mai au şi o mişcare de rotaţie în jurul axei proprii, care constituie *spinul,* iar această mişcare de asemenea transportă electricitate şi dă naştere unui curent circular.

Spinul electronic transportă electicitate şi are un moment magnetic propriu.

Ca şi transportul de pe orbită, spinul electronic trebuie deci să aibă un moment magnetic propriu.

Considerînd, ca exemplu, situaţia simplă din fig. 251, *a,* în care doi electroni sateliţi, cu axe paralele, au sensuri de rotaţie contrarii ale spinilor, este evident că momentul magnetic rezultant nu poate fi decît nul.

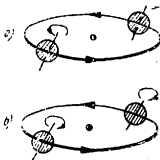


Fig. 251. Spinii electronici pot să ducă împreună la un moment magnetic nul sau diferit de zero.

In cazul acesta, substanţa respectivă se comportă dia sau paramagnetic, după cum ceilalţi curenţi circulari, proveniţi din rotaţia pe orbite, duc la momentul magnetic zero, sau diferit de zero al atomului.

[1]) *Charles Maurain* (n. în 1871), fizician francez.

Se poate întîmpla însă ca, în alte situaţii, spinii electronilor consideraţi să aibă acelaşi sens de rotaţie (fig. 251, *b*).

Momentul magnetic rezultant este atunci diferit de zero şi substanţa respectivă se comportă feromagnetic.

Para sau diamagnetismul sînt legate de momentele orbitale. Feromagnetismul este legat de spinii electronici.

Prin urmare para sau diamagnetismul sînt legate de momentele magnetice orbitale. Feromagnetismul se datoreşte momentului spinilor.

Aceasta este concepţia de bază, în teoriile actuale despre magnetism.

Substanţele feromagnetice se organizează pe domenii, magnetizate spontan la saturaţie.

Experimental putem constata că o substanţă feromagnetică este împărţită în porţiuni restrînse, magnetizate spontan, la saturaţie, care se numesc *domeniile lui Weiss*[1]).

În cuprinsul unui singur domeniu, toţi dipolii sînt orientaţi în acelaşi sens, aşa cum arată fig. 252.

Faptul că, totuşi, substanţa pare nemagnetizată se datoreşte repartiţiei pur statistice a sensurilor de magnetizare ale domeniilor diferite.

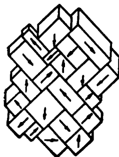


Fig. 252. Domeniile lui Weiss.

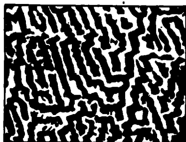


Fig. 253. Figuri Bitter-Akulov mărite de 400 de ori (după un clişeu original).

[1]) *Pierre Weiss* (n. în 1865), fizician francez, profesor la Strasbourg.

Această magnetizare spontană a fost explicată teoretic de *Frenkel*[1]), cu ajutorul mecanicii cuantice, dar nu putem intra în amănunte, fiindcă dezvoltarea depăşeşte nivelul cărţii de faţă.

Domeniile lui Weiss pot fi evidenţiate, punînd pe suprafaţa, şlefuită plan, a substanţei fermomagnetice, o picătură de alcool, care conţine o suspensie fină de magnetită pulverizată, aşa cum au arătat independent *Bitter* şi *Akulov*, în 1932.

Praful magnetic se dispune atunci aşa cum arată fig. 253.

Metoda este folosită curent, în metalografie.

Să presupunem acum că, asupra substanţei, acţionează un cîmp magnetic, al cărui sens coincide cu orientarea dipolilor, în unul din domenii.

Acest domeniu înghite atunci rînd-pe-rînd pe toate celelalte şi în fiecare din ele dipolii sufăr o răsturnare de ansamblu.

Cînd procesul s-a terminat, întregul volum al substanţei devine un singur domeniu, cu toţi dipolii orientaţi în sensul cîmpului magnetic.

Domeniile se răstoarnă pe rînd, aşa că procesul magnetizării decurge prin salturi succesive.

Variaţia intensităţii de magnetizare decurge însă prin salturi, fiindcă diversele domenii contaminate se răstoarnă individual şi succesiv.

Aceasta înseamnă că structura fină a curbei de histeresis are, în realitate, forma dinţată, reprezentată foarte exagerat în fig. 254.

In 1919, *Barkhausen*[2]) a descoperit că răsturnarea bruscă a dipolilor, prin orientarea succesivă a domeniilor, într-un cîmp magnetic de intensitate crescătoare, ca şi revenirea lor la dezordinea statistică iniţială, induce impulsuri succesive de curent, într-o bobină înfăşurată pe o sîrmă de fier sau de nichel (fig. 255).

Aceste impulsuri pot fi evidenţiate uşor, dacă apropiem sau depărtăm un magnet şi legăm capetele bobinei la intrarea unui amplificator cu tuburi electronice.

[1]) *I. I. Frenchel* (n. în 1894), fizician sovietic, profesor la Leningrad.
[2]) *Heinrich Barkhausen* (1881—1956), fizician german, fost profesor la Politehnica din Dresda.

Se aude atunci, în cască sau în difuzor, un zgomot caracteristic, pe care l-am putea compara cu acela ce însoţeşte ruperea unei foi de hîrtie sau descărcarea unei căruţe de pietriş.

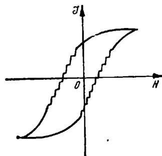


Fig. 254. Structura fină a curbei de histeresis.

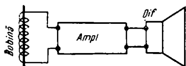


Fig. 255. Schema de principiu pentru cercetarea efectului Barkhausen.

Fenomenul este cunoscut sub numele de *efectul Barkhausen* şi are o importanţă deosebită, fiindcă e singurul care ne permite să asistăm la desfăşurarea intimă a procesului magnetic, în interiorul substanţei [1]).

Cînd variaţia intensităţii cîmpului magnetizant este foarte lentă, putem izola impulsurile de curent ca pocnituri separate şi aprecia numărul sau ordinul de mărime al domeniilor ce se răstoarnă.

De asemenea putem aprecia durata răsturnării unui singur domeniu, care este de ordinul a 10^{-7}s.

Magnetizarea spontană dispare, odată cu domeniile lui Weiss şi cu efectul Barkhausen, cînd substanţa e încălzită peste punctul Curie feromagnetic.

Mai rămîne, pentru completarea capitolului:

1) Să calculăm energia implicată în parcurgerea unui ciclu de histeresis.

2) Să calculăm valoarea momentelor magnetice ale atomului şi spinului electronic.

Răspunsul la prima întrebare îl vom da în capitolul următor, iar de cealaltă problemă ne vom ocupa la timpul ei, în cadrul structurii atomului.

[1]) In domeniul efectului Barkhausen, cercetări îndelungate au fost făcute de *Ştefan Procopiu* şi de *Alexandru Cişman*, singuri sau cu colaboratorii respectivi.

CAPITOLUL XXXIX

INDUCȚIA ELECTROMAGNETICĂ

§ 293. **Fenomene fundamentale.** Să presupunem că o bară metalică AB se mișcă după o direcție perpendiculară pe lungimea ei (fig. 256).

Un cîmp magnetic H acționează perpendicular atît pe bară, cît și pe direcția vitezei v.

Mișcarea barei antrenează cu dînsa electronii liberi din metal, iar dacă ținem seamă că sarcinile transportate sînt negative și le totalizăm, rezultă că apare un curent de convecție, în sens opus vitezei și de intensitate i_c.

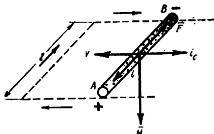


Fig. 256. Mecanismul de apariție a forței electromotoare induse.

După regula mîinii stîngi, acest curent va fi deviat în sensul forței F, care tinde să îngrămădească purtătorii de sarcini, adică electronii liberi, spre capătul B al barei metalice.

Între cele două capete opuse, va trebui deci să apară o diferență de potențial.

Dacă bara, în mișcarea ei, ar luneca pe cadrul conductor, figurat în trăsături punctate, această diferență de potențial ar acționa ca forță electromotoare și circuitul ar fi parcurs de un curent electric, sub intensitatea i.

In tot cazul, mișcarea barei, într-un sens ori în altul, modifică, mai repede sau mai încet, suprafața circuitului închis, adică, implicit, fluxul magnetic φ și fluxul de inducție Φ, care o străbat.

Iar dacă cercetăm experimental fenomenul, din punctul de vedere cantitativ, constatăm că forța electromotoare apărută este

$$e = -\mu \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{t_1 - t_2} = -\frac{\Phi_1 - \Phi_2}{t_1 - t_2}$$

cu condiția ca variațiile fluxului să decurgă liniar, în funcție de timp, la permeabilitate constantă.

In cazul general, pentru orice fel de variaţii, liniare sau neliniare, aceeaşi relaţie se va scrie sub forma

$$e = -\mu \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (293.1)$$

Această forţă electromotoare, cît şi curentul pe care-l întreţine în circuit, se datoresc, aşadar, variaţiei în timp a fluxului de inducţie magnetică şi de aceea o numim *forţă electromotoare indusă.*

Derivata cu semn schimbat a fluxului de inducţie, în raport cu timpul, ne dă forţa electromotoare indusă.

Relaţia obţinută exprimă legea lui Faraday şi ne spune că derivata cu semn schimbat a fluxului de inducţie, în raport cu timpul, ne dă forţa electromotoare indusă.

Dar derivata reprezintă, numeric, tangenta unghiului de înclinaţie al curbei reprezentative.

Prin urmare, forţa electromotoare indusă va fi cu atît mai mare, cu cît fluxul de inducţie variază mai repede în timp.
Ea nu poate fi decît nulă, cînd fluxul este constant.

Este important de observat că, din relaţia (293.1), f.e.m. de inducţie poate fi calculată şi fără ajutorul variaţiei de flux magnetic, de-a dreptul din variaţia fluxului de inducţie, raportată la variaţia timpului.

In adevăr, dacă ne referim la fig. 256, forţa deviatoare F, care împinge electronii spre capătul barei, are, după a doua formulă a lui Laplace, intensitatea

$$F = li_c\mu H = li_c B \qquad (276.1)$$

în care l este lungimea barei mobile.

Această forţă depinde, prin urmare, de permeabilitatea mediului şi astfel e legată de inducţia B.

Din relaţia fundamentală (293.1), este uşor să calculăm forţa electromotoare, indusă în circuitul deformabil:

Dacă bara, de lungime l, se mişcă cu viteza v, ea parcurge, în timpul dt, spaţiul $v\,dt$ şi suprafaţa circuitului variază cu

$$dS = lv\,dt.$$

Variaţia corespunzătoare a fluxului de inducţie va fi deci

$$d\Phi = Blv\,dt.$$

Prin urmare, forţa electromotoare indusă este

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -Blv. \qquad (293.2)$$

Într-un cîmp de inducţie dat, care acţionează perpendicular pe suprafaţa circuitului deformabil, apare deci o forţă electromotoare indusă, proporţională cu lungimea laturii mobile şi cu viteza ei de deplasare.

Un fenomen analog se petrece într-un sistem construit ca o roată Barlow (§ 276).

Am văzut că discul metalic, străbătut normal de liniile de forţă ale unui cîmp de inducţie, capătă o mişcare de rotaţie, cînd un curent electric îl parcurge radial.

Dar funcţionarea sistemului este reversibilă şi rotaţia discului produce, la rîndul ei, un curent electric radial.

Acest curent se datoreşte unei forţe electromotoare induse, pe care o putem calcula în felul următor:

Discul în rotaţie antrenează electronii liberi din metal şi dă naştere la curenţi de convecţie circulari, cu sensul convenţional invers acestei mişcări (fig. 257).

După regula minii stîngi, cîmpul acţionează asupra lor şi, în cazul din figură, electronii vor fi împinşi către axul discului.

Între ax şi periferie, apare astfel o forţă electromotoare indusă, capabilă să întreţină un curent electric, în sensul săgeţilor, prin circuitul *baOb*

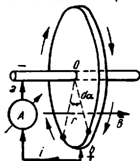


Fig. 257. Rotaţia discului în cîmp dă naştere la curenţi de inducţie.

Dacă unghiul parcurs de o rază vectoare r, în timpul dt, este $d\alpha$, arcul de cerc respectiv are lungimea

$$dl = r\,d\alpha$$

şi suprafaţa măturată va fi

$$dS = \frac{1}{2}r^2 d\alpha.$$

Vom avea deci, ca şi la circuitul deformabil,

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B\,dS}{dt}$$

şi făcînd înlocuirea găsim că

$$e = -\frac{1}{2} Br^2\omega \qquad (293.3)$$

unde ω reprezintă viteza unghiulară.

Sistemul descris e cunoscut sub numele de *discul lui Faraday* şi pe acest principiu se construiesc generatori electrici, aşa zişi *unipolari*, în care forţa electromotoare produsă e numai de ordinul zecilor de volţi, în cîmpurile intense şi la viteze de rotaţie foarte mari.

Dar discul, făcut din cupru, are o rezistenţă ohmică foarte mică şi, de aceea intensitatea curentului poate să atingă zeci de mii de amperi.

Asemenea maşini, deosebit de simple şi de robuste, au aplicaţii practice acolo unde se cer intensităţi mari de curent, bunăoară în industria metalurgică, la separarea şi rafinarea metalelor prin electroliză.

Se ştie că fluxul de inducţie, printr-o suprafaţă S şi sub unghiul de incidenţă α, măsurat între direcţia liniilor de forţă şi normala pe acea suprafaţă, se exprimă prin relaţia

$$\Phi = \mu HS \cos \alpha.$$

Il putem deci varia modificînd pe oricare din factorii ce intră în definiţia lui.

Curentul indus durează numai atîta vreme cît variază fluxul de inducţie.

In oricare circuit, închis şi supus unei astfel de variaţii, va lua naştere un curent indus, dar acest curent nu durează decît atîta vreme cît şi variaţia însăşi.

In exemplele date mai înainte, am considerat numai cazul în care se modifică suprafaţa circuitului.

Vom cita mai jos altele, în care variază ceilalţi factori:

1) Intr-o bobină de sîrmă, ale cărei capete sînt legate la un galvanometru, introducem o bară magnetică (fig. 258).

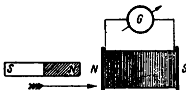


Fig. 258. Apropierea sau depărtarea magnetului induce curenţi în bobină.

Cîtă vreme magnetul înaintează în bobină, galvanometrul arată că trece un curent de inducţie.

Acest curent încetează, cînd mişcarea magnetului s-a oprit şi se inversează cînd îl scoatem din bobină.

Aceeaşi inversare se observă dacă, în loc să introducem polul nord, am introduce polul sud.

2) In locul magnetului, putem introduce în bobină un solenoid, prin care trece un curent electric.

De asemenea putem înfăşura două bobine, una peste alta (fig. 259). Prima este parcursă de un curent şi constituie inductorul, iar cealaltă este legată la galvanometru şi reprezintă *indusul*.

Cîtă vreme intensitatea curentului din inductor este constantă, nu apare curent de inducţie.

Dar el apare dacă această intensitate creşte sau scade, inversîndu-şi semnul, cînd creşterea devine scădere

In exemplele de mai sus, factorul care variază este H.

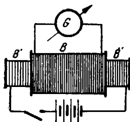


Fig. 259. Bobina B' induce curenţi în bobina B.

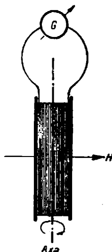


Fig. 260. Inducţia într-o bobină care se roteşte pe o axă perpendiculară pe direcţia cîmpului.

3) Trecind un curent constant, prin bobina inductoare din fig. 259, putem, totuşi, produce un curent de inducţie, dacă întroducem intr-însa o bară de fier nemagnetizată.

Variaţia de flux este atunci o consecinţă a schimbării de permeabilitate, în interiorul bobinelor.

4) O bobină se roteşte, în jurul unei axe cuprinsă în planul ei şi perpendiculară pe liniile de forţă ale unui cîmp magnetic, aşa cum arată fig. 260.

Aceasta poate fi, eventual, cîmpul magnetic al Pămîntului.

Schimbarea unghiului de incidenţă modifică fluxul de inducţie şi-l inversează de două ori, în timpul fiecării rotaţii.

Acul galvanometrului deviază atunci cînd într-un sens, cînd în altul.

La circuitele închise, forţa electromotoare indusă se repartizează de obicei pe toată lungimea lor.

In toate aceste experienţe constatăm prezenţa unui curent de inducţie, deci a unei forţe electromotoare indusă, care nu apare între două puncte date, ci se repartizează pe tot circuitul.

Inducția electromagnetică a fost descoperită de Faraday, în 1831.

Ea ilustrează reciprocitatea între două serii de fenomene și anume:

a) Acțiunea unui cîmp magnetic deviază sau rotește un circuit, parcurs de curentul electric.

Acțiunile electromagnetice și fenomenele de inducție arată transformarea reciprocă a energiei mecanice în electromagnetică.

Energia electromagnetică se transformă atunci în energie mecanică.

b) Acțiunea prin care mișcăm un circuit, într-un cîmp magnetic, dă naștere unui curent electric.

Energia mecanică, astfel absorbită, se transformă deci în energie electromagnetică.

Un exemplu de transformare în ambele sensuri ni-l dau roata lui Barlow și discul lui Faraday.

Prima se învîrte, cînd e parcursă de curentul electric și străbătută normal de cîmpul magnetic.

La rîndul lui, discul metalic produce un curent electric, dacă-l rotim în cîmpul magnetic.

§ 294. **Sensul curenților induși.** Să presupunem că, prin închiderea unui întrerupător, facem să treacă un curent electric prin circuitul A, în sensul săgeților (fig. 261).

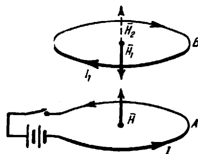


Fig. 261. Pentru ilustrarea legii lui Lenz.

Se naște astfel un cîmp magnetic, orientat după regula observatorului lui Ampère și acest cîmp crește, de la zero, pînă la valoarea maximă de stabilizare.

Iar dacă în fața circuitului A se găsește un al doilea circuit B, variația de flux inductor va da naștere, în lungul lui, la o forță electromotoare indusă și la un curent electric.

Curentul acesta durează cît și variația de flux dar, la rîndul lui, produce un cîmp magnetic.

La variația de flux inductor, indusul răspunde cu alt flux variabil.

Prin urmare, la fluxul variabil produs de circuitul A, *circuitul* B *răspunde cu alt flux variabil.*

Prin cercetări experimentale, fizicianul rus *H. F. Lenz* a stabilit următoarea lege calitativă:

Fluxul indusului se opune variației de flux inductor.

Curentul de inducție are sensul pentru care fluxul indusului tinde să se opună variațiilor fluxului trimis în el de circuitul inductor sau de orice cîmp de inducție.

Aplicînd această lege la situația din figură și ținînd seamă de regula observatorului lui Ampère, găsim că circuitul B este parcurs de curentul crescător I_1, care dă naștere cîmpului crescător H_1.

Dacă, din contra, cîmpul produs de A ar începe să descrească, circuitul B ar produce cîmpul crescător H_2, prin inversarea curentului de inducție, adică s-ar opune acestei scăderi.

Dar indusul, parcurs de curenți variabili, va trebui să inducă, la rîndul lui, curenți în inductor.

Printr-o acțiune reciprocă, indusul se opune variației curentului din inductor.

Este ușor de văzut cum, prin această acțiune reciprocă, indusul tinde să se opună oricărei variații a curentului din inductor.

Legea lui Lenz apare astfel ca o consecință a principiului de conservare a energiei:

In adevăr, dacă acțiunea de opunere ar face loc alteia, de favorizare, o cît de slabă creștere a curentului, în oricare din circuite, s-ar amplifica la nesfîrșit și ar duce la curenți de intensitate infinită.

Mai menționăm că semnul — (minus), din relația (293.1), *este tot o consecință a legii lui Lenz.*

Rămîne să vedem cum această lege se aplică la circuitele de suprafață variabilă, sau de orientare variabilă, într-un cîmp de inducție constant.

Revenind la o situație cunoscută, vom considera iarăși cazul circuitului deformabil, în care o bară metalică se deplasează pe un cadru, în cîmpul H (fig. 262).

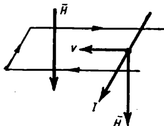


Fig. 262. Curentul indus într-un circuit deformabil.

Dacă suprafața circuitului scade, fluxul inductor devine mai mic și acțiunea de opunere va trebui să creeze un cîmp magnetic, de același semn cu $\bar{H}$.

După regula lui Ampère, circuitul va fi parcurs de un curent indus, cu sensul arătat de săgeți și regăsim astfel situația din fig. 256.

Contrarul s-ar întîmpla dacă bara, inversîndu-și sensul mișcării, am avea o creștere a suprafeții circuitului.

In practică, este mai comod să căutăm sensul curentului de inducție cu așa zisa *regulă a mîinii drepte,* ale cărei degete ar fi desfăcute, ca niște axe de coordonate.

Sensul curentului de inducție urmează regula mîinii drepte.

El este acela în care se îndreaptă degetul mijlociu, cînd arătătorul este îndreptat în sensul cîmpului magnetic, iar degetul gros în sensul deplasării conductorului.

Ca să aflăm sensul deplasării unui conductor, parcurs de un curent electric, sub acțiunea unui cîmp magnetic, am aplicat aceeași regulă, însă transpusă la mîna stîngă.

Fiecare din cele două situații ne apare deci ca imaginea în oglindă a celeilalte.

§ 295. **Energia curentului de inducție.** Dacă i este intensitatea curentului de inducție dintr-un circuit, relația fundamentală

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (293.1)$$

ne dă, printr-o transformare simplă,

$$ei\,dt = -\frac{d\Phi}{dt}\,i\,dt.$$

Aici, membrul întîi, unde găsim produsul dintre cantitatea de electricitate transportată *i dt* și forța electromotoare indusă, reprezintă energia debitată pe circuit, în timpul *dt*.

Considerînd-o, convențional, ca pozitivă, vom putea scrie deci că

$$\boxed{dW = i\,d\Phi}. \qquad (295.1)$$

Produsul între intensitatea curentului și variația fluxului de inducție reprezintă energia debitată.

Prin urmare produsul dintre intensitatea curentului de inducție și variația de flux inductor exprimă energia debitată în circuit.

Această energie provine din acțiunea forțelor electromagnetice.

Regula fluxului maximum. Să considerăm un circuit, al cărui plan este orientat paralel cu liniile de forță, într-un cîmp de inducție magnetică.

Acest circuit este parcurs de un curent electric, în sensul săgeților (fig. 263, *a*).

In asemenea situație, sistemul are o energie potențială electromagnetică fiindcă, dacă e liber să se miște, circuitul se întoarce perpendicular pe liniile de forță, ca să ia poziția din figura 263, *b*.

In această poziție, sistemul ajunge la echilibrul stabil, așadar la energia potențială minimă.

Restul de energie s-a consumat în transportul de electricitate, prin curentul de inducție datorit variației de flux.

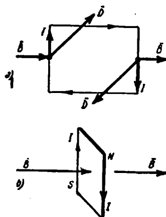


Fig. 263. Circuitul tinde să-și orienteze planul perpendicular pe direcția cîmpului, după legea fluxului maxim.

Observînd că sensul rotației, dictat de regula mîinii stîngi, aduce planul circuitului cu fața *sud* la intrarea liniilor de forță ale cîmpului de inducție, putem enunța regula următoare:

După rotația circuitului, fluxul de inducție care intră prin fața sud ajunge la maximum, iar energia potențială la minimum.

Rotația unui circuit, parcurs de un curent electric, decurge în sensul pentru care fluxul de inducție ce intră prin fața sud ajunge la maximum permis de legături.

Această regulă a fluxului maximum a fost enunțată de *Maxwell.*

Iată și cîteva experiențe prin care poate fi evidențiată:

1) O bobină circulară e suspendată vertical și înconjură polul nord al unui electromagnet (fig. 264).

Trecem apoi, prin bobină și prin circuitul electromagnetului curenți care să circule în sensuri contrarii.

Experiența ne arată că, în această situație, bobina este aruncată afară, apoi se întoarce de 180° și este atrasă înapoi, fiindcă atunci fluxul intră prin fața sud.

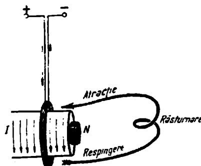


Fig. 264. Electromagnetul aruncă afară bobina, o întoarce și apoi o trage înapoi.

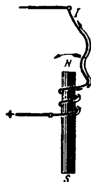


Fig. 265. Firul parcurs de curent se înfășoară pe magnet.

2) Un mănunchi de fire metalice, moi și răsucite unul pe altul, atîrnă liber, în apropierea unei bare magnetice verticale (fig. 265).

Dacă trecem prin aceste fire un curent electric, ele se răsucesc pe magnet și formează o spirală, în care fluxul intră pe la capătul sud.

Intensitatea curentului trebuie să fie destul de mare și o putem obține, timp de cîteva fracțiuni de secundă, legînd mănunchiul de fire în scurtcircuit, pe un acumulator.

§ 296. **Energia de magnetizare.** Să considerăm o bobină, cu n spire pe centimetru şi de lungime l, pe care am legat-o la bornele unui generator de curent, cu forţa electromotoare E.

Această bobină este înfăşurată pe un fier toroidal, ca în fig. 226.

Inducţia magnetică în fier fiind B, fluxul de inducţie care străbate suprafaţa totală a spirelor bobinei va fi

$$\Phi = nlSB. \tag{I}$$

Dacă B variază, rezultă în acest bobinaj o forţă electromotoare indusă, care se adaugă algebric la forţa electromotoare a generatorului.

Conform legii lui Ohm, vom avea deci

$$E - \frac{d\Phi}{dt} = RI$$

unde R şi I reprezintă rezistenţa circuitului şi intensitatea curentului.

Iar dacă ţinem seamă de relaţia (I), de mai sus,

$$E = RI + nlS\frac{dB}{dt}.$$

Inmulţind ambii membri cu Idt şi integrînd, în timpul t, avem

$$\int_0^t EI\,dt = \int_0^t RI^2 dt + nlS\int_0^B I\,dB. \tag{II}$$

Dar

$$H = 4\pi nI, \quad \text{deci} \quad I = \frac{H}{4\pi n}$$

şi $lS = V$ reprezintă volumul fierului.

Relaţia (II) devine astfel

$$\int_0^t EI\,dt = \int_0^t RI^2 dt + \frac{V}{4\pi}\int H\,dB$$

sau

$$EIt = RI^2 t + \frac{V}{4\pi}\int H\,dB.$$

În această relație:

1) Primul membru exprimă energia debitată de generatorul electric, singura pe care o primește sistemul.

2) Primul termen din membrul al doilea reprezintă energia transformată în căldură, prin efectul Joule-Lenz, în circuitul parcurs de curent.

3) Al doilea termen se referă la energia implicată în variația magnetizării fierului, între două limite date.

Dacă această magnetizare a parcurs un ciclu întreg de histeresis, energia respectivă este

$$\boxed{W = \frac{V}{4\pi} \oint HdB} \qquad (296.1)$$

și va fi de N ori mai mare, pentru N cicluri, ce ar putea fi parcurse într-o secundă, sau într-un timp oarecare.

Ea se transformă în căldură, fiindcă răsturnarea dipolilor întîmpină o frecare internă.

Pierderea prin histeresis este proporțională cu suprafața și cu numărul de cicluri parcurse.

Sub un volum dat, magnetizarea în ciclu consumă deci o energie proporțională cu suprafața și cu numărul ciclurilor parcurse.

Aceasta înseamnă că substanța feromagnetică se va încălzi cu atît mai repede, cu cît frecvența de inversare a cîmpului va fi mai mare.

Calculul direct al integralei din (296.1) este imposibil, fiindcă nu cunoaștem expresia matematică a legăturii dintre inducție și cîmp.

O putem afla însă măsurînd suprafața ciclului, trasat experimental.

De asemenea putem recurge la o formulă empirică a lui *Steinmetz*[1]:

$$W = \eta V B^{1,6} \qquad (296.2)$$

[1]) *Hermann Steinmetz* (1865—1924), inginer american de origină germană.

în care η este un coeficient numeric, a cărui valoare depinde de natura şi de calităţile magnetice ale substanţei.

De pildă:	la fierul electrolitic	$\eta = 0{,}000\,3$
	la fierul ordinar	0,001
	la oţelul cu 1% carbon	0,01
	la oţelul călit	0,03
	la fierul cu siliciu	0,000 1—0,001

Din cauza pierderilor mici prin histeresis, fierul silicios este materialul preferat, în construcţia maşinilor electrice.

Dacă, în locul substanţei feromagnetice, am avea una paramagnetică, permeabilitatea este constantă şi putem scrie că energia de magnetizare, de la cîmpul O, la cîmpul H, este

$$W = \frac{V}{4\pi}\int_0^B H dB = \mu \frac{V}{4\pi}\int_0^H H dH = \mu \frac{V}{4\pi}\cdot\frac{H^2}{2}$$

şi rezultă că magnetizarea unităţii de volum implică energia

$$\boxed{\frac{W}{V} = \mu\frac{H^2}{8\pi}}. \tag{296.3}$$

Cu singura deosebire că, în locul cîmpului electric apare cîmpul magnetic, relaţia de faţă este asemănătoare cu (220.3), prin care am exprimat densitatea de energie într-un dielectric.

Cantitatea de electricitate indusă. Printr-un circuit de rezistenţă R, forţa electromotoare indusă face să treacă un curent electric de intensitatea

$$I = \frac{E}{R} = -\frac{d\Phi/dt}{R}$$

şi transportă cantitatea de electricitate

$$dQ = Idt.$$

Aceste două relaţii ne duc împreună la expresia

$$Idt = dQ = -\frac{d\Phi}{R}$$

şi prin integrare găsim că

$$Q = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}. \tag{296.4}$$

Forța electromotoare indusă, cît și curentul indus, depindeau de iuțeala variației în timp a fluxului de inducție.

Sarcina electrică transportată este proporțională cu variația fluxului și independentă de timp.

În schimb, sarcina electrică transportată printr-o secțiune a circuitului este proporțională cu variația fluxului și independentă de timp.

Prin urmare, indiferent dacă fluxul variază mai repede sau mai încet, într-un circuit de rezistență dată, cantitatea de electricitate transportată de curentul indus depinde numai de valorile inițială și finală ale fluxului.

Dacă intercalăm în circuit un galvanometru, cu perioada de oscilație proprie mult mai lungă decît timpul în care se produce variația de flux, acest galvanometru nu e în stare să urmărească variațiile de intensitate ale curentului.

El totalizează atunci impulsurile primite și deviația pe care o sufere va fi proporțională cu cantitatea de electricitate care l-a străbătut.

Dacă notăm deviațiile observate cu *d*, vom avea deci, pentru același circuit,

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta\Phi_2}$$

și putem astfel compara viriațiile de flux, adică, implicit, variațiile cîmpului de inducție.

Perioada de oscilație a oricărui galvanometru poate fi lungită, adăugînd la sistemul mobil o masă suplimentară, care să-i mărească momentul de inerție.

Dacă el satisface acestei condiții, il numim ***galvanometru balistic.***

§ 297. **Unități magnetice.** Cu ajutorul cunoștințelor despre inducția electromagnetică, sîntem acum în măsură să completăm unitățile magnetice.

În cele ce urmează, vom trece, recapitulativ, peste unitățile deja definite, adăugînd ceea ce lipsește.

1) *Masa magnetică* se definește din legea lui Coulomb

$$F = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}. \qquad (264.1)$$

În sistemul CGS e.m. permeabilitatea vidului este considerată ca un simplu număr, egal cu 1.

În vid, unitatea de masă magnetică acționează cu forța de o dynă, asupra unei mase egale, dacă distanța lor este de un centimetru.

Ea are dimensiunile

$$[m]=L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}.$$

In sistemul unităţilor MKSA masa magnetică nu mai apare şi este considerată ca inexistentă.

2) *Permeabilitatea vidului,* în sistemul MKSA, se defineşte din relaţia

$$\frac{F}{l}=2\mu_0\frac{I_1\cdot I_2}{d}, \qquad (277.1)$$

unde curentul se exprimă în amperi şi distanţele în metri, iar forţa în newtoni.

Valoarea ei numerică este

$$\mu_0=10^{-7}$$

iar dimensiunile sînt

$$[\mu_0]=LMT^{-2}I^{-2}.$$

Permeabilitatea unui mediu oarecare se exprimă prin

$$\mu=\mu_0\mu_r$$

în care permeabilitatea relativă este un simplu număr.

3) *Cîmpul magnetic,* în sistemul CGS e.m., se defineşte din relaţia

$$F=mH. \qquad (264.3)$$

El are intensitatea de un *oersted*, cînd exercită forţa de o dynă, asupra unităţii de masă magnetică.

Dimensiunile respective sînt

$$[H]=L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}.$$

In sistemul MKSA, îl definim din relaţia

$$H=2\frac{I}{d} \qquad (272.1)$$

şi are intensitatea de doi *milioerstezi*, la distanţa de un metru, în jurul unui conductor liniar infinit, prin care trece curentul de un amper.

Milioerstedul este unitatea MKSA şi reprezintă 10^{-3} Oe.

Aici dimensiunile fizice sînt

$$[H]=L^{-1}I.$$

4) *Fluxul cîmpului magnetic* se defineşte din relaţia

$$\varphi=HS\cos\alpha.$$

In sistemul CGS e.m. îl exprimăm în *oersted·centimetru pătrat* şi are dimensiunile

$$[\varphi]=L^{3/2}M^{1/2}T^{-1},$$

iar în sistemul MKSA îl exprimăm în *milioersted·metru pătrat* şi dimensiunile fizice sînt

$$[\varphi]=LI.$$

5) *Inducţia magnetică* se defineşte prin relaţia

$$B=\mu H \tag{265.1}$$

In sistemul CGS e.m., unitatea se numeşte *gauss*, iar dimensiunile fizice, cît şi valorile numerice sînt aceleaşi cu ale cîmpului magnetic:

$$[B]=[H]=L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}.$$

6) *Fluxul de inducţie magnetică* se defineşte prin relaţia

$$\Phi=BS\cos\alpha.$$

Unitatea CGS e.m. se numeşte *maxwell* şi reprezintă fluxul inducţiei de un gauss, normal pe suprafaţa de un centimetru pătrat.
Valorile numerice şi dimensiunile fizice sînt aceleaşi cu ale fluxului magnetic:

$$[\Phi]=[\varphi]=L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}.$$

7) *Unitatea MKSA pentru fluxul de inducţie* se defineşte cu ajutorul relaţiei

$$E=-\frac{d\Phi}{dt} \tag{293.1}$$

şi se numeşte *weber* [1]) (Wb).

Fluxul de un weber induce într-o spiră forţa electromotoare de un volt, cînd scade uniform la zero, în timp de o secundă.

Ea reprezintă fluxul care, străbătînd printr-o spiră închisă, induce forţa electromotoare de un volt, cînd scade uniform la zero, în timp de o secundă.

Aceeaşi relaţie ne duce la dimensiunile

$$[\Phi]=L^2MT^{-2}I^{-1}.$$

[1]) In onoarea lui *Wilhelm Eduard Weber* (1804—1891), fizician german, fost profesor la Göttingen.

Este ușor de văzut că raportul numeric, între fluxul de inducție în weberi și același flux, exprimat în maxwell, este egal cu raportul forțelor electromotoare, considerate în cele două sisteme de unități.

Prin urmare, un weber înseamnă 10^8 Mx.

8) *Unitatea MKSA de inducție magnetică* se definește cu ajutorul relației

$$\Phi = BS\cos\alpha$$

și se numește *weber pe metrul pătrat.*

Unitatea MKSA de inducție magnetică este weber pe metrul pătrat.

Ea reprezintă deci inducția pentru care fluxul de un weber străbate normal suprafața de un metru pătrat.

Este ușor de văzut că, în sistemul acesta, dimensiunile inducției, calculate din relația care o definește, sînt

$$[B] = MT^{-2}I^{-1}.$$

De asemenea se vede imediat că *un weber pe metrul pătrat reprezintă* 10^4 *gauss* (Gs).

In sistemul CGS e.m., am definit unitatea de flux cu ajutorul unității de inducție.

In sistemul MKSA, mersul este invers, fiindcă unitatea de inducție se definește cu ajutorul unității de flux.

9) *Forța magnetomotoare* se exprimă prin relația

$$\mathcal{F} = 4\pi NI$$

și am văzut că, în sistemul CGS e.m., un curent de intensitate $1/4\pi$, care străbate o spiră închisă, produce forța magnetomotoare de un *gilbert* **(Gb).**

Dimensiunile fiind aceleași ca la intensitate, vom avea

$$[\mathcal{F}] = L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}.$$

De asemenea am văzut că unitatea MKSA este *decigilbertul.*

Aici dimensiunile vor fi

$$[\mathcal{F}] = I.$$

10) *Reluctanţa* intervine în relaţia, similară cu legea lui Ohm,

$$\mathcal{R}=\frac{\mathcal{F}}{\Phi}. \qquad (282.2)$$

Un circuit magnetic are deci reluctanţa-unitate, dacă unitatea de forţă magnetomotoare produce fluxul de inducţie-unitate.

In sistemul electromagnetic CGS, reluctanţa se exprimă, aşadar, în *gilbert pe maxwell* şi dimensiunile vor fi

$$[\mathcal{R}]=\frac{L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}}{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}}=L^{-1}$$

iar în sistemul MKSA unitatea este *decigilbert pe weber,* cu dimensiunile

$$[\mathcal{R}]=\frac{I}{L^2MT^{-2}I^{-1}}=L^{-2}M^{-1}T^2I^2.$$

Este uşor de văzut că

$$\text{un}\ \frac{\text{decigilbert}}{\text{weber}}=10^{-9}\,\frac{\text{gilbert}}{\text{maxwell}}.$$

Sfătuim pe cititor să se familiarizeze cu sistemele de unităţi, aşa ca să le poată aplica fără ezitare, întîi fiindcă alegerea lor pleacă de la înseşi legile de bază ale fizicii, apoi fiindcă altfel aceste legi devin simple formule moarte, fără putinţă de aplicare practică.

§ 298. **Curenţii Foucault.** Deplasarea relativă a unei piese metalice masive, într-un cîmp de inducţie magnetică, precum şi variaţiile acestui cîmp dau naştere la curenţi de inducţie în masa metalului.

Deplasarea relativă sau variaţia cîmpului de inducţie produc în masele metalice curenţi Foucault.

Ii numim *curenţi Foucault* [1]) şi sensul lor este dictat de legea lui Lenz, sau de cunoscuta regulă a mîinii drepte.

[1]) *Jean Bernard Léon Foucault* (1819—1868), fizician francez.

Cîteva exemple practice vor lămuri aceste fenomene, fără să mai fie nevoie şi de alte explicaţii:

1) In planul unui disc metalic, se găseşte o spiră conductoare, prin care trece un curent electric de intensitate crescătoare (fig. 266, *a*).

Discul se comportă atunci ca o infinitate de spire concentrice, în care variaţia fluxului dă naştere ia curenţi de inducţie circulari.

Aceştia sînt curenţi Foucault şi, după legea lui Lenz, ei trebuie să producă un flux, de asemenea crescător, ce se opune creşterii fluxului trimis de inductor.

In cazul considerat, ei vor avea deci sensul invers al curentului din spira exterioară.

Iar dacă această spiră ar fi parcursă de un curent alternativ, tot alternativi sînt şi curenţii Foucault.

In aceeaşi situaţie s-ar găsi şi o bară, sau altă piesă metalică masivă, introduse în orice cîmp magnetic variabil.

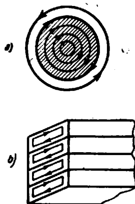


Fig. 266. Curenţii Foucault într-o piesă masivă şi în alta făcută din tole.

Curenţii Foucault încălzesc metalul, prin efectul Joule-Lenz, iar la variaţii mari şi rapide ale fluxului pot chiar să-l aducă la topire.

Pe acest principiu se şi construiesc, de altfel, cuptoare industriale de inducţie, pentru topirea metalelor.

Dar, exceptînd aplicaţiile practice utile, asemenea încălziri trebuiesc evitate, sau cel puţin reduse la minimum, fiindcă reprezintă pierderi de energie.

De aceea, în locul pieselor metalice masive, se folosesc altele, de aceeaşi formă, făcute din fîşii de tablă, numite *tole*[1]), sau din fire, dispuse paralel cu liniile de forţă şi separate prin pături izolante (fig. 266, *b*).

Curenţii Foucault încălzesc piesele metalice masive şi pot fi reduşi prin folosirea tolelor.

[1] In limba franceză ***tôle=tablă.***

Suprafețele conductoare, întîlnite de fluxul inductor, devin atunci mai restrînse, iar curenții Foucault se închid în interiorul lor, însă cu intensitate mult mai mică.

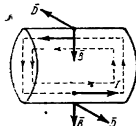


Fig. 267. Sensul curenților Foucault într-un cilindru metalic rotitor pe o axă perpendiculară pe direcția cîmpului.

Sistemul e practicat în orice mașină electrică, folosită în curent alternativ, sau în cîmp variabil.

2) Un cilindru metalic masiv se rotește într-un cîmp de inducție B, care-l străbate diametral (fig. 267).

Deplasarea relativă, față de liniile de forță, în sensul vectorilor $\bar{D}$, face să apară curenți de inducție, în masa metalului.

Acești curenți se orientează după regula mîinii drepte și se închid, în lungul traseelor figurate punctat.

După cele cunoscute, relativ la sensul curenților induși, ei crează un moment magnetic și un cuplu de opunere, prin care frînează mișcarea cilindrului în cîmp.

Curenții Foucault tind să frîneze mișcarea relativă a unei piese de metal masiv, în cîmpul de inducție.

Iar, odată cu frînarea, energia cinetică de rotație se transformă în căldură, prin efectul Joule-Lenz.

Și, aici, curenții Foucault pot fi reduși la intensități mici dacă, în locul cilindrului masiv, am face altul, din rondele de tablă, dispuse paralel cu bazele și separate printr-un izolant.

3) Din același motiv, un disc metalic, orientat cu planul perpendicular pe liniile de forță, cade foarte încet, între poiii unui electromagnet.

Experiența reușește cel mai bine cu o monedă de argint, din cauza bunei conductibilități a metalului.

Aceste acțiuni de frînare sînt folosite curent oriunde avem interesul să încetinim o mișcare, sau să amortizăm oscilația unei piese metalice.

De pildă, o balanță analitică, al cărui braț trece printre polii unui magnet, își ia poziția de echilibru, aproape fără de oscilații.

A. Autoinducția

§ 299. **Inductanța unui circuit.** Un curent electric, ce parcurge o bobină, ori o spiră închisă, dă naștere unui cîmp și unui flux de inducție, care străbat propriul circuit.

Dacă intensitatea curentului variază în timp, variază și fluxul respectiv.

In aceste condiții, va trebui să rezulte o forță electromotoare și un curent de inducție, pe care le numim de *autoinducție*, fiindcă apar în circuitul propriu [1]).

Variația curentului într-un circuit face să apară o forță electromotoare de autoinducție.

Forța electromotoare și curentul de autoinducție se adună algebric la forța electromotoare și la curentul generatorului din circuit.

Acestea sînt faptele fundamentale, pe care le putem prevedea din înseși legile inducției.

Rămîne să căutăm relațiile cantitative și să discutăm consecințele.

Este evident că, într-un același circuit, intensitatea cîmpului de inducție, ca și a fluxului respectiv, sînt proporționale cu intensitatea curentului.

Vom putea scrie deci că

$$\boxed{\Phi = LI} \qquad (299.1)$$

Factorul de proporționalitate între curent și fluxul de inducție se numește „inductanță".

In această relație, factorul de proporționalitate L, între intensitatea curentului și fluxul de inducție, se numește „inductanță".

El este caracteristic fiecărui circuit în parte și depinde de forma sau de suprafața lui.

1. *Unități și dimensiuni.* In sistemul CGS e.m., ținînd seamă de relația (299.1), vom spune că ***un circuit are inductanța-unitate dacă, la o variație a curentului cu o unitate, fluxul de inducție variază cu un maxwell.***

---

[1]) **Autoinducția se mai numește și *selfinducție*, de la cuvîntul englezesc *myself* — *eu însumi*.**

Raportul dimensional ne dă

$$[L]=\left[\frac{\Phi}{I}\right]=\frac{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}}{L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}}=L.$$

In CGS e.m., unitatea de inductanță are dimensiunile unei lungimi și se numește centimetru.

Prin urmare, în sistemul electromagnetic CGS, unitatea de inductanță are dimensiunile unei lungimi și se va numi *centimetru.*

Pe aceeași cale se definește unitatea MKSA:

Inductanța este de un henry, dacă fluxul variază cu un weber, cînd curentul variază cu un amper.

Ea reprezintă inductanța circuitului, în care fluxul variază cu un weber, cînd curentul variază cu un amper.

Această unitate se numește *henry* [1]), cu simbolul H.

Procedînd ca mai sus, raportul dimensional ne duce la

$$[L]=\left[\frac{\Phi}{I}\right]=\frac{L^2MT^{-2}I^{-1}}{I}=L^2MT^{-2}I^{-2}.$$

Exprimînd raportul Φ/I în ambele sisteme de unități, împărțirea rezultatelor numerice ne arată că

$$1\,\mathrm{H}\,(\text{henry})=10^9\ \mathrm{cm}.$$

2. *Inductanța unei bobine.* Să considerăm fie un solenoid foarte lung, fie o bobină toroidală, înfășurate pe un miez de fier, cu permeabilitatea μ. Lungimea este l și numărul total de spire îl vom nota cu N.

Un curent de intensitate I produce, în interior, cîmpul de inducție

$$B=\mu H=\mu 4\pi\frac{N}{l}I. \tag{281.2}$$

Iar dacă fiecare spiră are suprafața S, fluxul de inducție traversează suprafața totală

$$S_t=NS.$$

[1]) In onoarea lui *Joseph Henry* (1797—1878), fizician american. In tinerețe a fost ceasornicar.

Acest flux va fi deci

$$\Phi = BNS = \mu 4\pi \frac{N}{l} INS = \mu 4\pi \frac{N^2}{l} IS.$$

Această valoare, introdusă în relația (299.1) de mai sus, ne dă inductanța bobinei:

$$\boxed{L = \mu 4\pi \frac{N^2}{l} S}. \qquad (299.2)$$

Ea este o constantă caracteristică, dacă permeabilitatea miezului rămîne invariabilă.

Dar acesta nu e cazul pentru substanțele feromagnetice, așa că nu putem vorbi atunci de o inductanță fixă, ci doar de o anumită valoare mijlocie, între două limite de variație ale curentului magnetizant.

Formula dedusă nu e valabilă nici pentru bobinele rectilinii scurte, nici dacă spirele sînt bobinate prea rar.

In asemenea cazuri se introduc factori de corecție, sau recurgem la determinarea experimentală.

§ 300. **Forța electromotoare de autoinducție.** Relațiile cunoscute:

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{și} \quad \Phi = LI \qquad (293.1;\ 299.1)$$

ne dau împreună

$$\boxed{E = -L\frac{dI}{dt}}. \qquad (300.1)$$

Forța electromotoare de autoinducție este proporțională cu iuțeala de variație a curentului.

Forța electromotoare de autoinducție este deci proporțională cu iuțeala de variație în timp a curentului și inductanța este factor de proporționalitate.

Semnul — (minus) este iarăși consecința legii lui Lenz și ne arată că forța electromotoare autoindusă tinde să se opună variației de intensitate a curentului din circuit.

§ 301. **Inducția mutuală.** Să considerăm două circuite, bunăoară două spire plane, C_1 și C_2, legate fiecare separat în serie cu un generator electric (fig. 268, *a* și *b*).

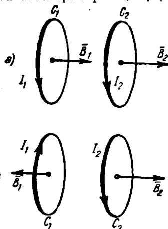


Fig. 268. Inductanță mutuală pozitivă (*a*) și negativă (*b*).

In aceste condiții, este evident că fiecare circuit va trimite prin celălalt cîte un flux de inducție proporțional cu propria intensitate a curentului ce-l străbate.

Vom putea scrie deci că fluxul trimis de C_1, prin circuitul C_2, este

$$\Phi_1 = M \cdot I_1. \qquad (301.1)$$

Analog, fluxul trimis de C_2 prin C_1 va fi

$$\Phi_2 = M \cdot I_2.$$

Fluxul trimis de un circuit în altul este proporțional cu intensitatea curentului și factorul de proporționalitate este inductanța mutuală.

Factorul de proporționalitate M, numit *inductanță mutuală*, are aceleași dimensiuni și se exprimă în aceleași unități ca inductanța, deci în *centimetri* sau în *henry*.

Aplicînd acum relația fundamentală, de la inducția electromagnetică (293.1), înseamnă că orice variație a curentului din C_1 va face să apară în C_2 forța electromotoare indusă

$$\boxed{E_1 = -M \frac{dI_1}{dt}}. \qquad (301.2)$$

Aceeași expresie, cu indicii schimbați, rămîne valabilă și în cazul cînd curentul variază în C_2.

In privința inductanței mutuale M, vom face convenția că ea este *pozitivă*, cînd cele două circuite își orientează cîmpul de inducție în același sens (fig. 268, *a*).

In cazul contrar, ea este *negativă* (fig. 268, *b*) și atunci semnul membrului al doilea din relația (301.2) se inversează.

§ 302. **Generalizarea legii lui Ohm.** Să considerăm un circuit, în care apar variaţii ale fluxului de inducţie.
Aceste variaţii pot să provină din:

1) Deplasarea circuitului într-un cîmp de inducţie, sau variaţia intensităţii cîmpului.
In cazul acesta, forţa electromotoare indusă este

$$E_1 = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (293.1)$$

2) O eventuală variaţie a curentului propriu din circuit, care dă naştere la forţa electromotoare de autoinducţie

$$E_2 = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (300.1)$$

3) Variaţia curentului dintr-un circuit vecin, care acţionează prin inductanţa mutuală şi produce forţa electromotoare indusă

$$E_3 = -M\frac{dI'}{dt}. \qquad (301.2)$$

4) In fine, mai trebuie să ţinem seamă că generatorul care alimentează circuitul produce forţa electromotoare

$$E_4 = E.$$

Toate acestea, sumate algebric, ne dau forţa electromotoare totală

$$E_t = E - \frac{d\Phi}{dt} - L\frac{dI}{dt} - M\frac{dI'}{dt}.$$

Iar dacă rezistenţa circuitului este R, legea lui Ohm:

$$E_t = RI \qquad (229.1)$$

se va scrie sub forma generală

$$\boxed{RI = E - \frac{d\Phi}{dt} - L\frac{dI}{dt} - M\frac{dI'}{dt}} \qquad (302.1)$$

în care, de la caz la caz, vom păstra, în membrul al doilea, numai termenii diferiţi de zero.

De pildă, cînd nu există inducţie mutuală, nici variaţie de flux, provenită din exterior, vom avea

$$\boxed{RI = E - L\frac{dI}{dt}}. \qquad (302.1a)$$

Această relaţie simplificată se referă la cazurile cele maî obişnuite în practică şi o vom aplica la oricare circuit, cînd curentul sufere o variaţie permanentă sau tranzitorie, dacă inductanţa nu este neglijabilă.

Căderea ohmică interesează toate forţele electromotoare, conectate sau induse în circuite.

In concluzie : *căderea ohmică interesează toate forţele electromotoare, conectate sau induse în circuite şi sumate algebric.*

Revenind la relaţia (302.1), de mai sus şi înmulţindu-i ambii membri cu *Idt*, avem

$$\boxed{EI\,dt = RI^2dt + I(d\Phi + LdI + M\,dI')}. \qquad (302.2)$$

Membrul întîi reprezintă acum energia debitată de generatorul conectat în circuit, aşa că membrul al doilea trebuie să exprime tot o energie.

La energia implicată în efectul Joule-Lenz se adaugă variaţiile de energie electromagnetică.

Aici, la termenul ce reprezintă energia implicată în efectul Joule-Lenz, se adună termenii cari se referă la energia electromagnetică.

Termenii aceştia dispar, bineînţeles, odată cu variaţiile mărimilor de care sînt legaţi.

§ 303. **Extracurenţii.** Să presupunem că, la bornele unui circuit care nu posedă decît o rezistenţă ohmică *R*, legăm o forţă electromotoare *E*.

Curentul ia, practic instantaneu, intensitatea impusă de legea lui Ohm şi scade, tot instantaneu, la zero, dacă întrerupem circuitul.

Cu totul altfel se prezintă situaţia dacă, afară de rezistenţa ohmică R, se mai găseşte în circuit şi o bobină, cu inductanţă L destul de mare (fig. 269).

Cînd închidem întrerupătorul S, curentul creşte şi acum, tinzînd către intensitatea constantă a regimului staţionar.

Dar, la această creştere, variaţia de flux din bobină răspunde cu o forţă electromotoare de autoinducţie, care dă naştere altui curent opus, ce tinde să o întîrzie.

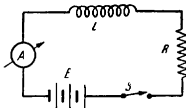


Fig. 269. Circuit cu inductanţă şi rezistenţă ohmică.

Analog, dacă întrerupem circuitul, curentul de autoinducţie se inversează, cu tendinţa să prelungească situaţia existentă înaintea întreruperii.

Pentru inductanţele mari, de ordinul zecilor de henry, acul ampermetrului din circuit se mişcă atît de încet, încît îl putem urmări cu ochii cam un sfert de minut, pînă să ajungă la diviziunea corespunzătoare intensităţii maxime, în regim.

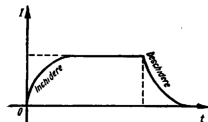


Fig. 270. Acţiunea inductanţei întîrzie variaţia intensităţii curentului.

Iar dacă trasăm o curbă experimentală a deviaţiilor, care să reprezinte intensitatea, în funcţie de timp, această curbă are aspectul din fig. 270.

Aceeaşi curbă ar fi avut forma punctată, dacă în circuit nu ar exista decît rezistenţe ohmice.

Circuitele cu inductanţă nu ating instantaneu intensităţile staţionare, din cauza extracurenţilor.

Curenţii de autoinducţie, care întîrzie stabilirea regimului staţionar, în circuitele cu inductanţe, se numesc extracurenţi.

Dacă întrerupătorul, introdus în serie pe un circuit cu inductanţă mare, nu funcţionează destul de brusc, extracurentul de deschidere formează un arc electric, ce poate să topească local contactele metalice.

De aceea, în toate instalațiile industriale, se folosesc numai întrerupătoare, prevăzute cu un resort care să îndepărteze cît mai repede pîrghia de contact.

Pe același principiu sînt construite *şalterele* introduse în instalațiile de iluminat.

O experiență simplă, pe care o poate face oricine, în legătură cu fenomenele descrise, nu cere decît o sonerie și o baterie de buzunar.

Cel ce ține, în mîna umezită, două sîrme legate la bornele soneriei în funcțiune, simte comoția produsă prin extracurenții de închidere și deschidere a circuitului, provocate de vibrațiile ciocănașului.

Altfel, cei patru volți ai bateriei nu dau efecte fiziologice sensibile.

Mai rămîne să căutăm legea cantitativă, de variație în timp a curentului.

Legea lui Ohm, aplicată cazului din fig. 269, se scrie sub forma

$$RI=E-L\frac{dI}{dt}\cdot \tag{302.1a}$$

De aici, separînd cele două variabile și integrînd, obținem, la închiderea circuitului, cînd intensitatea crește de la 0 pînă la I, în timpul t,

$$\int_0^I \frac{dI}{E-RI}=\frac{1}{L}\int_0^t dt$$

sau

$$\left[-\frac{1}{R}\ln(E-RI)\right]_0^I=\frac{1}{L}t$$

sau încă

$$I=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

unde e reprezintă baza logaritmilor neperieni.

Dar

$$\frac{E}{R}=I_0$$

este intensitatea de regim staționar, pe care trebuie să o atingă curentul, prin rezistența ohmică R, după dispariția extracurentului de închidere.

Ajungem așa la relația finală

$$\boxed{I = I_0 - I_0 e^{-\frac{R}{L}t}}. \qquad (303.1)$$

In această relație, care ne permite să calculăm intensitatea curentului din circuit, după timpul t de la închidere, găsim doi termeni, în membrul al doilea :

Primul reprezintă, după cum am văzut, intensitatea în regim staționar.

Al doilea termen

$$I_1 = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \qquad (303.2)$$

reprezintă extracurentul de închidere, care tinde să întîrzie instalarea regimului staționar.

Extracurentul scade exponențial și tinde asimptotic spre zero, iar L/R reprezintă constanta de timp.

El scade exponențial și tinde asimptotic spre zero, cu atît mai repede cu cît rezistența ohmică e mai mare și inductanța mai mică.

La întreruperea circuitului, termenul I_0 dispare, fiindcă generatorul nu mai poate să debiteze.

Extracurentul e atunci singurul care mai persistă, dar cu semnul schimbat, ca să tindă și de astă dată exponențial spre zero.

In relația (303.2), ca în orice relație fizică, ambii membri trebuie să aibă aceleași dimensiuni.

Ori aceasta nu e cu putință, decît cu condiția ca raportul R/L să aibă inversa dimensiunilor unui timp, oricare ar fi sistemul unităților folosite.

Este ușor de verificat că această condiție, în adevăr, e satisfăcută, așa că

$$\left[\frac{L}{R}\right] = \mathrm{T}.$$

De aceea raportul L/R se numește *constanta de timp.*

§ 304. **Energia unui circuit cu inductanță.** Am văzut că, odată cu întreruperea circuitului, curentul debitat de generator dispare și nu mai persistă decît extracurentul de deschidere.

Dar, în același moment, încetează și acțiunea forței electromotoare a generatorului, așa că relația

$$RI=E-L\frac{dI}{dt} \tag{302.1a}$$

devine

$$RI=L\frac{dI}{dt}$$

unde schimbarea de semn arată că, de astă dată, circuitul este acela care debitează curentul.

Inmulțind ambii membrii cu Idt, avem

$$RI^2dt=LI\,dI.$$

Această relație cuprinde, în primul membru, energia implicată în efectul Joule-Lenz, iar în membrul al doilea energia debitată de extracurent.

In momentul întreruperii, circuitul cu inductanță conține așadar energia potențială

$$W=L\int_0^I I\,dI.$$

Iar după integrare găsim că

$$\boxed{W=\frac{1}{2}LI^2}. \tag{304.1}$$

$$W=\frac{1}{2}LI^2$$

In faza tranzitorie inițială, cînd curentul a crescut de la 0 *pînă la* I, *această energie a fost înmagazinată de cîmpul magnetic al bobinei de inductanță. Extracurentul de deschidere o pune acum în libertate.*

În § 220 am văzut că, într-un condensator încărcat, cîmpul electric este acela care înmagazinează energia potențială

$$W = \frac{1}{2} CV^2, \qquad (220.2)$$

iar această energie se liberează prin curentul de descărcare.

În ambele cazuri obținem deci relații similare.

B. Descărcarea oscilantă

§ 305. **Descărcarea aperiodică.** Să presupunem că, după ce am încărcat un condensator de capacitate C, la potențialul V_0 față cu armătura de referință, îl descărcăm prin rezistența ohmică R (fig. 271).

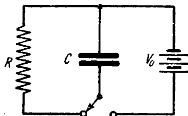


Fig. 271. Descărcarea unui condensator printr-o rezistență ohmică.

Pe baza relației cunoscute

$$CV = Q \qquad (218.1)$$

putem scrie că

$$C\,dV = dQ = I\,dt,$$

unde I este curentul de descărcare, în timpul infinitesimal dt.

Dar, după legea lui Ohm,

$$I = \frac{V}{R}$$

și rezultă că

$$C\,dV = \frac{V}{R}\,dt.$$

Iar dacă potențialul scade pînă la valoarea V, în timpul t, obținem prin integrare

$$\int_{V_0}^{V} \frac{dV}{V} = \frac{1}{CR} \int_0^t dt.$$

Prin urmare

$$\ln\frac{V}{V_0}=-\frac{1}{CR}t$$

și ajungem la relația finală

$$\boxed{V=V_0e^{-\frac{1}{CR}t}}. \qquad (305.1)$$

Ea este asemănătoare cu (303.2), prin care am exprimat extracurentul, într-un circuit cu inductanță.

Prin rezistență ohmică, potențialul în condensator scade exponențial, iar *CR* este constanta de timp.

Prin urmare, potențialul într-un condensator scade exponențial, cînd el se descarcă printr-o rezistență ohmică și tinde asimptotic spre zero, cu atît mai încet cu cît rezistența și capacitatea sînt mai mari.

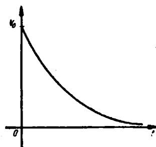


Fig. 272. Curba de descărcare a unui condensator prin rezistență ohmică.

Curba de variație în timp a potențialului este reprezentată în fig. 272.

Cît despre produsul *CR*, se poate verifica ușor că el are dimensiunile unui timp, în oricare sistem de unități.

Îl vom numi deci *constanta de timp* a descărcării condensatorului, prin rezistența ohmică.

§ 306. **Descărcarea oscilantă.** Cu totul altfel se prezintă situația dacă, în loc să descărcăm condensatorul printr-o rezistență ohmică, îl descărcăm printr-o bobină, sau printr-un circuit, cu inductanța L (fig. 273).

Rezistența ohmică o vom considera, deocamdată, ca *neglijábilă.*

Aici energia liberată apare sub forma unui curent electric și face să varieze fluxul din bobină.

Cîmpul magnetic o înmagazinează, la rîndul lui și apoi o liberează iarăși, printr-un extracurent, ce transportă sarcini pe armăturile condensatorului și-l încarcă la loc, dar în sens contrar.

Aceeaşi energie trece deci, alternativ, de la cîmpul electric la cîmpul magnetic şi circuitul este parcurs de curenţi cari îşi schimbă sensul după fiecare inversare a încărcării condensatorului.

Experienţa ne arată că, în adevăr, pe măsură ce rezistenţa ohmică a circuitului tinde către zero, variaţia diferenţei de poten-

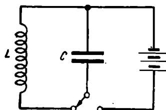


Fig. 273. Sistemul inductanţă-capacitate formează un circuit oscilant.

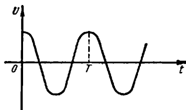


Fig. 274. Tensiunea ca funcţie sinusoidală de timp.

ţial, între bornele condensatorului, tinde către legea sinusoidală

$$U = U_0 \cos \omega t$$

unde am ales orginea timpului, în momentul cînd începe descărcarea (fig. 274).

La rîndul lui, curentul variază tot alternativ, după o lege analogă.

Reamintind că pulsaţia este legată de perioadă prin relaţia

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

ne propunem să calculăm această perioadă, în funcţie de inductanţă şi de capacitate.

Dacă nu există rezistenţă ohmică, deci pierderi de energie prin efectul Joule-Lenz, energia maximă, înmagazinată, sub diferenţa de potenţial U_0, de cîmpul electric din condensator

$$W_e = \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C}$$

este egală cu energia maximă, înmagazinată de cîmpul magnetic, în bobina de inductanță

$$W_m = \frac{1}{2} L I_0^2.$$

Prin urmare

$$\frac{Q_0^2}{C} = L I_0^2. \qquad \text{(I)}$$

Dar, într-o descărcare sinusoidală,

$$Q = Q_0 \cos \omega t$$

și rezultă că intensitatea curentului este

$$I = \frac{dQ}{dt} = -Q_0 \omega \sin \omega t$$

și are valoarea maximă (absolută)

$$I_0 = Q_0 \omega$$

care, substituită în (I), ne dă pentru pulsație

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}.$$

Perioada oscilației se va exprima deci prin relația

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{LC}}. \qquad (306.1)$$

Această relație se numește *formula lui Thomson.*

$T = 2\pi \sqrt{LC}$. *Prin urmare, cînd rezistența ohmică este neglijabilă, perioada de oscilație a unui circuit variază proporțional cu rădăcina pătrată a produsului dintre inductanță și capacitate.*

Un asemenea sistem constituie ceea ce numim un *circuit oscilant.*

Dar formula lui Thomson se referă la un caz ideal fiindcă, în realitate, rezistențele ohmice sînt inevitabile.

Prezența lor face ca energia sistemului să treacă treptat în căldură și atunci apar două situații diferite:

1) Dacă rezistența este încă destul de mică, ea nu poate să împiedice oscilația, dar o amortizează, tot așa cum frecările amortizează oscilațiile unui pendul.

Curba variației în timp a intensității curentului are atunci aspectul din fig. 275, reprodusă după o înregistrare făcută experimental.

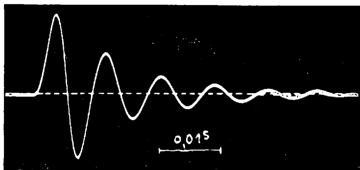


Fig. 275. Variația în timp a curentului într-o descărcare amortizată.

Forma ei rezultă din suprapunerea fenomenului oscilatoriu, peste scăderea exponențială, datorită rezistenței ohmice.

Se poate demonstra, și experiența confirmă că, în cazul de față, intensitatea curentului oscilant care, fără rezistența ohmică, era dictată de relația

$$I = I_0 \sin \omega t$$

devine

$$\boxed{I = I_0 e^{-\delta t} \sin \omega t}. \qquad (306.2)$$

în care δ se numește *amortizare*, iar e este baza logaritmilor neperieni.

Relația de față este asemănătoare cu aceea prin care am exprimat variația în timp a elongațiilor unui pendul amortizat.

De asemenea se poate demonstra că

$$\delta = \frac{R}{2L}$$

de unde rezultă că *amplitudinea oscilațiilor din circuit scade cu atît mai repede, cu cît rezistența ohmică e mai mare, iar inductanța mai mică.*

Mai menționăm că, la oscilațiile amortizate, perioada este mai lungă, decît arată formula lui Thomson.

2) Dacă rezistența ohmică a circuitului este prea mare, oscilațiile dispar și descărcarea condensatorului devine *aperiodică*, așa cum am văzut în § 305.

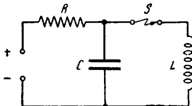


Fig. 276. Scînteia oscilantă.

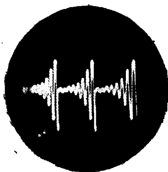
In practică, putem face să oscileze un circuit cu inductanță și capacitate fără să mai fie nevoie de un comutator, care să conecteze condensatorul de pe încărcare pe descărcare, ca în fig. 273.

Pentru aceasta e destul să-l încărcăm progresiv, de la un generator de tensiune înaltă, printr-o rezistență R, destul de mare ca să împiedice formarea unui arc electric (fig. 276).

In momentul în care am atins potențialul exploziv, se produce în S o scînteie, a cărei rezistență ohmică este practic nulă, din cauza ionizării foarte intense.

Sistemul intră atunci în oscilație amortizată, a cărei amplitudine scade exponențial, pînă cînd generatorul, reîncărcînd condensatorul, o nouă scînteie readuce intensitatea inițială.

Se obțin astfel ceea ce numim *trenuri de oscilații* (fig. 277).


Fig. 277. Trenuri de oscilații amortizate.

Tensiunile ridicate au avantajul că pun în joc energii mai mari, ştiind că energia de încărcare a condensatorului creşte cu pătratul diferenţei de potenţial aplicate.

Descărcarea oscilantă ne permite să obţinem curenţi, a căror frecvenţă de inversare depinde de capacitatea şi de inductanţa folosite.

Cuplînd bobina circuitului oscilant cu altă bobină, cu număr mare de spire, variaţiile de flux inductor pot să inducă aici tensiuni alternative de ordinul sutelor de mii de volţi (fig. 278).

Se obţin astfel efluvii şi scîntei, cu adevărat impresionante.

Aceste tensiuni ridicate, studiate de *Tesla* [1]), nu sînt periculoase şi au chiar aplicaţii în terapeutica medicală, fiindcă frecvenţele înalte nu au alt efect fiziologic, decît încălzirea ţesutului prin care străbat curenţii respectivi.

Pînă acum nu am considerat încă decît inductanţa circuitelor închise şi mai ales pe a bobinelor.

Dar o inductanţă, mai mare sau mai mică, găsim la conductorii de orice formă sau dimensiune şi se manifestă imediat ce sînt parcurşi de un curent variabil.

Aceşti conductori au, de asemenea, o capacitate, aşa că pot să dea naştere la curenţi oscilanţi.

Pentru a obţine frecvenţe de oscilaţie foarte înalte, va trebui să căutăm inductanţe şi capacităţi cît mai mici.

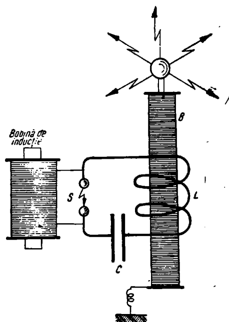


Fig. 278. Experienţa lui Tesla.

La universitatea din Moscova, *Arkadieva-Glegoleva* [2]), producînd scîntei între particule de pilitură metalică, scufundate în ulei, a izbutit să realizeze curenţi oscilanţi, cu frecvenţa de ordinul a 10^{13} Hz.

---

[1]) *Nicolae Tesla* (1856—1943), fizician sîrb, emigrat în America.

[2]) În laboratorul profesorului *V. C. Arkadiev.*

De curînd, *V. Petrescu* [1]), reluînd aceste cercetări, a reuşit să atingă frecvenţa de 10^{14} Hz, producînd scînteile între particule metalice coloidale.
Mai tîrziu, vom vedea că există mijloace prin care, în locul oscilaţiilor amortizate, putem obţine oscilaţii întreţinute, cu amplitudine constantă.

Analogia mecanică a circuitului oscilant. Să considerăm comparativ oscilaţiile unui circuit şi ale unui pendul elastic.

Se ştie că, la un asemenea pendul, toată energia potenţială, transmisă din exterior, prin întinderea resortului, reapare sub forma cinetică, în momentul cînd masa oscilantă trece prin poziţia de repaus.

Conservarea energiei se va exprima, în cazul de faţă, prin relaţia

$$\frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}mv^2. \qquad (74.1\,;\,75.1)$$

Trecînd la circuitul oscilant, energia transmisă, prin încărcarea condensatorului, fiind egală cu energia maximă a cîmpului magnetic, avem

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}LI^2. \qquad (220.1\,;\,304.1)$$

Iar ca să putem stabili un criteriu de comparaţie, vom observa că, după cum

$$\frac{dx}{dt} = v, \quad \text{tot aşa} \quad \frac{dQ}{dt} = I.$$

Prin urmare, dacă trecem de la oscilaţia elastică, la oscilaţia electromagnetică :

1) In locul vitezei v, apare intensitatea I a curentului ;

2) In locul masei inerţiale m, intervine inductanţa L ;

3) In locul constantei elastice K, intervine inversa capacităţii : $\frac{1}{C}$.

Figura 279 completează această comparaţie. Aici similitudinea situaţiilor suscesive face inutilă orice altă explicaţie.

---

[1]) Profesor la Institutul Politehnic din Iaşi. Lucrările sînt făcute în colaborare cu *E. Luca* şi *E. Lăzărescu*.

Acelaşi paralelism apare şi din examinarea, în lumina celor de mai sus, a relaţiilor cunoscute

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}\ ,\ \text{şi}\quad T=2\pi\sqrt{LC}. \qquad (69.4;\ 306.1)$$

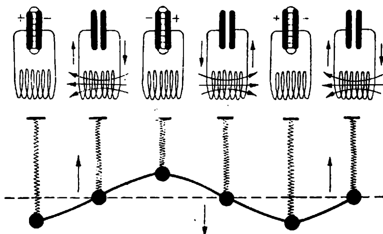


Fig. 279. Analogia mecanică a circuitului oscilant.

Exemple numerice. 1) *Un cîmp de inducţie variază cu timpul după legea experimentală* $B=Kt^2$ *şi trimite linii de forţă în lungul unei bobine cu* 400 *de spire, fiecare cu suprafaţa de* 1 600 cm².

Presupunînd că valoarea numerică a lui K *este* 200, *să se calculeze forţa electromotoare indusă, în cazul cînd variaţia de flux a durat* 0,5 s.

Fluxul de inducţie fiind

$$\Phi=BS=200\cdot400\cdot1\,600\,t^2=128\cdot10^6\,t^2,$$

relaţia

$$e=-\frac{d\Phi}{dt} \qquad (293.1)$$

ne dă, în valoare absolută,

$$e=2\cdot128\cdot10^6\cdot0{,}5=128\cdot10^6 \text{ u.CGS e.m.},$$

sau, în volţi

$$E=\frac{128\cdot10^6}{10^8}=1{,}28 \text{ V}.$$

2) *Un disc de cupru, cu raza de* 20 cm, *se rotește într-un cîmp de inducție normal pe suprafața lui și face* 100 *de rotații pe secundă.*

Intensitatea cîmpului fiind de 20 000 Gs, *ce forță electromotoare indusă apare între axă și periferia discului și ce intensitate de curent se obține, cînd rezistența circuitului este de* 0,05 Ω.

Relația (293.3)

$$e = -\frac{1}{2} Br^2\omega$$

în care introducem datele numerice, ne dă, în valoare absolută,

$$e = \frac{1}{2}\cdot 20\,000\cdot 400\cdot 6{,}28\cdot 100 = 25{,}12\cdot 10^8 \text{ u CGS e.m.},$$

sau, în volți,

$$E = 25{,}12 \text{ V}.$$

Iar curentul va fi

$$I = \frac{E}{R} = \frac{25{,}12}{0{,}05} \cong 502 \text{ A}.$$

3) *Un solenoid, cu secțiunea de cinci centimetri pătrați și lungimea de un metru are* 2 000 *de spire.*

Să i se calculeze inductanța.

Relația

$$L = \mu_0 4\pi \frac{N^2}{l} S \tag{299.2}$$

ne dă, în unități MKSA, știind că, numeric, $\mu_0 = 10^{-7}$,

$$L = 10^{-7}\cdot 4\cdot 3{,}14\cdot \frac{4\cdot 10^6}{1}\cdot 5\cdot 10^{-4} = 2{,}5\cdot 10^{-3} \text{ H},$$

iar în u. CGS e.m.,

$$L = 2{,}5\cdot 10^{-3}\cdot 10^9 = 2{,}5\cdot 10^6 \text{ cm}.$$

4) *Un electromagnet are inductanța bobinajului de* 20 H *și rezistența ohmică de* 10 Ω.

După cîte secunde, de la închiderea circuitului, curentul atinge 0,99 *din valoarea maximă?*

Relația (303.1)

$$I = I_0 - I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

în care introducem valorile numerice, ne dă, cînd $I = 0{,}99\, I_0$

$$0{,}99 = 1 - e^{-\frac{10}{20}t} = 1 - e^{-\frac{1}{2}t},$$

sau

$$e^{-\frac{1}{2}t}=0{,}01$$

şi trecînd la logaritmi, găsim că

$$t\cong 9\ \mathrm{s}.$$

5) *Să se calculeze energia înmagazinată într-o inductanţă de* 10 H, *parcursă de un curent cu intensitatea de* 20 A.

Relaţia (304.1)

$$W=\frac{1}{2}LI^2$$

ne dă

$$W=\frac{1}{2}\,10\cdot 20^2=2\,000\ \mathrm{J}.$$

6) *Un cablu subteran, care transportă curent electric, sub tensiunea de* 100 000 V *a fost întrerupt de la centrală.*

Rezistenţa lui de izolament fiind $1{,}56\cdot 10^9\ \Omega$ *şi capacitatea electrostatică, faţă de blindajul extern, un microfarad, să se calculeze tensiunea după două ore de repaus.*

Ştiind că $1\,\mu\mathrm{F}=10^{-6}\mathrm{F}$ şi că $2\mathrm{h}=7\,200$ s, relaţia

$$U=U_0 e^{-\frac{1}{CR}t} \qquad (305.1)$$

ne dă

$$U=100\,000\cdot e^{-\frac{1}{10^{-6}\cdot 1{,}56\cdot 10^9}\cdot 7\,200}$$

sau

$$U=10^5\cdot e^{-4{,}6}$$

sau încă

$$\ln\frac{10^5}{U}=4{,}6.$$

Şi trecînd la număr, găsim că, după două ore, tensiunea cablului este

$$U=1\,000\ \mathrm{V}.$$

şi prezintă încă pericol de electrocutare.

CAPITOLUL XL

APARATE ELECTRICE DE MĂSURAT

§ 307. **Aparate cu magnet permanent.** Aceste aparate se bazează pe acțiunea reciprocă a curenților și magneților.

Ele pot să existe în două variante:

I) Dacă un circuit mobil se află în cîmpul magnetului, acesta îl rotește sau îl deviază. Din această categorie fac parte:

1. *Galvanometrul cu cadru mobil.* Aici un cadru, bobinat cu sîrmă izolată, care cuprinde cîteva sute de spire, stă suspendat, cu două fire verticale, între polii magnetului (fig. 280).

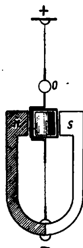


Fig. 280. Principiul galvanometrului cu cadru mobil.

Curentul trece prin firele de suspensiune și parcurge cadrul, iar acesta se rotește, cu tendința de a-și orienta planul perpendicular pe linia polilor, în măsura în care îi permite cuplul de torsiune al firului.

Un cilindru de fier, fixat între poli, micșorează reluctanța circuitului magnetic și mărește fluxul.

Citirea deviațiilor se face, de obicei, cu o fîșie de lumină, care se reflectă pe oglinda O și apoi cade pe o scală gradată.

Sensibilitatea poate să atingă 10^{-9} A, pentru deviația de un milimetru, cînd scala se găsește la distanța de un metru.

2. *Ampermetrul cu cadru mobil.* În principiu, acest ampermetru este construit la fel cu galvanometrul descris mai sus.

Cadrul stă pe vîrfuri de oțel, în lagăre metalice, iar legătura cu bornele se face, de astă dată, prin două spirale metalice, care se strîng progresiv, în timpul rotației sistemului (fig. 281).

Sensibilitatea este, bineînțeles mult mai mică decît a galvanometrului și poate fi aleasă după voie, dacă folosim șunturi convenabile (§ 235).

Ambele aparate descrise își inversează sensul deviației, odată cu curentul care le străbate.

Cînd vrem să le folosim în curent alternativ, trebuie să recurgem fie la cuplurile termoelectrice, descrise în § 249, fie la sisteme de *redresare*, adică la dispozitive, montate în serie, care permit curentului să treacă numai într-un singur sens.

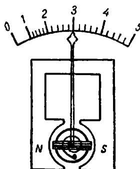


Fig. 281. Principiul ampermetrului cu cadru mobil.

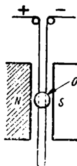


Fig. 282. Principiul galvanometrului cu buclă.

3. *Galvanometrul cu buclă.* Schema de principiu este reprezentată în figura 282.

Bucla este un fir metalic dublu şi continuu, cît mai subţire, dispus într-un plan paralel cu linia polilor magnetului.

Prin trecerea curentului, una din laturile buclei deviază către observator, iar cealaltă în sensul contrar şi oglinda O se roteşte, împreună cu fîşia de lumină reflectată, ce cade pe dînsa.

Acest galvanometru este mai puţin sensibil decît acela cu cadru mobil, dar are avantajul că poate să urmărească variaţiile rapide ale curentului, fiindcă echipajul mobil are momentul de inerţie foarte mic.

El e folosit mai ales ca *oscilograf*, înregistrînd mişcările fîşiei luminoase, pe un film fotografic, ce se deplasează continuu, în faţa ei.

In cazul acesta, ca să amortizăm vibraţiile proprii ale buclei, o introducem în ulei.

4. *Galvanometrul cu coardă.* Acest galvanometru este o variantă a precedentului, cu aceleaşi domenii de folosire.

El diferă prin aceea că bucla este înlocuită cu un singur fir, pe care cîmpul magnetului tinde să-l devieze lateral, perpendicular pe planul figurii 283.

Piesele polare sînt găurite şi un microscop M ne permite să observăm deviaţiile firului, luminat prin partea opusă, de o lampă electrică L.

II) Dacă bobina parcursă de curent este fixă şi magnetul este mobil, deviază magnetul. Din această categorie face parte:

Galvanometrul cu magneţi mobili. Pe o bară verticală, suspendată cu un fir de mătase foarte subţire, sînt fixaţi nişte magneţi, orientaţi în planul figurii 284.

În jurul lor, sînt înfăşurate două bobine B_1 şi B_2, prin care trece curentul de măsurat.

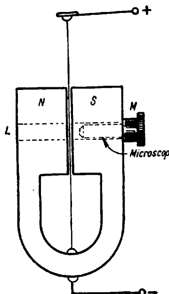


Fig. 283. Principiul galvanometrului cu coardă.

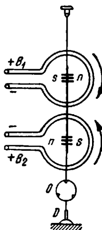


Fig. 284. Principiul galvanometrului cu magneţi mobili.

Pentru ca magneţii aceştia să fie sustraşi acţiunii de orientare a cîmpului pămîntesc, ei sînt dispuşi, în cele două bobine, cu polii de nume contrarii în sensuri opuse, formînd ceea ce se numeşte un sistem *astatic*.

Dacă şi bobinele sînt bobinate în sensuri contrarii, cîmpurile magnetice, produse de curentul ce le străbate, deviază echipajul mobil în acelaşi sens.

Magneţii trebuie să fie cît mai scurţi, pentru că altfel momentul de inerţie prea mare al sistemului ar lungi peste măsură perioada de oscilaţie proprie.

Citirea deviaţiilor se face reflectînd pe oglinda *O*, fixată pe bara verticală, o fîşie de lumină.

Sensibilitatea este mai mare, decît la galvanometrul cu cadru mobil şi atinge 10^{-11} A, în condiţiile arătate.

§ 308. **Ampermetre cu fier moale.** Aceste aparate se bazează pe atracţia exercitată de o bobină, asupra unei bucăţi de fier, pe care ea însăşi o magnetizează, cînd e parcursă de curentul electric.

Între diferitele variante posibile, fig. 285 reprezintă pe cea mai obişnuită:

În interiorul bobinei se află două tăbliţe de fier *a* şi *b*.

Una este fixată pe corpul aparatului şi cealaltă este legată la o pîrghie, mobilă în jurul unei axe centrale şi prevăzută cu un resort în spirală.

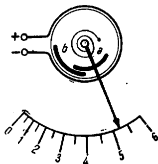


Fig. 285. Principiul ampermetrului cu fier moale.

La trecerea curentului prin bobină, cele două tăbliţe se magnetizează, cu polii de acelaşi nume faţă-în-faţă.

Ele se resping atunci, iar pîrghia mişcă acul indicator, pe scala gradată.

Acţiunea de respingere persistă, cînd curentul se inversează. De aceea tipul acesta de ampermetru poate fi întrebuinţat fie în curent continuu, fie în curent alternativ.

El e însă mult mai puţin precis decît acela cu cadru mobil şi mai are inconvenientul că deviaţiile nu sînt proporţionale cu intensitatea curentului.

La un ampermetru cu cadru mobil, diviziunile scalei sînt practic echidistante, pe cînd aici ele sînt mai îngrămădite, în domeniul intensităţilor mici.

Aceasta ne permite să deosebim, de la prima privire, cele două tipuri descrise.

§ 309. **Ampermetre electrodinamice.** Ampermetrele cu cadru mobil, cît şi cele cu fier moale, simple şi robuste, sînt cele mai răspîndite, în industrie şi în laboratoare.

Dar primele au cusurul că acţiunea cîmpului din bobina mobilă tinde să demagnetizeze magnetul permanent şi de aceea nu trebuie să fie ţinute prea multă vreme în circuit, cînd e vorba de un aparat de precizie.

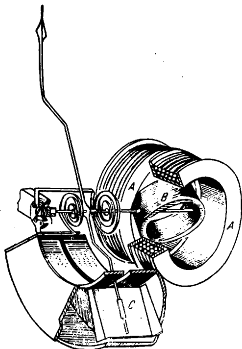


Fig. 286. Principiul ampermetrului electrodinamic.

De altă parte, cele cu fier moale se încălzesc, prin curenţii Foucault, în cîmp alternativ. Această încălzire modifică însuşirile magnetice ale fierului şi falsifică indicaţiile.

Figura 286 reprezintă un ampermetru *electrodinamic,* în care curentul parcurge două bobine concentrice, depănate în sensuri contrarii şi legate în serie.

Una este fixă, iar cealaltă mobilă şi tinde să se întoarcă de 180°.

Paleta *C,* legată de acul indicator, se mişcă într-un canal închis şi amortizează oscilaţiile proprii ale sistemului.

Procedeul acesta de amortizare îl găsim, de altfel, aplicat la toate ampermetrele de precizie.

Ampermetrele de tipul electrodinamic, în care nu există nici fier, nici magneţi permanenţi, sînt cele mai precise şi de aceea le folosim, de preferinţă, pentru controlul celorlalte.

Dar fiindcă bobinele au cîmpul magnetic propriu destul de slab, determinările trebuiesc făcute la adăpost de alte cîmpuri exterioare şi de aceea întregul sistem e introdus într-o cutie de fier, ce serveşte ca ecran magnetic.

§ 310. **Voltmetre.** Voltmetrele sînt construite pe acelaşi principiu ca şi ampermetrele.

In fond, ele măsoară tot o intensitate de curent, care-i proporţională cu diferenţa de potenţial aplicată la borne.

In adevăr, dacă cunoaştem rezistenţa bobinajelor interne ale aparatului, legea lui Ohm

$$U=RI$$

ne permite să înlocuim gradaţia în amperi, printr-o gradaţie în volţi.

Voltmetrul se montează totdeauna în paralel cu circuitul, între punctele a căror diferenţă de potenţial trebuie măsurată.

Iar pentru ca prezenţa lui să nu modifice sensibil intensitatea curentului din circuit, rezistenţa internă trebuie să fie cît mai mare.

Domeniul de gradaţie al scalei poate fi modificat cu rezistenţe suplimentare, legate în serie cu bobinajul aparatului.

De pildă un voltmetru, care măsoară pînă la 100 V şi are o rezistenţă interioară de 20 000 · Ω, poate să măsoare pînă la 200 V, dacă-i legăm în serie o rezistenţă egală cu a lui proprie.

Ampermetrul are, din contra, o rezistenţă interioară mică, fiindcă el se leagă în serie pe circuit şi prezenţa lui nu trebuie să modifice sensibil însăşi intensitatea de măsurat a curentului.

PARTEA A NOUA

CURENTUL ALTERNATIV

CAPITOLUL XLI

CURENTUL SINUSOIDAL

§ 311. **Intensitatea şi tensiunea.** Să considerăm un cadru rigid, bobinat cu fir de metal şi supus unei mişcări de rotaţie uniforme, în jurul unei axe XY, perpendiculară pe liniile de forţă ale unui cîmp de inducţie magnetică B (fig. 287).

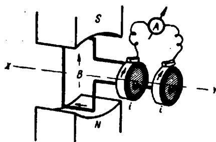


Fig. 287. Producerea unui curent sinusoidal.

Extremităţile firului sînt legate la două inele de contact, notate cu i, care se rotesc odată cu cadrul.

In timpul rotaţiei, fluxul de inducţie străbate suprafaţa cadrului cînd într-un sens, cînd în altul.

Consecinţa este că, în circuitul mobil, apare o forţă electromotoare indusă, care se inversează de două ori, într-o rotaţie de 360°.

După relaţia de definiţie a fluxului de inducţie, avem

$$\Phi = BS \cos \alpha \qquad \textbf{(265.2)}$$

în care α este unghiul cuprins între direcţia cîmpului şi normala pe suprafaţa circuitului (fig. 288).

Dar, la viteza unghiulară ω, unghiul acesta variază cu timpul după legea

$$\alpha = \frac{2\pi}{T} t = \omega t.$$

Şi astfel rezultă că fluxul de inducţie, la momentul t, are valoarea

$$\Phi = BS \cos \omega t.$$

El atinge un maximum

$$\Phi_{max} = \Phi_0 = BS$$

cînd unghiul α este nul.

Prin urmare

$$\boxed{\Phi = \Phi_0 \cos \omega t}. \qquad (311.1)$$

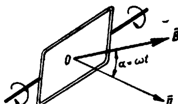


Fig. 288. In timpul rotaţiei cadrului, fluxul variază sinusoidal.

De aici putem calcula că forţa electromotoare indusă este

$$\boxed{E = -\frac{d\Phi}{dt} = \Phi_0 \omega \sin \omega t}. \qquad (311.2)$$

Sau, dacă notăm

$$E_{max} = E_0 = \Phi_0 \omega$$

putem scrie că

$$\boxed{E = E_0 \sin \omega t}. \qquad (311.3)$$

F.e.m. sinusoidală indusă are amplitudinea proporţională cu fluxul maxim şi cu viteza unghiulară a circuitului.

Prin urmare forţa electromotoare indusă variază sinusoidal cu timpul, iar amplitudinea este proporţională cu fluxul maxim şi cu viteza unghiulară a cadrului.

Totodată, observînd că relaţia (311.1) de mai sus poate fi scrisă sub forma

$$\Phi = \Phi_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \Phi_0 \sin \frac{2\pi}{T} \left(t + \frac{T}{4}\right)$$

este deosebit de interesant să o comparăm cu relaţia (311.3), prin care am exprimat forţa electromotoare indusă.

Fluxul inductor este în avans de fază cu $\pi/2$ față de f.e.m. indusă.

Această comparare ne arată că fluxul inductor este în avans de fază cu $\pi/2$, față de forța electromotoare indusă.

Dar unghiului de fază $\pi/2$ îi corespunde un sfert de perioadă și astfel, dacă reprezentăm grafic variația în timp a celor două mărimi sinusoidale, curbele respective se situează, una fată de alta, după cum arată fig. 289.

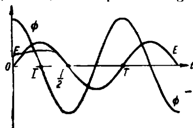


Fig. 289. Variațiile în timp ale fluxului și tensiunii electromotoare induse.

Aceasta înseamnă că, în cadrul rotitor considerat, forța electromotoare indusă trece prin maximum, cînd planul spirelor trece prin poziția paralelă cu liniile de forță ale cîmpului de inducție.

Variația sinusoidală a fluxului, sau a forței electromotoare induse, ne îndreptățește să recurgem la procedeul de reprezentare prin vectori de poziție rotativi, de care ne-am folosit în studiul mișcării oscilatorii (§ 51).

Ținînd seamă de defazajul menționat, vom reprezenta deci amplitudinea fluxului prin vectorul Φ_0, iar pe a forței electromotoare prin vectorul E_0, cu originea comună în O (fig. 290).

Ei sînt perpendiculari unul pe altul și se rotesc în sensul săgeților, cu aceeași viteză unghiulară.

Proiecțiile lor, pe un diametru AB, a cărui orientare depinde de alegerea originii timpului, sînt proporționale cu valorile instantanee ale mărimilor

$$\Phi = \Phi_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ și}$$

$$E = E_0 \sin \omega t.$$

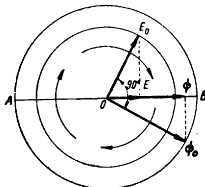


Fig. 290. Maximul tensiunii induse se defazează cu 90° în urma fluxului maxim.

Această metodă, pe care o vom aplica şi altor maşini, are avantajul că ne permite să folosim, în curentul alternativ, procedeele de calcul vectorial, dar trebuie să menţionăm de la început că aici vectorii nu corespund unei reale orientări în spaţiu, ci sînt numai *vectori de timp*, fiindcă ne arată valoarea momentană şi relaţiile de fază ale mărimilor la care se referă.

Cu aceste cunoştinţe, să presupunem acum că o forţă electromotoare sinusoidală întreţine curentul electric, într-un circuit cu rezistenţă ohmică.

Potrivit legii lui Ohm, acest curent are intensitatea

$$I=\frac{E}{R}=\frac{E_0}{R}\sin\omega t=I_0\sin\omega t \tag{311.4}$$

în care

$$I_0=I_{max}=\frac{E_0}{R}$$

reprezintă *amplitudinea intensităţii.*

In cazul de faţă, intensitatea nu este constantă, ci variază sinusoidal cu timpul, în fază cu forţa electromotoare.

De aceea, dacă vrem să calculăm energia implicată în efectul Joule-Lenz, este mai comod să căutăm, odată pentru totdeauna, o relaţie care să ne dea intensitatea unui curent constant, cu efect echivalent, adică ceea ce numim *intensitatea eficace* a curentului alternativ.

Curentul acesta, de substituire, debitează, în rezistenţa R, energia

$$W=RI_{ef}^2T$$

într-un timp egal cu perioada curentului alternativ.

De altă parte, curentul alternativ însuşi debitează, tot în cursul unei perioade, cantitatea de energie

$$W=R\int_0^T I^2dt.$$

Egalînd, găsim că

$$I_{ef}^2=\frac{1}{T}\int_0^T I^2dt,$$

Iar dacă ţinem seamă de relaţia (311.4), de mai sus, avem

$$I_{ef}^2=\frac{1}{T}\int_0^T I_0^2\sin^2\omega t\cdot dt=\frac{I_0^2}{T}\int_0^T\frac{1-\cos 2\omega t}{2}\,dt=\frac{I_0^2}{2T}\int_0^T dt-\frac{I_0^2}{2T}\int_0^T\cos 2\omega t\cdot dt.$$

Partea a doua din membrul al doilea este nulă fiindcă, între curba reprezentativă a funcţiunii trigonometrice şi axa absciselor găsim, pentru o perioadă, două suprafeţe egale, cărora le dăm semne contrarii.

Rămîne deci numai primul termen al sumei şi el ne duce la rezultatul că

$$\boxed{I_{ef}=\frac{I_0}{\sqrt{2}}}\quad \text{şi analog}\quad \boxed{E_{ef}=\frac{E_0}{\sqrt{2}}}. \qquad (311.5)$$

Intensitatea şi forţa electromotoare maxime, împărţite cu $\sqrt{2}$, ne dau valorile eficace.

Prin urmare, ca să obţinem forţa electromotoare şi intensitatea eficace, vom împărţi valorile maxime cu 1,41.

§ 312. **Circuite cu rezistenţă, inductanţă şi capacitate.** Un circuit care să aibă numai rezistenţă ohmică este o excepţie, fiindcă mai totdeauna rezistenţa e însoţită de inductanţă, de capacitate, sau de amîndouă.

Problema curentului alternativ, în asemenea circuite, poate fi tratată matematic prin mai multe metode. Dintre toate vom alege calea simplă şi deosebit de intuitivă a reprezentării vectoriale, ca să analizăm, una cîte una, trei situaţii posibile:

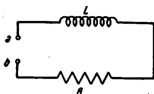


Fig. 291. Circuit cu inductanţă şi rezistenţă ohmică.

1. *Circuitul cu inductanţă şi rezistenţă ohmică.* În fig. 291, R simbolizează rezistenţa ohmică totală a circuitului, în care includem şi pe a firului bobinei de inductanţă L, iar între bornele a şi b am aplicat o forţă electromotoare alternativă

$$E=E_0\sin\omega t.$$

Admițînd că și curentul variază tot sinusoidal, acțiunea inductanței întîrzie apariția intensității maxime și-l defazează înapoi, față de forța electromotoare, așa că

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi_1).$$

De altă parte, legea lui Ohm, aplicată situației de față, ne dă

$$E = RI + L\frac{dI}{dt} \qquad (302.1a)$$

și făcînd înlocuirile, conform cu relațiile de mai sus, avem

$$E_0 \sin \omega t = RI_0 \sin(\omega t - \varphi_1) + LI_0\omega \cos(\omega t - \varphi_1)$$

sau

$$E_0 \sin \omega t = RI_0 \sin(\omega t - \varphi_1) + LI_0\omega \sin\left(\omega t - \varphi_1 + \frac{\pi}{2}\right).$$

F.e.m. de autoinducție avansează cu 90° față de căderea ohmică de tensiune.

Termenii sumați în membrul al doilea ne spun că forța electromotoare de autoinducție avansează cu 90°, față de căderea ohmică de tensiune.

Prin urmare, dacă rotația decurge în sensul săgeților, vectorii RI_0 și $LI_0\omega$, ce reprezintă valorile maxime ale acestor două mărimi, păstrează mereu defazajul arătat în fig. 292.

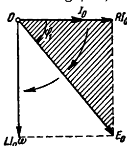


Fig. 292. Inductanța defazează tensiunea maximă înaintea curentului maxim.

După relațiile de mai sus, trebuie ca suma lor geometrică să egaleze forța electromotoare maximă E_0, aplicată la bornele circuitului.

Față cu maximumul căderii ohmice și cu amplitudinea I_0 a intensității curentului, ea este în *avans de fază* cu unghiul φ_1 și triunghiul dreptunghic hașurat ne dă

$$\boxed{\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L\omega}{R}}. \qquad (312.1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L\omega}{R}.$$

Prin urmare avansul de fază al forței electromotoare aplicate, față de intensitatea curentului, cuprinde un unghi a cărui tangentă este proporțională cu produsul $L\omega$ și invers proporțională cu rezistența ohmică.

Iar dacă aplicăm, în acelaşi triunghi, teorema lui Pytagora, găsim că intensitatea maximă a curentului ce străbate circuitul este legată de forța electromotoare maximă prin relația

$$\boxed{I_0=\frac{E_0}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}} \tag{312.2}$$

sau, împărțind cu $\sqrt{2}$,

$$\boxed{I_{ef}=\frac{E_{ef}}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}}. \tag{312.2a}$$

Comparînd aceste relații cu legea lui Ohm $I=E/R$, constatăm că apare, la numitor, un termen suplimentar $L\omega$.

Inductanța adaugă circuitului o rezistență suplimentară $L\omega$.

Termenul acesta, pe care acțiunea inductanței îl adaugă la rezistența ohmică, se numeşte „rezistență inductivă" *şi se exprimă în aceleaşi unități ca şi dînsa.*

2. *Circuitul cu rezistență şi capacitate.* Schema este, de astă dată, aceea din fig. 293, iar între bornele a şi b, am aplicat iarăşi forța electromotoare alternativă E, definită prin relația

$$E=E_0 \sin \omega t.$$

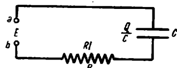


Fig. 293. Circuit cu capacitate şi rezistență ohmică.

Ea trimite un curent prin rezistența R şi încarcă condensatorul la diferența de potențial U aşa că, aplicînd legea lui Ohm, avem

$$E=RI+U=RI+\frac{Q}{C}.$$

Ca să nu rămînă în membrul al doilea decît intensitatea I, e suficient să derivăm, în raport cu timpul şi atunci

$$\frac{dE}{dt}=R\frac{dI}{dt}+\frac{1}{C}I.$$

Dar curentul I atinge valoarea maximă înaintea forței electromotoare E, pe care încărcarea condensatorului o întîrzie să crească.

Defazajul este deci invers ca în circuitul cu inductanță și

$$I=I_0 \sin(\omega t+\varphi_2).$$

In aceste condiții, relația precedentă devine

$$E_0\omega \cos \omega t=RI_0\omega \cos(\omega t+\varphi_2)+\frac{I_0}{C}\sin(\omega t+\varphi_2)$$

sau, ceea ce e tot una,

$$E_0 \cos \omega t=RI_0 \cos(\omega t+\varphi_2)+\frac{1}{C\omega}I_0 \cos\left(\omega t+\varphi_2-\frac{\pi}{2}\right).$$

Tensiunea la bornele capacității întîrzie cu 90° față de căderea ohmică.

Termenii sumați în membrul al doilea ne spun că tensiunea la bornele capacității întîrzie cu 90° față de căderea ohmică din rezistența R.

Prin urmare, cînd rotația decurge în sensul săgeților, vectorii $I_0/C\omega$ și RI_0, ce reprezintă valorile maxime ale acestor două mărimi, păstrează mereu defazajul arătat în fig. 294.

Suma lor geometrică trebuie să egaleze iarăși forța electromotoare maximă E_0, aplicată la bornele circuitului.

Față de maximumul căderii ohmice și de amplitudinea I_0 a intensității curentului, vectorul E_0 are o *întîrziere de fază* φ_2 și triunghiul dreptunghic hașurat ne dă

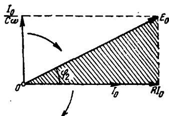


Fig. 294. Capacitatea defazează curentul maxim înaintea tensiunii maxime.

$$\boxed{\operatorname{tg}\varphi_2=\frac{1}{CR\omega}}. \tag{312.3}$$

$\operatorname{tg}\varphi_2=\frac{1}{CR\omega}$

Prin urmare întîrzierea de fază a forței electromotoare aplicate, față de intensitatea curentului cuprinde un unghi a cărui tangentă este inversă produsului $CR\omega$.

Iar dacă folosim iarăşi teorema lui Pytagora, găsim că

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}} \tag{312.4}$$

şi aceeaşi relaţie rămîne valabilă, dacă înlocuim valorile maxime, prin valorile eficace.

Un condensator nu întrerupe curentul alternativ, ci numai adaugă rezistenţa capacitivă $1/C\omega$.

Prin urmare un condensator, legat în serie, nu întrerupe circuitul, în curent alternativ, ci numai adaugă rezistenţa capacitivă $1/C\omega$, *cu atît mai mică, cu cît capacitatea şi pulsaţia* (deci frecvenţa) *sînt mai mari.*

Am văzut că, din contra, la circuitul cu autoinducţie, rezistenţa inductivă creşte, odată cu inductanţa şi cu pulsaţia.

3. *Cazul general.* Să considerăm acum un circuit, în care se găseşte o rezistenţă ohmică, o capacitate şi o inductanţă, legate aşa cum arată fig. 295.

Ţinînd seamă că, faţă de căderea ohmică şi de intensitatea curentului, tensiunea la bornele

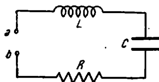


Fig. 295. Circuit cu inductanţă, capacitate şi rezistenţă ohmică.

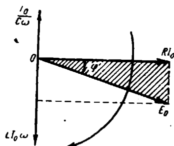


Fig. 296. Acţiunile defazante ale capacităţii şi inductanţei sînt inverse.

capacităţii întîrzie şi se defazează cu 90° înapoi, pe cînd forţa electromotoare de autoinducţie se defazează cu 90° înainte, vectorii ce reprezintă amplitudinile respective păstrează mereu relaţiile de fază din fig. 296.

Această *diagramă vectorială*, rezultată din suprapunerea fig. 292 şi 294, cuprinde ambele cazuri analizate mai sus, iar suma geometrică a vectorilor trebuie să reprezinte amplitudinea şi situaţia de fază a forţei electromotoare aplicate.

Ca să o găsim, e destul să compunem întîi vectorii opuşi, iar după aceea să adunăm geometric vectorul al treilea.

Găsim astfel că vectorul E_0 se defazează cu unghiul φ, faţă de intensitatea maximă.

Triunghiul haşurat ne dă

$$LI_0\omega - \frac{I_0}{C\omega} = RI_0 \operatorname{tg} \varphi.$$

Iar de aici găsim că

$$\boxed{\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}}. \qquad (312.5)$$

Inductanţa şi capacitatea introduc defazaje contrarii între f.e.m. şi intensitatea curentului.

Această relaţie ne spune că inductanţa şi capacitatea introduc defazaje de sensuri contrarii, între forţa electromotoare aplicată şi curent.

Dacă domină efectul inductanţei, cum e şi cazul obişnuit în practica electrotehnică, forţa electromotoare vine înaintea curentului, aşa cum arată relaţia de faţă şi fig. 296.

Dar dacă, mărind capacitatea, facem ca efectul ei să domine, unghiul de defazaj se inversează, tangenta devine negativă şi atunci vom avea

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R}. \qquad (312.5a)$$

Aceeaşi figură ne mai arată că

$$RI_0 = E_0 \cos \varphi.$$

Dar

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}$$

şi substituind valoarea dată de (312.5), găsim că

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}. \tag{312.6}$$

Relaţia (312.6) ne dă intensitatea curentului din circuit, iar numitorul reprezintă impedanţa.

Această relaţie, analogă cu legea lui Ohm, ne dă intensitatea maximă a curentului alternativ. Numitorul ei are dimensiunile unei rezistenţe şi reprezintă „impedanţa" *circuitului.*

Este de la sine înţeles că nimic nu ne împiedică să înlocuim valorile maxime prin valorile eficace ale tensiunii şi curentului, fiindcă aceasta înseamnă doar a împărţi ambii membrii cu $\sqrt{2}$.

Impedanţa se notează totdeauna cu Z şi, potrivit celor de mai sus,

$$Z = \sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}. \tag{312.7}$$

Aici, dacă nu există inductanţă în circuit, dispare termenul $L\omega$, iar cînd armăturile condensatorului sînt în scurt-circuit, ceea ce echivalează cu o capacitate infinită, dispare termenul $1/C\omega$.

§ 313. **Circuitul în rezonanţă.** Alegînd convenabil valorile capacităţii, pulsaţiei transmise circuitului prin forţa electromotoare aplicată, sau inductanţei, putem face aşa ca

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}. \tag{313.1}$$

Această situaţie atrage după dînsa următoarele consecinţe:

1) *In expresia* (312.7), *impedanţa se reduce la rezistenţa ohmică.*

2) *In expresia* (312.5), *unghiul de defazaj, între tensiune şi curent se anulează.*

3) Rezolvînd ecuaţia (313.1), în privinţa lui ω, găsim

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ceea ce înseamnă că perioada tensiunii alternative, aplicate la bornele circuitului, trebuie să fie

$$T=2\pi\sqrt{LC},$$

adică egală cu perioada de oscilație proprie a circuitului, dată de formula lui Thomson (306.1).

Dacă $L\omega=1/C\omega$, circuitul intră în rezonanță, iar impedanța se reduce la rezistența ohmică.

Sistemul inductanță-capacitate intră atunci în rezonanță cu pulsațiile tensiunii alternative, aplicată din exterior și, totodată, intensitatea curentului care străbate circuitul crește, pînă la limita permisă de rezistența ohmică.

Rămîne de văzut ce se petrece, în această situație, cu tensiunea U, de la bornele condensatorului.

Vom pleca de la relația cunoscută

$$I\,dt=C\,dU$$

care, în curent alternativ, devine

$$I_0\sin\omega t\,dt=C\,dU.$$

De aici rezultă că

$$U=\frac{I_0}{C}\int\sin\omega t\,dt.$$

Prin urmare, făcînd abstracție de semnul algebric,

$$U=\frac{I_0}{C\omega}\cos(\omega t+\varphi)$$

unde prezența lui φ se datorește constantei de integrare.

Dar, la rezonanță, impedanța se reduce la rezistența ohmică și deci

$$I_0=\frac{E_0}{Z}=\frac{E_0}{R},$$

așa că

$$U=\frac{E_0}{CR\omega}\cos(\omega t+\varphi)$$

cu amplitudinea

$$\boxed{U_0=\frac{E_0}{CR\omega}}. \qquad (313.2)$$

Dacă rezistenţa ohmică este foarte mică, se poate întîmpla ca numitorul acestei fracţii să fie mai mic decît numărătorul şi atunci apare, la bornele condensatorului, o tensiune alternativă de amplitudine mai mare decît aceea pe care am aplicat-o din exterior.

Rezonanţa crează supratensiuni la bornele condensatorului, dacă $CR\omega<1$.

Rezonanţa poate, aşadar, să introducă în circuit o „supratensiune", *dacă factorul* $1/CR\omega>1$.

De aceea $1/CR\omega$ se numeşte *factor de supratensiune.*

In instalaţiile pentru transportul şi utilizarea curentului alternativ, supratensiunile pot să spargă izolanţii şi să dea naştere la deteriorări sau accidente.

Există însă diferite metode care le înlătură automat.

Comparînd acum rezultatele obţinute, în studiul rezonanţei circuitelor electrice, cu acelea din § 177, relative la rezonanţa sistemelor mecanice, vom găsi o perfectă analogie.

De altfel metoda de tratare matematică, folosită acolo, poate fi aplicată şi în cazul de faţă, cu aceleaşi rezultate finale.

Efectul pelicular. In toate consideraţiile de mai sus, am presupus că rezistenţa ohmică este aceeaşi, în curentul alternativ, ca şi în curentul continuu.

Aceasta e, de altfel, şi situaţia reală, cîtă vreme frecvenţa respectivă nu este prea ridicată.

Dar teoria prevede şi experienţa confirmă că, la frecvenţele foarte înalte, curentul nu mai străbate toată secţiunea conductorului, ci se localizează într-o pătură superficială.

Acesta este aşa numitul *efect pelicular* şi, din pricina lui, rezistenţa ohmică este cu atît mai mare, cu cît frecvenţa e mai ridicată.

§ 314. **Factorul de putere.** Să considerăm situaţia generală a circuitului cu rezistenţă, inductanţă şi capacitate.

Presupunînd că acţiunea inductanţei domină, curentul se defazează în urma forţei electromotoare şi vectorii ce reprezintă valorile maxime formează necontenit, între dînşii, unghiul φ, aşa cum arată fig. 297.

In curent continuu, puterea debitată în circuit ar fi fost

$$W = UI.$$

Dar în curent alternativ intensitatea şi tensiunea nu sînt în fază şi de aceea, ca să calculăm puterea, trebuie mai întîi să proiectăm unul din vectori pe direcţia celuilalt.

Fig. 297. Pentru explicarea factorului de putere.

Obţinem atunci

$$\boxed{W_{max} = I_0 U_0 \cos\varphi} \qquad (314.1)$$

şi analog

$$\boxed{W_{ef} = I_{ef} U_{ef} \cos\varphi}. \qquad (314.1a)$$

Cos φ se numeşte factor de putere.

In aceste relaţii, cosinusul unghiului de defazaj între tensiune şi curent se numeşte *factor de putere.*

Factorul de putere poate fi îmbunătăţit, introducînd în circuit o capacitate suplimentară, ca să micşoreze unghiul de defazaj impus de acţiunea inductanţei.

Iar dacă această capacitate duce sistemul la rezonanţă, unghiul de defazaj dispare.

Componenta I_w din figură intervine în expresia puterii şi de aceea reprezintă *curentul watat.*

Cealaltă componentă, perpendiculară pe U_0 nu produce energie, fiindcă este compensată de acţiunea inductanţei.

Ea reprezintă *curentul dewatat* (I_{dw}).

Ca încheiere, fig. 298 şi 299 reprezintă două dispozitive, prin care putem evidenţia influenţa rezistenţelor inductive şi capacitive:

O bobină, cu cîteva sute de spire, se leagă în serie cu un bec electric, iar bornele *a* şi *b* sînt conectate la reţeaua de curent alternativ a oraşului.

Dacă introducem în această bobină un miez de fier, inductanţa creşte şi becul se stinge.

Analog, un condensator de doi microfarazi, legat în serie cu becul, face ca filamentul să devină slab incandescent.

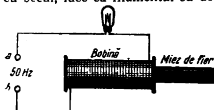


Fig. 298. In curent alternativ, impedanța circuitului crește cu inductanța.

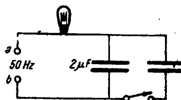


Fig. 299. In curent alternativ, impedanța scade cînd crește capacitatea.

Dar dacă adăugăm, în paralel cu dînsul, un al doilea condensator, micșorăm rezistența capacitivă și becul arde mai tare.

Exemple numerice. 1) *O forță electromotoare de* 220 V *(eficace) sub* 50 *de perioade pe secundă, este aplicată la bornele unui circuit, care cuprinde o inductanță de* 2H *o capacitate de* 20μF. *și o rezistență de* 4Ω.
Să se calculeze intensitatea eficace și maximă a curentului.
Frecvența de 50 H corespunde cu

$$\omega=2\pi f=2\cdot 3{,}14\cdot 50=314 \text{ rad/s}$$

și relația

$$I_{ef}=\frac{E_{ef}}{Z}=\frac{E_{ef}}{\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

ne dă

$$I_{ef}=\frac{220}{\sqrt{16+\left(2\cdot 314-\frac{1}{20\cdot 10^{-6}\cdot 314}\right)^2}}=0{,}468 \text{ A.}$$

Iar intensitatea maximă este

$$I_{max}=I_{ef}\sqrt{2}=0{,}468\cdot 1{,}41=0{,}66 \text{ A.}$$

2) *Ce defazaj apare între forța electromotoare și intensitate?*
Relația

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{L\omega-\frac{1}{C\omega}}{R}$$

ne dă

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{2\cdot 314}{4}-\frac{1}{4\cdot 20\cdot 10^{-6}\cdot 314}\cong 117{,}5$$

și rezultă că

$$\varphi=89°30'.$$

3) *Care este puterea eficace în circuit?*
Ne servim de relația

$$P_{ef}=E_{ef}I_{ef}\cos\varphi$$

și găsim că

$$P_{ef}=220\cdot 0{,}468\cdot\cos 89°30'=0{,}89\ \mathrm{W}. \qquad (314.1a)$$

4) *Cu ce capacitate trebuie să înlocuim pe cea de mai sus, ca să ajungem în condiția de rezonanță?*
Condiția

$$L\omega-\frac{1}{C\omega}=0$$

ne dă

$$C=\frac{1}{L\omega^2}=\frac{1}{2\cdot 314^2}\cong 5\ \mu\mathrm{F}.$$

5) *Ce supratensiune apare la bornele acestui condensator?*
Relația

$$U_{max}=\frac{E_{max}}{CR\omega}$$

ne dă

$$U_{max}=\frac{220\sqrt{2}}{5\cdot 10^{-6}\cdot 4\cdot 314}=49\,500\ \mathrm{V},$$

în timp ce

$$E_{max}=220\sqrt{2}=310\ \mathrm{V}.$$

Acest exemplu numeric ne dă o idee destul de clară despre pericolul pe care-l prezintă supratensiunile, în instalațiile industriale de curent alternativ.

CAPITOLUL XLII
MAŞINI ELECTRICE
(Noţiuni sumare)

§ 315. **Maşini de curent continuu.** Dispozitivul experimental, schematizat în fig. 287, ne dădea, între inelele de contact, o forţă electromotoare alternativă, iar în circuit un curent alternativ, care schimbau sensul de două ori, în timpul fiecărei rotaţii a cadrului.

Dar dacă înlocuim aceste inele prin sectoare cilindrice, aşa cum arată fig. 300, facem ca, totodată, să se inverseze şi contactul.

Ca urmare, curentul alternativ din circuitul exterior se *comutează* automat în pulsaţii unidirecţionale succesive (figura 301).

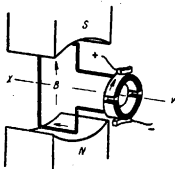


Fig. 300. Principiul comutaţiei.

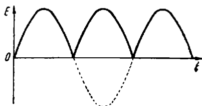


Fig. 301. Efectul comutaţiei.

Pe acest **principiu** funcţionează generatorul de curent continuu, care se **numeşte** *dinamo :*

În interiorul cadrului se introduce **un tambur cilindric** de fier, făcut din tole circulare suprapuse, iar în loc de o singură bobină se înfăşură mai multe, dispuse simetric, în plane diferite şi legate în serie (fig. 302).

Aceste bobine sînt fixate în canale, tăiate în lungul tamburului şi numite *ancoşe.*

In loc de două sectoare cilindrice, ca **mai sus**, vor fi tot atîtea cît şi numărul bobinelor, iar fiecare trecere de la o bobină la alta este legată la cîte un sector.

Toate aceste sectoare formează *colectorul maşinii,* pe care se sprijină două contacte, sau *perii* de grafit P_1 şi P_2, dispuse după un diametru aproximativ perpendicular pe liniile de forţă ale cîmpului.

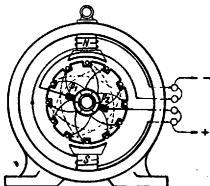


Fig. 302. Schema unui generator de curent continuu (dinamo).

Pulsaţiile din fiecare bobină, redresate prin comutaţie, se suprapun în circuitul exterior şi dau tensiunii aspectul ondulat din fig. 303.

Cu cît numărul de bobine (respectiv de lame pe colector) va fi mai mare, cu atît ondulaţiile vor fi mai dese şi mai mărunte, aşa că vom căpăta un curent aproape constant, adică aproape continuu.

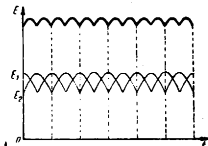


Fig. 303. Curentul ondulat al unui tambur cu două bobine dispuse rectangular.

Ca să obţinem cîmpul de inducţie necesar, introducem tamburul între polii unui electromagnet, al cărui bobinaj îl alimentăm fie în paralel cu periile colectorului, fie în serie cu circuitul exterior (fig. 304).

Datorită magnetismului remanent, generatorul începe să funcţioneze chiar dacă bobinajul electromagnetului nu este încă alimentat, de îndată ce imprimăm tamburului o mişcare de rotaţie.

Slabul curent, astfel produs, continuă magnetizarea mai departe şi maşina *se excită,* pînă la o eventuală saturaţie.

În fig. 305 am reprezentat, în stare demontată, un dinamo cu două perechi de perii şi mai mulţi poli magnetici.

Nu este cazul să intrăm aici în amănunte care depăşesc domeniul unei cărţi de fizică. Ele pot fi găsite în orice manual de electrotehnică.

Ceea ce nu trebuie uitat este că, în realitate, orice maşină de curent continuu produce curent alternativ, pe care-l redresează prin comutare.

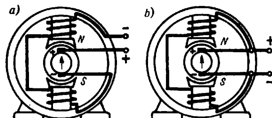


Fig. 304. Excitarea în serie (*a*) şi în paralel (*b*).

Fig. 305. Dinamo sau motor de curent continuu, demontat.

Teoria prevede şi experienţa confirmă că aceste maşini pot să îndeplinească un dublu rol:

Dacă le rotim, transformă energia mecanică în energie electrică, iar dacă trecem prin ele un curent de intensitate convenabilă, capătă, la rîndul lor, o mişcare de rotaţie.

Orice dinamo produce curent alternativ şi-l redresează prin comutare. El poate să funcţioneze şi ca motor electric.

Prin urmare o aceeaşi maşină este capabilă să funcţioneze fie ca generator de energie electrică, fie ca generator de energie mecanică, deci ca motor electric.

Primul motor electric a fost conceput şi construit de *M. H. v. Iacobi*, între 1834 şi 1838 la Petersburg, dar pe alte principii decît acele descrise mai sus şi aplicat la propulsiunea pe apă.

În 1871, *Gramme*[1]) a inventat sistemul de bobinaj pe inel rotativ, reprezentat în fig. 306.

El este cel dintîi care a conceput sistemul de comutare a curenţilor alternativi de inducţie prin dispoziţia colectorului.

Dar inelul lui Gramme nu mai are acum decît o importanţă istorică şi de mult a dispărut din practică.

Actualul sistem de bobinaj *în tambur*, descris mai sus, are avantajul că foloseşte mult mai raţional variaţiile fluxului de inducţie. El a fost introdus de *Hefner-Alteneck*[2]), în 1873.

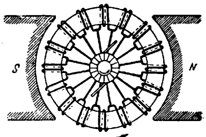


Fig. 306. Schema de bobinaj a inelului Gramme.

Motoarele de curent continuu pot fi construite pentru orice putere, începînd cu o mică fracţiune de cal şi pînă la cîteva mii de cai.

Ele au, totuşi, unele inconveniente care le-au restrîns domeniul de folosinţă, în avantajul altor maşini, mai simple şi mai robuste, de curent alternativ, pe care urmează să le descriem.

§ 316. **Alternatorii.** Aceştia sînt generatori de curent alternativ, în care nu mai folosim procedeul de comutare.

Principiul este următorul:

O carcasă din tole de fier, numită *stator*, are fixate, la interior, nişte bobine, legate în serie şi depănate cînd într-un sens, cînd în altul, aşa cum arată fig. 307.

În faţa lor, un număr egal de bobine sînt fixate radial pe o piesă rotativă, tot de fier, numită *rotor*.

---

[1]) *Zénobe Théophile Gramme* (1826—1901), inginer belgian. Precursorul lui este fizicianul italian *Antonio Pacinotti* (n. în 1841).

[2]) *v. Hefner-Alteneck* (1845—1907), inginer german.

Ele sînt conectate în serie şi depănate aşa fel ca, la extremităţile libere, să apară alternativ poli magnetici nord şi sud.

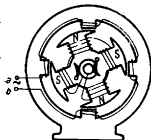


Fig. 307. Principiul alternatorului monofazat.

Curentul magnetizant este produs de o maşină suplimentară, numită *excitatoare* şi cuplată chiar pe axa rotorului.

Trecerea succesivă a polilor de pe rotor, prin faţa bobinelor de pe stator, dă naştere, prin inducţie, la forţe electromotoare cu frecvenţa

$$f = np$$

unde n reprezintă numărul de rotaţii pe secundă şi p numărul perechilor de poli.

Ele sînt în fază şi fiindcă bobinele sînt legate în serie se adună una cu alta.

Forţa electromotoare totală o vom găsi deci la extremităţile a şi b ale bobinajului de pe stator.

După felul construcţiei şi regimul de rotaţie, frecvenţa poate să atingă 5 000—6 000 Hz. Dar, în exploatările industriale, frecvenţa standardizată este 50 Hz, pe care o găsim obişnuit la priza legată de sectorul alternativ al oraşului.

1. *Curenţii polifazaţi.* Dacă avem, prin n circuite diferite, n curenţi alternativi, cu aceeaşi perioadă, însă defazaţi între dînşii cu $2\pi/n$, aceşti curenţi formează împreună un sistem polifazat.

În cele ce urmează, vom presupune că toţi curenţii au aceeaşi intensitate maximă.

Figura 308 reprezintă variaţia în timp a curenţilor, într-un sistem trifazat.

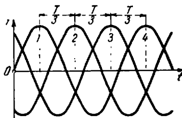
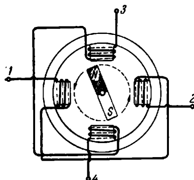


Fig. 308. Curenţii trifazaţi se defazează reciproc cu o treime de perioadă.

Aici defazajul este $2\pi/3$, aşa că maximele se succed la intervalul de timp $T/3$.

Ca exemplu practic, rotirea magnetului din fig. 309, *a* produce, între bornele notate cu 1—2 şi 3—4, curenţi bifazaţi, la care maximele se succed în timp aşa cum arată fig. 309, *b*.

Alternatorii polifazați sînt construiți la fel cu cei monofazați, cu deosebirea că, pentru p perechi de poli ai rotorului, se introduc np perechi de bobine pe rotor.



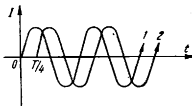


Fig. 309, *a*. Principiul alternatorului bifazat.

Fig. 309, *b*. Variația în timp a intensității curenților bifazați.

Aceste bobine se leagă în serie, dar grupate și din n în n.

De pildă, într-un alternator trifazat, cele $3p$ perechi de bobine se leagă în ordinea 1, 4, 7, . . ., apoi 2, 5, 8, . . ., și, în fine, 3, 6, 9, . . .

Pentru fiecare grupă, vom avea deci cîte două borne de contact cu exteriorul.

2. *Gruparea în stea și în triunghi.* Cei mai larg folosiți în practică sînt curenții trifazați. De aceea ne vom ocupa mai ales de gruparea tensiunilor și de distribuția lor.

1) *Gruparea în stea.* Cele trei grupe de bobine ale alternatorului sînt legate, deoparte împreună, iar de cealaltă parte la trei fire de distribuție, așa cum arată schematic fig. 310, *a*.

De obicei un al patrulea fir face legătura între punctul comun și pămînt, așa că se găsește la potențialul zero.

Diagrama vectorială din fig. 310, *b* ne arată că, între vîrfurile stelei, tensiunea maximă este

$$U = V\sqrt{3}$$

fiindcă unghiul de defazaj este de 120°.

La staţiunea receptoare, circuitele de utilizare trebuie să aibă, pe cît posibil, rezistenţele sau impedanţele de aceeaşi mărime, ca să nu desechilibreze alternatorul.

Aceste rezistenţe au fost notate cu R_1, R_2 şi R_3.

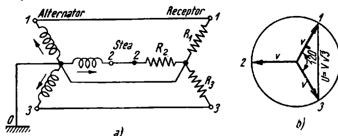


Fig. 310. Conexiunea în stea la curenţii trifazaţi.

2) *Gruparea în triunghi.* Cele trei grupe de bobine ale alternatorului sînt aici legate cap-la-cap, aşa cum arată fig. 311. *a*, iar distribuţia se face numai pe trei fire.

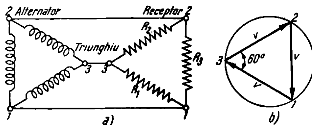


Fig. 311. Conexiunea în triunghi a curenţilor trifazaţi.

Intre vîrfurile triunghiului, tensiunea maximă este aceea corespunzătoare fiecărui grup de bobine.

Diagrama vectorială din fig. 311, *b*, corespunde acestui fel de grupare.

§ 317. **Motoare de curent alternativ.** Să presupunem că două bobine, cu axele dispuse perpendicular, sînt parcurse de curenţi *bifazaţi* (fig. 312).

În aceste condiții, dacă inducția magnetică, în una din ele, ar fi

$$B_1 = B_0 \sin \omega t,$$

inducția în cealaltă, defazată cu $\pi/2$ este

$$B_2 = B_0 \cos \omega t.$$

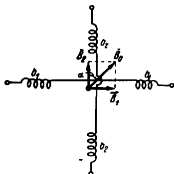


Fig. 312. Formarea cîmpului magnetic rotitor.

Cele două cîmpuri alternative și perpendiculare se compun, iar dacă ridicăm ambele relații la pătrat, găsim, după sumarea lor membru cu membru,

$$B_1^2 + B_2^2 = B_0^2.$$

Această relație, de forma

$$x^2 + y^2 = a^2$$

reprezintă un cerc, de rază B_0.

De altă parte, figura ne arată că

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_1}{B_2} = \frac{B_0 \sin \omega t}{B_0 \cos \omega t}.$$

Prin urmare

$$\alpha = \omega t$$

și rezultă că extremitatea liberă a vectorului B se rotește pe un cerc cu viteza unghiulară

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

unde T este perioada comună a celor doi curenți alternativi.

Situația este deci în totul similară cu compunerea vibrațiilor sinusoidale de aceeași perioadă și orientate după direcții perpendiculare, cînd sînt defazate cu $\pi/2$ (§ 55).

Două cîmpuri rectangulare de aceeași perioadă, defazate cu $\pi/2$, dau naștere unui cîmp rotitor.

În concluzie: *două cîmpuri rectangulare, de aceeași perioadă și defazate cu $\pi/2$, produc împreună un cîmp rotitor.*

Considerînd că sensul de rotaţie al acestui cîmp ar fi acela din fig. 313, dacă am introduce în el o piesă metalică masivă, apar în ea curenţi de inducţie, din pricina deplasării relative a liniilor de forţă.

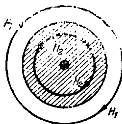


Fig. 313. Acţiunea cîmpului rotitor.

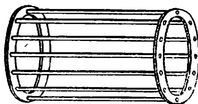


Fig. 314. Conductorii rotorului în cuşcă de veveriţă.

Aceşti curenţi, după legea lui Lenz, trebuie să dea naştere altui cîmp opus, care se roteşte în acelaşi sens.

Acţiunea reciprocă de respingere, datorită celor două cîmpuri, va imprima piesei metalice o rotaţie, cu viteza unghiulară a cîmpului activ, adică *sincronă* cu dînsul.

Dar dacă intervin frecări, mişcarea este frînată şi devine *asincronă*. Piesa metalică se roteşte atunci mai încet decît cîmpul.

Se poate demonstra că trei cîmpuri alternative, alimentate în trifazat şi dispuse în plan sub unghiuri de 120°, adică după medianele unui triunghi echilateral, produc de asemenea un cîmp rotitor.

Pe acest principiu funcţionează unul din tipurile cele mai obişnuite de motoare pentru curent alternativ.

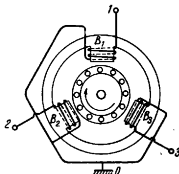


Fig. 315. Principiul motorului pentru curentul trifazat.

Partea rotativă este formată dintr-o serie de bare de cupru, dispuse aşa cum arată fig. 314, între două inele, tot de cupru şi apoi îngropate într-un tambur, făcut din tole de fier suprapuse[1]).

Un motor asincron, pentru curentul trifazat va avea deci aspectul de principiu din fig. 315.

Bobinele B_1, B_2 şi B_3 sînt conectate în triunghi sau în stea, pe o reţea trifazată şi dispuse radial, într-o carcasă făcută din tole de fier. (In cazul din figură, conexiunea este în stea).

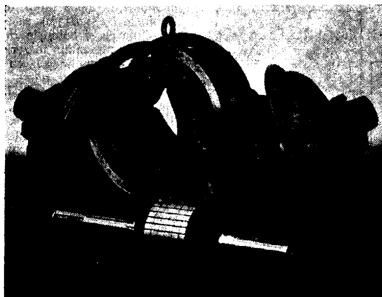


Fig. 316. Părţile componente ale unui motor de curent alternativ trifazat.

Pentru o mai bună înţelegere, am reprodus, în fig. 316, fotografia unei astfel de maşini, cu piesele demontate.

Paletele metalice, de la capetele tamburului, au rostul să întreţină în motor un curent de aer, pentru ventilaţie.

[1]) Din cauza formei speciale a sistemului barelor de cupru din rotor, acest motor se mai numeşte *în cuşcă de veveriţă*, fiindcă, în adevăr şi mai ales în Franţa, se ţin veveriţe captive într-o cuşcă de această formă.

Principiul cîmpului rotitor a fost dat în 1888 de *Ferraris* [1]) şi aplicat în acelaşi an de *Tesla*.

Sub forma actuală şi aproape fără modificări, primul motor asincron pentru curentul trifazat a fost conceput şi construit de *Dolivo Dobrovolski* [2]), în 1891.

Pe lîngă avantajul simplicităţii, acest motor mai are şi pe acela că rotorul nu conţine nici un fel de bobinaje sau contacte mobile, cum era cazul în maşinile cu colector.

1. *Motoare de curent monofazat.* Figura 317 ne arată cum putem crea cîmpuri rotitoare şi cu ajutorul curentului monofazat, dacă alimentăm bobinele B_3 şi B_4 sub aceeaşi tensiune ca şi bobinele B_1 şi B_2, însă intercalăm în serie o bobină suplimentară L, cu inductanţa destul de mare.

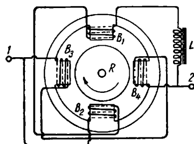


Fig. 317. Principiul motorului pentru curent alternativ monofazat.

Această bobină introduce un defazaj de aproape 90°, între cele două cîmpuri alternative şi rectangulare, aşa că totul se petrece ca în curentul alternativ bifazat, adică ia naştere un cîmp rotitor.

2. *Motorul cu colector în curent alternativ.* Un motor cu colector, excitat în serie, ca în fig. 304, *a*, poate să funcţioneze şi în curent alternativ monofazat fiindcă, prin efectul comutaţiei, sensul cîmpului se inversează simultan, atît în bobinele tamburului, cît şi în ale celor de excitaţie.

Va trebui însă, bineînţeles, ca nu numai tamburul, ci întreaga carcasă să fie făcute din tole, ca să evităm încălzirile prin curenţii Foucault.

Aceste motoare au aplicaţii numeroase, de pildă în aparatele menajere: ventilatoare, compresoare pentru frigorifere, aspiratoare de praf şi aşa mai departe, fiindcă toate aceste aparate, prin forţa lucrurilor, trebuie legate la sectorul de curent alternativ al oraşului.

---

[1]) *Galileo Ferraris* (1847—1897), inginer italian, fost profesor la Torino.

[2]) *Mihail Osipovici de Dolivo-Dobrovolski* (n. în 1861), inginer rus fugit în Germania, din cauza persecuţiilor pentru idei revoluţionare.

Cu oarecare perfecţionări, menite să înlăture scînteile prea mari de la colector, ele sînt de asemenea folosite pe locomotivele electrice, fiindcă permit o schimbare lesnicioasă a vitezei şi au cuplul de pornire mai mare decît maşinile cu cîmp rotitor.

§ 318. **Transformatorii.** Se înţelege prin *transformator* un dispozitiv capabil să transforme un curent alternativ de o tensiune dată, în altul, de tensiune diferită, fie mai mare, fie mai mică.

Dispozitivul acesta se compune dintr-un miez închis, făcut din tole de fier, pe care se înfăşură un bobinaj *primar* şi altul *secundar* (fig. 318).

Să presupunem că *secundarul este în circuit deschis* şi că am aplicat o forţă electromotoare la bornele primarului.

La un număr de spire suficient de mare, ia naştere atunci în primar o forţă electromotoare de autoinducţie opusă şi practic egală cu aceea pe care am aplicat-o, aşa că putem considera puterea debitată ca nulă.

Dar *dacă secundarul este în circuit închis,* el debitează energie şi principiul conservării obligă ca intensitatea curentului din primar să crească, pînă la valoarea corespunzătoare acestei energii.

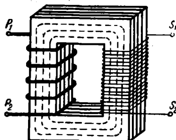


Fig. 318. Principiul transformatorului.

Fluxul de inducţie fiind acelaşi în toate secţiunile fierului, variaţia lui în timp dă naştere, în fiecare spiră, atît a primarului, cît şi a secundarului, la aceleaşi forţe electromotoare induse E.

Dacă notăm cu N_p şi N_s numărul de spire din primar şi secundar, vom avea deci, la bornele primarului,

$$E_p = N_p E$$

şi analog, la bornele secundarului.

$$E_s = N_s E.$$

De aici rezultă că

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s}.$$

Tensiunile din primar şi secundar sînt proporţionale cu numărul de spire.

Prin urmare, tensiunile din primar şi secundar sînt proporţionale cu numărul respectiv de spire.

Raportul N_p/N_s se numeşte *raport de transformare*.

În ambele circuite, factorii de putere sînt egali, aşa că

$$P = E_p I_p \cos\varphi = E_s I_s \cos\varphi.$$

Vom avea deci

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{I_s}{I_p} = \frac{N_p}{N_s}. \qquad (318.1)$$

Intensităţile în primar şi secundar sînt invers proporţionale cu numărul de spire.

Prin urmare, intensităţile curenţilor din primar şi secundar sînt invers proporţionale cu numărul respectiv de spire.

În aceste consideraţii elementare am făcut abstracţie de căderile ohmice de tensiune.

Prima utilizare practică a transformatorilor se datoreşte lui *Iablocicov*, care i-a folosit în 1876, pentru alimentarea lămpilor cu arc.

Ulterior, ei au fost perfecţionaţi de *I. F. Uşaghin*[1]).

§ 319. **Transportul energiei la distanţă.** Problema transmiterii de energie electrică la distanţă poate fi schematizată astfel:

Puterea unui curent electric fiind

$$P = EI$$

ca să transmitem energii mari, prin fire conductoare, trebuie să mărim, în consecinţă, fie intensitatea curentului, fie tensiunea, fie pe amîndouă.

Dar o intensitate mare implică folosirea de cabluri foarte groase, care să evite căderile ohmice de tensiune şi încălzirile prin efectul Joule-Lenz.

De altă parte, o tensiune ridicată este periculoasă şi nu poate fi introdusă în locuri uşor accesibile.

În aceste condiţii, realizarea, pe scară mare, a unei astfel de transmiteri părea imposibilă.

[1]) Fost laborant la Universitatea din Moscova.

Lupta pentru aplicarea acestor idei revoluționare a deschis-o *Marcel Deprez*[1]), la congresul electricienilor din 1881.

El a demonstrat că, prin folosirea judicioasă a transformatorilor, energia electrică se poate transmite la distanțe mari, prin fire subțiri și sub tensiuni ridicate, care pot fi apoi coborîte din nou, la locul de utilizare.

Dar ideea, primită la început cu neîncredere, în unele cercuri de specialiști, nu a fost pusă în practică decît în 1891, cînd inginerul *Dolivo-Dobrovolski* a construit prima linie de înaltă tensiune trifazată, care aducea, sub 25 000 V, la o expoziție din Frankfurt pe Main, energia unei căderi de apă, situată la distanța de 175 km.

Odată dovada practică făcută, această tehnică s-a dezvoltat și se dezvoltă mereu, iar astăzi miliarde de kilowatore, luate de la sursele naturale de energie, sînt conduse prin cabluri aeriene sau îngropate, la distanțe de sute de kilometri, pentru luminat, încălzit, forță motoare, industrie chimică sau metalurgică etc.

Figura 319 arată schema de principiu a unei astfel de instalații, alimentată în curentul trifazat.

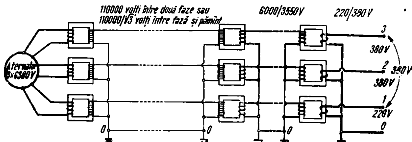


Fig. 319. Schema unei linii trifazate pentru transportul energiei electrice.

Datele numerice sînt alese ca simplu exemplu, fiindcă numai tensiunile finale de utilizare sînt standardizate la 220/380 V, sau la 110/190 de volți eficace, în timp ce tensiunea înaltă, transmisă la distanță, poate să atingă cîteva sute de mii de volți.

Transmiterea energiei prin curenți alternativi are, totuși, unele inconveniente serioase: pierderi prin curenții Foucault, in-

[1]) *Marcel Deprez* (1843—1918), inginer francez.

ducţii parazite în circuitele vecine, supratensiuni periculoase, intervenite prin eventuale rezonanţe şi aşa mai departe.

In ultimii ani, tehnica transformării tensiunilor continue a făcut progrese atît de mari, încît a devenit mai avantajoasă folosirea curentului continuu, sub tensiuni foarte înalte, pe care le putem reduce la locul de utilizare.

Folosirea, pe scară cît mai mare, a energiilor naturale, prin hidrocentrale, sau prin uzine termice, care pot fi construite în apropierea minelor de cărbuni, ca să simplifice problema transportului de **combustibil, este** singura cale pentru lichidarea înapoierii economice şi culturale a unei ţări.

Ea suprimă treptat contradicţia dintre sat şi oraş, ca să aducă în loc bunăstarea şi progresul.

Un om care munceşte cu muşchii, în condiţiile de lucru normale, a opt ore pe zi, nu produce mai mult de 0,15 kW, adică 1,24 Kwh.

O uzină de 100 000 kW, care funcţionează în permanenţă, înlocuieşte deci **1 800 000 de oameni.**

In 1944, Romînia dispunea doar de 740 000 kw, în toate centralele existente, adică de 0,053 kW pe cap de locuitor.

După al doilea cincinal, ea va dispune de **2 600 000** kW, adică aproape de patru ori mai mult.

Electrificarea este tehnica socialismului şi exemplul dat de Uniunea Sovietică arată limpede ce progrese poate să aducă.

Alte aplicaţii ale transformatorilor. Pe lîngă cele arătate, transformatorii mai au şi numeroase alte aplicaţii. Din toate, vom cita însă numai două:

1) *Bobina de inducţie.* Acest aparat se compune dintr-un circuit primar, bobinat pe un mănunchi de sîrme de fier şi alimentat în curent continuu (fig. 320).

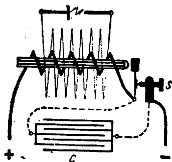


Fig. 320. Principiul bobinei de inducţie.

Fierul, magnetizîndu-se, atrage un ciocănaş, care se sprijină pe şurubul de contact S şi întrerupe circuitul.

Magnetizarea dispare atunci şi o lamă elastică readuce la loc ciocănaşul, în contact cu şurubul, iar după aceea procesul decurge mai departe, în acelaşi fel.

Curentul sufere deci o serie de întreruperi şi restabiliri succesive, întovărăşite de variaţii ale fluxului magnetic de inducţie, în lungul miezului de fier.

Peste circuitul primar este înfăşurată o bobină secundară, cu un număr foarte mare de spire, în care aceste variaţii de flux vor induce tensiuni alternative, ce pot să atingă, la unele bobine, cîteva sute de mii de volţi.

Aceste tensiuni nu sînt sinusoidale, nici nu variază cu amplitudini egale, în ambele sensuri, fiindcă atingerea ciocănaşului de şurub decurge mai brusc decît întreruperea curentului.

Diferenţa se datoreşte formării de scîntei, care prelungesc, prin extracurenţi, deschiderea circuitului.

Aceste scîntei pot fi, parţial, înlăturate prin conectarea, între şurub şi ciocănaş, a condensatorului *C*.

Bobina de inducţie are numeroase aplicaţii în laborator, mai ales la studiul descărcărilor electrice în gaze, apoi în medicină, la motoarele cu explozie şi aşa mai departe.

Sub numele de *vibrator*, o găsim şi în unele aparate de radio, unde serveşte ca să transforme în curent alternativ curentul continuu produs de un acumulator.

2) *Telefonul.* După cum se ştie, din orice carte elementară, telefonul se compune dintr-un *microfon* şi un *receptor* electromagnetic (fig. 321).

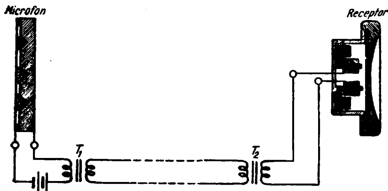


Fig. 321. Schema de principiu a telefonului.

Microfonul este o capsulă metalică, închisă cu o membrană de cărbune, de care e separată printr-un inel izolator.

In capsulă se introduc granule de cărbune, a căror mişcare, în timpul vibraţiilor membranei modifică rezistenţa ohmică şi intensitatea curentului din circuit.

Aceste variaţii de intensitate, conduse prin linia de legătură, apoi trecute prin nişte bobine înfăşurate pe un magnet permanent, îl fac să atragă, mai tare sau mai slab, o membrană de fier, care vibrează în acelaşi ritm ca şi membrana de cărbune a microfonului.

Dar variaţiile de tensiune, trimise pe linie de microfon, sînt foarte repede amortizate, prin acţiunea rezistenţelor ohmice, cu atît mai active, cu cît curentul e mai intens.

De aceea se recurge la transformatorii T_1 şi T_2, care să ridice tensiunile alternative, la intrarea pe linie şi să le coboare iarăşi, la intrarea în receptor.

PARTEA A ZECEA

UNDE ELECTROMAGNETICE

CAPITOLUL XLIII

PRODUCEREA OSCILAȚIILOR ELECTRICE

§ 320. **Rezistențe negative.** Am arătat, în § 306, că descărcarea unui condensator, printr-un circuit cu inductanță, produce oscilații amortizate, dacă rezistența ohmică a circuitului nu este prea mare.

De asemenea am arătat că perioada oscilațiilor este dată de formula lui Thomson

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \qquad \textbf{(306.1)}$$

valabilă în cazurile cînd rezistența poate fi considerată ca neglijabilă.

Cît despre intensitatea curentului oscilant, ea era dictată de relația

$$I = I_0 e^{-\delta t}\sin\omega t, \qquad \textbf{(306.2)}$$

în care δ se numește *amortizare* și are valoarea

$$\delta = \frac{R}{2L},$$

adică proporțională cu rezistența circuitului oscilant și invers proporțională cu dublul inductanței.

Amplitudinea oscilației scade astfel exponențial cu timpul, fiindcă energia oscilantă se transformă treptat în căldură, prin efectul Joule-Lenz.

Există însă diferite sisteme, prin care putem face ca oscilația să nu mai fie amortizată, ci *întreținută,* adică să-și păstreze amplitudinea constantă.

În fond, această condiție o găsim realizată în oricare circuit, legat la bornele unui alternator, de pildă la sectorul ora-

şului, care debitează, de obicei, sub frecvenţa standardizată de 50 Hz.

Iar dacă mărim viteza de rotaţie a maşinii şi recurgem la unele artificii speciale de construcţie, putem atinge frecvenţe de ordinul a 50 000 Hz.

Dar asemenea frecvenţe, de altfel nu prea înalte, nu pot fi produse cu alternatorii, decît în instalaţii voluminoase şi costisitoare, care tocmai de aceea nu se mai folosesc în prezent.

Din aceleaşi motive au dispărut din practică şi unele sisteme de multiplicare a frecvenţelor accesibile alternatorilor.

In principiu, alternatorul este avantajos numai la producerea energiilor mari, sub frecvenţe care nu ating decît excepţional 500 Hz.

In domeniul frecvenţelor mai înalte, procedeul cel mai comod este să folosim circuitele oscilante, cu inductanţă şi capacitate, în care să introducem anumite sisteme cu *rezistenţă negativă.*

Vom vedea îndată că există diferite mijloace, ca să realizăm asemenea rezistenţe.

In cazul acesta, legea lui Ohm, scrisă sub forma diferenţială

$$dU = -R\,dI \qquad (320.1)$$

ne arată că variaţiile dU şi dI au semne contrarii.

In lungul rezistenţelor negative, căderile de tensiune şi variaţiile curentului sînt de semne contrarii.

Prin urmare unei creşteri a intensistăţii curentului îi corespunde o scădere a diferenţei de potenţial şi invers.

Contrarul se întîmpla în circuitele obişnuite, cu rezistenţă pozitivă, unde ambele mărimi variau în acelaşi sens.

De altă parte, legea lui Joule-Lenz devine

$$J\,dQ = dW = -RI^2 dt. \qquad (320.2)$$

Rezistenţa negativă restituie circuitului energia pierdută prin efectul Joule-Lenz.

Aci semnul algebric ne spune că rezistenţa negativă restituie circuitului tat atîta energie cîtă a pierdut prin efectul Joule-Lenz.

Noțiunea de rezistență negativă nu trebuie confundată cu aceea de rezistență ohmică. Ea se interpretează în sensul că un sistem dat este capabil să trimită un curent electric împotriva căderilor obișnuite de potențial, așa cum se întîmplă, de altfel, în interiorul oricărui generator electric.

In fond nici nu există asemenea rezistențe, care nu sînt decît rezultatul aparent al unei forțe electromotoare locale, dar totul se petrece ca și cum ar exista.

§ 321. **Arcul oscilant.** Experiența ne arată că, într-un arc electric produs între doi electrozi de cărbune, intensitatea curentului variază, în funcție de tensiunea la borne, după curba din fig. 322 care, în regiunea *ab*, este *descendentă*.

Știind că rezistența se exprimă prin raportul

$$r = \frac{dU}{dI} = \operatorname{tg} \alpha,$$

se vede din figură că, pe această porțiune, ea este *negativă*.

Să presupunem acum că, în paralel pe bornele arcului, legăm un circuit oscilant *LC* (fig. 323).

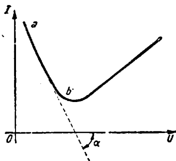


Fig. 322. Curba caracteristică a arcului electric.

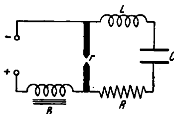


Fig. 323. Schema de montaj a unui arc oscilant.

In aceeași figură am reprezentat simbolic, prin *R*, rezistența ohmică a bobinei de inductanță și a firelor de conexiune.

Rezistența întregului circuit oscilant, inclusiv arcul, va fi atunci

$$R_t = R - r.$$

Sursa de alimentare încarcă condensatorul, care apoi se descarcă prin arc şi rezultă astfel curenţi oscilanţi, a căror intensitate variază după relaţia cunoscută

$$I = I_0 e^{-\delta t} \sin \omega t. \qquad (306.2)$$

Dar, în situaţia de faţă, amortizarea capătă valoarea

$$\delta = \frac{R_t}{2L} = \frac{R-r}{2L}$$

şi dacă rezistenţa ohmică R este destul de mică, putem realiza condiţia ca rezistenţa negativă r să o depăşească în valoare absolută şi să-şi impună semnul.

Dacă rezistenţa negativă a arcului depăşeşte rezistenţa ohmică, arcul întreţine oscilaţia.

În cazul acesta, exponentul din relaţia (306.2) *devine pozitiv şi amplitudinea descărcării oscilante creşte cu timpul, în loc să scadă.*

Această creştere nu poate însă continua la infinit. Ea se limitează, de la o vreme, la valoarea maximă pentru care funcţionarea arcului atinge limita domeniului rezistenţelor negative.

Arcul joacă aci un rol oarecum asemănător cu al ancorei unui ceas, care transmite pendulului, la momentul oportun o parte din energia potenţială a resortului ce poartă mecanismul şi-i întreţine oscilaţia.

El ia această energie de la sursa de curent care-l alimentează.

Figura 324 reprezintă variaţiile de intensitate ale curentului oscilant, pînă la stabilirea unui regim de amplitudine staţionară.

Cînd sistemul funcţionează la limita de întreţinere,

$$R - r = 0 \quad \text{şi} \quad \delta = 0.$$

Calculul şi experienţa ne arată atunci că perioada oscilaţiilor este aceea dictată de formula lui Thomson:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \qquad (306.1)$$

Altfel ea devine ceva mai lungă, iar variaţiile de curent în circuitul oscilant cîştigă în amplitudine.

Fapte analoge se petrec dealtfel şi cu alte sisteme oscilante, de pildă la pendul, unde perioada se lungeşte de asemenea, cînd amplitudinea oscilaţiilor este prea mare.

In schema din fig. 323, arcul este alimentat printr-o bobină *B*, cu inductanţa de cîţiva henry. Ea se numeşte ***bobină de şoc*** şi are menirea să interzică trecerea curentului oscilant, spre sursa de alimentare, dar să nu împiedice pe a curentului continuu.

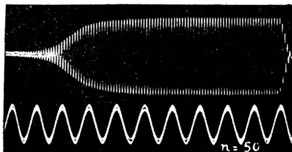


Fig. 324. Oscilograma unui arc, în momentul intrării în oscilaţie (jos oscilaţia unui diapazon cu frecvenţa de 50 Hz).

Cu electrozi de cărbune şi în aer liber frecvenţa oscilaţiilor unui arc electric nu depăşeşte cîteva mii de perioade pe secundă.

Vibraţiile coloanei de gaz incandescente, a cărei temperatură variază în ritmul curentului oscilant, produc atunci un sunet muzical, de unde şi numele de *„arcul cîntător"*.

Dar dacă folosim un anod de cupru, răcit cu un curent de apă, introducem electrozii în atmosferă de hidrogen şi producem arcul într-un cîmp magnetic transversal, putem ridica frecvenţă pînă la cîteva zeci de mii de perioade pe secundă.

Acest regim de oscilaţie, studiat de *Poulsen*, pune în joc energii destul de mari şi are aplicaţii la cuptoarele de inducţie pentru topit metale.

Creuzetul se introduce în bobina oscilantă şi metalul se încălzeşte din pricina curenţilor Foucault, produşi prin variaţiile rapide ale fluxului de inducţie.

Mai de mult arcul oscilant era folosit şi în posturile de emisiune radiotelegrafică, dar acum a fost înlocuit prin oscilatorii

cu *lămpi* sau *tuburi* electronice, pe care le vom descrie mai jos, în varianta numită *triodă.*

§ 322. **Principiul triodei.** Între filamentul şi placa unei diode, construită aşa cum am descris-o în § 262, introducem un al treilea electrod, făcut din fire metalice paralele, întinse pe un cadru. Din pricina formei lui caracteristice, acest electrod se numeşte *grătar* sau *grilă* [1]), iar dioda, modificată în acest fel, a devenit *o triodă,* adică un *tub cu trei electrozi.*

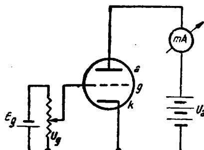


Fig. 325. Montajul pentru trasarea caracteristicii de grilă a triodei.

Cu ajutorul lui, vom realiza montajul experimental din fig. 325, în felul următor:

1) Între placă şi filamentul încălzit legăm un generator de tensiune, de pildă o baterie galvanică [2]).

Sensul conexiunilor este acela pentru care placa devine *anod* (a), iar filamentul *catod* (k).

Între aceşti doi electrozi am stabilit astfel o diferenţă de potenţial U_a, iar un miliampermetru, legat în serie, ne permite să măsurăm intensitatea curentului electronic.

Acesta este *circuitul de placă* sau *circuitul anodic.*

2) O a doua sursă de tensiune o legăm între grilă şi filament. Ea ne permite să polarizăm grila, fie pozitiv, fie negativ, faţă cu filamentul, considerat ca zero de referinţă şi să variem după voie diferenţa de potenţial U_g.

Acesta este *circuitul de grilă.*

Experienţa ne arată că, dacă menţinem constante încălzirea filamentului şi potenţialul plăcii U_a, dar facem să varieze poten-

[1]) Cuvîntul *grilă* este derivat din limba franceză *(grille=gratii* sau *zăbrele).*

[2]) Pentru simplificare, nu am reprezentat în scheme bateria de încălzire a filamentului. Ea se conectează ca în fig. 195.

țialul grilei U_g, de la valori negative, spre valori pozitive crescătoare, curentul din circuitul de placă variază și el, după curba din fig. 326, pe care o vom numi *caracteristica* (I_a, U_g), *la potențial de placă constant.*

Interpretarea este simplă și lesne de înțeles, dacă ne amintim că intensitatea unui cîmp electric se exprimă în volți pe centimetru și ținem seamă că grila este mai aproape de filament decît placa.

La diferențe de potențial egale, cîmpul dintre filament și grilă este astfel mai intens decît acela dintre placă și filament.

Pentru fixarea ideilor, vom presupune că filamentul fiind considerat la potențialul zero, potențialul plăcii se menține constant, la +80 V, pentru care am trasat caracteristica de grilă de mai sus.

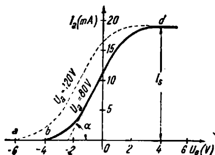


Fig. 326. Caracteristica de grilă a triodei

Situațiile schițate în fig. 327 ne arată că un electron *e*, care a ieșit din filamentul incandescent, se găsește sub acțiunile su-

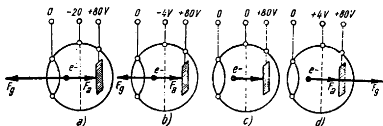


Fig. 327. Pentru explicarea funcțiunii amplificatoare a triodei.

prapuse a două forțe, din care una F_g este produsă de cîmpul grilei și cealaltă F_a de cîmpul plăcii, conectată ca anod.

In fig. 327, *a* grila este la —20 V. Forțele active sînt atunci opuse și $F_g > F_a$.

Electronul se va înapoia spre filament, iar miliampermetrul nu indică nici un curent, în circuitul plăcii.

In fig. 327, *b* grila este la —4 V și forțele opuse au devenit egale.

De aici înainte o scădere cît mai mică a forței F_g face ca F_a să domine, iar electronul se îndreaptă spre placă și acul miliampermetrului ne arată că începe să treacă un curent.

Cită vreme cîmpul grilei depășește în sens contrar pe al plăcii, trecerea electronilor este interzisă.

Această tensiune, aplicată grilei, marchează punctul de racordare b, *între curba caracteristică și axa absciselor* (fig. 326).

In fig. 327, *c* grila are potențialul filamentului. Forța F_a rămîne singură, intensitatea curentului din circuitul plăcii înregistrează o nouă creștere, iar caracteristica intersectează axa ordonatelor (fig. 326).

In fig. 327, *d* potențialul grilei a crescut la +4 V și forțele active, orientate în același sens, își adună acțiunile.

Trecerea electronilor spre placă fiind astfel favorizată, intensitatea curentului crește mai departe pînă în *d* (fig. 326).

Pentru potențiale de grilă pozitive și din ce în ce mai mari, această creștere continuă, cu tendința spre saturație, însă de la o vreme grila începe și ea să capteze electroni și atunci curentul din circuitul anodic începe iar să scadă.

Examinînd în special situația din fig. 327, *b*, observăm că o diferență de potențial de numai —4 V, aplicată între filament și grilă, anulează efectul a +80 V, ce acționează între placă și filament.

In trioda luată ca exemplu acțiunea electrică a grilei este deci de 20 de ori mai eficace decît a plăcii, din punctul de vedere al curentului din circuitul anodic.

Raportul dintre potențialul plăcii și potențialul de grilă care blochează curentul anodic este egal cu factorul de amplificare μ.

Raportul acesta reprezintă așa numitul „factor de amplificare în volți" *al triodei, pe care-l vom nota cu* μ. In cazul de față el are valoarea 20.

Dacă, ridicînd potențialul plăcii, de pildă la +120 V, trasăm experimental noua caracteristică, reprezentată punctat în

fig. 326, constatăm că ea nu-şi modifică forma, dar se deplasează spre stînga.

Punctul de racordare s-a mutat acum la —6 V, ceea ce înseamnă că factorul de amplificare nu s-a schimbat.

Aceeaşi caracteristică s-ar fi mutat spre dreapta, dacă am fi micşorat potenţialul anodic.

In general, pentru o triodă cu factorul de amplificare μ, punctul de racordare al caracteristicii de grilă se găseşte la

$$U_g = -\frac{U_a}{\mu} \text{ volţi.}$$

De aici rezultă că:

$$\boxed{\Delta U_a = -\mu \Delta U_g}. \qquad (322.1)$$

O variaţie a potenţialului de grilă echivalează cu alta de μ ori mai mare a potenţialului plăcii.

Prin urmare o variaţie ΔU_g a potenţialului de grilă echivalează cu alta de μ ori mai mare a potenţialului anodic, din punctul de vedere al curentului din circuitul de placă.

Dacă am presupune că variază simultan potenţialul plăcii cu ΔU_a şi potenţialul grilei cu ΔU_g, totul s-ar petrece ca şi cum potenţialul plăcii ar varia singur cu $\Delta U_a + \mu \Delta U_g$.

Rezultă, pentru curentul anodic, variaţia respectivă ΔI_a şi vom putea scrie că

$$\boxed{R_i \Delta I_a = \Delta U_a + \mu \Delta U_g}, \qquad (322.2)$$

în care, din pricina dimensiunilor fizice, mărimea R_i se numeşte *rezistenţă interioară* a triodei şi se exprimă în ohmi. Ea nu poate fi considerată constantă, decît în anumite condiţii de funcţionare şi nici nu este propriu-zis o rezistenţă ohmică, fiindcă trecerea electronilor prin vid nu întîmpină frecări.

Relaţia (322.2) formulează ecuaţia generală a triodei.

Relaţia de faţă, care leagă variaţiile potenţialelor de ale intensităţii curentului anodic, reprezintă o *ecuaţie generală* a tuburilor electronice triode.

O altă mărime care defineşte calitatea triodei este *panta* caracteristicii de grilă, adică înclinarea ei.

Aceasta se exprimă prin derivata intensităţii curentului anodic, în raport cu potenţialul de grilă şi se notează cu S.

Panta este nulă, atît în regiunea de saturaţie, cît şi la potenţiale negative mari ale grilei, în stînga punctului de racordare al caracteristicii de grilă.

In regiunea mijlocie, caracteristica poate fi considerată ca practic rectilinie şi atunci, presupunînd că potenţialul anodic este constant, relaţia generală (322.2) ne dă

$$\boxed{S=\frac{dI_a}{dU_g}=\frac{\Delta I_a}{\Delta U_g}=\frac{\mu}{R_i}}. \qquad (322.3)$$

Panta se exprimă în miliamperi pe volt şi practic este constantă în regiunea rectilinie a caracteristicilor.

Mărimea S ne arată deci cu cîţi miliamperi creşte curentul anodic, pentru o creştere de un volt a potenţialului de grilă.

Uneori se mai dă pantei şi numele de *factor de amplificare în amperi*.

In triodele curente, factorul de amplificare în volţi poate să atingă ordinul de mărime 30, iar panta nu depăşeşte 15 mA/V.

1. *T r i o d a c a a m p l i f i c a t o r.* Acţiunea grilei poate să fie folosită pentru amplificarea tensiunilor variabile sau alternative.

Schema de principiu a montajului este aceea din fig. 328, *a*.

La bornele primarului unui transformator T_1 aplicăm tensiunea de amplificat.

Variaţiile de tensiune, induse în secundar, acţionează atunci între grilă şi filament.

Ele dau naştere la variaţii, în acelaşi ritm şi de aceeaşi formă, ale curentului de placă, pe care le trecem prin primarul altui transformator T_2, în secundarul căruia regăsim variaţiile de tensiune amplificate.

Schema de faţă reprezintă amplificatorul de frecvenţe joase, care nu depăşesc prea mult pe a sunetelor audibile.

Dacă ne menţinem în domeniul acestor frecvenţe, o cască telefonică ori un difuzor, legate la bornele de ieşire, între *a* şi *b*, transformă variaţiile de curent în vibraţii sonore.

La frecvențe foarte înalte, folosirea transformatorilor cu miez de fier nu mai are sens, fie din cauza pierderilor prea mari prin histeresis, fie din pricină că magnetizarea fierului nu mai poate să urmărească variațiile de flux inductor.

În cazul acesta, schema trebuie modificată după cum arată fig. 328, *b*, în care circuitele oscilante introduse sînt acordate pe frecvența tensiunii de amplificat

Schemele de mai sus au numeroase variante, după scopul urmărit și tipul de tuburi amplificatoare folosite, fiindcă există asemenea tuburi mult mai complicate decît triodele, dar nu este cazul să intrăm în amănunte.

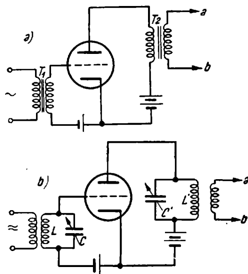


Fig. 328. Trioda ca amplificator de joasă și de înaltă frecvență.

Dacă amplificarea cu un singur tub nu este suficientă, putem adăuga succesiv altele, însă numărul lor este limitat de anumite fenomene parazite.

Cu amplificatorii actuali se pot evidenția chiar și curenții electrici datoriți mișcărilor de agitație termică ale electronilor, în interiorul firelor de conexiune.

Intr-o cască telefonică auzim atunci un zgomot caracteristic, asemănător cu acela produs de răsturnarea grăunțelor dintr-un sac.

Fenomenul, cunoscut sub numele de „efectul Schrott", este capabil ca, la o amplificare prea înaintată, să acopere cu totul orice alte sunete, în circuitul de ieșire.

2. *Trioda ca oscilator.* In serie cu circuitul anodic se montează un circuit oscilant *LC*, iar în circuitul de grilă se introduce o bobină *l*, cuplată inductiv cu *L* (fig. 329).

Fără precauţii speciale, un circuit oscilant nu poate fi menţinut în stare permanentă de echilibru electric.

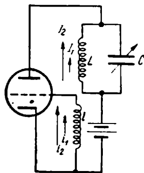


Fig. 329. Trioda ca oscilator.

În el apar totdeauna oscilaţii de amplitudine mică, prin acţiunea cîmpurilor variabile, magnetice sau electrice, din exterior.

Vom presupune deci că un asemenea început de oscilaţie s-a produs în circuitul LC din figură şi că are intensitatea maximă iniţială I_1.

Dacă bobinele L şi l sînt înfăşurate în sensuri contrarii, se va induce în l un curent de acelaşi sens i_1, care transportă sarcini pozitive de la catod spre grilă şi măreşte astfel potenţialul ei.

Trioda funcţionează atunci ca un amplificator şi, în circuitul oscilant, curentul iniţial îşi măreşte intensitatea maximă pînă la I_2.

Printr-un nou fenomen de inducţie, această creştere va fi de asemenea amplificată, fiindcă în bobina l curentul i_2 transportă noi sarcini pozitive spre grilă.

Treptat, amplitudinea curentului oscilant va deveni din ce în ce mai mare, pînă la limita impusă de construcţia triodei şi de condiţiile de funcţionare.

Trioda întreţine deci oscilaţia iniţială amplificînd-o, iar perioada este dată de formula lui Thomson

$$T=2\pi\sqrt{LC}. \qquad (306.1)$$

Această formulă nu este însă exactă, decît cu condiţia să nu împingem cuplajul dintre bobinele L şi l dincolo de strictul necesar.

Mecanismul de funcţionare al unui oscilator cu tuburi electronice triode poate fi comparat cu al unui ceasornic, unde ancora liberează treptat şi la momentul oportun energia potenţială a resortului motor.

Tot așa, prin acțiunea grilei, circuitul oscilant recapătă, de la bateria de placă a triodei, energia care să compenseze pierderile prin efectul Joule-Lenz și să împiedice stingerea oscilației.

Ca și în arcul electric, acțiunea cuplajului dintre circuitele de grilă și de placă ale oscilatorului face să apară o *rezistență negativă*.

Există încă numeroase alte sisteme, capabile să producă oscilații electrice întreținute, pe toată gama de frecvențe, de la cele foarte joase, pînă pe la 10^9 Hz.

Nu este locul să le descriem aici, dar printre lucrările făcute la noi în țară, menționăm că, în 1932, *Alex. Cișman* și *Th. V. Ionescu* au construit și au studiat experimental și teoretic un nou tip de oscilator, format dintr-o lampă cu vapori de mercur, cu două anode.

Sistemul funcționează prin devierea, prin cuplaj magnetic, a fasciculului de ioni, între cele două anode și este eficace pînă în domeniul superaudibil de frecvențe.

Același sistem a fost apoi cercetat de *Alex. Cișman* și *E. Luca*, din punctul de vedere al folosirii ca amplificator, în continuarea unei lucrări mai vechi a lui *Th. V. Ionescu*, din 1926.

Tot *Alex. Cișman*, împreună cu *P. Lamoth* și *A. Munteanu*, au arătat că se pot produce oscilații de frecvență înaltă sau joasă, cu tuburile redresoare, în atmosferă de gaze nobile sau de vapori de mercur.

Lucrarea datează din 1952. Ea a fost apoi reluată și continuată în 1956 de *Tudor Tănăsescu*, împreună cu *R. Piringer*.

In fine, mai menționăm că *Th. V. Ionescu*, prin cercetări îndelungate, a evidențiat oscilații de frecvență foarte înaltă, ce apar în timpul descărcărilor electrice în gaze, sub acțiunea cîmpurilor magnetice.

Tot el a găsit și anumite fenomene de rezonanță între oscilațiile acestea și cîmpurile magnetice alternative.

CAPITOLUL XLIV

UNDE ELECTROMAGNETICE

§ 323. Propagarea perturbațiilor electrice în lungul firelor.

Să considerăm un fir metalic foarte lung și să presupunem că, în punctul *P*, am adus o cantitate limitată de electricitate, atingîndu-l cu un conductor electrizat (fig. 330, *a*).

Ia naștere atunci o variație bruscă și locală de potențial, față cu pămîntul, adică o perturbare a stării de echilibru electric al firului.

Studiul teoretic al fenomenului, făcut de *Kirchhoff*, în 1857 şi completat de *Heaviside* [1]), în 1876, a dus la concluzia că perturbarea produsă local se divide în altele două, care se propagă pe fir în sensuri contrarii, aşa cum s-ar propaga o deformare elastică pe o funie întinsă (fig. 330, *b*).

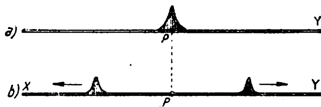


Fig. 330. Propagarea perturbaţiilor electrice în lungul firelor.

Deosebirea este doar că, în cazul de faţă, cele două perturbaţii sînt *unde electrice* şi nu elastice.

Cînd variaţia locală de potenţial este foarte rapidă şi dacă rezistenţa ohmică a firului este neglijabilă, ele îşi păstrează nealterate forma şi amplitudinea iniţiale, în timpul propagării.

Altfel intervin amortizări şi deformări.

Iar dacă aceste condiţii sînt îndeplinite şi firul se află în vid (sau practic în aer), viteza de propagare se exprimă teoretic prin relaţia

$$v=\frac{1}{\sqrt{lc}} \qquad (323.1)$$

în care l şi c reprezintă inductanţa şi capacitatea electrostatică ale unităţii de lungime a firului.

În fire aeriene sau suspendate în vid, undele electrice se propagă cu viteza de $3\cdot10^{10}$ cm/s.

Calculul numeric ne duce atunci la rezultatul că această viteză este egală cu a luminii în vid, adică $3\cdot10^{10}$ cm/s.

Relaţia de mai sus este asemănătoare cu formula lui Newton, care ne dădea viteza de propagare a undelor elastice longitudinale

$$v=\sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad (172.1)$$

[1]) *Oliver Heaviside* (n. în 1850), fizician englez.

cu deosebirea că inductanţa l a unităţii de lungime înlocuieşte masa specifică şi că inversa capacităţii c ţine locul modulului de elasticitate.

Verificarea experimentală a făcut-o *Blondlot*[1], în 1893, cu dispozitivul următor:

Două butelii de Leyda, fiecare cu cîte o singură armătură interioară, dar cu două armături exterioare de formă inelară, sînt conectate aşa cum arată fig. 331.

Ele se încarcă încet, de la o maşină electrostatică, prin rezistenţele foarte mari R_1 şi R_2.

După un timp de încărcare, cînd am atins potenţialul exploziv, se produce în S o scînteie, prin care se descarcă armăturile A_1, apoi a doua scînteie, care descarcă armăturile A_2, cu oarecare întîrziere faţă de prima, fiindcă descărcarea trebuie să parcurgă firele F, care au cîţiva kilometri lungime.

O oglindă O, care se roteşte foarte repede, proiectează pe o placă fotografică imaginile celor două scîntei succesive.

Cunoscînd viteza unghiulară de rotaţie, distanţa dintre cele două imagini de pe placă ne permite să aflăm durata parcursului, iar lungimea firelor fiind şi ea cunoscută, o simplă împărţire ne dă viteza de propagare.

Aceste determinări au confirmat rezultatele teoretice .

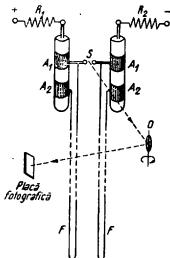


Fig. 331. Experienţa lui Blondlot.

Cu aceste cunoştinţe, să presupunem că, introducînd o mică bobină pe fir, inducem în ea o forţă electromotoare sinusoidală, cuplînd-o cu o bobină primară, parcursă de un curent alternativ (fig. 332).

In lungul firului se vor propaga perturbaţii electrice, sub forma de *unde progresive,* de asemenea sinusoidale, iar spaţiul parcurs în timpul unei perioade reprezintă lungimea de undă λ.

Vom avea deci, ca în toate cazurile analoge,

$$\lambda = vT \tag{171.1}$$

[1]) *René Blondlot* (n. în 1849), fizician francez.

sau, ceea ce e tot una,

$$v = \lambda f, \tag{171.1}$$

în care f este frecvența și T perioada.

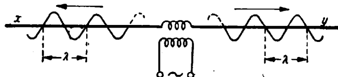


Fig. 332. Propagarea undelor electrice sinusoidale în lungul unui fir.

In situația considerată, unda progresivă transportă, printr-o secțiune dată a firului:

1) *O variație sinusoidală a potențialului, față de pămînt și,* tot odată,

2) *Un curent electric, la care intensitatea variază sinusoidal cu timpul.*

Referindu-ne acum la cazul practic obișnuit, în care firul are o lungime finită, să presupunem că unul din capete se termină liber în aer.

Propagarea mai departe a sarcinilor electrice fiind acum imposibilă, intensitatea curentului la capătul liber trebuie să rămînă mereu nulă, ceea ce înseamnă că unda se va reflecta, în acest punct, *cu schimbare de semn.*

Prin urmare dacă, în momentul t, unda directă aduce la extremitatea firului curentul de intensitate

$$i_1 = I_0 \sin \omega t$$

unda reflectată duce în sens contrar intensitatea

$$i_2 = -I_0 \sin \omega t$$

așa ca suprapunerea celor doi curenți, în punctul de reflexie, să ducă la intensitatea nulă.

In studiul interferenței undelor elastice, situația schițată în fig. 26 și raționamentul din § 176 ne-au arătat că, prin suprapunerea undelor directe, peste cele reflectate cu schimbare de

semn, se formează unde staţionare, a căror elongaţie poate fi calculată din relaţia

$$E=\left(2a\sin 2\pi\frac{d}{\lambda}\right)\cos\frac{2\pi}{T}t. \qquad (176.1)$$

In funcţie de distanţa *d*, pînă la punctul de reflexie, aceste unde au amplitudinea

$$A=2a\sin 2\pi\frac{d}{\lambda}.$$

Repetînd acelaşi raţionament, la undele electrice, vom găsi că şi aici se formează unde staţionare, la care amplitudinea variaţiilor de intensitate are valoarea

$$I=2I_0\sin 2\pi\frac{d}{\lambda}. \qquad (323.2)$$

In lungul firului vor apare deci noduri de curent, la distanţele

$$0;\ \ 2\lambda/4;\ \ 4\lambda/4;\ \ldots\ 2n\lambda/4,$$

faţă de punctul de reflexie, şi ventre de curent, la distanţele

$$\lambda/4;\ \ 3\lambda/4;\ \ 5\lambda/4;\ \ldots\ (2n-1)\lambda/4.$$

Prin urmare, distanţa dintre două noduri sau două ventre succesive cuprinde o jumătate de lungime de undă (fig. 333).

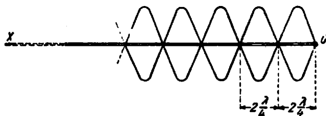


Fig. 333. Formarea undelor staţionare electrice.

Ca şi la vibraţiile mecanice ale corzilor, putem amplifica prin rezonanţă aceste fenomene, dacă dăm firului o lungime convenabilă, dictată de frecvenţa oscilaţiei care-l excită.

Pentru o mai uşoară înţelegere, vom face o comparaţie cu barele sau cu coardele vibrante şi vom deosebi două cazuri:

1. *Coardă fixată la cele două capete.* La rezonanţă, se formează, în cazu cel mai simplu, cîte un nod de amplitudine la fiecare capăt şi un ventru la mijloc, iar lungimea corzii cuprinde o jumătate a lungimii de undă (fig. 334, *a*).

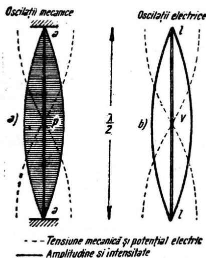


Fig. 334. Unde staţionare pe o coardă vibrantă şi pe un dipol.

In § 176 am arătat însă că, între nodurile de amplitudine, se inserează nodurile variaţiilor de tensiune *p*.

Prin urmare vom găsi cîte un ventru al variaţiilor de tensiune la cele două capete ale corzii şi un nod la mijlocul ei, aşa cum arată curbele punctate.

Discutînd această situaţie, am văzut, de altfel, că tocmai de aceea corzile vibrante se rup la capete şi nu la mijloc.

Pe un fir izolat se formează la rezonanţă două noduri de curent la capete şi unul de potenţial la mijloc.

Analog, un fir izolat la ambele capete intră în rezonanţă, cînd la fiecare capăt se formează cîte un nod al variaţiilor de intensitate şi cîte un ventru al variaţiilor de potenţial.

Figura 334, *b* reprezintă această distribuţie. Aici un ampermetru de curent alternativ, intercalat pe fir, va indica intensitatea eficace maximă, dacă se află la mijlocul lui şi din ce în ce mai mică, spre capete.

2. *Bară vibrantă fixată la un capăt.* In cazul acesta, se formează un nod de amplitudine şi un ventru al variaţiilor de tensiune în punctul de fixare, iar la capătul liber găsim

un ventru de amplitudine şi un nod al variaţiilor de tensiune (fig. 335, *a*).

Prin urmare, în cazul cel mai simplu, bara cuprinde un sfert al lungimii de undă.

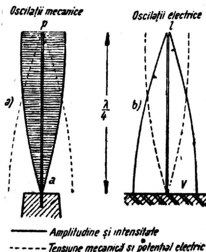


Fig. 335. Unde staţionare pe o lamă vibrantă şi pe o antenă în sfert de lungime de undă.

Trecînd la oscilaţiile electrice, putem realiza echivalentul acestei situaţii, dacă legăm firul conductor cu un capăt la pămînt (fig. 335, *b*).

Ventrul de intensitate apare la contactul cu pămîntul, iar ventrul de potenţial la capătul liber.

La rezonanţă găsim atunci, la capătul liber, un ventru al variaţiilor de potenţial şi un nod de intensitate, iar la punctul de legătură cu pămîntul un ventru de intensitate şi un nod de potenţial.

Formarea undelor staţionare pe fire şi fenomenele de rezonanţă la conductorii care nu formează un circuit închis au aplicaţii mai ales la antenele de radio, despre care vom discuta în curînd.

O metodă simplă, prin care putem evidenţia formarea undelor staţionare şi măsura direct lungimea lor, este dispozitivul lui *Lecher* [1]) :

O buclă de sîrmă *B* (fig. 336) are intercalat în *C* un cuplu termoelectric şi se continuă cu două fire paralele, f_1 şi f_2, pe care lunecă două plăci de cupru, P_1 şi P_2, legate la o mică lampă cu neon *L*.

Firele străbat aceste plăci prin găuri cît mai bine păsuite.

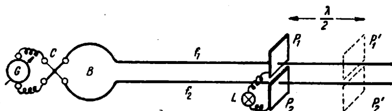


Fig. 336. Dispozitivul lui Lecher.

Bucla este cuplată inductiv cu bobina unui oscilator cu triodă sau cu scîntei, a cărui frecvenţă trebuie să fie destul de mare, pentru ca lungimea de undă să intre de mai multe ori în lungimea firelor.

Dacă purtăm încet şi simultan plăcile, în lungul acestor fire, găsim poziţii succesive în care lampa *L* devine luminescentă, prin descărcarea electrică în gaz şi, totodată, galvanometrul *G*, legat la cuplul termoelectric, indică deviaţii maxime.

Inseamnă că în *C* avem atunci ventre de intensitate, iar în dreptul plăcilor ventre de potenţial.

Aceste plăci reflectă undele, ca şi cum firul s-ar termina liber, în dreptul lor.

Distanţa dintre două poziţii de rezonanţă vecine, observate în lungul firului, reprezintă jumătatea lungimii de undă.

3. *Cazul unui mediu oarecare.* Dacă firul conductor, în loc să stea în aer sau în vid, se află într-un mediu în care fie permitivitatea, fie permeabilitatea magnetică, fie amîndouă sînt diferite de unitate, calculul teoretic şi experienţa ne arată că viteza de propagare a undelor electrice nu mai este egală cu a luminii în vid.

Ea capătă atunci valoarea

$$\boxed{v_1 = \frac{v}{\sqrt{\varepsilon\mu}}}. \qquad (323.3)$$

[1]) *Ernst Lecher* (n. în 1856), fost profesor la Viena.

Viteza de propagare a undelor electrice prin fire este invers proporţională cu rădăcina pătrată a produsului $\varepsilon\mu$ din mediu.

Prin urmare viteza de propagare prin fir variază invers proporţional cu rădăcina pătrată a produsului dintre permitivitatea şi permeabilitatea mediului înconjurător.

Pentru aceeaşi frecvenţă de oscilaţie, vom găsi deci, în lungul firelor din dispozitivul lui Lecher, ca şi în lungul oricărui fir conductor, o lungime de undă

$$\lambda_1 = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \tag{323.4}$$

Ca exemplu, presupunînd că firul se găseşte în apă, a cărei permitivitate relativă este 81 şi a cărei permeabilitate nu diferă sensibil de a vidului, viteza de propagare devine

$$v_1 = \frac{3\cdot 10^{10}}{\sqrt{81}} = 3{,}33\cdot 10^9 \text{ cm/s}$$

iar lungimea de undă va fi totdeauna de nouă ori mai mică decît în aer.

Oricît s-ar părea de curios, aceste fapte ne obligă să admitem că rolul preponderent în propagarea undelor electrice îl are mediul înconjurător, fiindcă el intervine prin caracterele lui magnetice şi electrice.

Propagarea undelor electrice o asigură mediul, iar firul nu face decît să le canalizeze.

Firul nu ar face decît să canalizeze aceste unde, iar mediul este, în realitate, acela care le asigură propagarea.

Rămîne să căutăm sensul fizic al acestei concluzii, în aparenţă paradoxală şi de aceea vom relua discuţia fenomenelor de inducţie electromagnetică, studiate în §§ 293—295 şi problema curenţilor de deplasare, studiată în § 230.

§ 324. **Aprofundarea fenomenului de inducţie.** Am văzut că, într-un circuit conductor închis, orice variaţie a fluxului de inducţie magnetică face să apară o forţă electromotoare indusă, care întreţine un curent electric atîta vreme cît durează şi variaţia însăşi.

Iar dacă circuitul este închis, această forță electromotoare poate fi măsurată între capetele libere.

Ea are valoarea dictată de relația cunoscută

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (293.2)$$

Să presupunem acum că toate liniile de forță formează un mănunchi, delimitat de un contur plan, cu suprafața S perpendiculară pe direcția lor.

Intr-un mediu de permeabilitate μ și în cîmpul magnetic H, fluxul de inducție prin această suprafață va fi

$$\Phi = BS = \mu HS$$

și astfel relația precedentă devine

$$e = -\mu S \frac{dH}{dt}. \qquad (324.1)$$

Această forță electromotoare indusă ia naștere într-un circuit de orice formă sau dimensiune, care înfășură suprafața S și este situat în planul ei, așa ca să fie străbătut de același număr de linii de forță ca și dînsa.

Presupunînd că permeabilitatea rămîne invariabilă și că liniile de forță se mențin în interiorul conturului S, forța electromotoare indusă e apare ca rezultatul variației în timp a intensității cîmpului magnetic H.

Figura 337, *a* schițează dispozitivul experimental cu care se poate urmări desfășurarea fenomenului de inducție, într-o spiră conductoare, ce înconjură suprafața S traversată de liniile de forță ale cîmpului magnetic variabil.

Săgețile reprezintă sensul momentan de variație al acestui cîmp, iar pe spira conductoare sensul respectiv al curentului de inducție care, transportînd sarcini electrice, încarcă electroscopul.

Dar un asemenea transport de electricitate nu este cu putință, fără intervenția unui cîmp electric.

In desfășurarea fenomenului de inducție, conductorul intervine astfel doar ca un factor secundar, a cărui prezență nici nu este neapărat necesară.

În plane perpendiculare pe direcția lui de variație, cîmpul magnetic se înfășură cu linii de forță circulare ale unui cîmp electric variabil.

Factorul principal este cîmpul electric variabil, ale cărui linii de forță au forma de cercuri concentrice, axate pe direcția de variație a cîmpului magnetic (fig. 337, *b*).

Linii de forță închise în ele înșile nu am întîlnit pînă acum decît la circuitele magnetice, sau la cîmpul magnetic al curenților.

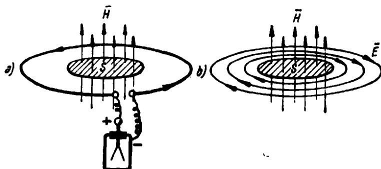


Fig. 337. Conductorul nu este neapărat necesar pentru desfășurarea fenomenului de inducție.

lor. In cîmpul electrostatic ele își sprijineau totdeauna capetele pe două sarcini de semne contrarii.

Acum întîlnim, pentru prima dată, cîmpuri electrice de natură *electrodinamică,* la care de asemenea liniile de forță se închid în ele însele.

Un fir metalic poate să deformeze aceste linii de forță sau să le canalizeze, oblingîndu-le să-i urmărească traiectul.

Dar metalul este un conductor, în care cîmpul, ne putînd să persiste, transportă sarcini electrice (în speță electroni liberi) și determină astfel propria lui dispariție, prntr-un proces de *„prăbușire"*.

În circuitul metalic închis ia naștere atunci un curent electric indus, a cărui energie trece în căldură, prin efectul Joule-Lenz.

Iar dacă circuitul are o întrerupere, cum e cazul din figură 337, *a,* transportul de sarcini comunică încărcări de semne contrarii capetelor libere.

Intre aceste capete, conductorul canalizează atunci un alt cîmp electric, orientat așa ca să sisteze transportul și, totodată, apare o diferență de potențial egală, dar în opoziție cu forța electromotoare indusă.

Ea este, de fapt, aceea pe care o măsurăm cu electroscopul sau cu orice voltmetru, conectat la extremitățile libere ale conductorului.

Circuitul metalic este numai un indicator al prezenței cîmpului electric.

Circuitul metalic este deci numai un simplu indicator al prezenței cîmpului electric, prin aceea că oferă electronii liberi, pentru transport.

In continuarea discuției, să considerăm un cîmp electrostatic, reprezentat prin liniile de forță (fig. 338).

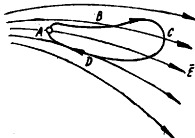


Fig. 338. In cîmpul electrostatic transportul unei sarcini electrice, pe un drum închis, nu implică lucru mecanic.

Dacă unitatea pozitivă de sarcină electrică ar parcurge o traiectorie practic închisă *ABCD*, revenind într-un punct imediat vecin cu punctul de plecare *A*, lucrul mecanic implicat ar fi nul.

In adevăr, considerînd porțiunile *ABC* și *CDA*, tot atîtea energie se liberează în lungul uneia din ele, cîtă se absoarbe pe parcursul celeilalte.

Ca urmare directă, diferența de potențial dintre cele două puncte imediat vecine nu poate fi decît nulă (§ 213).

Cu totul alta e situația într-un cîmp electrodinamic. Aici liniile de forță se închid în ele însele, așa că transportul de electricitate pe un astfel de circuit închis poate să decurgă mereu în sensul cîmpului electric.

De astă dată, pentru unitatea de sarcină pozitivă, plecată din *A* și revenită într-un punct imediat vecin, pe drumul ocolit, lucrul mecanic al forțelor electrice nu mai este nul (fig. 339).

Aceasta înseamnă că, între cele două puncte, va trebui să apară o diferență de potențial *V*, egală și opusă unei forțe electromotoare *e*, care s-ar induce într-un circuit metalic închis.

Intre capetele unei porţiuni infinitesimale dl, de pe linia de forţă considerată, în cîmpul de intensitate E, diferenţa de potenţial va fi

$$dV = -Edl. \quad (214.3)$$

Iar dacă integrăm pe tot conturul închis, avem

$$V = -e = -\oint Edl \neq 0.$$

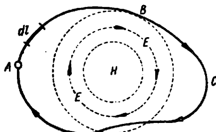


Fig. 339. Pentru deducerea ecuaţiei lui Maxwell-Faraday.

Se poate demonstra că relaţia de faţă este valabilă nu numai pentru liniile de forţă ale cîmpului electrodinamic, dar şi pentru orice altă curbă închisă, care înfăşură cîmpul magnetic variabil.

Impreună cu (324.1), ea ne dă :

$$\boxed{\oint Edl = -\mu S \frac{dH}{dt}}. \quad (324.2)$$

Această expresie fundamentală, numită ecuaţia lui *Maxwell-Faraday,* constituie unul din punctele de plecare pentru teoria undelor electromagnetice, clădită de Maxwell, între 1861 şi 1873.

Integrala pe o linie închisă a cîmpului electrodinamic este proporţională cu iuţeala de variaţie în timp a cîmpului magnetic.

Ea ne spune că integrala pe o linie închisă a cîmpului electrodinamic, ce învăluie un cîmp magnetic variabil, este proporţională cu iuţeala lui de variaţie în timp.

§ 325. **Rolul curenţilor de deplasare.** In § 275 am arătat că, după teorema lui Ampère, transportul masei magnetice m, pe o linie de forţă închisă a cîmpului magnetic ce ia naştere în jurul unui conductor, parcurs de un curent cu intensitatea i, absoarbe sau liberează lucrul mecanic

$$A = 4\pi mi. \quad (275.1)$$

Această situaţie am reprezentat-o în fig. 340.

De altă parte, notînd cu H intensitatea cîmpului magnetic, lucrul mecanic elementar, pe distanța dl, în lungul unei linii de forță, va fi

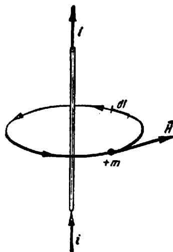


Fig. 340. Pentru deducerea ecuației lui Maxwell-Ampère.

$$dA = F\,dl = mH\,dl$$

iar pe întreaga traiectorie închisă,

$$A = \oint m\,H\,dl \quad (325.1)$$

Relația de față, împreună cu (275.1), de mai sus, ne dă

$$4\pi i = \oint H\,dl \quad (325.2)$$

și se poate dovedi că este valabilă nu numai în lungul unei linii de forță magnetice, dar și în lungul oricărei traiectorii închise, ce înconjură conductorul parcurs de curent.

Cu aceste cunoștințe, să revenim acum asupra concluziilor din § 230.

Am arătat acolo că un condensator, intercalat într-un circuit, nu constituie o întrerupere, cîtă vreme la bornele lui acționează o diferență de potențial variabilă.

După concepția lui Maxwell, dielectricul acestui condensator, fie chiar vidul, este parcurs de *curenți de deplasare*, capabili să producă în jurul lor un cîmp magnetic circular, după aceleași legi ca și curenții de conducție (fig. 341)

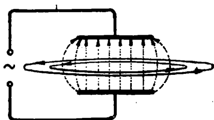


Fig. 341. Cîmpul magnetic al curentului de deplasare.

Maxwell însuși nu a reușit să verifice prin experiență această concepție, pe vremea lui cu totul revoluționară, și a considerat-o ca pe o simplă ipoteză.

Asemenea verificări au venit ulterior, fie pe cale directă, fie indirectă, prin acordul cu alte fapte, ce se încadrează în prevederile lui teoretice.

Ca exemplu de verificare directă, fig. 342 schițează o experiență, făcută pentru prima oară de *Silvanus Thomson*[1]):

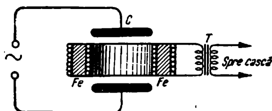


Fig. 342. Experiența lui Silvanus Thomson.

La bornele unui condensator plan, se aplică o tensiune alternativă de ordinul miilor de volți.

Dielectricul lui este înconjurat de un inel, făcut din tole de fier, pe care s-a înfășurat o bobină toroidală, în serie cu primarul unui transformator T.

Intr-o cască telefonică, legată la bornele secundarului, se aude atunci un sunet, de frecvența tensiunii alternative, aplicate între armături.

Aceasta se datorește faptului că inelul de fier captează și canalizează liniile de forță ale cîmpului magnetic din jurul curentului de deplasare variabil.

Sunetul este slab, dar poate să fie amplificat cu tuburi electronice.

Tot în § 230, am mai arătat că densitatea curentului de deplasare, adică intensitatea lui pe centimetrul pătrat, se exprimă prin relația

$$i_d = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{dD}{dt}, \qquad (230.1)$$

în care D reprezintă inducția electrică.

[1]) *Silvanus Thomson* (1851—1916), fizician englez.

Se ştie însă că, într-un mediu de permitivitate ε şi pentru cîmpul de intensitate E, inducţia este

$$D=\varepsilon E. \qquad (200.1)$$

Vom putea scrie deci că intensitatea totală i_t a curentului de deplasare, printr-o suprafaţă S, perpendiculară pe liniile de forţă ale cîmpului electric variabil, este

$$i_t=\frac{S}{4\pi}\cdot\frac{dE}{dt}. \qquad (325.3)$$

Dar, după Maxwell, cîmpul magnetic al curentului de deplasare urmează aceleaşi legi ca şi curentul de conducţie.

Adaptată situaţiei de faţă, relaţia (325.2) de mai sus devine astfel

$$\boxed{\oint H dl=\varepsilon S\frac{dE}{dt}} \cdot \qquad (325.4)$$

Această expresie, de asemenea fundamentală, numită *ecuaţia lui Maxwell-Ampère,* constituie al doilea punct de plecare pentru teoria undelor electromagnetice.

În jurul curentului de deplasare, integrala pe o linie închisă a cîmpului magnetic este proporţională cu iuţeala de variaţie în timp a cîmpului din dielectric.

Ea ne spune că integrala pe o linie închisă a cîmpului magnetic variabil, ce învăluie un cîmp electric variabil, este proporţională cu iuţeala lui de variaţie în timp.

Cele două ecuaţii, a lui *Maxwell-Faraday* şi *Maxwell-Ampère,* sînt deci în totul similare, cu deosebirea că prima leagă cîmpul electric de variaţiile cîmpului magnetic, iar a doua leagă cîmpul magnetic de variaţiile cîmpului electric, arătînd că ambele fenomene sînt reciproce.

Să considerăm acum un circuit în care curenţii de conducţie se continuă cu curenţii de deplasare, după cum arată fig. 343.

Această condiţie poate fi realizată dacă, în acel circuit, acţionează o forţă electromotoare variabilă, produsă fie de un generator, intercalat în serie, fie prin acţiunea inductoare a unui circuit vecin.

Luînd ca exemplu acțiunea inductoare, înseamnă că un cîmp magnetic variabil, provenit din exterior, străbate normal suprafața delimitată de conturul circuitului.

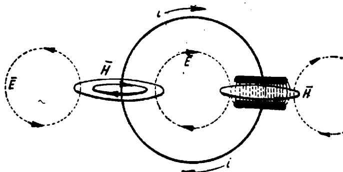


Fig. 343. Inlănțuirea cîmpurilor magnetice și electrice variabile.

Acest cîmp magnetic se înconjură cu linii de forță ale unui cîmp electric $\bar{E}$, de asemenea variabil, care sînt canalizate de conductor și se închid prin dielectricul condensatorului.

In firul metalic avem astfel un curent de conducție, ce se continuă cu altul de deplasare, în dielectric.

La rîndul lor, liniile de forță electrice se înconjură cu ale unui cîmp electric H și fiecare din aceste cîmpuri, în măsura în care nu intervin devieri sau canalizări din partea corpurilor vecine, se menține într-un plan perpendicular pe direcția celui care i-a dat naștere.

Cîmpurile magnetice și electrice variabile sînt inseparabile și se propagă în spațiu cu viteză finită.

După Maxwell, cîmpurile magnetice și electrice variabile sînt inseparabile și se propagă în mediul vecin cu viteză finită.

Dacă circuitul din figură ar fi parcurs de curenți alternativi sinusoidali, cele două cîmpuri s-ar propaga, într-un mediu izotrop și nelimitat, sub forma de unde transversale, de asemenea sinusoidale, ale căror variații de intensitate vor trebui să decurgă după regula mîinii stîngi, în plane perpendiculare, ce se intersectează după direcția de propagare, așa cum arată fig. 344.

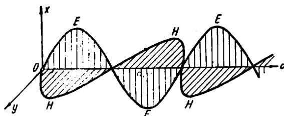


Fig. 344. Situația reciprocă a intensității cîmpurilor magnetice și electrice în lungul direcției de propagare.

Unda electrică și magnetică formează o undă electromagnetică, la care cîmpurile variabile urmează regula mîinii stîngi.

Prin urmare cîmpul electric variază în sensul degetului mijlociu și cîmpul magnetic în sensul degetului arătător, cînd propagarea decurge în sensul degetului mare.

Aceste două cîmpuri, variabile, împerecheate și progresive, formează împreună ceea ce numim o UNDĂ ELECTROMAGNETICĂ.

§ 326. **Viteza de propagare a undelor electromagnetice.** In ecuația lui Maxwell-Faraday

$$\oint Edl = -\mu S \frac{dH}{dt} \qquad (324.2)$$

omogeneitatea dimensiunilor fizice implică folosirea unui singur sistem de unități, în ambii membri.

Dar, în membrul întîi, ne referim la cîmpul electric, a cărui definiție clasică pleacă de la legea electrostatică a lui Coulomb

$$F = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}. \qquad (195.1)$$

De altă parte, membrul al doilea cuprinde, implicit, legea lui Faraday

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (293.1)$$

care se referă, în esență, la un fenomen electromagnetic.

Analog, în ecuaţia lui Maxwell-Ampère,

$$\oint H dl = \varepsilon S \frac{dE}{dt} \tag{325.4}$$

membrul întîi este o consecinţă a teoremei lui Ampère, care se spirijină pe legea electromagnetică a lui Laplace, iar în membrul al doilea găsim iarăşi cîmpul electric, pe care-l definim din legea electrostatică a lui Coulomb.

Ca să evidenţieze aceste diferenţe Maxwell transpune fiecare membru al ecuaţiilor fundamentale de mai sus, deoparte în unităţi electrostatice şi de cealaltă parte în unităţi electromagnetice, după cum e cazul, iar ca să păstreze omogeneitatea în dimensiuni, introduce raportul de transformare al unităţilor c, despre care am arătat în tabela din § 273 că are dimensiunile unei viteze şi că se numeşte *numărul lui Maxwell.*

În asemenea condiţii, ecuaţiile acestea devin

$$\boxed{\oint E dl = -\frac{\mu}{c} S \frac{dH}{dt}} \tag{326.1}$$

şi

$$\boxed{\oint H \cdot dl = \frac{\varepsilon}{c} S \frac{dE}{dt}}\,. \tag{326.2}$$

Nu este locul să urmărim aici întreaga dezvoltare teoretică, dar, cu ajutorul relaţiilor de faţă, care formulează interdependenţa dintre variaţiile cîmpurilor magnetice şi electrice, Maxwell ajunge la concluziile următoare :

1) Undele electromagnetice se propagă, într-un mediu izotrop, cu viteza

$$\boxed{v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}} \tag{326.3}$$

dacă exprimăm permitivitatea în CGS e.s. şi permeabilitatea în CGS e.m., în care caz ambele sînt numai simple numere abstracte.

2) Dacă propagarea decurge în vid (sau practic în aer), fiecare din aceste cantităţi fiind egală cu unitatea, viteza devine

$$v=c=3\cdot10^{10}\ \text{cm/s}.$$

Ca să evidenţiem aceasta, obişnuim să notăm cu c viteza undelor electromagnetice în vid.

3) Lumina, vizibilă sau invizibilă, nu este decît o undă sinusoidală electromagnetică.

4) Undele electromagnetice se refractă ca şi undele elastice, iar indicele de refracţie are valoarea raportului vitezelor de propagare, în două medii vecine.

5) Undele electromagnetice pot fi reflectate, iar suprapunerea undei directe peste cea reflectată dă naştere la unde staţionare.

6) Ca şi la undele elastice, o caracteristică a propagării o constituie lungimea de undă, care se defineşte prin relaţia cunoscută

$$\lambda=vT. \tag{171.2}$$

Lumina este un caz particular al undelor electromagnetice, care se propagă în vid cu viteza de $3\cdot10^{10}$ cm/s, egală cu numărul c.

Ceea ce trebuie reţinut în special este că lumina e un caz particular al undelor electromagnetice, a căror viteză de propagare depinde de permeabilitatea şi de permitivitatea mediului (în vid egală cu numărul lui Maxwell).

Verificarea experimentală a existenţei şi structurii undelor electromagnetice, prevăzute de Maxwell, a fost făcută, pentru prima oară de *Hertz,* într-o serie de cercetări fundamentale, care datează din 1888.

De aceea le mai numim şi *unde hertziene.*

Cu ajutorul cunoştinţelor căpătate, sîntem acum în măsură să înţelegem de ce viteza de propagare a perturbaţiilor electrice prin fire depinde de constantele μ şi ε ale mediului.

În adevăr, cel ce se propagă este cîmpul electromagnetic, iar metalul nu face decît să contribuie cu electronii liberi la transportul de electricitate.

Dar aici trebuie să mai facem şi o restricţie:

Viteza luminii la perturbările electrice prin fire este o limită superioară, pentru frecvenţe înalte şi rezistenţă nulă.

Viteza luminii, la fire suspendate în vid, constituie o limită superioară, ce nu poate fi atinsă decît la curenţii de frecvenţe foarte înalte şi la rezistenţe ohmice practic nule.

De fapt, rezistenţa ohmică nu poate fi neglijată decît la firele groase şi destul de scurte.

In condiţiile normale şi la frecvenţe joase, viteza de propagare devine cel puţin de zece ori mai mică decît numărul lui Maxwell, chiar dacă firul e întins în aer.

Teoria completă prevede aceste fapte şi experienţa le confirmă.

Inainte de a încheia paragraful, mai trebuie să menţionăm următoarele:

In relaţiile de bază (326.1 şi 2), variaţiile infinitesimale dE şi dH sînt înmulţite, respectiv, cu permitivitatea şi permeabilitatea mediului de propagare, care şi ele pot să varieze în timp.

In dezvoltarea lui teoretică, Maxwell le-a scos în evidenţă şi, considerîndu-le constante, iar mediul izotrop, a dedus formula (326.3), care, în fond, cuprinde rezultatul principal obţinut.

Nu trebuie să uităm însă că

$$\mu H = B \quad \text{şi că} \quad \varepsilon E = D$$

şi atunci avem

$$\oint E dl = -\frac{1}{c} S \frac{dB}{dt} \qquad (326.1a)$$

şi

$$\oint H dl = \frac{1}{c} S \frac{dD}{dt} \qquad (336.2a)$$

care ne arată că, în fond, parametrii variabili sînt inducţia magnetică B şi cea electrică D.

O undă electromagnetică rezultă nu numai prin variaţia cîmpurilor, dar şi la cîmp constant, prin variaţia lui μ sau ε.

O undă electromagnetică se va produce deci chiar în cîmp constant, cînd variază în timp fie permitivitatea mediului, fie permeabilitatea, fie amîndouă.

CAPITOLUL XLV

NOŢIUNI DE RADIOCOMUNICAŢII

§ 327. **Antena de radio.** In radiocomunicaţii urmărim ca un post emiţător să provoace variaţii de curent electric în altul receptor, fără o legătură conductoare între dînsele.

Undele electromagnetice, care transportă în spaţiu energie, sub forma radiantă, ne dau putinţa de a rezolva problema, însă *rămîne să vedem în ce condiţii.*

Să presupunem că un cadru conductor este parcurs de curenţi variabili. Acest cadru poate fi, eventual, un circuit oscilant, ale cărui constante sînt inductanţa proprie şi o capacitate intercalată în serie (fig. 345).

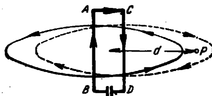


Fig. 345. La un circuit oscilant închis, cîmpurile produse de laturile opuse tind să se compenseze reciproc.

Considerînd că, la un moment dat, el este parcurs de curenţi crescători, în sensul săgeţilor, laturile *AB* şi *CD* (ca şi celelalte două) se înconjură cu linii de forţă ale unui cîmp magnetic variabil, ce se propagă în spaţiu.

Intr-un punct exterior *P*, cele două cîmpuri sînt orientate invers, dar dacă distanţa *d* este destul de mică, în comparaţie cu laturile cadrului, diferenţa drumurilor parcurse face ca unul să fie mai slab decît celălalt.

Rezultanta lor este atunci diferită de zero şi în alt cadru, orientat perpendicular pe direcţia ei, vom putea obţine curenţi de inducţie.

Dar, la distanţe mari, aceste două cîmpuri devin practic egale, rezultanta este nulă şi nu mai putem constata fenomene de inducţie.

Este uşor de văzut că aceleaşi observaţii se referă şi la cîmpul electric variabil, ce însoţeşte variaţiile cîmpului magnetic.

Un circuit oscilant închis nu permite o desfăşurare a fenomenelor de inducţie magnetică sau electrică, la distanţe mari.

Prin urmare un circuit oscilant închis nu permite o desfăşurare a fenomenelor de inducţie magnetică sau electrică, decît la distanţe destul de mici.

Cu prilejul cunoscutelor lui cercetări, *Hertz* este primul care a înţeles că situaţia devine cu totul diferită, la circuitele oscilante deschise, pe care le-a folosit din capul locului.

În adevăr, să presupunem că, la mijlocul unui fir metalic rectiliniu, se găseşte o scurtă întrerupere *S*, în care producem scîntei electrice (fig. 346).

Prin ionizarea intensă, aceste scîntei fac spaţiul *S* atît de conductibil, încît e ca şi cum nu ar exista întreruperea.

Totodată ele excită electric sistemul, care intră în oscilaţii de rezonanţă pe frecvenţa lui proprie.

În lungul firului, care funcţionează ca un *oscilator deschis*, apar astfel *unde staţionare*, cu două ventre de potenţial în capete şi cu un ventru al variaţiilor intensităţii de curent la mijloc, aşa cum arată figura şi cum se ştie din § 323.

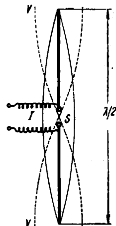


Fig. 346. Unde staţionare pe un dipol excitat.

Între cele două extremităţi libere se inserează deci o jumătate a lungimii de undă.

Situaţia este similară cu a unei coarde de violină care, din complexul de vibraţii produse în timpul frecării cu arcuşul, alege şi amplifică prin rezonanţă pe aceea care coincide cu frecvenţa ei proprie de oscilaţie liberă.

Se ştie însă că, pe direcţia de propagare, punctele separate prin jumătatea lungimii de undă oscilează în opoziţie de fază.

Alegînd ca zero de referinţă mijlocul firului, aceasta înseamnă că, în momentul în care unul din capete atinge maximum de potenţial pozitiv $+V_0$, celălalt este la potenţialul negativ $-V_0$, iar situaţia se inversează după o jumătate de perioadă.

Firul se comportă deci ca un *dipol*, de lungime $\lambda/2$, la care liniile de forţă arcuite ale cîmpului electric se îndesesc în apropierea extremităţilor şi se propagă în vid cu viteza luminii.

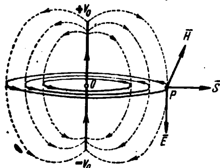


Fig. 347. Linii de forţă magnetice şi electrice în jurul unui dipol.

Figura 347 reprezintă situaţia lor instantanee, la un moment dat, înainte de schimbarea sensului de orientare, adică în prima jumătate de perioadă.

In timpul acesta, curentul din fir transportă sarcini electrice pozitive, spre capătul pozitiv al dipolului.

El se înconjură cu linii de forţă circulare ale cîmpului magnetic, al căror sens e dictat de regula şurubului.

Intr-un punct oarecare P din spaţiu, luat pe o direcţie normală pe dipol, găsim astfel că orientarea cîmpului electric E şi magnetic $\bar{H}$, transportate de unda electromagnetică, urmează cunoscuta regulă a mîinii stîngi.

La circuitele oscilante deschise se propagă în spaţiu numai cîte un singur cîmp magnetic sau electric.

Spre deosebire de circuitele oscilante închise, nu mai apar la dipoli cîte două cîmpuri magnetice sau electrice contrarii, capabile să se anuleze reciproc.

Rămîne să urmărim undele în propagare, ca să vedem ce modificări sufăr, în timpul acesta, liniile de forţă ale cîmpurilor variabile, într-un mediu cum e aerul sau vidul.

1) Cele magnetice îşi păstrează neschimbate forma circulară şi sensul cu care au plecat, mărindu-şi raza cu cîte o lungime de undă, în timpul unei perioade de oscilaţie a dipolului (fig. 348).



Fig. 348. Liniile de forţă magnetice în jurul unui dipol.

Ele se succed una pe alta, se îndesesc acolo unde cîmpul are intensitățile maxime și au sensurile inversate după fiecare jumătate a lungimii de undă, fiindcă și curentul în dipol se inversează după fiecare jumătate de perioadă.

2) Pentru liniile de forță ale cîmpului electric, modificările de formă sînt ceva mai complicate și fig. 349 reprezintă aspectele succesive, în timpul unei perioade.

In *a*) dipolul este în repaus electric și nu apar linii de forță.

In *b*) curentul duce sarcini pozitive de la *A* spre *B*.

Se formează atunci linii de forță electrice, în sensul săgeților, care se răspîndesc progresiv în spațiu.

In *c*) curentul, după ce a trecut prin maximum, începe să scadă.

Răspîndirea în spațiu a continuat, însă o parte din liniile de forță s-au închis în ele însile.

In *d*) intensitatea curentului în dipol trece iarăși prin zero de amplitudine. Alte linii de forță nu se mai formează, iar cele vechi, continuîndu-și propagarea, sînt acum toate închise.

Cu aceasta s-a încheiat prima jumătate de perioadă a oscilației.

In *e*) curentul, schimbînd sensul, transportă sarcini pozitive de la *B* spre *A*.

Apar atunci alte linii de forță, dar în sensul invers și procesul continuă, în timp ce dipolul oscilează mai departe.

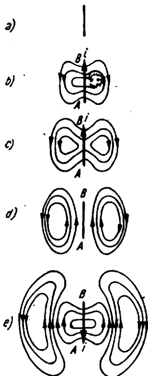


Fig. 349. Situații succesive ale liniilor de forță electrice în jurul unui dipol.

Evident, odată cu inversarea cîmpului electric, se inversează și cel magnetic, în acord cu regula mîinii stîngi.

Cît despre spațiul parcurs de unda electromagnetică, în timpul unei perioade întregi, el va fi egal cu de două ori lungi-

mea dipolului, știind că acesta cuprinde o jumătate a lungimii de undă și că, la frecvențe înalte, vitezele de propagare în fir și în spațiu sînt egale.

Fenomenele sînt analoge la un fir vertical, cu o extremitate liberă și cu alta legată la pămînt, cînd îl excităm electric pe la bază (fig. 350).

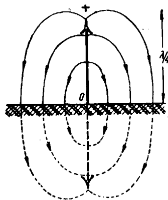


Fig. 350. Antena împreună cu imaginea ei formează un dipol.

În lungul lui se formează de asemenea unde staționare, cu ventrul de tensiune la capăt și ventrul variațiilor de intensitate ale curentului la contactul cu pămîntul.

Un astfel de sistem oscilează deci *în sfert de undă.*

În § 217 am văzut însă că, în asemenea situație, totul se petrece ca și cum imaginea virtuală a firului, oglindit în suprafața conductoare a Pămîntului, l-ar face de două ori mai lung.

El echivalează deci cu un dipol de lungime dublă, ce oscilează *în semiundă,* pe aceeași frecvență ca și dînsul.

Un fir de metal cu un capăt liber și altul la pămînt funcționează ca dipol și poate fi antenă de radio.

Cînd oscilează, un asemenea fir, cu un capăt în aer și cu altul la pămînt, emite în spațiu energie radiantă, prin unde electromagnetice.

Dar el are, față cu dipolul, avantajul că este de două ori mai scurt, pentru aceeași lungime de undă a oscilației.

Acest avantaj avea importanța lui, mai ales pe vremea cînd posturile de radio emiteau pe lungimi de undă foarte mari, de ordinul zecilor de kilometri.

La lungimi de undă egale, antena este de două ori mai scurtă decît dipolul.

Este evident că un fir de metal, chiar dacă era de patru ori mai scurt decît aceste lungimi, nu putea fi înălțat vertical, ci doar adus cît mai sus și apoi desfășurat orizontal sau înclinat.

Un astfel de fir, cu un capăt în aer şi cu altul legat la pămînt, constituie o antenă de radio şi a fost folosit pentru prima oară de *Popov* [1]).



Fig. 351. Liniile de forţă electrice în jurul unei antene de emisiune.

Figura 351 reprezintă situaţia instantanee, la un moment dat, a liniilor de forţă electrice, în jurul unei antene verticale *E*.

Cele magnetice vor fi şi de astă dată cercuri concentrice, axate pe fir, în planul orizontal.

Acolo unde legătura cu pămîntul este imposibilă, sau insuficient de intimă, vom folosi dipolii sau vom lega un capăt al antenei la o masă metalică de suprafaţă mare, numită *contragreutate*.

De pildă, în fig. 352, masa metalică a avionului capteazǎ liniile de forţă electrice ale antenei, care spînzură în aer şi le permite să se închidă.

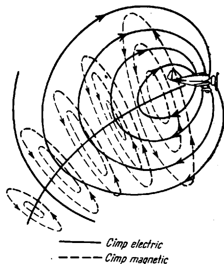


Fig. 352. Liniile de forţă electrice şi magnetice ale antenei unui avion.

Înainte de a trece

[1]) *Alexandru Stepanovici Popov* (1859—1905), fizician rus, fost profesor la Petersburg. Completînd cercetările lui Hertz, a realizat, în 1896, prima transmisiune şi recepţie radiotelegrafice, la distanţa de 250 m. Apoi, prin perfecţionări succesive, a mărit această distanţă pînă la cîţiva kilometri.

mai departe, menţionăm că, după cum se vede din figurile 348, 349, 351 şi 352, în prelungirea dipolului sau antenei nu există linii de forţă ale cîmpurilor magnetice sau electrice, prin urmare nici unde electromagnetice.

O antenă rectilinie nu radiază în prelungirea ei.

Aceasta înseamnă că antena sau dipolul rectiliniu nu radiază energie în prelungirea lor.

§ 328. **Acordul antenei.** Am considerat pînă acum frecvenţa proprie de oscilaţie a unei antene ca fixă şi dictată de condiţia ca lungimea ei să cuprindă un sfert de undă.

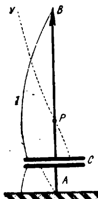


Fig. 353. Condensatorul, intercalat la bază, scurtează antena.

Rămîne să vedem cum se poate face ca o antenă dată să oscileze şi pe alte frecvenţe, adică să realizăm ceea ce se numeşte *acordul* ei.

Teoria prevede şi experienţa confirmă că un condensator C, intercalat în serie la baza unei antene, modifică repartizarea undelor staţionare.

Astfel, în situaţia din fig. 353, se formează, într-un punct P, un ventru de curent şi un nod al variaţiilor de potenţial.

Totul se petrece deci ca şi cum antena ar avea lungimea PB, ceea ce înseamnă că ea va oscila pe lungimea de undă

$$\lambda_1 = 4\overline{PB}$$

în loc să oscileze pe

$$\lambda_0 = 4\overline{AB}.$$

Poziţia punctului P variază cu mărimea capacităţii introduse. Dacă aceasta este practic nulă, rezistenţa capacitivă, pentru curentul de înaltă frecvenţă, este practic infinită şi e ca şi cum firul n-ar mai fi legat la pămînt.

El s-ar comporta, în această situaţie, ca un dipol, cu ambele capete izolate.

Punctul P se găseşte atunci pe mijlocul distanţei CB şi

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}\lambda_0.$$

Dacă, din contra, capacitatea este foarte mare, prezenţa ei introduce o rezistenţă capacitivă practic nulă.

Punctul P se mută atunci în A şi avem

$$\lambda_1 = \lambda_0.$$

In radiotehnică, expresia consacrată acestor schimbări ale condiţiilor de rezonanţă este că o capacitate intercalată la bază „*scurtează*" antena.

Capacitatea intercalată la bază poate cel mult să dubleze frecvenţa proprie a antenei.

In tot cazul, introducerea unei capacităţi nu ne permite să variem lungimea de undă şi frecvenţa de rezonanţă, decît între simplu şi dublu.

Cînd antena este prea scurtă, o putem „*lungi*", dacă intercalăm la baza ei o bobină de inductanţă.

Unda staţionară se modifică atunci aşa cum arată fig. 354, *a*, fiindcă în lungul inductanţei apare o cădere mai rapidă a variaţiilor de amplitudine ale potenţialului.

Evident, această cădere va fi cu atît mai sensibilă, cu cît inductanţa este mai mare.

In practică se folosesc de obicei simultan ambele metode, intercalînd la baza antenei o capacitate variabilă şi o inductanţă variabilă, cum arată figura 354, *b*, sau prevăzînd un mijloc de a introduce bobine cu inductanţe diferite.

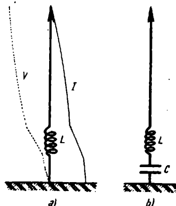


Fig. 354 *a*. Efectul inductanţei asupra undelor staţionare din antenă.

Fig. 354 *b*. Acordul antenei cu inductanţă şi capacitate.

Inductanţa intercalată în antenă o lungeşte, iar capacitatea o scurtează.

Posibilităţile de a varia frecvenţa de rezonanţă devin astfel foarte largi.

§ 329. **Excitarea antenei.** Există mai multe metode, prin care putem aduce o antenă în situaţia să oscileze. Fără să intrăm în amănunte, vom descrie numai principiile de bază.

1) La începuturile radiotelegrafiei, singura metodă cunoscută era scînteia oscilantă. O cităm numai pentru importanţa istorică, fiindcă astăzi a dispărut din practică, odată cu părăsirea undelor amortizate.

Un transformator de înaltă tensiune, sau o bobină de inducţie produce scîntei în S şi excită oscilaţia electrică a circuitului LC (fig. 355).

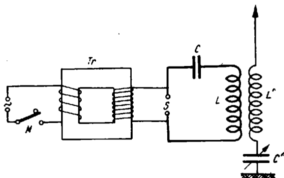


Fig. 355. Schema unui post emiţător cu scîntei.

Antena este cuplată inductiv, prin bobina L', cu circuitul oscilant şi acordată la rezonanţă, cu ajutorul capacităţii variabile C'.

Undele emise pot fi comandate, în ritmul semnalelor *Morse*, cu manipulatorul M. Un contact mai îndelungat înseamnă *linie* şi altul mai scurt corespunde *punctului*.

2) In posturile moderne de radioemisiune se folosesc numai oscilaţiile întreţinute cu tuburi electronice.

Adaptînd acestui scop oscilatorul din fig. 329, excitarea antenei se va face tot prin cuplarea inductivă a bobinelor L şi L', iar acordul ei prin reglarea capacităţii variabile, intercalată la bază, cum arată fig. 356.

Aici metoda cea mai avantajoasă pentru manipularea în alfabetul Morse consistă în a intercala manipulatorul în serie pe circuitul de grilă, fiindcă acolo variaţiile de potenţial şi curentul sînt mult mai mici decît în circuitul anodic.

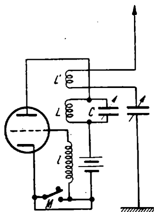


Fig. 356. Cuplarea prin inducţie a unei antene, la un oscilator cu unde întreţinute.

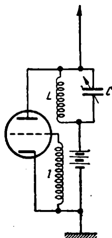


Fig. 357. Cuplarea directă a antenei de emisiune.

3). In loc să cuplăm antena prin inducţie şi să o acordăm la rezonanţă cu circuitul oscilant, o putem lega la una din bornele condensatorului C, a cărui cealaltă bornă este legată la pămînt, aşa cum arată fig. 357.

Din cauza cuplajului foarte strîns, ea intră atunci în oscilaţii forţate.

Procedeul are avantajul unei simplificări de reglaj, prin folosirea unui singur condensator variabil, însă antena radiază atunci mai puţină energie în spaţiu.

§ 330. **Recepţia semnalelor.** Pentru ca undele electromagnetice, trimise în spaţiu de un post emiţător, să producă variaţii de curent în receptor, avem la dispoziţie două metode.

Cu antena receptoare folosim variaţiile cîmpului electric şi cu cadrul pe ale celui magnetic.

1) *Folosim o antenă, acordată la rezonanţă cu a emiţătorului.* Această antenă interceptează liniile de forţă ale cîmpului electric şi astfel rezultă în ea transporturi de electricitate, deci curenţi oscilanţi, care-şi inversează sensul odată cu cîmpul.

2) *Aşezăm o bobină, de suprafaţă cît mai mare, cu planul spirelor orientat în direcţia postului emiţător.* Ea este atunci străbătută normal de liniile de forţă ale cîmpului magnetic de inducţie oscilant, ceea ce înseamnă că va fi parcursă de curenţi induşi, pe care-i putem amplifica punînd circuitul în rezonanţă cu emiţătorul, prin variaţia unui condensator legat în serie.

Aceasta este aşa numita *recepţie pe cadru.*

Figura 358 reprezintă în *a* şi *b* felul în care antena de recepţie şi cadrul interceptează liniile de forţă electrice sau magnetice ale cîmpurilor plecate de la postul emiţător.

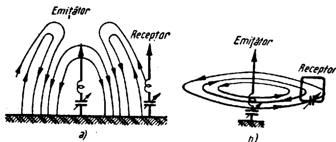


Fig. 358. Recepţia pe antenă foloseşte variaţiile cîmpului electric, iar cel pe cadru pe ale cîmpului magnetic.

Recepţia pe cadru are avantajul că elimină toate posturile de emisiune situate în direcţia perpendiculară sau puţin înclinată pe planul spirelor, însă antena captează mult mai multă energie.

Rămînînd la recepţia pe antenă, să presupunem că, între bornele *a* şi *b* ale bobinei *L,* introducem o cască telefonică (fig. 359, *a*).

Presupunînd, ca exemplu, că emițătorul transmite pe lungimea de undă de 300 m, înseamnă că el oscilează pe frecvența

$$f = \frac{3 \cdot 10^{10}}{3 \cdot 10^{4}} = 10^{6}\ \text{Hz}.$$

Această frecvență depășește cu mult limita sunetelor audibile și de aceea, oricum ar fi făcută casca, nu vom auzi nimic, indiferent dacă emițătorul funcționează fără întrerupere sau transmite semnale Morse.

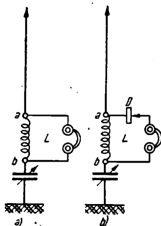


Fig. 359. Antena fără și cu detector intercalat în circuitul căștii.

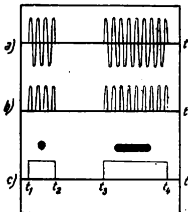


Fig. 360. Detecția transformă semnalul Morse superaudibil în altul audibil.

Detecția semnalelor. Să presupunem acum că, în serie cu casca, intercalăm un dispozitiv *D*, numit ***detector***, care nu permite curentului oscilant să treacă decît într-un sens.

Dispozitivul acesta este deci un *redresor*.

Figura 359, *b* ne arată atît schema noului montaj, cît și felul în care se reprezintă convențional detectorul.

În cele ce urmează, vom analiza comparativ cele două situații : fără detector și cu detector.

1) *Fără detector,* diferența de potențial oscilantă, ce apare între capetele *a* și *b* ale bobinei *L,* implică trecerea unui curent de aceeași frecvență, prin casca telefonică.

Inversările simetrice succesive ale acestui curent, reprezentate în fig. 360, *a*, sînt însă mult prea rapide, ca să poată fi urmărite de membrana căştii şi transformate în sunete.

In tot cazul, chiar dacă am izbuti să construim o cască adaptată situaţiei, sunetul ar fi superaudibil.

2) *Cu detector* în serie, una din alternanţe fiind suprimată, curentul din cască variază în timp cum arată fig. 360, *b*.

Nici aşa membrana nu poate să urmărească impulsurile de înaltă frecvenţă ale curentului, dar acestea fiind acum unidirecţionale, casca înregistrează curentul mediu, rezultat din totalizarea lor în timp.

Detectorul este un redresor, care transformă variaţiile alternative ale curentului în impulsuri unidirecţionale.

Acest curent mediu variază în cursul transmiterii de semnale Morse, după cum arată fig. 360, *c* şi atunci vom auzi pocnituri succesive, analoge cu ţăcănitul telegrafului, în momentele t_1, t_2, t_3 etc.

Există posibilitatea ca, în locul pocniturilor, să obţinem sunete muzicale, de durată mai lungă sau mai scurtă, care să reprezinte liniile şi punctele, dar nu este cazul să le descriem.

Ca detectori putem folosi diferite sisteme, între care şi tuburile diode sau triode.

Se ştie, în adevăr, că dioda este, în fond, un redresor, iar trioda îndeplineşte acelaşi rol, dacă o conectăm după anumite scheme particulare.

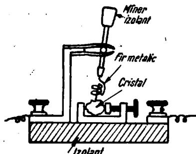


Fig. 361. Detector cu cristal.

Cel mai popular şi mai răspîndit e însă *detectorul cu cristal*, inventat de *Braun* [1]), în 1906 (fig. 361).

Funcţionarea lui se bazează pe însuşirea unor contacte nesimetrice, de a conduce mai bine curentul într-un sens, decît în sensul opus.

[1]) *Ferdinand Braun* (1850—1918), fizician german, fost profesor la Strassburg, premiu Nobel (1909).

În această privință, un simplu ac de cusut, culcat ușor în cruce pe un cui de fier, poate să fie un detector.

De obicei se folosește însă, cu cele mai bune rezultate, contactul dintre un vîrf metalic și un cristal de galenă (sulfură de plumb).

Rezistența ohmică este mult mai mică, în sensul de la galenă spre metal, decît invers și astfel se elimină, cel puțin în parte, una din alternanțele curentului oscilant.

Există însă puncte de contact mai favorabile decît altele, pe care trebuie să le căutăm prin încercări succesive.

§ 331. **Principiul radiofoniei.** Să considerăm un oscilator cu triodă, pe care l-am cuplat cu antena unui post de emisiune (fig. 362).

În circuitul grîlei am intercalat secundarul unui transformator, al cărui primar este conectat la bornele unui microfon *M*, în serie cu o baterie galvanică.

Condensatorul *C'* are rolul să permită libera trecere a curenților de înaltă frecvență, pentru care secundarul transformatorului reprezintă o rezistență inductivă prea mare.

Cîtă vreme microfonul nu este în funcțiune, amplitudinile variațiilor curentului, atît în circuitul oscilant, cît și într-un punct oarecare al antenei, sînt constante.

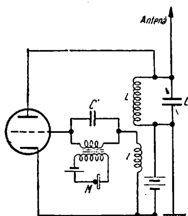


Fig. 362. Post emițător modulat în circuitul de grilă.

Aceste variații se succed în timp după o lege sinusoidală (fig. 363, *a*).

Dar, prin intermediul transformatorului, orice sunet produs în fața microfonului transmite variații de potențial grilei, în frecvențe audibile și după o lege analogă cu a vibrațiilor ce i-au dat naștere (fig. 363, *b*).

Ca urmare, amplitudinea oscilațiilor de înaltă frecvență variază și ea în timp, după aceeași lege (fig. 363, *c*).

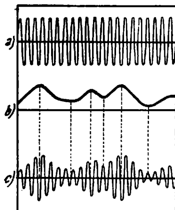


Fig. 363. Unda întreținută este modulată și urmărește amplitudinea oscilației sonore din *b*.

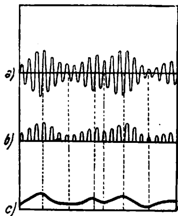


Fig. 364. Efectul detecției asupra undelor modulate.

Prin modulație, oscilațiile de înaltă frecvență suferă variații de amplitudine cu frecvență joasă.

Această variație în timp și cu frecvență joasă a amplitudinii unor oscilații de frecvență înaltă se numește modulație.

Procedeul descris mai sus folosește variația, în frecvență joasă, a potențialului de grilă. El nu poate fi aplicat decît la posturile radiofonice de putere mică.

Există însă numeroase alte sisteme de modulație, pe care le putem aplica la posturi emițătoare, pînă la puteri oscilante de ordinul sutelor de kilowați.

Să presupunem acum că, folosind montajul din figura 359, ***b***, recepționăm emisiunea modulată a unui post care transmite vorbă sau muzică (fig. 364, *a*).

Fără detector nu am auzi nimic, dar cu detector suprimăm sensul bidirecțional și primim în casca telefonică impulsuri unidirecționale, însă de amplitudine variabilă ale curentului de înaltă frecvență (fig. 364, *b*).

Membrana căştii urmăreşte atunci aceste variaţii şi reproduce sunetul produs în faţa microfonului, la postul de emisiune (fig. 364, *c*).

Cu diferite variante, un post receptor cu galenă poate fi construit după schema din fig. 359, *b*.

Cît despre posturile cu tuburi electronice, aci posibilităţile sînt aşa de numeroase, încît nu rămîne decît să trimitem, pentru informare, la revistele şi tratatele de specialitate.

Intr-o formă relativ simplă, ele cuprind un sistem de amplificare în frecvenţă înaltă, urmat de un detector şi apoi de altă amplificare, în frecvenţă joasă, a curentului detectat.

Schema de principiu ar fi atunci aceea din fig. 365.

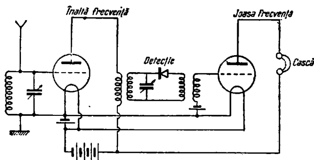


Fig. 365. Schema unui post receptor cu amplificare în înaltă frecvenţă, detecţie şi amplificare în joasă frecvenţă.

§ 332. **Inălţimea eficace şi puterea radiată de antenă.** Ceea ce caracterizează o antenă dată este mai puţin frecvenţa de oscilaţie proprie, pe care o putem varia după voie, decît aşa numita *înălţime eficace*, sau *de radiaţie*.

Antena verticală parcursă de curenţi cu amplitudinea de la bază, capabilă să emită aceeaşi energie ca o antenă dată, corespunde înălţimii de radiaţie a ei.

Prin aceasta se înţelege înălţimea unei antene verticale ideale, în care curentul ar avea peste tot amplitudinea de la ventre şi care ar fi capabilă să radieze în spaţiu aceeaşi cantitate de energie, ca şi antena reală dată.

Inălţimea de radiaţie reprezintă deci cu totul altceva decît înălţimea reală, geometrică.

Figura 366 lămureşte această noţiune printr-o imagine intuitivă, valabilă pentru antenele verticale, ce oscilează în sfert de undă: *înălţimea de radiaţie reprezintă pe a dreptunghiului dublu haşurat, a cărui suprafaţă egalează pe a sinusoidei ce figurează amplitudinea undei staţionare.*

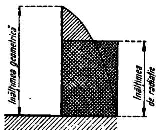
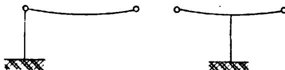


Fig. 366. Imaginea grafică a înălţimii de radiaţie a unei antene în sfert de undă.

Notînd înălţimea de radiaţie cu h_r şi pe cea geometrică cu h_g, se poate aici demonstra uşor, printr-o simplă integrare a funcţiei sinusoidale, pe distanţa h_g, că

$$h_r = \frac{2}{\pi} h_g.$$

La fel se poate demonstra că, pentru antenele în L răsturnat, sau în T, întîlnite adesea în practică şi reprezentate în fig. 367, înălţimea de radiaţie depinde şi de lungimea porţiunii orizontale.


Fig. 367. Antenă în L răsturnat şi în T.

Ea nu depăşeşte însă 0,8—0,9 din înălţimea geometrică, în cazul cel mai bun, cînd nu există în apropiere clădiri, copaci, acoperişuri conductoare şi aşa mai departe.

În prezent, posturile mari de emisiune folosesc de preferinţă antenele sau dipolii verticali, adesea făcute dintr-un simplu pilon metalic, legat la pămînt sau izolat la bază.

Trebuie să menţionăm însă că, la undele scurte, nu se aplică noţiunea de înălţime eficace.

De asemenea menţionăm că trebuie să introducem corecţii, dacă s-au intercalat inductanţe sau capacităţi la baza antenei.

Cu ajutorul înălţimii de radiaţie, putem să exprimăm acum puterea radiată de o antenă emiţătoare.

Fără să insistăm asupra dezvoltării teoretice, această putere se exprimă printr-o relaţie de forma

$$P=K\frac{h_r^2}{\lambda^2}\cdot I_{ef}^2, \qquad (332.1)$$

în care K este o constantă cu dimensiuni fizice, iar I_{ef} reprezintă intensitatea eficace a curentului de la bază, presupunînd că antena oscilează în sfert de undă.

Toate cantităţile fiind exprimate în unităţi MKSA, puterea calculată rezultă în waţi.

Comparînd relaţia de faţă cu aceea prin care am exprimat puterea debitată de un curent alternativ într-o rezistenţă ohmică :

$$P=RI_{ef}^2, \qquad (231,1)$$

constatăm că R a fost înlocuit prin cantitatea

$$R_r=K\frac{h_r^2}{\lambda^2}$$

pe care o vom numi *rezistenţă de radiaţie.*

De obicei se foloseşte relaţia empirică

$$R_r=160\pi^2\frac{h_r^2}{\lambda^2}$$

în care nu mai este necesară omogeneitatea în dimensiuni.

Rezistenţa de radiaţie este direct proporţională cu pătratul înălţimii eficace şi invers cu pătratul lungimii de undă.

Prin urmare rezistenţa de radiaţie la o antenă este direct proporţională cu pătratul înălţimii eficace şi invers proporţională cu pătratul lungimii de undă.

Rezistenţa totală a antenei va fi deci

$$R_t=R+R_r$$

adică suma rezistenţei ohmice şi de radiaţie.

Ca exemplu, să considerăm cazul unei antene verticale, ce oscilează în sfert de undă şi să presupunem că nu are intercalate la bază nici bobină de inductanţă, nici capacitate.

Lungimea ei geometrică fiind $\lambda/4$, înălţimea de radiaţie va fi

$$h_r = \frac{2}{\pi} \cdot h_g = \frac{\lambda}{2\pi}$$

şi găsim că

$$R_r = 160\pi^2 \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi^2} / \lambda^2 = 40 \ \Omega.$$

Lungimea de undă s-a eliminat din calcul, ceea ce înseamnă că ***toate antenele verticale, fără capacitate sau inductanţă intercalate, au aceeaşi rezistenţă de radiaţie.***

Dar cînd o asemenea inductanţă există, înălţimea eficace devine mai mică, de unde o scădere a rezistenţei de radiaţie.

Pentru ca o antenă să radieze cît mai mult, va trebui deci să reducem la minimum inductanţa intercalată. In schimb intercalarea unei capacităţi nu prea mari este avantajoasă, fiindcă urcă poziţia ventrului de intensitate.

§ 333. **Propagarea undelor electromagnetice în jurul Pămîntului.** Se poate demonstra că la o distanţă d, perpendiculară pe direcţia unei antene de emisiune, aceasta produce un cîmp electric de intensitate maximă

$$E_0 = K \frac{I_0}{\lambda d} \cdot e^{-a \frac{d}{\sqrt{\lambda}}}$$

în care K este o constantă, la rîndul ei proporţională cu înălţimea de radiaţie, a este de asemenea o constantă, iar I_0 reprezintă amplitudinea variaţiilor de curent, la baza antenei care oscilează în sfert de undă.

In această relaţie, dedusă teoretic, dar confirmată numai aproximativ de experienţă, factorul exponenţial ajunge să domine cînd lungimea de undă este mică şi distanţa mare, ceea ce duce la o scădere rapidă a intensităţii cîmpului.

Inseamnă deci că, la distanţele mari, ca să avem cîmpuri suficient de intense ca să asigure o recepţie a semnalelor, va trebui să recurgem la unde cît mai lungi şi la intensităţi cît mai mari ale curentului din antenă.

De aici provine vechiul sistem de a folosi, pentru legăturile prin radio la distanţe mari, antene care se desfăşurau pe lungimi de cîţiva kilometri şi puteri de ordinul sutelor sau miilor de kilowaţi.

In 1902, cînd *Marconi*[1]) a realizat, cu toate prevederile pesimiste, cea dintîi transmisie prin radio peste Oceanul Atlantic, neputîndu-se interpreta propagarea la o asemenea distanță printr-un fenomen de difracție, ce ar permite undelor electromagnetice să ocolească curbura Pămîntului, *Kennely*[2]) și *Heaviside* au emis ipoteza unei pături puternic ionizate, deci conductoare, în regiunile superioare atmosferice.

Propagarea s-ar canaliza, după concepția lor, prin spațiul liber dintre această pătură și Pămînt, cum se canalizează undele sonore printr-un tub.

După aceeași formulă de mai sus, la distanțele mici apar, din contra, mai avantajoase undele scurte, fiindcă atunci domină raportul $I_0/\lambda \cdot d$.

S-a lăsat deci așa numiților *amatori de radio* domeniul undelor scurte, pentru experiențele lor personale și s-a rezervat, pentru serviciile publice, numai undele lungi.

Deosebit de mare a fost surpriza cînd, în 1921, amatorii au ajuns, totuși, să comunice peste ocean prin unde scurte și cu puteri oscilante uimitor de mici, iar astăzi o legătură cu antipozii nu cere mai mult de 20—50 wați oscilanți, pe 20 de metri lungime de undă.

Concepțiile vechi asupra mecanismului propagării undelor se cereau deci revizuite, prin noi lucrări teoretice și mai cu seamă experimentale.

S-a studiat așadar sistematic această propagare, în legătură cu ziua sau noaptea, cu anotimpul, cu latitudinea geografică, cu activitatea petelor solare, sau cu intensitatea cîmpului magnetic pămîntesc și, bineînțeles, cu lungimea de undă.

S-au constatat reflexii, pe păturile superioare atmosferice în așa numita *ionosferă*, unde presiunea este mică, dar ionizarea deosebit de intensă, deci conductibilitatea crescută.

Prin determinarea directă a timpurilor necesare pentru ca un semnal emis de o antenă să ajungă la locul de recepție pe calea directă sau reflectată, s-a măsurat apoi înălțimea la care se produce reflexia.

---

[1]) *Guglielmo Marconi* (n. în 1874), fizician italian, emigrat în Anglia. In 1909 i s-a decernat premiul Nobel pentru realizările lui, în domeniul radiotelegrafiei.

[2]) *Arthur E. Kennely* (n. în 1861), fizician de origină engleză, emigrat în Statele-Unite.

In același timp, din studiul descărcărilor în gaze, la presiune redusă și al variațiilor constantei dielectrice, datorite prezenței electronilor sau ionilor, s-a urmărit o reproducere în laborator a condițiilor din ionosferă.

Cercetările asupra ionosferei ocupă în prezent pe numeroși fizicieni, fiindcă trebuie urmărite în cît mai multe puncte și în toate continentele. Ele sînt migăloase și dificile.

Prin cercetări îndelungate, profesorul *Th. V. Ionescu*, de la Universitatea din București, a adus contribuții de o importanță deosebită și este, în momentul de față, unul din cei mai buni cunoscători ai problemei.

Nu este cazul să intrăm în amănunte și de aceea ne vom limita numai la faptele importante.

1) Există, cum e și firesc, o propagare directă, pe la suprafața Pămîntului.

Aici intervin diferite fenomene complexe, datorite conductibilității solului, acțiunii difractante a curburii lui sau formării curenților Foucault, prin variația cîmpului magnetic ce însoțește undele.

Problema propagării pe la suprafața Pămîntului a fost cercetată și practic rezolvată de fizicianul sovietic *V. A. Fok*[1]).

2) O altă propagare urmează calea indirectă, prin reflexii succesive, între suprafața Pămîntului și păturile conductoare ale ionosferei, cum arată figura 368, *a*.

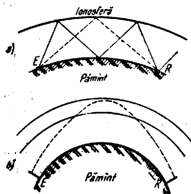


Fig. 368. Reflexia undelor în ionosferă.

Dar această reprezentare simplistă cere o explicație suplimentară: reflexia pe straturile ionizate ar putea fi comparată mai bine cu fenomenul optic al *mirajului* și consistă din încovoierea treptată a direcției de propagare, înapoi spre Pămînt (fig. 368, *b*).

Cercetările au arătat că există, în ionosferă, mai multe pături ionizate, la înălțimi diferite.

1) Profesor la Leningrad (n. în 1898).

I) Una din ele, situată cam pe la 110 km înălţime, se numeşte „pătura *E*", sau „pătura lui *Kennely-Heaviside*".

Ionizarea ei se datoreşte mai ales razelor ultraviolete, venite de la Soare şi de aceea devine mult mai slabă în timpul nopţii, prin recombinarea ionilor.

II) Alta, numită „pătura F_2", sau „*pătura lui Appleton*[1]), se găseşte ziua cam pe la 300 km, iar noaptea ceva mai sus.

Ionizarea este aici mult mai intensă decît în precedenta şi se datoreşte, probabil, electronilor emişi de Soare, sau particulelor cosmice.

III) Intre acestea două apare citeodată, în timpul zilei, o alta, numită „pătura F_1" şi situată cam pe la 200 km înălţime.

Ea este mai puţin importantă şi mai puţin stabilă decît ele.

IV) Afară de acestea trei, anumite anomalii de propagare ne arată uneori apariţia fie a dedublărilor, fie a unor pături fugitive, la nivele inferioare.

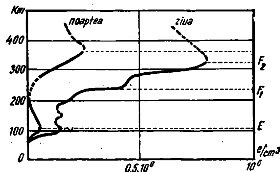


Fig. 369. Variaţia densităţii ionilor cu înălţimea, în ionosferă.

Figura 369 reprezintă numărul probabil de sarcini electrice elementare, în centimetrul cub de aer, la diverse înălţimi, în legătură cu primele trei pături de mai sus.

Aceste sarcini pot să fie purtate de electroni liberi sau de ioni gazoşi.

[1]) Fizician englez contemporan. A fost distins de curînd cu premiul Nobel, pentru cercetările ionosferice (n. în 1892).

Condițiile de reflexie a undelor electromagnetice, în păturile ionosferice, sub anumit unghi de incidență, sînt dictate de schimbările vitezei de propagare, care depind, la rîndul lor, de permitivitatea mediului străbătut.

Dar teoria prevede și experiența confirmă că permitivitatea este o funcțiune atît de frecvența oscilațiilor, cît și de numărul ionilor sau electronilor, in unitatea de volum.

Reflexia în ionosferă a undelor de anumită frecvență implică anumită densitate ionică.

Prin urmare această reflexie nu poate să apară decît pe stratul in care o undă electromagnetică de frecvență dată găsește densitatea ionică favorabilă.

Unele unde se reflectă deci pe straturile inferioare ionosferice, pe cînd altele străbat prin ele, sînt mai mult sau mai puțin absorbite și se reflectă apoi pe straturile superioare.

Cu cît absorbția e mai mică și reflexia se face mai sus, cu atît și *bătaia* unui post emițător este mai mare.

Considerînd ca exemplu cazul undelor sub lungimea de 100 m, a căror propagare atinge distanțe excepțional de mari, se constată următoarele:

a) Undele cu lungimea între 10 și 30 m se propagă mai bine ziua, fiindcă, deși se reflectă pe pătura F_2, nu sînt absorbite de pătura E.

b) Undele cu lungimea între 40 și 80 m se propagă mai bine noaptea, fiindcă pătrund mai puțin adînc în pătura F_2, capabilă să absoarbă altele mai scurte, iar pătura E aproape că dispare.

c) Undele cuprinse între 100 și 200 m se propagă în condiții neprielnice, mai cu seamă ziua, fiindcă frecvența lor intră în rezonanță cu frecvența ciocnirilor dintre electroni și moleculele ionizate, din pătura E, care le absoarbe în cea mai mare parte.

d) Undele sub 10 m nu se propagă decît în linie dreaptă. Ele străbat ionosfera fără să fie reflectate și merg mai departe, în spațiul cosmic.

e) Intr-o anumită regiune, în jurul unei antene de emisiune apare, mai ales noaptea, o *zonă de tăcere*.

Figura 370 ne arată că aceasta se datorește faptului că acolo nu pătrunde nici unda directă, nici undele reflectate în ionosferă.

Aşa se explică de ce, bunăoară, postul de radio Bucureşti se aude în condiţii cu totul nefavorabile la Timişoara sau la Botoşani, dar se aude foarte bine la Moscova, Berlin sau Viena.

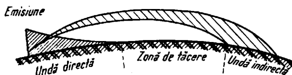


Fig. 370. In zona de tăcere nu pătrunde nici unda directă, nici unda indirectă.

f) La distanţe mari, audiţia unui post de radio suferă variaţii neregulate de intensitate şi cîte odată nu se aude nimic.

Această dispariţie se numeşte *fading* şi se datoreşte interferenţei temporare a undelor, venite pe drumuri de lungimi diferite.

Asemenea interferenţe pot să aibă loc fie între unda directă şi cea reflectată în ionosferă, fie între două unde reflectate la înălţimi diferite, în urma unei agitaţii accidentale a păturilor ionizate.

g) Dacă posturile de emisiune şi de recepţie se află în aceeaşi emisferă a Pămîntului apar schimbări vădite ale condiţiilor de propagare, între vară şi iarnă.

De asemenea aceste condiţii sînt influenţate, în cursul ciclului de 11 ani al petelor solare, precum şi de apariţia unei pete mai mari, emiţător gigantic de electroni. Efectul se simte după trei zile de la formarea ei, adică după timpul necesar pentru călătoria electronilor între Soare şi Pămînt.

Dezvoltarea istorică a concepţiilor din electricitate

Scrisoarea datată din 20 martie 1800 şi publicată în revista engleză *Philosophical Transactions,* prin care *Volta* anunţă descoperirea pilei electrice, constituie actul de naştere pentru *secolul electricităţii.*

Pînă atunci se cunoştea electrizarea prin frecare şi se considera electricitatea ca un fluid (eventual ca două fluide contrarii), în stare să exercite acţiuni la distanţă, fără nici un mediu intermediar, să se mişte într-un conductor, să treacă de pe unele corpuri pe altele şi să producă, tot la distanţă şi fără intervenţia mediului, fenomene de inducţie.

Acest fluid, socotit imponderabil, putea fi păstrat în condensatori, timp indelungat, iar efectele fiziologice, constatate la descărcare, au adus de la început bănuiala că fenomenele vitale ar fi de natură electrică.

Diferitele maşini electrostatice produceau scîntei destul de impresionante, care imitau în mic fenomenele gigantice din atmosferă.

Ele nu debitau însă decît energii practic neglijabile şi aceasta într-un timp foarte scurt.

După primele concepţii, electricitatea era considerată ca un fluid imponderabil.

De altfel nici nu se întrevedea măcar aspectul energetic al descărcărilor electrice, cu toate că se cunoşteau prea bine diverse fenomene mecanice care le însoţesc.

In spiritul acestei concepţii a fluidului, prima formulare cantitativă o aduce legea lui *Coulomb*, care datează din 1785.

Ea stabileşte o analogie surprinzătoare între atracţia maselor gravitaţionale şi a „fluidelor" magnetice sau electrice, care, deşi „imponderabile" puteau acum să fie măsurate.

De atunci au trecut 170 de ani. Ideile noastre despre electricitate şi magnetism au evoluat, însă tot nu ştim încă de unde provine această analogie, cîtă vreme nu cunoaştem originea forţelor de interacţiune.

Conceptul de fluid electric imponderabil a dăinuit multă vreme în ştiinţă, în aşa măsură încît a fost nevoie de o lege specială, prin care vama franceză să fie autorizată a percepe taxe pentru energia electrică importată din Elveţia, fiindcă era considerată ca imaterială.

Faţă cu maşina electrostatică, pila lui Volta debitează o energie mult mai mare şi aceasta în mod continuu.

Ea pune la dispoziţie noi mijloace de cercetare şi astfel începe o nouă etapă, cu noi descoperiri.

La 26 iunie 1800, *Carlisle* şi *Nicholson*[1]) descompun electrolitic apa şi deschid astfel drumul pentru studiul acţiunilor chimice ale curentului.

In 1820, *Oersted* descopere acţiunea curenţilor asupra magneţilor, iar pînă în 1826, *Ampère* studiază, experimental şi teoretic, legile acestor acţiuni, pune bazele electromagnetismului şi stabileşte o legătură între electricitate şi magnetism.

Pe de altă parte *Faraday* enunţă, în 1833, legea cantitativă a electrolizei.

Această etapă se încheie prin 1841, odată cu formularea legii lui Joule-Lenz, care priveşte cantitatea de căldură produsă într-o rezistenţă ohmică, parcursă de curentul electric.

Mai menţionăm că legile lui *Ohm* datează din 1827, iar teoremele lui *Kirchhoff* din 1847.

Pînă în 1841 au fost descoperite şi studiate acţiunile chimice, magnetice şi termice ale curentului electric.

Prin urmare, pînă prin 1841 au fost descoperite şi studiate cantitativ acţiunile chimice, magnetice şi termice ale curentului electric, dar electricitatea continua să fie considerată ca un fluid imponderabil.

---

[1]) *Anthony Carlisle* (1768—1840), medic englez.
William Nicholson (1753—1815), fizician englez.

O a doua etapă, care se suprapune oarecum cu prima, fiindcă au ca trăsătură comună electromagnetismul, începe cu cercetările lui *Faraday* asupra spectrelor magnetice şi electrice, care l-au făcut să înţeleagă că mediul înconjurător, fie chiar şi vidul, este acela care transmite cîmpurile din aproape în aproape, deci cu viteză finită şi că nu există o acţiune directă la distanţă, care să apară instantaneu.

Tot Faraday a descoperit, în 1831, fenomenele de inducţie, care pe atunci păreau, de sigur, importante din punctul de vedere pur ştiinţific, însă nimeni şi nici chiar el însuşi nu putea să bănuiască măcar că de aici se vor dezvolta în viitor, pe de o parte o schimbare profundă a concepţiilor asupra electricităţii, pe de altă parte întreaga ramură a electrotehnicii, cu aplicaţii prodigioase.

El este primul care a stabilit că toate corpurile au însuşiri magnetice şi a introdus denumirile de *fero, para* şi *diamagnetism.*

În fine, studiind lumina ce străbate printr-un bloc de sticlă, pus într-un cîmp magnetic, a găsit că ea suferă unele modificări, despre care ne vom ocupa mai tîrziu şi a stabilit astfel că există o interdependenţă între fenomenele magnetice şi luminoase.

Ultima lucrare a lui Faraday, publicată în 1855, se ocupă tot de magnetism.

De aici înainte şi-a considerat misiunea lui ştiinţifică terminată, iar ultimii 12 ani ai vieţii şi i-a petrecut la ţară, într-o fermă pe care i-o dăruiseră admiratorii.

Pe lucrările lui Ampère şi pe rezultatele lui Faraday, scoţianul *James Clerk Maxwell* a clădit, între 1861 şi 1873, o teorie matematică revoluţionară.

Această teorie se sprijină pe două ipoteze de plecare şi anume:

1) O perturbare magnetică sau electrică se propagă din aproape în aproape, cu viteză finită.

2) Orice variaţie a cîmpului electric, într-un condensator, sau într-un sistem oarecare, face să apară prin dielectric un curent de deplasare.

Acest curent se adaugă sau continuă un eventual curent de conducţie, dar poate să existe şi singur.

El nu reprezintă în vid un transport efectiv de electricitate, însă are aceleaşi efecte magnetice ca orice alt curent electric.

Aplicînd aici legea lui Ampère, din electromagnetism şi legea inducţiei a lui Faraday, Maxwell formulează cele două ecuaţii fundamentale, cunoscute din capitolul respectiv.

Aceste ecuaţii arată că orice variaţie în timp a cîmpului electric, deci orice curent de deplasare se înconjoară cu un cîmp magnetic, la fel cu orice curent de conducţie.

Analog, orice variaţie în timp a cîmpului magnetic se înconjură cu liniile de forţă ale unui cîmp electric, deci cu un curent de deplasare.

De aici, prin dezvoltări matematice, rezultă că variaţiile inseparabile de cîmp magnetic şi electric formează împreună unda electromagnetică şi se propagă în vid cu viteza luminii, egală numeric şi identică în dimensiuni cu raportul c al unităţilor din cele două sisteme CGS, electrostatic şi electromagnetic.

Această viteză, într-un mediu oarecare, scade cînd creşte rădăcina pătrată a produsului dintre permeabilitate şi permitivitate.

După ce lucrările lui Oersted şi Ampère au clădit electromagnetismul şi au legat fenomenele electrice de cele magnetice, teoria lui Maxwell înglobează fenomenele optice şi altele similare în electromagnetism.

Că o rază de lumină transportă o undă electromagnetică părea în adevăr surprinzător, pentru toţi fizicienii timpului, cu toate că o experienţă a lui Faraday arătase că există o acţiune a cîmpului magnetic asupra luminii.

Refracţia, reflexia şi numeroase alte fenomene optice puteau fi acum interpretate şi calculate pe baze noi. Astfel s-a creat optica electromagnetică, din care optica ondulatorie face parte integrantă.

Dar variaţia în timp a cîmpurilor magnetice sau electrice implică o variaţie a densităţii de energie, în spaţiul respectiv, care se poate calcula.

Ori energia este o formă a materiei, ceea ce înseamnă că şi cîmpurile sînt o realitate materială.

Revenind la fenomenele din electricitate, cîmpul poate să transporte sarcini şi transportul acesta e un curent electric.

Factorul principal este cîmpul, iar transportul de electricitate o simplă consecinţă, în cazuri particulare.

Dar în vid un asemenea transport nu există şi totuşi avem un curent de deplasare.

Factorul principal este deci cîmpul, iar transportul de sarcini apare ca o simplă consecinţă, numai în cazuri particulare.

Maxwell însuşi nu a putut să-şi verifice prin experienţe rezultatele teoretice, care, pe vremea cînd le-a publicat, erau privite cu uimire, dar şi cu neîncredere.

Această verificare a venit abia cu 20 de ani mai tîrziu, prin experienţele lui Hertz, care au actualizat iarăşi problema şi au dat un imbold nou cercetărilor, în aşa măsură încît aproape toate laboratoarele de fizică din lume se ocupau de dînsa, direct sau indirect.

Printre fizicienii romîni, trebuie să cităm contribuţiile profesorilor *Negreanu, Hurmuzescu, Vasilescu-Karpen* şi *E. Bădărău,* de la Universitatea din Bucureşti.

Acum verificarea se face sub ochii tuturor, prin emisiunile de radio.

După teoria electromagnetică singurul fel de manifestare al electricităţii este cîmpul.

Succesele teoriei electromagnetice au făcut ca, pînă la descoperirea unor noi fenomene, fizicienii să nu se mai preocupe de natura sau de existenţa fluidului electric şi să considere că singurul fel de manifestare al electricităţii este cîmpul.

În foarte multe fenomene optice sau electrice, teoria lui Maxwell este cu totul satisfăcătoare şi explică foarte bine desfăşurarea procesului.

Einstein, care a descoperit că energia reprezintă o masă, a încercat să facă un pas mai departe: ştiind că orice cîmp reprezintă energie, nu s-ar putea oare modifica teoria lui Maxwell, aşa ca să includă şi cîmpul gravitaţional de atracţie a maselor?

Dar pînă acum, cu toate încercările multora, problema nu a fost încă rezolvată.

Lăsînd la o parte concepţia pur metafizică, de fluid imponderabil, dar păstrînd ca valabilă pe a cîmpului electric sau electromagnetic, ne propunem să examinăm un alt aspect al electricităţii, acela de *particule*.

Fenomenul electrolizei şi legea lui Faraday ne-au dus la concluzia că orice ion din soluţie, indiferent de natura lui, poartă o sarcină electrică, pozitivă sau negativă, care nu poate fi decît multiplu întreg al unei sarcini elementare, totdeauna aceeaşi.

Analizînd aceste fapte, împreună cu altele în care se presupunea că intervin particule electrizate, *H. A. Lorentz* [1]) a elaborat, în 1892, ***teoria electronică***, prin care a prevăzut anumite fenomene, găsite după aceea prin experienţă.

Este vorba, în special, de efectul *Zeeman* [2]), prin care liniile spectrale se dedublează sau se triplează, cînd sursa luminoasă e introdusă într-un cîmp magnetic.

In forma iniţială, teoria lui Lorentz admitea că există un singur fel de particule, încărcate negativ şi numite *electroni*, care poartă fiecare cîte o sarcină elementară.

Lucrările lui *J. J. Thomson* [3]), fenomenele de radioactivitate şi determinările directe ale lui *Millikan* au arătat existenţa neîndoielnică a electronului, ca atom de electricitate şi au dus la rezultate concordante, în ce priveşte sarcina şi masa lui.

Această masă o putem calcula din devierea unui fascicul de raze catodice, într-un cîmp magnetic şi electric.

Dar, afară de electron, cunoaştem acum şi alte specii de particule, care poartă cîte o sarcină elementară, pozitivă sau negativă.

Ele sînt ***pozitronul***, sau electronul pozitiv, apoi ***protonul*** şi ***antiprotonul***, care a fost descoperit recent.

Masele protonului şi antiprotonului sînt aproximativ egale cu a unui atom de hidrogen, dar primul este pozitiv, iar celălalt negativ.

Toate aceste particule, purtătoare de sarcini electrice, pot fi evidenţiate individual, numărate şi urmărite în mişcarea lor, prin metode pe care le vom descrie mai tîrziu.

In tot cazul, oricare din ele, cîtă vreme se mişcă, reprezintă un transport de electricitate, deci un curent electric.

In metale se mişcă electronii liberi, sub acţiunea cîmpului, în electroliţi se mişcă ionii, în gaze se mişcă ionii sau electronii, iar fenomenele de radioactivitate aruncă în spaţiu, cu viteză mare, diverse particule, purtătoare de sarcini electrice, pozitive sau negative, totdeauna multiplu numeric al sarcinii electronului.

In unele procese electricitatea ne apare ca un cîmp, iar în altele ca particule.

Am putea deci fi înclinaţi să atribuim electricităţii aspectul de particule, purtătoare de sarcini elementare.

---

[1]) *Hendrik Anton Lorentz* (1853—1928), fizician olandez, Premiu Nobel (1902).

[2]) *Pieter Zeeman* (1865—1943), fizician olandez. Premiu Nobel (1902).

[3]) *Joseph John Thomson* (1856—1940), fizician englez, Premiu Nobel (1906).

Aceste particule au o masă proprie şi fac parte integrantă din atomi.

In unele procese, prezenţa lor este indiscutabilă, dar şi cîmpurile sînt o realitate materială, cu toate că, în teoria lui Maxwell nu a fost vorba de particule.

S-ar părea deci că există un dualism: uneori trebuie să privim electricitatea sub aspectul *cîmp;* alteori sub aspectul ***granular***.

Aici se iveşte însă altă dificultate: cîmpul reprezintă energie şi ne-am obişnuit să-i atribuim o structură ***continuă***, pe cînd particula reprezintă ceva ***discontinuu***, faţă de mediu.

In această aparentă contradicţie, ***Max Planck*** aduce, în 1900, o contribuţie tot aşa de revoluţionară ca şi a lui Maxwell, prin ***teoria cuantelor***

După această teorie, orice energie radiantă, sub forma oscilatorie, cum este cazul undelor electromagnetice, aşadar şi al luminii, se emite sub formă de ***cuante***, proporţionale cu frecvenţa.

De altă parte, în spiritul acestei teorii, ***Einstein***, studiind ***efectul fotoelectric***, prin care anumite substanţe, mai ales metalele, ajung să emită electroni, cînd sînt luminate, deduce că, de fapt, cuantele transportate de unda electromagnetică sînt ***atomi de energie***, adică particule, a căror masă este proporţională cu frecvenţa şi le numeşte ***fotoni***.

Unda electromagnetică transportă cuante, adică atomi de energie, pe care-i numim fotoni.

Dar fotonul nu are sarcină electrică, ci este neutru, aşa că problema interpretării aspectului dualistic al electricităţii nu este încă rezolvată.

Ar trebui să găsim o relaţie de trecere de la electron la cîmpul electromagnetic şi apoi la foton.

Această scurtă trecere în revistă a concepţiilor asupra electricităţii conţine diferite anticipări asupra unor probleme ce vor fi tratate mai pe larg în volumul următor.

Unele teorii sînt în acord cu faptele într-un anumit domeniu, altele în domeniile vecine.

Ele se modifică şi se adaptează necontenit faptelor experimentale noi, sau trebuie să facă loc altora, mai complete.

Din cînd în cînd o concepţie revoluţionară înglobează deodată mai multe domenii şi chiar fenomene, în aparenţă, fără legătură cauzală.

Urmează atunci o epocă de progrese rapide, pînă ce noua teorie devine, la rîndul ei, prea strîmtă, pentru totalitatea faptelor cunoscute, şi cere alte completări sau transformări.

In prezent cunoaştem destul de multe asupra electricităţii, dar nu putem răspunde încă la întrebarea ***„ce este electricitatea"?***

Răspunsul acesta e numai o chestiune de viitor.

Tabela 23

Tabela unităţilor MKSA (STAS 862-49)

1) *Unităţi electrice*

Mărimea şi simbolul ei	Dimensiunile	Ecuaţia de definiţie	Unitatea de măsură — Denumire şi definiţie	Simbol	Relaţii de transformare
Curent (intensitatea curentului) I	I	$\frac{F}{l} = \mu_0' \frac{I_1 I_2}{2\pi d}$ sau $\frac{F}{l} = 2\mu_0 \frac{I_1 I_2}{d}$	*Amper* Curentul constant care, menţinut în doi conductori, paraleli, rectilinii, de lungime practic infinită şi de secţiune circulară neglijabilă, aşezaţi la o distanţă de un metru unul de altul, în vid, produce între aceşti conductori o forţă de $2 \cdot 10^{-7}$ newtoni pe metrul de lungime	A	$1\ A = \frac{1}{10}$ CGS e.m.
Cantitate de electricitate (Sarcină electrică) Q	IT	$Q = It$	*Coulomb* Cantitatea de electricitate transportată într-o secundă de un curent constant de un amper	C	$1\ C = \frac{1}{10}$ CGS e.m.
Tensiune electrică (Diferenţă de potenţial) U Potenţial V Forţă electromotoare E	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	$U = \frac{P}{I}$	*Volt* Tensiunea electrică între două puncte ale unui fir conductor, prin care trece un curent constant de un amper, cînd puterea disipată între aceste două puncte este de un watt	V	$1\ V = 10^8$ CGS e.m.

Tabela 23 (continuare)

Mărimea şi simbolul ei	Dimensiunile	Ecuaţia de definiţie	Unitatea de măsură: Denumire şi definiţie	Unitatea de măsură: Simbol	Relaţii de transformare
Rezistentă electrică *R*	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	$R = \frac{U}{I}$	*Ohm* Rezistenţa electrică între două puncte ale unui fir conductor, cînd o tensiune constantă de un volt, aplicată între aceste puncte, produce în acest conductor un curent de un amper, acel conductor nefiind sediul altor forţe electromotoare	Ω	$1Ω = 10^9$ CGS e.m.
Capacitate *C*	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	$C = \frac{Q}{U}$	*Farad* Capacitatea unui condensator electric care, fiind încărcat cu o sarcină electrică de un coulomb, determină o tensiune de un volt între armăturile lui	F	$1F = 10^{-9}$ CGS e.m.
Cîmp electric *E*, *ℰ*	$LMT^{-3}I^{-1}$	$ℰ = \frac{F}{Q}$	*Volt pe metru* Intensitatea de cîmp electric care determină o forţă de un newton asupra unei sarcini punctuale electrice de un coulomb	V/m	$1V/m = 10^6$ CGS e.m.

Tabela 23 (continuare)

2) *Unități magnetice*

Mărimea și simbolul ei	Dimensiunile	Ecuația de definiție	Unitatea de măsură: Denumire și definiție	Simbol	Relații de transformare
Flux de inducție magnetică Φ	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	$E=-\frac{d\Phi}{dt}$	*Weber* Fluxul de inducție magnetică care, străbătînd circuitul unei singure spire, produce în acea spiră o forță electromotoare de un volt, cînd fluxul scade uniform la zero, în timp de o secundă	Wb	1 Wb $=10^8$ maxwell (unitate CGS e.m.)
Inducție magnetică B	$MT^{-2}I^{-1}$	$B=\frac{\Phi}{S}$	*Weber pe metru pătrat* Inducția magnetică care produce un flux de un weber, printr-o suprafață normală de un metru pătrat	$\frac{Wb}{m^2}$	1 Wb/m² $=10^4$ gauss (unitate CGS e.m.)
Cîmp magnetic H	$L^{-1}I$	$\int H\cdot dl=4\pi nI$; $H=\frac{2I}{r}$	*Milioersted* Cîmpul magnetic produs în jurul unui conductor liniar de lungime practic infinită, la o distanță de doi metri, cînd în acel conductor circulă un curent de un amper	mOe	1 mOe $=\frac{1}{4\pi}$ A·sp/m (Oerstedul este unitatea CGS e.m.)
Forță magnetomotoare M, $\mathcal{F}$	I	$\mathcal{F}=4\pi nI$	*Decigilbert* Forța magnetomotoare produsă de o spiră străbătută de un curent de $1/4\pi$ amperi	dGb	1 dGb $=\frac{1}{4\pi}$ A·sp (Gilbertul este unitatea CGS e.m.)

Tabela 23 (continuare)

Mărimea şi simbolul ei	Dimensiunile	Ecuaţia de definiţie	Unitatea de măsură: Denumire şi definiţie	Simbol	Relaţii de transformare
Inductanţă L	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	$L=\frac{\Phi}{I}$	*Henri* **Inductanţa unui circuit electric, format dintr-o singură spiră care produce un flux magnetic propriu de un weber, cînd circuitul este parcurs de un curent de un amper**	**H**	$1\ H=10^9$ CGS e.m.
Moment magnetic M_m	$L^3MT^{-2}I^{-1}$	$M_m=\frac{M}{H}$	*Newton-metru pe milioersted* **Momentul magnetic al unei bare magnetice aşezată normal pe un cîmp magnetic uniform de un milioersted şi asupra căreia se exercită un cuplu de un newtonmetru**	$\frac{N\cdot m}{mOe}$	1N.m/mOe = = 4π Wb.m 1N.m/mOe = = 10^{10} CGS e.m.

3) Unităţile electrice şi magnetice definite mai sus se numesc absolute, întrucît ele derivă din etaloanele a patru unităţi fundamentale.

4) Unităţile sistemului CGS electrostatic (CGS e.s.) se deduc din unităţile sistemului CGS electromagnetic (CGS e.m.) prin relaţiile următoare:

Intensitatea curentului: $1\ \text{CGS e.s.}=\frac{1}{3\cdot 10^{10}}\ \text{CGS e.m.}$

Cantitatea de electricitate: $1\ \text{CGS e.s.}=\frac{1}{3\cdot 10^{10}}\ \text{CGS e.m.}$

Tensiunea electrică: $1\ \text{CGS e.s.}=3\cdot 10^{10}\ \text{CGS e.m.}$

Rezistenţa electrică: $1\ \text{CGS e.s.}=9\cdot 10^{20}\ \text{CGS e.m.}$

Capacitatea : $1\ \text{CGS e.s.} = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}}\ \text{CGS e.m.}$
(cm)

Constanta dielectrică : $1\ \text{CGS e.s.} = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}}\ \text{CGS e.m.}$

5) Permeabilitatea vidului (μ_0) și constanta dielectrică a vidului (ε_0) au următoarele valori :

	Sistemul MKS	Sistemul CGS electromagnetic,	Sistemul CGS electrostatic
μ_0	10^{-7}	1	$\frac{1}{9 \cdot 10^{20}}$
ε_0	$\frac{1}{9 \cdot 10^{9}}$	$\frac{1}{9 \cdot 10^{20}}$	1

6) In afară de unitățile electrice și magnetice definite mai sus, numite unități principale ale sistemelor respective, se mai pot folosi pentru fiecare mărime, multiplii și submultiplii zecimali ai acestora. Denumirile respective se formează conform STAS 669-49.

In special, se întrebuințează următorii multipli și submultipli :

kilovolt, milivolt, microvolt, miliamper, microamper,
milihenry, microhenry, microfarad, nanofarad, picofarad,
megohm, kilohm, kilowatt.

Ca unități practice se mai folosesc :

— pentru energie : wattora (1 Wh = 3 600 J),

— pentru cantitatea de electricitate : amper-ora (1 Ah = = 3 600 C) și multiplii acestora.

7) *Norme de scriere.* Denumirile unităților care derivă din numele unui savant se vor scrie cu literă mică ; simbolurile lor se scriu cu literă mare.

Simbolurile unităților nu au formă diferită la plural.

În textele tipărite simbolurile unităților se scriu cu caractere drepte.

Numele unităților compuse care n-au denumiri speciale, se formează din numele unităților componente, legate cu o liniuță orizontală, în cazul cînd ele se înmulțesc sau printr-o linie oblică ori de fracție, în cazul cînd ele se împart. Excepție fac denumirile unităților de energie (kilogrammetru, kgm; wattoră, Wh; kilowattoră, kWh).

Denumirile speciale de formă complexă, ale unora dintre unități, pot fi evitate prin indicarea prescurtată a mărimii și a sistemului din care face parte unitatea; de pildă, în loc de:

32 newton-metri pe milioersted și metru cub, se poate scrie:
32 intens. magnetizare MKS.

Observație. Pentru a evita în electromagnetism folosirea incomodă a relațiilor de definiție, în care intră ca factor numărul irațional π, s-a propus o raționalizare a sistemelor de unități CGS e.m. și MKSA.

Schimbînd convențiile și alegînd convenabil factorii de proporționalitate din relațiile fundamentale, de utilizare curentă, izbutim, în adevăr, să facem ca în ele să nu mai apară cantități iraționale.

Dar aceste cantități se mută atunci în alte relații, pe care le întîlnim ceva mai rar, în rezolvarea problemelor practice.

Nu este cazul să insistăm asupra metodei folosite, în operația de raționalizare, fiindcă, în manualul de față nu am folosit decît unitățile așa zise *„clasice"*.

TABLA DE MATERII

PARTEA A PATRA

UNDE ELASTICE ŞI ACUSTICE

PARTEA A CINCIA-

ELECTROSTATICA

PARTEA A ȘASEA

ELECTRODINAMICA

PARTEA A OPTA

ELECTROMAGNETISMUL

PARTEA A NOUA

CURENTUL ALTERNATIV

PARTEA A ZECEA

UNDE ELECTROMAGNETICE